



**République Algérienne Démocratique et Populaire**

**Ministère de l'enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique**



**Université de Tiaret**

Faculté des sciences et de la technologie et sciences de la matière

**Département des sciences et de la technologie**

**Ecole doctorale : Electrotechnique et ses applications**

**Mémoire**

Pour l'obtention du diplôme de :

**Magister**

**Option : Matériaux Diélectriques et Haute Tension**

Présenté par :

***BEKAOUAL Yamina***

Ingénieur en Électrotechnique de l'Université Ibn Khaldoun – Tiaret –

**Thème**

**Etude de l'évolution du courant de  
décharge couronne pour des applications en  
laboratoires**

Soutenu devant le Jury composé de :

<b>Prof. M. Brahami</b>	<b>Professeur . Université Djillali Liabes – Sidi Bel Abbès –</b>	<b>Président</b>
<b>Dr. A.Mimouni</b>	<b>Maitre de conférences A. Université Ibn Khaldoun – Tiaret –</b>	<b>Examineur</b>
<b>Dr. K. Yanallah</b>	<b>Maitre de conférences A. Université Ibn Khaldoun – Tiaret –</b>	<b>Examineur</b>
<b>Dr. Y. Messlem</b>	<b>Maitre de conférences A. Université Ibn Khaldoun – Tiaret –</b>	<b>Rapporteur</b>

**Promotion : 2010 – 2011**

# Remerciements

A vrai dire je ne sais pas par quoi commencer ce remerciement, mais j'essaierai de m'exprimer avec mon cœur ça serait mieux !

Tout d'abord, merci **Allah** de m'avoir donné le courage et la force de surmonter certaines épreuves et difficultés.

Ensuite, un grand merci à celui qui m'a soutenu et aidé durant tout ce temps, et m'encourager en me donnant la main pour me guider car ce travail est en grande partie grâce à lui : Merci Mr MESSLEM.

Je remercie infiniment Mr. BRAHAMI pour le grand honneur d'avoir accepté de présider le jury de soutenance.

Mes vifs remerciements vont également à Mr MIMOUNI et Mr YANALLAH d'avoir accepté d'évaluer ce travail et d'être membres du jury.

Et pour finir, je n'oublie pas ma source d'être, ma petite famille : mes chers parents pour leur soutien moral et leur encouragement, mon grand frère et ma sœur à qui je souhaite un bon rétablissement InchaAllah, car ses querelles me manquent !!!

## **Dédicace :**

Je dédie ce travail à la lumière de ma vie : mon père et ma mère  
qu'Allah les protèges et leur donne longue vie.

A mon frère Khalidou et ma sœur Touha et cela pour leur entière  
disponibilité et leurs précieux conseils.

A toute ma famille et mes amis qui sauront se reconnaître.

# Liste des figures

**Liste des figures :**

Figure I.1	Différentes configurations de décharge.....	9
Figure I.2	Processus de multiplication électronique initié par un électron germe .....	10
Figure I.3	Tension de claquage pour différents gaz en fonction du produit $pd$ .....	13
Figure I.4	Tensions d'amorçages dans l'air et l'hydrogène en fonction du produit $pd$ pour différentes distances .....	14
Figure I.5	Mécanisme de claquage de type Streamer.....	15
Figure I.6	Caractéristique courant-tension d'une décharge dans l'air à pression atmosphériques .....	17
Figure I.7	Principe de fonctionnement d'un ioniseur.....	18
Figure I.8	Principe de fonctionnement d'un dépoussiéreur électrostatique.....	19
Figure I.9	Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique.....	20
Figure I.10	Représentation schématique des principales étapes de la destruction des oxydes toxiques par décharge couronne.....	22
Figure I.11	Image d'un éliminateur d'électricité statique.....	23
Figure I.12	Principe de contrôle d'un écoulement par décharge couronne.....	24
Figure II.1	Processus d'acquisition des connaissances.....	30
Figure II.2	Espace expérimental.....	32
Figure II.3	Domaine d'étude.....	33
Figure II.4	Point expérimental .....	33
Figure II.5	Définition du domaine d'étude .....	36
Figure II.6	Emplacement des points expérimentaux.....	37
Figure II.7	Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical.....	39
Figure II.8	Division d'un plan factoriel complet $2^3$ en deux plans factoriels fractionnaires $2^{(3-1)}$ .....	44
Figure II.9	Disposition des expériences dans un plan composite.....	50

Figure III.1	Electrodes pointe utilisées.....	58
Figure III.2	Schéma général du système pointe-plan.....	59
Figure III.3	Image de l'enceinte expérimentale.....	60
Figure III.4	Schéma général du circuit de haute tension.....	61
Figure III.5	Image du circuit de haute tension.....	61
Figure III.6	Pupitre de commande.....	62
Figure III.7	Mesure de la tension.....	63
Figure III.8	Hygromètre à cheveux.....	64
Figure III.9	Thermomètre.....	64
Figure III. 10	Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d = 1\text{cm}$ .....	65
Figure III. 11	Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d = 3\text{cm}$ .....	65
Figure III. 12	Caractéristique $I = f(V)$ pour une distance inter-électrodes $d = 5\text{cm}$ .....	66
Figure III. 13	Variation du courant en fonction du rayon de courbure pour une tension positive de $15\text{kV}$ .....	67
Figure III. 14	Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $Z = 50\mu\text{m}$ .....	68
Figure III. 15	Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $Z = 100\mu\text{m}$ .....	68
Figure III. 16	Caractéristique $I = f(V)$ pour un rayon de courbure $Z = 150\mu\text{m}$ .....	69
Figure III. 17	Caractéristique $I = f(V)$ pour $Z = 50\mu\text{m}$ et $d = 5\text{cm}$ .....	70
Figure III. 18	Caractéristique $I = f(V)$ pour $Z = 100\mu\text{m}$ et $d = 5\text{cm}$ .....	70
Figure III. 19	Caractéristique $I = f(V)$ pour $Z = 150\mu\text{m}$ et $d = 5\text{cm}$ .....	71
Figure III.20	Caractéristique $I = f(V)$ pour $Z = 100\mu\text{m}$ et $d = 3\text{cm}$ .....	72
Figure IV.1	Histogramme des effets et leurs interactions.....	81
Figure IV. 2	Graphe d'adéquation du modèle (paramètres géométriques).....	87
Figure IV. 3	Graphe de validation des mesures (paramètres géométriques).....	87
Figure IV.4.a	L'influence du rayon de courbure et de la distance inter-électrodes sur le courant.....	88

Figure IV.4.b	L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant.....	88
Figure IV.4.c	L'influence du rayon de courbure et la tension appliquée sur le courant.....	89
Figure IV. 5.a	L'influence du rayon de courbure sur le courant de prédiction.....	90
Figure IV. 5.b	L'influence de la distance inter-électrodes sur le courant de prédiction.....	90
Figure IV. 5.c	L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction.....	91
Figure IV.6	Configuration pointe –plan avec la pointe sous forme parabolique.....	92
Figure VI. 7	Domaine d'étude du plan composite CCF dans une configuration pointe-plan.....	93
Figure IV.8	Histogramme des coefficients des paramètres climatiques.....	96
Figure IV. 9	Graphe d'adéquation du modèle (paramètres climatiques).....	98
Figure IV. 10	Graphe de validation des mesures (paramètres climatiques).....	99
Figure IV.11.a	Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.....	99
Figure IV.11.b	Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.....	100
Figure IV.11.c	Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.....	100
Figure IV. 12. a	L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction.....	101
Figure IV. 12. b	L'influence de la température sur le courant de prédiction.....	101
Figure IV. 12. c	L'influence de l'humidité sur le courant de prédiction.....	102
Figure IV. 13. a	L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.....	104
Figure IV. 13. b	L'influence de la température sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.....	104
Figure IV. 13. c	L'influence de l'humidité sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.....	105

## Tables des matières

<b>Introduction générale</b> .....	1
------------------------------------	---

### Chapitre I :

#### **Généralités sur les décharges électriques**

I.1. Introduction.....	3
I.2. Définitions .....	3
I.3. Aspect historique .....	6
I.4. Paramètres physiques des plasmas .....	7
I.5. Classification des décharges électriques selon la géométrie des électrodes .....	8
I.6. Description d'une décharge électrique .....	9
I.6.1. La décharge de Townsend .....	9
I.6.2. La limite du critère de Townsend .....	12
I.6.3. Tension d'amorçage en champ homogène (Loi de Paschen).....	13
I.6.4. La théorie du « Streamer » .....	14
I.7. Caractéristique courant-tension et régimes de décharge .....	17
I.8. Utilisations de l'effet de couronne .....	18
I.9. Conséquences négatives de l'effet couronne .....	24
I.10. Conclusion .....	26
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE I .....	27

### Chapitre II :

#### **Méthodologie des plans d'expériences**

II.1. Introduction .....	29
II.2. Processus d'acquisition des connaissances .....	29
II. 3. Terminologie .....	31

II.4. Technique de Screening .....	35
II. 4.1. Plan factoriel complet .....	35
II. 4.2. Plans factoriels fractionnaires $2^{(k-p)}$ .....	42
II.4.3. Moyens d'évaluation des effets .....	46
II.5. Méthodologie des surfaces de réponses.....	47
II.5.1. Modèles mathématiques.....	48
II.5. 2. Plan composite.....	49
II.6. Conclusion .....	55
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE II .....	56

Chapitre III :

**Etude expérimentale de la décharge couronne**

III.1. Introduction .....	57
III.2. But de l'étude .....	57
III.3. Electrodes utilisées .....	57
III.4. Calcul analytique du champ électrique en absence de charge .....	59
III.5 Dispositif expérimental .....	60
III.6. Caractéristiques expérimentales courant tension $I = f(V)$ .....	64
1. Influence du rayon de courbure .....	64
2. Influence de la distance inter-électrodes .....	67
3. Influence de l'humidité .....	69
4. Influence de la température .....	71
III.7. Conclusion .....	73
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE III .....	74

Chapitre IV :

**Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**

IV.1. Introduction .....	75
IV.2. Etudes antérieures .....	75

IV. 3. Influence des paramètres géométriques .....	77
IV. 4. Influence des paramètres climatiques .....	92
IV. 5. Condition de validité du modèle dans la pratique .....	103
IV. 6. Conclusion .....	106
REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE IV .....	107
<b>Conclusion générale.....</b>	<b>108</b>
<b>REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE I.....</b>	<b>27</b>
<b>REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE II.....</b>	<b>56</b>
<b>REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE III .....</b>	<b>74</b>
<b>REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE IV.....</b>	<b>107</b>
<b>Annexe</b>	

# **Introduction Générale**

## **Introduction Générale**

Bien que la compréhension du public des décharges électriques puisse être limitée, les procédés de décharge commencent à entrer dans un niveau supérieur de conscience en raison de leur importance dans de nombreux aspects de développements Technologiques. L'utilisation à des fins industrielles a commencé plus de 100 ans avec les sources de décharge utilisée pour produire la lumière. Depuis lors, les processus ont émergé dans la transformation de grande envergure technologie, y compris la micro-électronique, lasers à gaz, polymères et matériaux nouveaux, protection de revêtements, la purification de l'eau. Ces procédés sont omniprésents dans nos foyers.

De la même manière, l'utilisation des procédés de décharges pour diverses applications en biologie et en médecine seront probablement présentent dans les années à venir. Le procédé de décharge qui produit le plasma devrait bientôt être largement utilisé dans la chirurgie, la décontamination et la stérilisation des surfaces et des dispositifs, et des courants d'air et d'eau, ainsi que dans les tissus d'ingénierie et de traitement direct des maladies de la peau.

Dans beaucoup de ces applications, la compréhension des mécanismes détaillés, la connaissance de la cinétique de réaction, et la compréhension de la production des radicaux ou d'espèces excitées sont essentiels pour l'optimisation des réacteurs à plasma et des procédés plasma. Un nombre croissant des universités et des industries reconnaissent l'importance de la technologie plasma et convergent leurs recherches dans cette discipline. En raison de l'intérêt accru dans cette science, les chercheurs et les ingénieurs sont confrontés au problème de l'évaluation de la littérature vaste et variée.

Les décharges couronnes sont un des procédés pouvant conduire à la création de ces plasmas. Il existe plusieurs configurations géométriques d'électrodes permettant la réalisation de ce type de décharges. L'utilisation d'une configuration plutôt qu'une autre est conditionnée par l'application envisagée. Cependant, malgré l'ancienneté des premiers travaux datant de plus d'un siècle, leur étude reste d'actualité étant donné que de nouveaux modèles de décharges ont vu le jour ce qui rend leurs précédents obsolètes et permettent de lever quelques zones d'ombre sur le sujet.

Des études sont actuellement en cours dans les laboratoires de recherche en Algérie et dans le monde afin de mieux maîtriser cette technologie. Parmi celles ci, une large place est laissée à la modélisation numérique des phénomènes mis en jeu. Ces modélisations permettent de simuler le comportement physique interne (composition, température...) de la décharge sur des durées de plusieurs microsecondes, voire davantage, avec des temps de simulation qui peuvent, dans le cas de modèles précis, se compter en semaines. Ces modèles font intervenir des données issues directement de l'expérimentation d'où la nécessité absolue d'avoir une banque de données propres au laboratoire. Mais les résultats obtenus à ce jour ne sont concluants que dans des configurations bien définies. Au-delà des limitations des calculateurs, les écarts entre simulation et expérience sont bien souvent dus soit à des modèles trop simplistes, soit à une méconnaissance des phénomènes mis en jeu.

Toutes ces études ont un but, une réduction du coût de production et une optimisation de la configuration du système dans des conditions appropriées, c'est-à-dire minimiser les coûts à la fois financier et énergétique.

Notre étude rentre dans le cadre des travaux menés au laboratoire de Génie Electrique et des Plasmas de Tiaret. Elle s'intéresse au décharge couronne dans une configuration pointe plan en polarité positive. Elle est dictée par rapport au moyen du laboratoire et des travaux antérieurs de ses membres. Dans une géométrie pointe plan, nos investigations vont nous permettent de trouver une loi de la caractéristique courant tension par un procédé mathématique se basant sur les plans d'expériences et l'analyse des mesures. La formulation générale la plus utilisée est celle de HENSEN. Les derniers travaux de X. Meng ont apporté une amélioration de taille. Ce type de formulation peut trouver des applications multiples par exemple, l'optimisation des réacteurs à plasmas, application du modèle dans la chimie des gaz ionisés, séparateur électrostatique, ozoniseur et le contrôle de la pollution de l'air.

Notre travail est devisé en quatre chapitres :

Nous allons en premier lieu donner quelques définitions usuelles afin de se familiariser avec le vocabulaire de la discipline de la physique des décharges. Nous aborderons ensuite un bref historique afin de positionner notre étude dans le temps. Nous rappellerons les différents paramètres et processus physiques qui interviennent au sein des décharges électriques et qui permettent ainsi de les classifier. Un regard détaillé sera mis sur les différents modes de décharges électriques et les mécanismes de claquage diélectrique en présentant les différents modèles. Nous aborderons les différentes applications que peuvent trouver les décharges électriques.

Le deuxième chapitre est consacré à la présentation de l'outil utilisé « Plan d'Expérience ». Nous rappelons que c'est la première fois que cet outil mathématique est utilisé dans notre laboratoire et au sein des différentes équipes.

Dans la troisième partie qui est purement expérimentale, nous présenterons les différentes mesures du courant en fonction des différents paramètres qui peuvent l'influencés. Cette étude est nécessaire malgré son aspect classique, car comme nous allons le voir, elle nous a permet de confirmer et de valider notre modèle qui sera établi au chapitre quatre.

La dernière partie présente une étude expérimentale de l'évolution du courant de décharge en fonction des paramètres physiques afin d'élaborer le modèle général du courant en utilisant le traitement des données et les plans d'expériences. De même une présentation des différents modèles de la littérature est effectuée. A la fin du chapitre, une optimisation des différents paramètres (électrique, géométriques, climatiques) est trouvée.

En conclusion, on présentera les applications possibles de notre modèle avec les limites de validité pour des travaux futurs.

# **CHAPITRE I**

## **Généralités sur les décharges électriques**



## I.1. Introduction :

L'étude des décharges électriques ou plasma de décharge trouve des applications dans des disciplines aussi variées en physique qu'en ingénierie électrique [1]. Elle suscite un intérêt grandissant ces dernières années pour répondre au besoin technologique de la société moderne [2]. Cependant, malgré l'ancienneté des premières études datant de plus d'un siècle [3], ce type d'étude reste d'actualité, étant donné que de nouveaux modèles de décharges ont vu le jour ce qui rend leurs précédents obsolètes [1]. Nous allons en premier lieu donner quelques définitions usuelles, afin de se familiariser avec le vocabulaire de la discipline de la physique des décharges. Nous abordons ensuite un bref historique, afin de positionner notre étude dans le temps. Nous rappellerons les différents paramètres et processus physiques qui interviennent au sein des décharges électriques et qui permettent ainsi de les classer. Un regard détaillé sera mis sur les différents modes de décharges électriques et les mécanismes de claquage diélectrique en présentant les différents modèles.

## I.2. Définitions :

On parle de décharge pour décrire tout mécanisme de passage du courant dans un gaz.

Le terme de décharge doit son origine au fait que la première méthode d'obtention de ces courants a été la décharge de condensateurs entre deux électrodes. Si la tension est suffisamment élevée le gaz entre les électrodes est ionisé et un claquage peut avoir lieu.

Le mot « *plasma* » apparaît dans les années 1920, avec les travaux de l'Américain *Irving Langmuir* [4] (Prix Nobel de chimie 1932), qui, étudiant les décharges dans les gaz faiblement ionisés découvre avec son compatriote *Lewis Tonks* le phénomène d'oscillations électroniques collectives. Aujourd'hui, les plasmas sont présents dans notre quotidien avec les écrans de téléviseur à plasma, les torches à plasma ou les tubes au néon.

Un plasma est donc un gaz ionisé obtenu en fournissant de l'énergie à la matière par adjonction d'un champ électrique ou magnétique, ou sous forme de chaleur.

Ce quatrième état de la matière, qui se retrouve dans les étoiles et le milieu interstellaire, constitue la majorité de notre univers.

Ainsi, un plasma est défini comme étant analogue à un gaz mais constitué de particules chargées, d'ions et d'électrons telle que cet ensemble soit globalement électriquement neutre. De façon plus générale, la physique des plasmas joue un rôle très important en astrophysique puisque l'on estime que près de 99 % de l'univers est constitué par de la matière à l'état plasma.

On parle, de plus en plus, des plasmas chauds et des plasmas froids suivant une classification basée sur les températures électronique  $T_e$ , ionique  $T_i$  et celle des neutres  $T_n$ .

- ❖ Lorsque la température des neutres et des ions est proche de la température électronique (5000 - 50000 K), on parle de plasma thermique ou de plasma en équilibre thermodynamique. Ce sont des gaz fortement ionisés ;
- ❖ Lorsque la température des électrons (1000 à 10000 K) est très supérieure à la température des molécules du gaz (proche de la température ambiante), on parle de plasma froid ou de plasma hors équilibre thermodynamique. Ces gaz sont faiblement ionisés.

Les décharges électriques sont des plasmas froids, elles sont générées par une différence de potentiel électrique. Cependant, dans la plupart des cas, les décharges électriques sont établies à basse pression (tube à néon par exemple), car elles sont plus faciles à obtenir et plus stables qu'à pression atmosphérique. La création de décharges électriques à pression atmosphérique constitue un challenge pour le physicien.

Parmi les décharges électriques à pression atmosphérique, on trouve la décharge couronne et la décharge à barrière diélectrique. Dans cette étude on va s'intéresser au premier type de décharge.

Le terme de décharge couronne désigne, en général, l'ensemble des phénomènes évoluant dans un milieu gazeux situé entre deux électrodes, dans l'une d'elle, de faible rayon de courbure, est active. Ce milieu est soumis à des champs électriques intenses mais non disruptifs.

Une décharge à barrière diélectrique « *DBD* » est un plasma froid hors équilibre. Elles sont caractérisées par la présence d'un matériau semi-conducteur au contact de l'une, des deux électrodes ou au centre de la zone de décharge. Ce matériau permet d'appliquer des tensions de l'ordre de quelques *kV* tout en maintenant le régime de décharge hors équilibre et de travailler sur une plage plus grande de potentiel.

Ce plasma faiblement ionisé ( $n_e = 10^9 - 10^{11} \text{ cm}^{-3}$ ) est caractérisé par une température électronique de quelques électron – volts (*eV*) bien supérieure à celle des espèces neutres ( $\sim 300 \text{ K}$ ) qui sont majoritaires.

La *DBD* est connue depuis plus d'un siècle. Elle a été introduite par *Siemens* en 1857 pour la génération d'ozone [5][6]. Il s'agissait de la première décharge contrôlée par barrière diélectrique, un plasma présentant l'intérêt d'être obtenu à la pression atmosphérique. La génération d'ozone par un plasma *DBD* dans l'air est l'application principale de ce type de plasma à travers le monde utilisé surtout pour le traitement de l'eau [7].

La formation du plasma en général est due à un transfert d'énergie cinétique par collision entre un électron accéléré par un champ électrique et les molécules neutres du gaz. On distingue alors deux types de collisions:

- ❖ Collisions élastiques.
- ❖ Collisions inélastiques.

**Les collisions élastiques :** Les atomes conservent la même structure interne, seule leur vitesse est accrue. Globalement, l'énergie cinétique du système reste inchangée, mais ces collisions sont responsables de phénomènes thermiques (conduction et diffusion de chaleur au sein du gaz) et hydrodynamiques (vent électrique).

**Les collisions inélastiques :** Dans une collision inélastique, l'énergie interne des particules intéressées change aussi bien que leur énergie cinétique. Les photons peuvent intervenir dans de telles collisions. Le nombre et la diversité des réactions possibles croissent avec la complexité des particules intéressées.

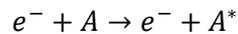
Les réactions inélastiques peuvent se grouper sous les titres : excitation, ionisation, recombinaison, échange de charge, attachement et détachement, dissociation.

Donc les chocs inélastiques sont la source d'un nombre important de réaction physico-chimiques qui vont alors modifier les propriétés macroscopiques du gaz.

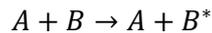
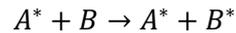
On distingue alors les phénomènes:

- ❖ **Excitation**: Lorsqu'un atome a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons (en général, le plus éloigné du noyau) passe à un niveau d'énergie plus supérieur, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été excité.

Excitation par les électrons :

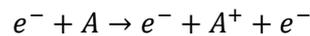


Excitation par les ions ou les atomes :

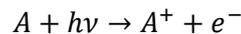


- ❖ **Ionisation** : Lorsqu'un atome (ou une molécule) a absorbé suffisamment d'énergie pour qu'un de ses électrons s'échappe à l'infini, on dit que cet atome (ou cette molécule) a été ionisé.

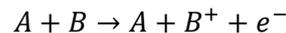
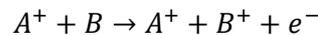
Ionisation par les électrons :



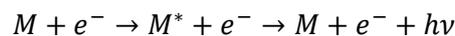
Ionisation par les photons :



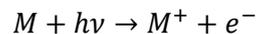
Ionisation par les ions, atomes ou molécules:



- ❖ **Photoionisation** : Les électrons peuvent être créés par photoionisation. En effet des photons vont être libérés lors de la désexcitation des molécules suivant les mécanismes suivants :



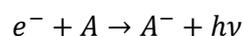
Ces photons sont susceptibles d'être absorbés par des molécules neutres qui se séparent alors en un cation et un électron.



Ces électrons peuvent à leur tour engendrer des avalanches électroniques.

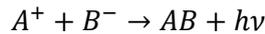
- ❖ **Recombinaison**: C'est le phénomène d'attachement de particules lors d'une rencontre entre ion positif et électron ou entre ion positif et ion négatif. Les ions peuvent être atomiques ou moléculaires.

L'attachement direct des électrons sur les atomes neutres est un cas particulier de la recombinaison :

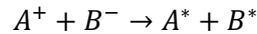


Recombinaison ion-ion : On connaît trois types de recombinaison ion-ion :

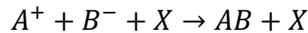
- ✓ La recombinaison radiative :



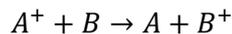
- ✓ La recombinaison mutuelle (échange de charge sans constitution de molécule) :



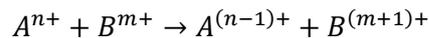
- ✓ La recombinaison à trois corps (X est en général, un atome ou une molécule)



- ❖ Echange de charge :



C'est une capture d'électron par A et une perte d'électron pour B. d'une manière générale, on peut avoir :



Ici, A et B peuvent être des atomes ou des molécules.

- ❖ Détachement : C'est le phénomène qui se produit lorsqu'un ion perd son électron supplémentaire.
- ❖ Dissociation : La dissociation d'une molécule en deux ou plusieurs constituants est un phénomène assez probable car l'énergie nécessaire pour la réaliser est rarement supérieure à 10 eV.

### I.3. Aspect historique :

L'étude scientifique des décharges électriques a commencé au XVIII<sup>e</sup> siècle par l'observation expérimentale d'étincelles produites par des générateurs électrostatiques et des éclairs d'orages. Ensuite l'invention de piles suffisamment puissantes a permis à V.V. Petrov de produire le premier arc électrique en 1803 dans l'air. Humphrey Davy en fit ensuite l'étude. Mais ce fut Michael Faraday qui, entre 1831 et 1835, découvrit et commença l'étude des décharges lumineuses en utilisant des tubes contenant des gaz à une pression de l'ordre de 100 Pa sous 1000 V. Par la suite, à la fin du XIX<sup>e</sup> siècle et au début du XX<sup>e</sup> siècle, la physique des décharges électriques dans les gaz a permis à la physique atomique de faire ses premiers progrès avec les travaux de William Crooke et de Thomson, avec en particulier la mise en évidence du rôle fondamental des électrons dans la décharge et la mesure du rapport  $\frac{e}{m}$ . Vers 1900, un élève de Thomson, Townsend, réalisa la première modélisation d'une décharge, correspondant au cas de la décharge lumineuse en champ uniforme. Langmuir travailla aussi sur ces décharges et introduisit le concept du plasma.

Au cours du XX<sup>e</sup> siècle on passa à l'exploration des décharges en fonction de la fréquence, tandis que la modélisation progressait en raison du développement d'applications de plus en plus nombreuses des décharges électriques [2].

### I.4. Paramètres physiques des plasmas :

Tous les plasmas n'ont pas les mêmes caractéristiques physiques et peuvent être classifiés en fonction de certains paramètres. Ces paramètres sont essentiellement [8]:

- ✓ Densité électronique : ( $n_e$ ) c'est le nombre d'électrons libres par unités de volume ( $cm^{-3}$ ).
- ✓ Taux d'ionisation : ( $\tau_i$ ) représente le rapport du nombre d'électrons libre  $n_e$  sur le nombre de particules totales  $n_e + N$ , où  $N$  est le nombre de particules neutres par unité de volume. Le taux d'ionisation est alors donné par:

$$\tau_i = \frac{n_e}{n_e + N} \quad (I.1)$$

On utilise également le rapport  $\frac{n_e}{N}$  qui traduit l'importance des collisions entre particules chargées par rapport aux collisions entre particules chargées et neutres.

On parle de gaz faiblement ionisée lorsque  $\tau_i < 10^{-4}$  (principales interactions de type collisions électrons-neutres) et de gaz fortement ionisés lorsque  $\tau_i > 10^{-4}$  (interactions de type collisions électrons-électrons ou électrons-ions)

- ✓ Température électronique : ( $T_e$ ) c'est la température électronique qui correspond à la température absolue en Kelvin ( $^{\circ}K$ ) des électrons. On utilise aussi parfois l'énergie électronique  $kT_e$  (eV) avec  $k$  la constante de Boltzmann.
- ✓ Libre parcours moyen : ( $\lambda$ ) correspond à la distance moyenne parcourue par une particule chargée entre deux collisions. Il dépend de la vitesse des particules, ainsi que de la probabilité de collision. A cause de la nature statistique des collisions, il a une distribution spécifique. Il est décrit en général par l'équation suivante :

$$\lambda = \frac{1}{\pi N(r_1 + r_2)^2} \quad (I.2)$$

Avec :

$r_1, r_2$ : sont les rayons des particules en collisions.

$N$ : est la densité de particules (nombres de particules par unité de volume).

C'est pourquoi les plasmas se font généralement à basse pression, en abaissant la pression, on diminue  $N$ , on a donc un libre parcours moyen plus grand. Cela permet aux particules d'avoir plus de temps pour être accéléré par le champ électrique entre les collisions et ainsi fournir un plus grand transfert d'énergie lors de la collision ce qui facilite l'ionisation et ainsi l'obtention d'un état plasma stable.

- ✓ Longueur de Debye: ( $\lambda_D$ ) La neutralité électrique des plasmas est seulement vraie de façon macroscopique. Le champ électrique de chaque particule interagit avec les charges électriques des particules avoisinantes. La distance après laquelle le potentiel d'une particule est « masquée » par les charges des particules autour est appelée : *la longueur de Debye*. Cette longueur définit le volume (la sphère de Debye) dans laquelle la règle de neutralité peut être violée. Ce paramètre peut être généralement approximé par l'équation suivante :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e e^2}} \quad (I.3)$$

Avec :

$\epsilon_0$  : la permittivité du vide ( $8,84 \times 10^{-12}$ F/m).

$e$  : la charge élémentaire d'un électron ( $1,6 \times 10^{-19}$ C).

Un gaz ionisé sera considéré un plasma si et seulement si sa longueur de Debye est beaucoup plus petite que les dimensions physiques du plasma et si le nombre de particules dans la sphère de Debye est plus grand que l'unité. Typiquement, la longueur de Debye d'un plasma à basse pression ( $\sim 300\text{mTorr}$ ) est autour de  $1\text{ mm}$  et le nombre d'électrons dans la sphère de Debye se trouve autour de  $10^4$ - $10^7$  électrons.

- ✓ Fréquence du plasma : le comportement collectif des plasmas se manifeste lorsqu'on écarte le plasma de l'équilibre. Le milieu retourne alors à l'équilibre en oscillant à la fréquence plasma électronique. La pulsation plasma électronique s'écrit par la relation suivante :

$$\omega_e = \sqrt{\frac{n_e q_e^2}{\epsilon_0 m_e}} \quad (1.4)$$

Avec :

$m_e$  : la masse de l'électron

- ✓ Température du plasma : est définie comme la moyenne des énergies de translation des particules dans la décharge. Étant donné la différence de masses qui existe entre les électrons et les espèces lourdes, ces deux populations sont souvent considérées comme étant deux systèmes chacun dans leur propre équilibre thermodynamique. C'est pourquoi, lorsqu'on parle de plasma, on entend souvent parler de plusieurs températures (électronique, ionique, gaz) qui peuvent être toutes différentes.

La température électronique est souvent considérée comme le paramètre le plus important pour déterminer et démontrer les phénomènes dans le plasma. En général,  $T_e \gg T_i > T_n$  où  $T_e$  est la température électronique,  $T_i$  la température ionique et  $T_n$  la température des neutres, proche de la température ambiante.

Ces paramètres physiques définissent le milieu de décharge, qui dépend des éléments suivants :

- ✓ Nature du gaz ;
- ✓ Pression et température du gaz ;
- ✓ Tension appliquée (responsable de l'intensité du champ électrique) ;
- ✓ Géométrie des électrodes (responsable de la forme des lignes de champ).

Dans la suite, nous nous intéresserons exclusivement aux plasmas froids. Ce sont ceux des décharges électriques à la pression atmosphérique.

## I.5. Classification des décharges électriques selon la géométrie des électrodes :

Le comportement des décharges électriques dépendent fortement de la géométrie des électrodes, qui peuvent être classées en trois types : pointe-plan, fil-plan et fil-cylindre (Figure I.1), qui induisent des comportements électriques et des applications différentes. La configuration des électrodes définit la distribution des lignes de champ. La distance inter-électrodes est habituellement inférieure au centimètre.

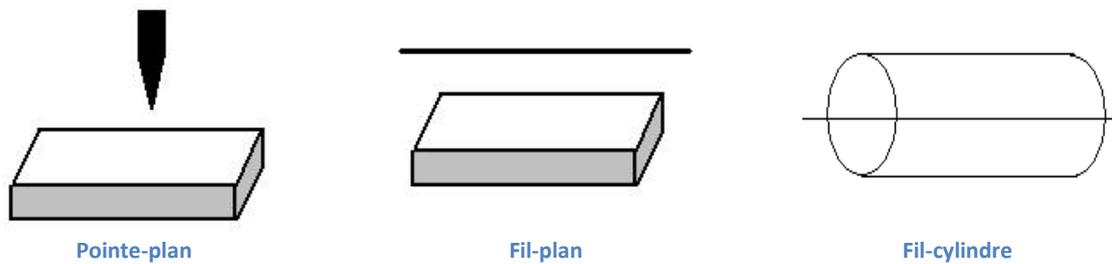


Figure I.1 : Différentes configurations de décharge.

Lors de l'application d'une haute tension au niveau de l'électrode ayant le plus petit rayon de courbure, le champ électrique réduit produit dans l'espace inter-électrodes est fortement inhomogène. Il a une valeur élevée au voisinage de cette électrode puis décroît rapidement au fur et à mesure qu'on s'approche de la cathode plane. A proximité de la pointe anodique, l'amplitude importante du champ électrique réduit permet de générer des électrons avec des énergies suffisantes pour ioniser le gaz. C'est une zone où se développent les avalanches électroniques ce qui permet rapidement l'accumulation d'une charge d'espace à l'origine de la propagation de la décharge. Naturellement dans cette zone proche de la pointe les processus d'ionisation prédominent sur les processus d'attachement des électrons. En revanche, si on s'éloigne de la pointe, le champ électrique devient plus faible.

## I.6. Description d'une décharge électrique :

### I.6.1. La décharge de Townsend :

Si l'on considère un diélectrique gazeux contenu entre deux électrodes, il peut exister dans ce gaz, en l'absence de tout champ électrique appliqué, un certain nombre de particules chargées produites, soit par des mécanismes naturels, tels que rayonnement ultraviolet ou radioactivité, soit par des mécanismes artificiels, par exemple en bombardant la surface cathodique avec une source de rayonnement ultraviolet pour en extraire des électrons.

Quelle que soit l'origine de ces charges primaires, si l'on applique à l'espace inter-électrodes une tension  $V$  et donc un champ électrique  $E$ , leur existence va entraîner la création, dans le circuit extérieur, d'un courant de très faible intensité, mais qui ira croissant avec la tension.

Historiquement, cette expérience a été réalisée entre deux électrodes planes créant un champ homogène, dans des gaz à basse pression (quelques torrs). L'allure du courant obtenue est similaire à la figure (I.6).

Après une croissance du courant proportionnelle à la tension, on constate une saturation qui correspond à la collection aux électrodes de toutes les charges produites dans l'intervalle. Si l'on continue à augmenter la tension on constate une croissance très rapide du courant au voisinage d'une tension  $V_s$ , dite tension de claquage. La stabilité de la décharge dans cette région est principalement déterminée par les caractéristiques du circuit extérieur. Si on contrôle le courant au moyen d'une très forte résistance série, la décharge se stabilise pour des courants de l'ordre du  $\mu A$ . Dans le cas inverse, la décharge évolue rapidement vers d'autres régimes, caractérisés par des courants beaucoup plus élevés pouvant atteindre plusieurs ampères.

Les phénomènes apparaissant dans la région II de la figure I.6 ont été décrits par *Townsend* comme des phénomènes de multiplication électronique par collision.

Un électron « *germe* », accéléré par le champ électrique appliqué, acquiert une énergie qui peut suffire, à partir d'une certaine valeur de champ électrique, à ioniser par collision une particule neutre du gaz. Les nouveaux électrons créés vont participer à leur tour au mécanisme d'ionisation des molécules neutres, produisant ainsi une multiplication ou avalanche électronique.

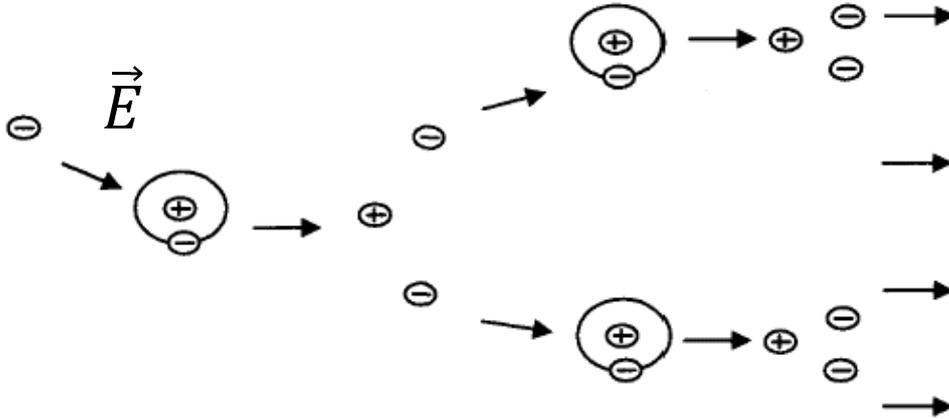


Figure I.2 : Processus de multiplication électronique initié par un électron germe.

Cette multiplication peut s'étudier quantitativement à partir de la connaissance du coefficient  $\alpha$ , dit premier coefficient de *Townsend*. «  $\alpha$  » représente le nombre d'électrons (ou ions positifs) créés par un électron par élément de longueur le long d'une ligne de force du champ appliqué. Si l'on considère l'accroissement  $dN$  du nombre d'électrons ( $N$ ) sur un parcours élémentaire  $dl$  le long d'une ligne de force, on peut écrire :

$$dN = N \cdot \alpha \cdot dl \quad (1.5)$$

Et pour le nombre  $N$  d'électrons créés le long d'une trajectoire ( $C$ ), à partir d'un électron initial :

$$N = \exp \int_C \alpha \cdot dl \quad (1.6)$$

Le coefficient  $\alpha$  dépend à la fois du champ appliqué et du libre parcours moyen  $\lambda$ , c'est-à-dire de la densité ou encore, à température constante, de la pression.

Dans le cas d'un champ homogène créé par des électrodes planes,  $\alpha$  est donc constant dans tout l'intervalle et l'on peut calculer le nombre d'électrons et donc le courant produit par avalanche électronique.

Si les électrons primaires sont produits par extraction de la cathode avec un taux de production  $N_0$  (par seconde), et si  $N(x)$  est le nombre d'électrons produits par avalanche à la distance  $x$  de la cathode, le nombre  $dN$  de nouveaux électrons produits entre  $x$  et  $(x + dx)$  sera donné par :

$$dN = N \cdot \alpha \cdot dx \quad (1.7)$$

D'où :

$$N = N_0 \cdot \exp(\alpha \cdot x) \quad (1.8)$$

Si  $d$  est la distance inter-électrodes, le courant mesuré à l'anode est donné par :

$$i = (N_0 \cdot e) \exp(\alpha \cdot d) = i_0 \exp(\alpha \cdot d) \quad (I.9)$$

Afin de mieux décrire la multiplication électronique dans les zones à faible champ, où l'attachement ne peut plus être négligé, on est amené à écrire :

$$N = \exp \int_C (\alpha - \eta) \cdot dl \quad (I.10)$$

Où :

$\eta$  : est le coefficient d'attachement.

La multiplication électronique s'arrête donc quand l'attachement équilibre la formation de nouveaux électrons, c'est-à-dire lorsque  $(\alpha - \eta) = 0$ .

Après une certaine valeur du champ la croissance du courant devient plus rapide qu'un accroissement linéaire, cela s'explique par l'action, sur la surface cathodique, des ions positifs laissés par l'avalanche primaire, qui peuvent arracher des électrons de la surface cathodique. Quantitativement, on définit un coefficient  $\gamma$ , dit deuxième coefficient d'ionisation de *Townsend*, qui représente le nombre moyen d'électrons arrachés à la cathode par un ion positif incident.

L'expression du courant donnée par (I.9) doit être recalculée de la façon suivante :

Soit,

$N$ , le nombre d'électrons collectés par l'anode,

$N'$ , le nombre d'électrons secondaires extraits de la cathode par bombardement ionique.

L'équation (I.9) s'applique maintenant à tous les électrons cathodiques, d'où :

$$N = (N_0 + N') e^{\alpha d} \quad (I.11)$$

D'autre part, le courant qui traverse l'anode doit être égal à celui qui traverse la cathode, d'où :

$$N = (N_0 + N') + \frac{N'}{\gamma}. \quad (I.12)$$

On obtient par combinaison de (I.11) et (I.12):

$$i = i_0 \frac{e^{\alpha d}}{1 - \gamma(e^{\alpha d} - 1)} \quad (I.13)$$

On voit que si  $\gamma(e^{\alpha d} - 1)$  s'approche de l'unité,  $i$  croît beaucoup plus vite que  $i_0 e^{\alpha d}$ , valeur correspondant au cas d'une multiplication sans effet secondaire.

Le critère de claquage selon *Townsend* est alors défini comme la tension pour laquelle le courant devient infini, soit :

$$\gamma(e^{\alpha d} - 1) = 1 \quad (I.14)$$

L'ordre de grandeur pour  $\gamma$  étant d'environ  $10^{-2}$ , l'équation (I.14) se réduit à :

$$\gamma e^{\alpha d} = 1 \quad (I.15)$$

Expression où  $\alpha$  et  $\gamma$  sont des fonctions de  $\frac{E}{p}$ .

Le critère de Townsend ainsi donné peut s'interpréter simplement en considérant que  $e^{\alpha d}$  représente le nombre d'ions positifs créés par une avalanche primaire à partir d'un seul électron. Ces ions arrivant sur la cathode vont produire en moyenne  $\gamma e^{\alpha d}$  électrons secondaires.

Si  $\gamma e^{\alpha d} < 1$ , la décharge est dite « non autonome », car elle ne peut se maintenir d'elle-même par le fait des mécanismes secondaires si l'apport d'électrons créés par une source extérieure est interrompu.

Si  $\gamma e^{\alpha d} = 1$ , le nombre d'ions créés par l'avalanche primaire est en moyenne juste suffisant à maintenir par bombardement de la cathode l'avalanche électronique. La décharge est autonome, c'est-à-dire qu'elle peut se maintenir en l'absence d'une source extérieure de production de charges. Ce critère définit donc la tension d'amorçage.

Si  $\gamma e^{\alpha d} > 1$ , le processus des avalanches successives est cumulatif et le courant de décharge croît d'autant plus rapidement que  $\gamma e^{\alpha d}$  dépasse l'unité.

Bien que la quantité  $\gamma e^{\alpha d}$  soit purement statistique, et ne décrive qu'un nombre moyen d'électrons secondaires émis par une avalanche, sa variation est très rapide avec le champ appliqué puisque  $\frac{\alpha}{p}$  croît très vite avec  $\frac{E}{p}$ . Elle définit donc avec précision la tension d'amorçage  $V_S$ .

Cette tension est déterminée par la connaissance des fonctions :

$$\gamma = \Gamma\left(\frac{E}{p}\right) \quad \text{et} \quad \frac{\alpha}{p} = F\left(\frac{E}{p}\right)$$

$\gamma e^{\alpha d} = 1$  devient :

$$\Gamma\left(\frac{E}{p}\right) e^{pF\left(\frac{E}{p}\right)d} = 1 \quad (I.16)$$

$$\Gamma\left(\frac{V_S}{pd}\right) e^{p.d.F\left(\frac{V_S}{pd}\right)} = 1 \quad (I.17)$$

Cette expression montre que  $V_S$  est une fonction implicite du produit  $pd$  :

$$V_S = f(pd)$$

Cette relation est connue sous le nom de *loi de Paschen*.

### 1.6.2. La limite du critère de Townsend :

Le mécanisme d'avalanche décrit par Townsend ne conserve sa validité que pour des valeurs du produit  $pd$  inférieures à  $200 \text{ torr.cm}$ . Au-delà, l'expérimentation montre qu'il se produit des phénomènes peu compatibles avec le mécanisme d'avalanche de Townsend.

1. A partir de l'instant où le critère de Townsend est satisfait, un temps minimum est nécessaire pour que puissent apparaître les mécanismes secondaires d'ionisation. Il est imposé par le transit des ions positifs vers la cathode sous l'effet du champ électrique. Or, à des pressions voisines d'un bar, les temps mesurés sont de l'ordre du centième de ceux que nécessitent le transit des ions positifs, en raison de leur faible mobilité quand la pression augmente.

A cet égard, le domaine de validité du modèle de Townsend pourrait être étendu par l'intervention d'autres mécanismes tels que le bombardement de la cathode par des photons émis au sein de l'avalanche primaire.

- La densité du courant de décharge croît avec la pression, la faible mobilité des ions positifs crée alors une concentration de la charge d'espace qui modifie le champ appliqué initialement, et donc la valeur du coefficient  $\alpha$ . On peut alors réécrire le critère de Townsend sous une forme plus générale :

$$\gamma \left[ \exp \left( \int_0^d \alpha dx \right) - 1 \right] = 1$$

- On ne peut expliquer cependant que la constitution de la cathode, par l'intermédiaire du coefficient  $\gamma$ , n'ait plus d'influence sur la tension d'amorçage pour les grandes valeurs de  $pd$ . Cette indépendance est particulièrement évidente dans le cas de la décharge de couronne près d'une pointe positive, mais elle est aussi confirmée en champ homogène par l'observation de Streamers se développant à partir de l'anode ou dans l'espace inter-électrodes.

On va voir que le phénomène de concentration de la charge d'espace est à l'origine d'un nouveau mécanisme qui est décrit dans la théorie des Streamers.

### I.6.3. Tension d'amorçage en champ homogène (Loi de Paschen) :

La recherche de la tension d'amorçage en champ homogène dans des gaz ou des mélanges gazeux a fait l'objet de nombreuses expérimentations. Les courbes donnent généralement la tension d'amorçage  $V_S$  en ordonnée et le produit  $pd$  en abscisse.

On a vu précédemment avec l'étude de la décharge de Townsend que  $V_S$  pouvait s'exprimer comme une fonction implicite de  $pd$ , cette fonction étant donnée par la connaissance des premier et second coefficients d'ionisation de Townsend.

Pratiquement cette fonction a été déterminée expérimentalement dans des gaz purs, ou des mélanges gazeux, généralement à de faibles pressions et des distances de quelques millimètres ou centimètres.

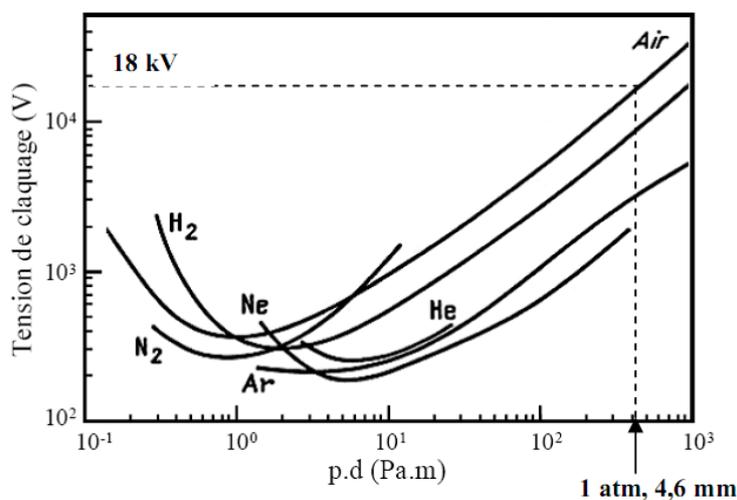


Figure I.3 : Tension de claquage pour différents gaz en fonction du produit (pression\*distance inter-électrodes).

Ces courbes montrent que  $V_S$  a un minimum unique, pour une valeur :  $pd = (pd)_{min}$

Si l'on augmente le produit  $pd$ , un électron accéléré par le champ électrique aura une probabilité plus grande de rencontrer une molécule du gaz, mais l'énergie moyenne acquise entre deux collisions étant plus faible, la probabilité d'obtenir une collision ionisante diminue, à moins d'augmenter la tension. Si  $(pd)$  est inférieur à  $(pd)_{min}$ , la tension d'amorçage croît également par diminution du nombre de collisions.

Pour le cas de l'air qui nous intéresse ici, et à droite du minimum,  $V_S$  croît à peu près linéairement en fonction de  $pd$ , ce qui revient à dire que le gradient d'amorçage dépend seulement de la pression. On trouve ainsi la valeur de  $26 \text{ kV/cm}$  à la pression atmosphérique. Pour les valeurs extrêmes de  $pd$ , on commence à observer des écarts par rapport à la loi de Paschen comme le montre la figure I.4.

Cette figure donne les courbes de tension d'amorçage dans l'air et dans l'hydrogène en fonction du produit  $pd$  pour différentes distances. On voit que pour une valeur donnée de  $pd$ ,  $V_S$  n'est plus constant mais commence à décroître quand on abaisse la distance inter-électrodes au-dessous d'une certaine valeur.

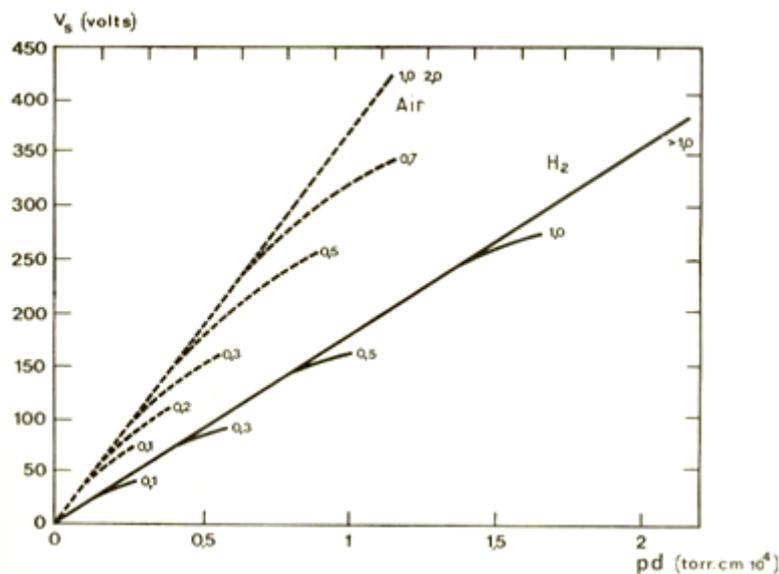


Figure I.4 : Tensions d'amorçages dans l'air et l'hydrogène en fonction du produit  $pd$  pour différentes distances (en cm)

Ce comportement peut s'expliquer par la théorie Streamer, notamment dans la formulation de Loeb [9] qui tient compte de la dépendance entre la pression et les mécanismes de photoionisation. Il faut remarquer cependant qu'un tel effet n'est notable que pour des pressions très élevées, de l'ordre de la dizaine d'atmosphères, et que dans le domaine industriel la loi de Paschen reste largement satisfaisante.

#### I.6.4. La théorie du « Streamer » :

La théorie du streamer a été développée en 1939, à la fois par Raether et par Meek et Loeb [10], qui permet d'expliquer le développement des filaments ou streamers.

Dans l'air, d'après le critère proposé par Raether, lorsque le produit  $pd$  devient supérieur à  $1000 \text{ Torr.cm}$ , on peut s'attendre à un claquage de type streamer, et à un claquage de type Townsend s'il est inférieur.

Comme nous l'avons déjà expliqué au par avant, sous l'effet d'un champ électrique appliqué entre deux électrodes, des électrons germes acquièrent de l'énergie et créent des avalanches électroniques. La vitesse des électrons est environ  $100$  fois supérieure à celle des ions positifs si bien que l'avalanche se développe comme un nuage d'électrons laissant derrière lui des ions positifs quasi-immobiles, alors l'avalanche conduit à la formation d'une structure dipolaire [11]:

- ✓ Une région (vers l'anode) à forte densité d'électrons.
- ✓ Une région (vers la cathode) à forte densité d'ions positifs.

Dans le cas où ( $pd > 1000 \text{ Torr.cm}$ ), le processus de claquage observé est trop rapide pour être expliqué par un mécanisme d'avalanches électroniques successives assistées par l'émission d'électrons secondaires à la cathode [12]. Cette émission secondaire due à l'impact des ions à la cathode n'est tout simplement pas possible car le temps de propagation de l'avalanche primaire est beaucoup plus rapide que le temps de transit des ions à la cathode.

D'autre part, une des caractéristiques essentielles du claquage de Townsend est que le champ de charges d'espace d'une seule avalanche électronique ne modifie pas le champ électrique appliqué dans l'espace inter-électrodes.

Cependant, quand le nombre d'électrons dans l'avalanche dépasse un seuil critique  $N_{cr}$  ( $\sim 10^8$ ) avant d'atteindre l'anode, l'accumulation de charges d'espaces locales engendre un mécanisme de claquage complètement différent. Le critère de Meek définit ce seuil :

$$e^{\alpha d} \leq N_{cr}$$

Avec :

$\alpha$  : 1<sup>er</sup> coefficient d'ionisation de Townsend.

$d$ , distance inter-électrodes.

On parle alors de claquage de type streamer [11]. Ce claquage est beaucoup plus rapide ( $\sim 10^{-9} \text{ s}$ ) que le claquage de Townsend et résulte en un fin canal de décharge, constituant un filament.

Le mécanisme de claquage de type streamer se décompose en plusieurs phases (figure 1.5) :

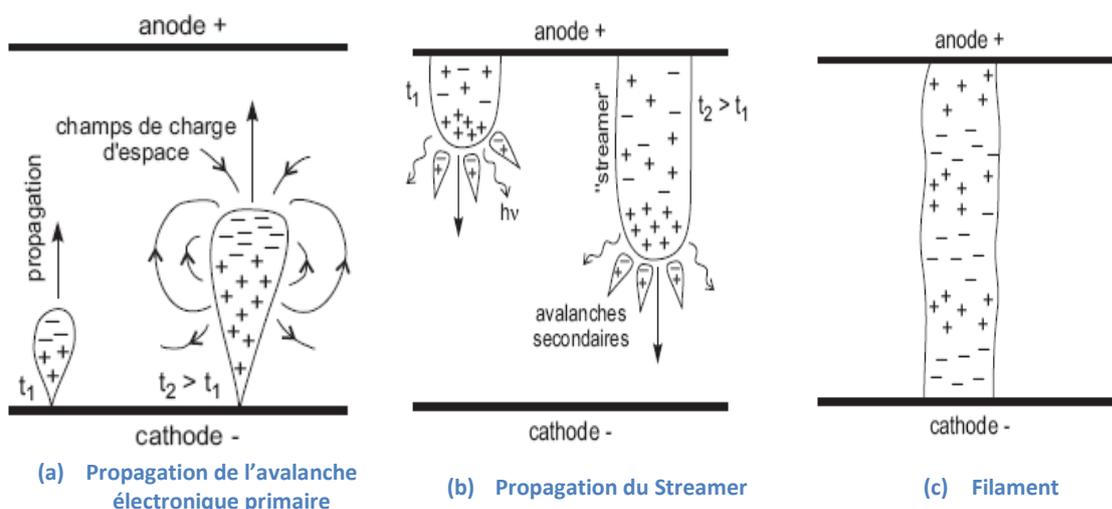


Figure 1.5 : Mécanisme de claquage de type Streamer.

✓ Avalanche primaire (Figure I.5 (a))

Une avalanche intense se forme et croît très rapidement de la cathode vers l'anode. Les charges d'espace forment une sorte de dipôle au sein même de l'avalanche : Les électrons sont en tête d'avalanche alors que les ions positifs restent en queue. Le champ de charges d'espace résultant va distordre localement le champ appliqué. Puis, la croissance rapide de l'avalanche et son amplification lui permettent d'atteindre une taille telle que le champ de ces charges d'espace va devenir aussi important que le champ appliqué. A ce moment, le nombre d'électrons atteint son seuil critique, ( $N_{cr} \approx 10^8$ ). Ce champ s'additionne au champ appliqué et une zone faiblement ionisée peut alors se créer. Lorsque l'avalanche atteint l'anode, il ne reste plus que les charges d'espace positives de la queue de l'avalanche dans l'espace inter-électrodes. Le champ est formé par ces charges ioniques et leur image à l'anode. Pour que l'avalanche primaire se transforme en streamer, il faut qu'elle atteigne un niveau d'amplification très élevé. Le champ de charge d'espace doit atteindre la valeur du champ appliqué, sinon il n'y aurait aucune raison que l'évolution normale de l'avalanche soit perturbée.

C'est ce point particulier qui permet de distinguer la transition de l'avalanche primaire vers le streamer et le claquage de type streamer de la multiplication des avalanches et du claquage de type Townsend.

✓ Transition avalanche - streamer et propagation (Figure I.5 (b)) :

Lorsque l'avalanche primaire rejoint l'anode, au moment où son amplification est maximum et où la zone faiblement ionisée se crée, le streamer va se former. Il va ensuite se propager et croître de l'anode vers la cathode. Cette croissance est causée par des avalanches secondaires qui se créent au voisinage de la tête du streamer. Elles sont initiées par des électrons émis par photo-ionisation. Ces électrons sont rapidement attirés dans le streamer et se mélangent aux ions issus de l'avalanche primaire pour former un plasma quasi-neutre. Les ions de l'avalanche secondaire, se déplaçant bien plus lentement que les électrons, sont à leur tour intégrés à la tête du streamer. Ils forment la nouvelle tête, chargée positivement, du streamer qui s'étend de cette manière. Ces charges attirent à leur tour les électrons issus d'une deuxième génération d'avalanche secondaire et ainsi de suite jusqu'à rejoindre la cathode.

Cette description correspond à la propagation d'un streamer positif, comme on peut l'observer avec une distance inter-électrode faible et une tension plus élevée.

Dans ce cas, le champ de charge d'espace de l'avalanche primaire peut être suffisamment grand pour initier un streamer avant d'atteindre l'anode et la transition avalanche - streamer a lieu dans l'espace inter-électrodes.

✓ Etablissement d'un canal de décharge (Figure I.5 (c))

Une fois que le streamer a rejoint l'anode, la phase de claquage est terminée et un filament, mince canal de décharge partiellement ionisé, se forme.

### I.7. Caractéristique courant-tension et régimes de décharge :

L'application d'une tension entre deux électrodes permet d'obtenir la caractéristique courant-tension de même en augmentant progressivement cette tension il apparaît alors les différents régimes de décharge.

Une simple expérience avec une configuration pointe – plan et une distance inter-électrodes de 13mm permet d'obtenir la courbe de la figure I.6.

Ce pendant un électron germe est nécessaire pour déclencher le processus de décharge. En effet, un gaz contient toujours initialement quelques électrons et ions qui sont formés du résultat d'une collision avec un rayon cosmique ou une radiation radioactive avec le gaz. Ces charges libres sont accélérées par le champ électrique et de nouvelles particules chargées peuvent ensuite être créés lorsqu'ils entrent en collision avec des atomes et des molécules dans le gaz ou avec les surfaces des électrodes.

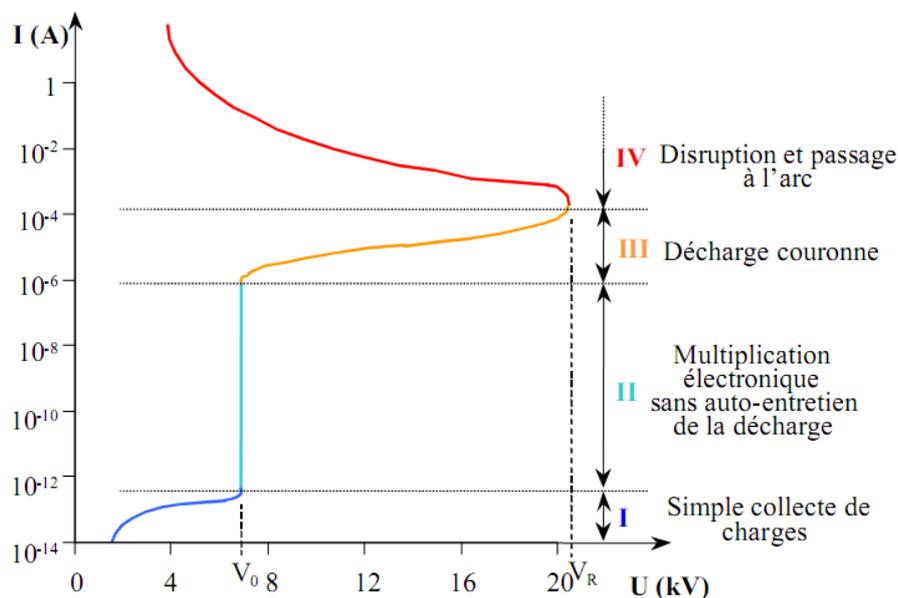


Figure I.6 : Caractéristique courant-tension d'une décharge dans l'air à pression atmosphériques. (Configuration pointe plan, distance inter-électrodes : 13 mm)[13]

**Régime (I) :** Consiste en la collecte des espèces chargées présentes naturellement dans le milieu. Ces espèces sont produites par l'impact de rayons cosmiques ou de particules issues de la désintégration spontanée de certains atomes (radioactivité naturelle) sur le gaz présent dans l'espace inter-électrode.

**Régime (II) :** Il se produit à partir d'une tension seuil  $V_0$  traduit le déclenchement de l'avalanche électronique de Townsend. La densité des charges accumulées sur la surface du diélectrique fait augmenter le champ électrique, ce qui déclenche une décharge impulsionnelle. La décharge est qualifiée de non-autonome car elle dépend de processus d'ionisation externes pour donner naissance aux électrons germes ; on dit que la décharge n'est pas encore auto-entretenu.

**Régime (III) :** L'ionisation du gaz par la décharge est suffisante pour ne plus nécessiter de phénomènes d'ionisation extérieurs : la décharge est auto-entretenu.

C'est le régime de la décharge couronne, où apparaissent les dards responsables de la composante impulsionnelle du courant.

**Régime (IV) :** Au-delà d'une tension appliquée  $V_r$ , la température du canal augmente fortement, ce qui provoque la dilatation brutale du gaz. Le champ réduit est alors suffisamment important pour que les phénomènes d'ionisation deviennent majoritaires par rapport à l'attachement électronique. Le régime d'arc (IV) est atteint, le milieu passe de l'état de plasma hors équilibre à l'état de plasma thermique.

## I.8. Utilisations de l'effet de couronne :

Les applications de la décharge couronne ont existé pendant plus d'une centaine d'années, à partir du premier dépoussiéreur électrostatique de Lodge [14]. Depuis lors, la décharge couronne a été intensivement employée dans plusieurs produits commerciaux et gagne d'attention pour l'usage dans d'autres applications, parmi ces applications, on peut citer :

### I.8.1. Précipitateurs électrostatiques :

Les précipitateurs électrostatiques utilisent les décharges couronnes appliquées au traitement des effluents gazeux contenant des poussières [14]. Nous pouvons les trouver à la sortie des gaz des centrales thermoélectriques, des cimenteries, etc. Ils sont utilisés également pour améliorer la qualité de l'air intérieur d'un local (ioniseur d'air : OR'IONS, DAVIDSON).

Des études ont montrées que la présence d'un grand nombre d'ions négatifs entraîne une faible pollution. Un ioniseur d'air piège en fait la micro pollution (particule).

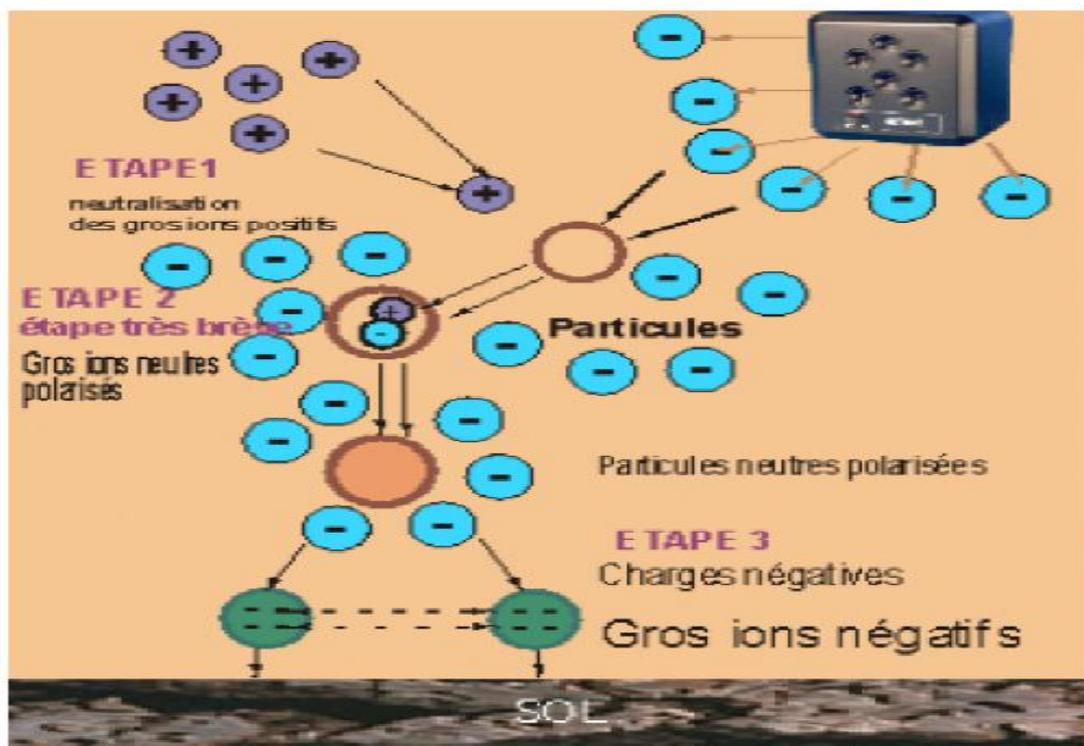


Figure I.7 : Principe de fonctionnement d'un ioniseur.

L'ioniseur émet des électrons. Ces électrons vont venir s'attacher aux gros ions positifs (la pollution) pour former des particules neutres. Ces particules vont acquérir des charges négatives en quantités suffisantes pour devenir des gros ions négatifs.

Ces gros ions négatifs vont ensuite se repousser mutuellement et le seul endroit possible où ils peuvent aller (attraction électrique) est la surface conductrice que représentent les sols et les murs : ils ne seront donc plus en suspension dans l'air.

### I.8.2. Dépoussiéreurs électrostatiques:

Les dépoussiéreurs électrostatiques, appelés aussi « électro filtres », font partie des systèmes de dépollution des fumées industrielles qui offrent une bonne efficacité de collecte avec une faible perte de charge.

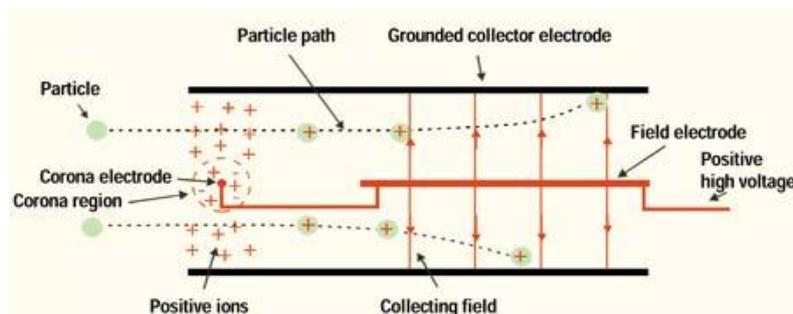


Figure I.8: Principe de fonctionnement d'un dépoussiéreur électrostatique

Le principe de tels systèmes est de charger les particules présentes dans les fumées qui s'écoulent dans les cheminées à l'aide d'une électrode active, et de les attirer vers une électrode de collecte. Le système est composé d'une ou plusieurs électrodes actives, c'est-à-dire portées à un potentiel électrique, et d'électrodes collectrices le plus souvent reliées à la masse. Les électrodes actives peuvent être de différentes formes.

L'application d'une haute tension entre les deux électrodes génère un écoulement appelé : vent ionique. Son origine s'explique par le mouvement des porteurs de charge entre les électrodes drainant avec eux les molécules neutres de l'air.

Un dépoussiéreur électrostatique ou électro filtre utilise l'effet couronne pour ioniser les poussières contenues dans l'air, les accélérer et les déposer sur des électrodes collectrices d'où elles seront éliminées par frappe ou lavage [15].

### I.8.3. Séparateurs électrostatiques :

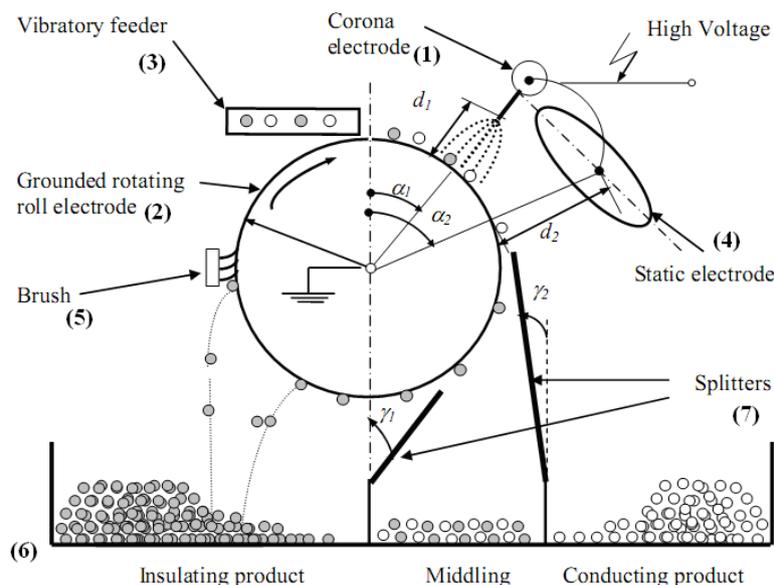
Comme la plupart des applications de l'électrostatique, la séparation des matériaux granulaires a réalisé un développement significatif ces 30 dernières années [16][17]. De nouvelles technologies ont été développées, et le spectre des matériaux traités est devenu extrêmement large. En dépit de la diversification, la séparation haute tension à tambour représente la plus importante partie du marché.

#### ❖ Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique :

Le schéma de la figure (I.9) montre les différents éléments composant le séparateur et le rôle de chacun d'eux. Des charges électriques sont créées par ionisation de l'air grâce à la décharge couronne générée par l'électrode à pointes (1), appelée électrode couronne. Les granules déposés sur le cylindre tournant (2) par le vibro – transporteur (3) acquièrent tous une charge électrique  $q$  de même signe que le potentiel de la haute tension continue, et se comportent différemment suivant qu'ils soient électriquement conducteurs ou isolants.

- ✓ Les granules isolants restent "collés" au tambour et adhèrent à sa surface grâce à la force d'image électrique. Ils tombent dans le collecteur (6), dans la partie qui leur est réservée, lorsque la force de pesanteur l'emporte sur la force d'image. Pour assurer la chute de ces particules, certains électro – séparateurs sont équipés par une autre électrode de neutralisation (7), pour éliminer la charge  $q$  par neutralisation. Les particules qui ne tombent pas et qui restent "collées" sont éliminées mécaniquement par une brosse (5).
- ✓ Les granules conducteurs perdent rapidement la charge  $q$  acquise par effet couronne, à travers le cylindre relié à la terre. En arrivant dans la zone du champ électrostatique généré par l'électrode statique de forme elliptique (4), ils acquièrent par induction électrostatique une charge de signe opposé au potentiel de la haute tension continue. Ils sont ensuite attirés par l'électrode elliptique et déposés dans la partie droite du collecteur.

Dans tous les cas, le produit granulaire à séparer est déposé sur la surface de l'électrode cylindrique reliée à la terre, qui l'introduit dans la zone du champ électrique. Deux mécanismes de charge sont simultanément employés: "bombardement ionique" et "induction électrostatique". Le premier est destiné aux particules isolantes seulement, passant à travers la décharge couronne, le deuxième implique seulement les particules conductrices en contact avec le tambour en présence d'un champ électrique externe, à savoir le champ électrostatique créé par électrode elliptique.



- (1) : Electrode couronne reliée à une H.T continue. (2) : Electrode cylindrique reliée à la terre.  
 (3) : Vibro-transporteur. (4) : Electrode statique reliée à la même HT continue.  
 (5) : Brosse. (6) : Collecteur de particules.  
 (7) : Electrode de neutralisation reliée à une H.T alternative.

Figure I.9 : Principe de fonctionnement d'un séparateur électrostatique

#### I.8.4. Dépollution des gaz :

La consommation d'énergie, les activités industrielles et automobiles produisent des rejets contenant des effluents nocifs en quantité importante. La réglementation impose des normes de plus en plus contraignantes sur la qualité des effluents rejetés. Il est nécessaire de traiter ces gaz d'échappement avant leur rejet dans l'atmosphère.

Les principaux polluants liés aux activités de combustion du charbon et du pétrole sont :

- ✓ Les oxydes de soufre (SOX) ;
- ✓ Les oxydes d'azote (NOX) ;
- ✓ L'ozone (O<sub>3</sub>) ;
- ✓ Les Composés Organiques Volatils (COV) ;
- ✓ Le monoxyde de carbone (CO) ;
- ✓ Les poussières et les suies ;
- ✓ Les métaux toxiques.

Différentes techniques de dépollution des gaz d'échappement existent, leurs avantages et leurs inconvénients varient selon les proportions des molécules, du volume et des caractéristiques physiques du gaz à traiter.

1. Techniques dites « classiques » pour la dépollution des gaz ;
2. Techniques de dépollution par plasmas [18][19][20];
3. Dépollution par décharge couronne [13][2].

❖ Dépollution par décharge couronne :

La dépollution des effluents gazeux par plasmas froids ou non thermiques s'effectue par l'intermédiaire de décharges électriques. L'une des décharges la plus adaptée est la décharge couronne. Elle permet de traiter les gaz à pression atmosphérique, au sein même de leur conduit d'évacuation. Le traitement s'effectue soit en détruisant les espèces toxiques soit en les transformant en espèces moins nocives et/ou plus facilement traitables par d'autres techniques de dépollution. Les espèces toxiques traitées peuvent être des oxydes d'azote et de soufre du type NOX et SOX ou des Composés Organiques Volatils (COV). Des recherches sont également en cours pour estimer le potentiel de traitement des suies par des dispositifs hybrides couplant les décharges couronne avec des catalyseurs. Dans certains cas, le réacteur corona peut également servir de précipitateur électrostatique et piéger les poussières ou les particules lourdes.

Au bilan, le traitement d'un gaz d'échappement par réacteur corona s'effectue en trois principales étapes correspondant à des échelles de temps bien distinctes [21][22] :

- Etape 1 : Création des radicaux;
- Etape 2 : Destruction des oxydes ou des autres espèces toxiques;
- Etape 3 : Réactions ultérieures.

Ces étapes sont schématisées sur la figure I.10 :

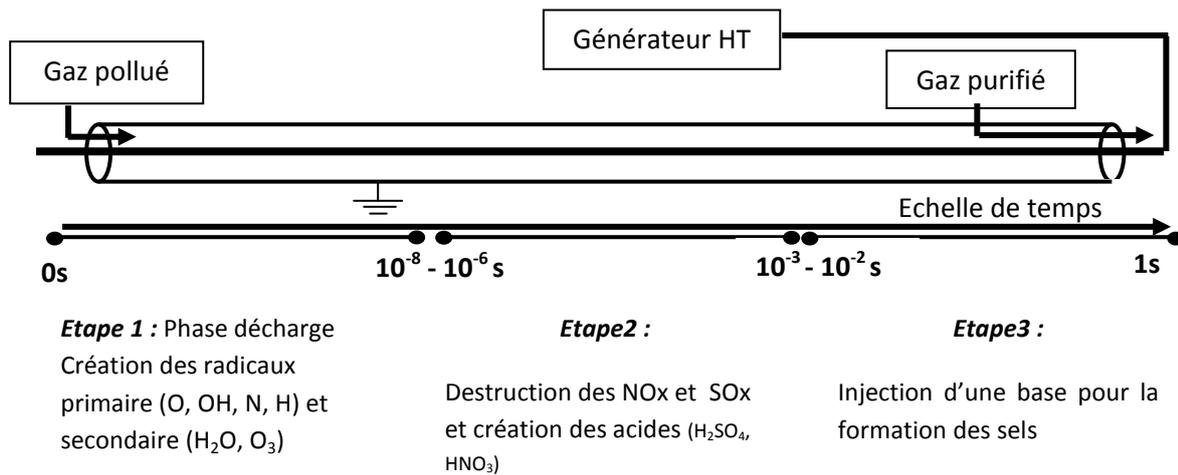


Figure I.10 : Représentation schématique des principales étapes de la destruction des oxydes toxiques par décharge couronne [21].

### I.8.5. Générateurs d'ozone :

Une autre solution pour traiter les effluents gazeux est d'utiliser l'ozone (O<sub>3</sub>) : au lieu de créer un milieu fortement réactif, une espèce possédant un fort pouvoir oxydant est introduite dans le gaz à traiter. Cette espèce est l'ozone.

L'ozone est également utilisé dans le traitement de l'eau [23] mais aussi dans de nombreux domaines comme l'industrie agro-alimentaire en tant que désinfectant ou conservateur[24][1].

#### I.8.5.1. Générateurs avec Décharge à Couronne à Oxygène pure (CDOX) :

Ils produisent l'ozone à travers le passage d'oxygène déshumidifié, par l'intermédiaire d'un champ électrique à très haute intensité. Ces appareils produisent de grandes quantités d'ozone, mais ils nécessitent toujours et seulement de l'oxygène à l'état sec. Ces générateurs sont jusqu'à 10 fois plus puissants qu'un générateur UV. Ils produisent cependant une considérable quantité de chaleur (deux fois plus qu'un générateur UV) qui doit être dissipée. Le coût de dissipation doit toujours être pris en compte dans le coût global de l'installation.

Les générateurs de ce type ne sont employés que dans le domaine des traitements industriels de haut niveau, et dans les villes pour rendre potable des millions de mètres cube d'eau par heure.

#### I.8.5.2. Générateurs avec décharge à Couronne à coefficient réduit (RCCD) :

Ils produisent l'ozone à travers le passage d'air, par l'intermédiaire d'un champ électrique à très haute intensité. Ces types d'appareils n'exigent que de l'air. La capacité de génération est jusqu'à 4 fois supérieure aux appareils à UV de même puissance électrique.

Ils peuvent être employés par exemple, dans l'aviculture où la production demandée est très basse : Un générateur de type RRCD qui produit 8 milligrammes d'ozone l'heure, suffit pour désinfecter : couveuses, éclosiers, chambres chaudes, box avec nids, salles et chambres grandes même jusqu'à 12 mètres cube.

### I.8.6. Élimination de l'électricité statique :

L'électricité statique est, dans l'industrie, la source de dysfonctionnements gênants. Elle provoque des décharges néfastes aux dispositifs électroniques ou des collages de poussière sur des produits souhaités purs.

La société Valitec a développé un système utilisant l'injection supersonique d'ions afin d'éliminer l'électricité statique dans de gros débits de production. Pour éviter les inconvénients d'une production d'ions par décharge électrique dans un milieu susceptible d'exploser, les ions sont produits par effet couronne à l'intérieur d'une buse, constituée d'un tube alimenté en gaz pur sous pression et ouvert sur la veine à traiter à travers le col d'une tuyère supersonique.



Figure I.11 : Image d'un éliminateur d'électricité statique.

### I.8.7. Contrôle actif d'un écoulement :

Contrôler un écoulement consiste à modifier ses caractéristiques pour l'amener dans un état souhaité. Cela peut permettre une diminution de traînée, une augmentation de la portance des profils, une augmentation du mélange ou une réduction des bruits.

De nouveaux actionneurs sont à l'étude dont l'actionneur « électroaérodynamique » [25]. Il utilise le phénomène qui consiste à induire un écoulement de gaz à partir d'une injection de charge. La méthode choisie pour injecter ces charges consiste à créer un plasma froid à l'aide d'une décharge de surface de type couronne.

L'actionneur « électroaérodynamique » est donc constitué de deux électrodes placées sur une surface isolante entre lesquelles est appliquée une différence de potentiel. Des ions positifs produits à l'anode et attirés en direction de la cathode par les forces de Coulomb, entrent en collision avec les particules neutres du gaz, et créent ainsi un écoulement secondaire (le vent ionique). Cet écoulement augmente ou diminue ainsi la vitesse de l'écoulement le long de l'obstacle et modifie ses caractéristiques.

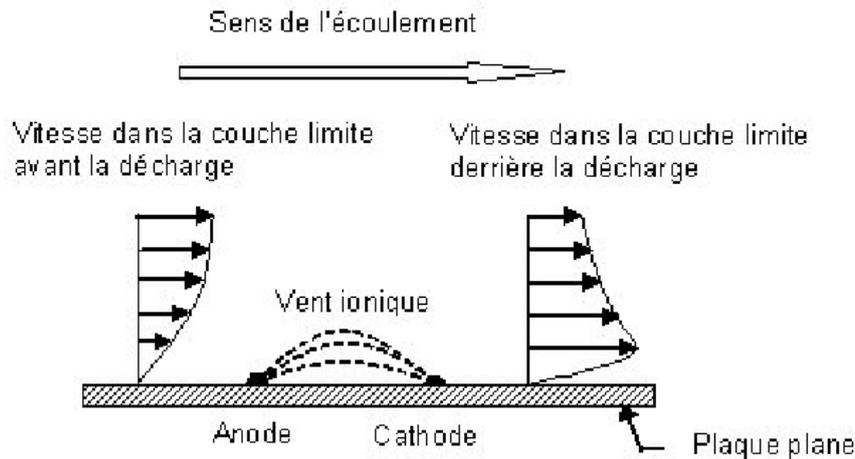


Figure I.12 : Principe de contrôle d'un écoulement par décharge couronne.

Cette méthode active de contrôle des écoulements convertit directement l'énergie électrique en énergie cinétique, sans apport de masse. L'énorme avantage de ce dispositif est l'absence de partie mécanique mobile souvent fragile. De plus, son contrôle est totalement électrique ce qui permet des temps de réaction très court et une modulation en temps et en amplitude très simple.

Cette technique et l'actionneur qui en découle font encore l'objet de recherche mais laissent entrevoir de nombreuses possibilités.

## I.9. Conséquences négatives de l'effet couronne :

### I.9.1. Pertes électriques :

Dans une décharge couronne, une grande partie de l'énergie électrique est perdue dans les collisions entre les molécules neutres du gaz. Ainsi les pertes dépendent principalement de la quantité de charge produite. De plus elles sont fortement influencées par l'état de surface du conducteur et par les conditions climatiques. En effet, la valeur moyenne annuelle des pertes par effet de couronne est relativement faible soit de l'ordre de quelques  $kW/cm$ .

Mais par mauvais temps, on peut atteindre une valeur maximum de pertes par effet de couronne plus de vingt fois plus grande que la valeur moyenne. Ces augmentations ont une influence sur la livraison d'énergie surtout pendant les périodes de pointe. Pour ces raisons les concepteurs de ligne déterminent le diamètre et le nombre de conducteurs par phase en considérant le champ critique d'apparition de l'effet de couronne et de l'intensité de précipitation.

### I.9.2. Interférences radio télévision :

La nature impulsionnelle de la décharge couronne est à l'origine des parasites ou interférences radio télévision qui peuvent être captées par les antennes des récepteurs qui se trouvent proches des lignes de transport d'énergie (moins de 100 m). Outre l'effet de couronne, les étincelles ou les petits arcs électriques sont également responsables de perturbations.

### I.9.3. Bruit audible :

L'effet de couronne est à l'origine d'une onde sonore produite par une variation locale de la pression qui se propage dans l'air environnant. La principale source de bruit audible provient des gouttes suspendues ou des gouttes passant à proximité des conducteurs. Il a été observé aussi que le givre est un générateur de bruit audible. De plus, en présence de la vibration induite par effet de couronne sous pluie, les bruits irréguliers sont parfois modulés à la fréquence de vibration mécanique des conducteurs.

### I.9.4. Vibrations mécaniques :

Lors de la pluie et en présence d'un champ électrique, les conducteurs des lignes de transport d'énergie électrique se mettent à vibrer à la fréquence naturelle de la portée. Ce type de vibration est associé à la décharge par effet de couronne des gouttes d'eau suspendues en-dessous des conducteurs.

Le mécanisme d'amorçage des vibrations qui joue un rôle capital dans ce problème s'explique comme suit:

Dû à l'intensification du champ à la pointe de la goutte d'eau, l'effet de couronne apparaît, et par conséquent il y a augmentation de la charge d'espace autour des gouttes suspendues. La présence de la charge d'espace cause une diminution du champ électrique à la pointe produisant ainsi la décroissance de la force attractive existant entre chaque goutte et son image.

Ainsi des forces de répulsion d'origine électrostatique dirigées verticalement vers le haut, seront appliquées et le conducteur est alors poussé vers le haut.

À cette position du conducteur, si la forme des gouttes d'eau suspendues demeurerait inchangée, c'est-à-dire si l'intensité de décharge demeurerait constante, le conducteur resterait à cette position (en haut). Cependant, il est évident que les gouttes d'eau changent de forme; quand les gouttes suspendues atteignent une grandeur critique, elles deviennent instables et des gouttelettes d'eau sont éjectées du conducteur. Le courant de fuite décroît et les gouttes restant sur le conducteur perdent leur forme conique, Conséquemment, l'activité de décharge devient faible et la charge d'espace diminue. Il en résulte que la force d'attraction entre le conducteur et la terre devient importante et le conducteur se déplace vers le bas. Sous la pluie les gouttes d'eau suspendues s'effilent à nouveau et la charge d'espace augmente. L'élongation des gouttes d'eau devient synchronisée avec le mouvement du conducteur et le phénomène se répète [11].

### **I.10. Conclusion :**

En raison de l'intérêt accru dans la science des décharges électriques, les chercheurs et les ingénieurs sont confrontés au problème de l'évaluation de la littérature vaste et variée. Les procédés de décharges commencent à entrer dans un niveau supérieur de conscience en raison de l'importance des décharges dans de nombreux aspects de développements technologiques en particulier les décharges couronnes. L'utilisation des techniques faisant intervenir ce type de décharges tend à prendre de l'importance. On constate de l'étude, qu'elles sont largement utilisées dans les domaines de traitement des effluents gazeux et des surfaces.

Il existe plusieurs configurations géométriques d'électrodes permettant la réalisation des décharges couronnes. L'utilisation d'une configuration plutôt qu'une autre, est conditionnée par l'application envisagée.

Dans beaucoup de ces applications, la compréhension des mécanismes détaillés, la connaissance de la cinétique des réactions, et la compréhension de la production des radicaux ou d'espèces excitées sont essentielles pour l'optimisation des réacteurs et des procédés. Comme nous l'avons vu les mécanismes sont connus depuis longtemps mais ils présentent toujours une zone d'ombre. De nombreuses études sont actuellement en cours, afin de mieux maîtriser cette technologie. Parmi celles ci, une large place est laissée à la modélisation numérique des phénomènes misent en jeu. Mais les résultats obtenus à ce jour ne sont concluants que dans des configurations bien définies. Au-delà des limitations des calculateurs, les écarts entre simulation et expérience sont bien souvent dus soit à des modèles trop simplistes comme on le verra au chapitre IV, soit à une méconnaissance des phénomènes misent en jeu.

L'utilisation des décharges couronnes reste conditionnée par les coûts à la fois financier et énergétique.

Dans la suite on essayera d'établir un nouveau modèle dimensionnel du courant en utilisant la méthode des plans d'expériences, précédé d'une étude classique de la décharge dans une configuration pointe plan.

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE I :

- [1] U. S. Inan et M. Gołkowski, *Principles of Plasma Physics for Engineers and Scientists*. Cambridge Univ Pr, 2011.
- [2] C. Tendero, C. Tixier, P. Tristant, J. Desmason, et P. Leprince, « Atmospheric pressure plasmas: A review », *Spectrochimica Acta Part B: Atomic Spectroscopy*, vol. 61, n° 1, p. 2–30, 2006.
- [3] F. W. Peek, *Dielectric phenomena in high voltage engineering*. McGraw-Hill Book Company, inc., 1920.
- [4] H. Mott-Smith et I. Langmuir, « The theory of collectors in gaseous discharges », *Physical review*, vol. 28, n° 4, p. 727, 1926.
- [5] W. Siemens, « Poggendorff's Ann », *Phys. Chem*, vol. 102, p. 66, 1857.
- [6] U. Kogelschatz, « Plasma Chem », *Plasma Process*, vol. 23, n° 1, 2003.
- [7] U. Kogelschatz, « Physics and applications of dielectric-barrier discharges », in *Plasma Science, 2000. ICOPS 2000. IEEE Conference Record-Abstracts. The 27th IEEE International Conference on*, 2000, p. 81.
- [8] M. A. Lieberman et A. J. Lichtenberg, *Principles of plasma discharges and materials processing*, vol. 1. Wiley Online Library, 2005.
- [9] L. B. Loeb, *Fundamental processes of electrical discharge in gases*. Wiley, 1947.
- [10] L. B. Loeb et J. M. Meek, « The mechanism of spark discharge in air at atmospheric pressure. I », *Journal of Applied Physics*, vol. 11, n° 6, p. 438–447, 1940.
- [11] C. Gary et G. Le Roy, *Les Propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions*. Eyrolles, 1984.
- [12] B. Hutzler et D. Hutzler-Barre, « Leader propagation model for predetermination of switching surge flashover voltage of large air gaps », *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, n° 4, p. 1087–1096, 1978.
- [13] R. S. Sigmond et M. Goldman, « Corona discharge physics and applications », *Electrical Breakdown and Discharges in Gases*, p. 1–64, 1983.
- [14] K. R. Parker, *Applied electrostatic precipitation*. Springer, 1997.
- [15] Laurentiu Marius (1973-) Dumitran, « Collection des fines particules dans un dépoussiéreur électrostatique », Thèse de doctorat, Université Joseph Fourier (Grenoble), 2001.
- [16] A. Tilmatine, S. Flazi, K. Medles, Y. Ramdani, et L. Dascalescu, « Séparation électrostatique: complément des procédés mécaniques de recyclage des déchets industriels », *Journal of electrostatics*, vol. 61, n° 1, p. 21–30, 2004.
- [17] L. Dascalescu, A. Samuila, A. Mihalcioiu, S. Bente, et A. Tilmatine, « Robust design of electrostatic separation processes », *Industry Applications, IEEE Transactions on*, vol. 41, n° 3, p. 715–720, 2005.
- [18] J. M. CORMIER, « Les décharges électriques à la pression atmosphérique et le traitement des effluents gazeux: Electronique de puissance et applications industrielles des décharges électriques », *REE. Revue de l'électricité et de l'électronique*, n° 7, p. 80–84, 1999.
- [19] B. DUQUET et A. CZERNICHOWSKI, « Applications potentielles des plasmas froids au traitement des gaz de fonderie », *Fonderie, Fondateur d'aujourd'hui*, n° 205, p. 9–15, 2001.
- [20] E. Marode, « Le traitement des effluents gazeux par plasmas froids: Les applications industrielles des plasmas froids », *REE. Revue de l'électricité et de l'électronique*, n° 4, p. 99–103, 1998.
- [21] N. A. Guntoro, « Modélisation de la dynamique des neutres et de la cinétique chimique dans les réacteurs plasmas de dépollution des gaz d'échappement: application à la neurotransmission dopaminergique », 2001.
- [22] S. Lachaud, « Décharge pointe-plan dans les mélanges gazeux correspondant aux effluents industriels: Etude électrique et physico-chimique, application à la destruction du dioxyde d'azote », 2002.
- [23] C. Gottschalk, J. A. Libra, et A. Saupe, *Ozonation of water and waste water*, vol. 189. Wiley Online Library, 2000.

- [24] A. A. Fridman, *Plasma chemistry*. Cambridge Univ Pr, 2008.
- [25] L. Léger, « Contrôle actif d'un écoulement d'air par un plasma froid surfacique », 2003.

# **CHAPITRE II**

## **Méthodologie des plans d'expériences**



## II. 1. Introduction :

L'expérimentateur, qu'il travaille dans un laboratoire, dans l'industrie, ou dans tout autre secteur, est mené à se poser un jour ou l'autre cette question : Est-ce que j'utilise la meilleure stratégie pour conduire mes recherches ?

De nombreux scientifiques, en particulier les statisticiens ont déjà réfléchi et ont apporté leur contribution pour répondre à cette question. Leurs travaux sont considérables et l'ensemble des acquis peut être regroupés sous la forme d'une méthodologie appelée " *Plan d'expériences* " [1].

La méthode des plans d'expériences n'est pas une technique nouvelle. Elle date en fait du début du siècle avec les travaux de *Fisher (1925)*. D'abord utilisé dans un cadre agricole, les plans d'expériences sont maintenant très répandus dans les domaines de l'industrie électronique, de la métallurgie, des processus chimiques ...

Cette technique est restée relativement confidentielle et n'a pas réussi à pénétrer de façon significative dans le domaine de recherche que vers les années soixante dix. Une des raisons de ce manque d'intérêt pour la méthode était probablement l'aspect trop théorique de l'approche proposée.

Il a fallu les travaux du docteur *Taguchi* dans les années soixante au Japon pour que les plans d'expériences soient utilisés à grande échelle [2].

## II.2. Processus d'acquisition des connaissances :

Augmenter ses connaissances, c'est trouver la réponse à une question posée. On commence donc par se poser une ou plusieurs questions (Figure II.1). Par exemple, si l'on désire connaître l'influence des paramètres géométriques ou bien climatiques sur le courant de l'effet couronne, pour une géométrie pointe-plan, on pourra se poser les questions suivantes qui, bien sûr, ne sont pas limitatives :

- ✓ Quel est le rayon de courbure de la pointe ?
- ✓ Quelle est l'incidence de l'humidité sur le courant de la décharge couronne ?
- ✓ Quelle est l'incidence de la température sur le courant de la décharge couronne ?

Ces questions délimitent le problème à résoudre et fixent les travaux à exécuter. Il est donc important de se poser les questions qui correspondent réellement au problème. Bien sûr, avant d'entreprendre des expériences, il est prudent de vérifier que l'information cherchée n'existe pas déjà ailleurs.

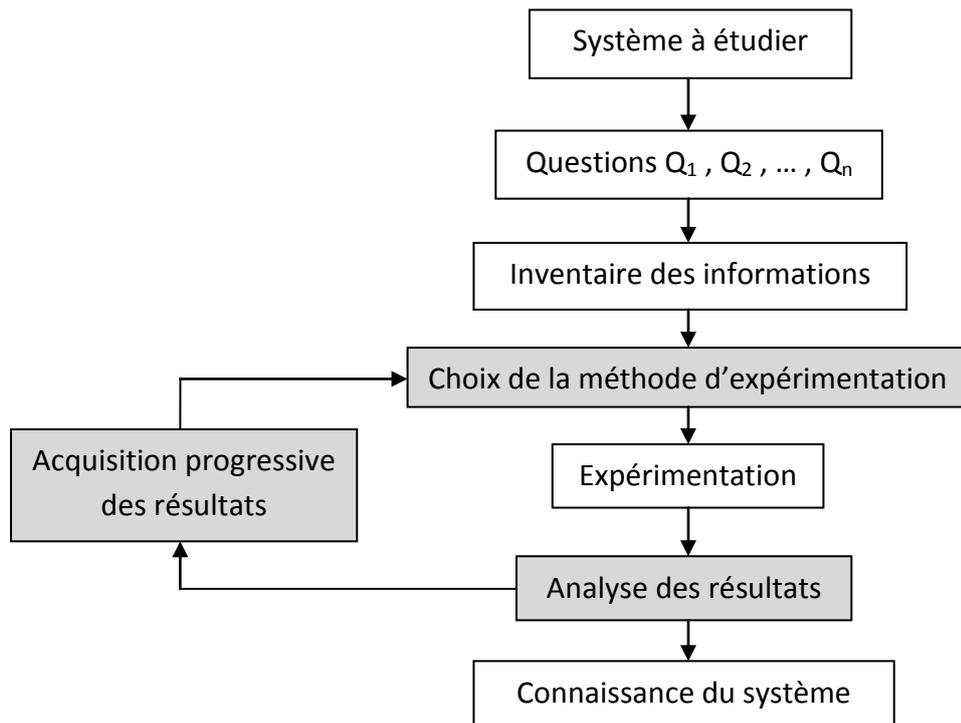


Figure II.1 : Processus d'acquisition des connaissances.

L'expérimentateur qui réfléchit aux expériences, doit se poser les questions suivantes :

- ✓ Comment sélectionner les expériences qui sont à faire ?
- ✓ Quelles sont les expériences qu'il ne faut pas effectuer ?
- ✓ Existe-t-il une meilleure stratégie qu'une autre ?

On entend par meilleure, une stratégie :

- ✓ Qui conduirait le plus rapidement possible aux résultats espérés ;
- ✓ Qui éviterait de réaliser des expériences inutiles ;
- ✓ Qui apporterait la meilleure précision possible sur les résultats ;
- ✓ Qui permettrait d'avancer à coût sur ;
- ✓ Qui conduirait à la modélisation et à l'optimisation des phénomènes étudiés.

Les trois aspects essentiels du processus d'acquisition des connaissances sont les suivantes :

- ✓ Le choix de la méthode d'expérimentation,
- ✓ L'analyse des résultats,
- ✓ L'acquisition progressive de la connaissance.

De manière générale, la méthode des plans d'expériences cherchera à déterminer et à établir les liens existant entre deux types de variables :

- ✓ **La réponse** : grandeur physique étudiée ;
- ✓ **Les facteurs** : grandeurs physiques modifiable par l'expérimentateur, sensées influencer sur les variations de la réponse.

Les deux principales utilisations possibles de la méthode des plans d'expériences (MPE) sont :

- ✓ *La technique du Screening* [1][3] :

Parmi les facteurs recensés par l'expérimentateur, cet outil permet de déterminer ceux qui ont une influence statiquement non négligeable sur les variations de la réponse. On procède ainsi implicitement à une simplification du problème. On recherche pourquoi la réponse varie (en fonctions de quels facteurs)

- ✓ *La méthodologie des surfaces de réponse*[3]:

Les variations de la réponse sont calculées en fonction des facteurs précédemment jugés influents. Cette étude des d'avantage quantitative, le but étant de déterminer comment la réponse varie.

Pour résumer, la méthode des plans d'expériences (MPE) est donc l'ensemble de techniques complémentaires aidant son utilisateur dans la détermination des expériences à réaliser ainsi que la compréhension et l'exploitation des résultats obtenus. Ces outils s'appuient essentiellement sur des bases statistiques et algébriques. Cette particularité induit la possibilité quasi permanente de connaître des erreurs concédées sur les données expérimentales et sur celles qui en sont déduites.

Les travaux présentés dans cette thèse portent sur l'application de la MPE à l'étude de l'effet couronne. La MPE a pour but la détermination des modèles mathématiques approchés des réponses exprimées en fonction des facteurs.

### II. 3. Terminologie :

Un phénomène peut toujours être mis sous la forme mathématique suivante :

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \dots, x_k) \quad (II.1)$$

Avec :

$y$  : grandeur à laquelle s'intéresse l'expérimentateur, cette grandeur est appelée la réponse ou la grandeur d'intérêt,

$x_i$  : variables sur lesquelles l'expérimentateur peut agir ; ces variables peuvent être continues ou discontinues ; on les appelle les facteurs ; les plans d'expériences permettent d'étudier l'influence d'un grand nombre de facteurs sans multiplier exagérément le nombre des essais,

$f$  : fonction mathématique qui explique le mieux les variations de la réponse selon les différentes valeurs données aux  $x_i$ . Dans le cas des plans d'expériences, cette fonction mathématique est souvent un polynôme dont nous préciserons la forme dans les paragraphes suivants.

Lorsque l'on étudie un facteur  $x_i$ , on ne le fait pas varier dans de larges proportions. On définit toujours, en fonction des besoins de l'étude, une valeur inférieure et une valeur supérieure. Les variations du facteur sont donc limitées par deux bornes. La borne inférieure retenue par l'expérimentateur est appelée *niveau bas* et la borne supérieure, *niveau haut*. On a l'habitude de désigner par le signe moins (-) le niveau bas d'un facteur et par le signe plus (+) son niveau haut.

### II.3.1. Les différents types de facteurs :

La construction des plans et l'interprétation des résultats dépendent en grande partie des types de facteurs rencontrés dans l'étude. On distingue plusieurs types de facteurs [1]. Nous retiendrons les types de facteurs suivants : les facteurs continus, les facteurs discrets, les facteurs ordonnables et les facteurs booléens.

- ✓ **Facteurs continus** : La pression est un exemple de facteur continu. Dans un intervalle de pression donné, on peut choisir toutes les valeurs possibles. Il en est de même d'une longueur, d'une concentration ou d'une température. Les valeurs prises par les facteurs continus sont donc représentées par des nombres continus.
- ✓ **Facteurs discrets** : Au contraire, les facteurs discrets ne peuvent prendre que des valeurs particulières. Ces valeurs ne sont pas forcément numériques : on peut représenter un facteur discret par un nom, une lettre, une propriété ou même par un nombre qui n'a alors en soi aucune valeur numérique mais qu'une signification de repère. Par exemple, on peut s'intéresser aux couleurs d'un produit : bleu, rouge et jaune sont des facteurs discrets.
- ✓ **Facteurs ordonnables** : Il s'agit de facteurs discrets que l'on peut mettre dans un ordre logique. Par exemple, grand, moyen, petit, ou encore premier, deuxième, troisième et quatrième.
- ✓ **Facteurs booléens** : Les facteurs booléens sont des facteurs discrets qui ne peuvent prendre que deux valeurs : haut ou bas, ouvert ou fermé, blanc ou noir, etc.

Nous insisterons sur les facteurs continus qui sont les plus couramment utilisés.

### II.3.2. Espace expérimental :

Pour présenter l'espace expérimental nous utiliserons un espace à deux dimensions, ce qui facilitera les représentations graphiques. Il est ensuite facile d'étendre les notions introduites à des espaces multidimensionnels.

Un facteur continu peut être représenté par un axe gradué et orienté. S'il y a un second facteur continu, il est représenté, lui aussi, par un axe gradué et orienté. Ce second axe est disposé orthogonalement au premier. On obtient ainsi un repère cartésien qui définit un espace euclidien à deux dimensions. Cet espace est appelé *l'espace expérimental* (Figure II.2).

L'espace expérimental comprend tous les points du plan « facteur 1  $\times$  facteur 2 » et chacun d'eux représente une expérience.

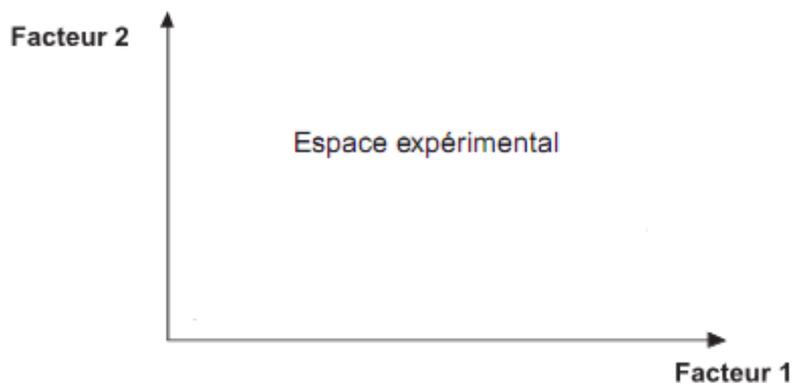


Figure II.2 : Espace expérimental

S'il y a un troisième facteur, on le représente aussi par un axe orienté et gradué, et on le positionne perpendiculairement aux deux premiers. À partir de quatre facteurs, on opère de même, mais il n'y a plus de représentation géométrique possible et l'on doit adopter une représentation purement mathématique de l'espace expérimental qui est un hyper volume à quatre dimensions.

### II.3.3. Domaine d'étude :

Dans la pratique, l'expérimentateur sélectionne une partie de l'espace expérimental pour réaliser son étude. Cette zone particulière de l'espace expérimental est le domaine d'étude (Figure II.3). Ce domaine est défini par les niveaux hauts et les niveaux bas de tous les facteurs.



Figure II.3 : Domaine d'étude

### II.3.4. Points expérimentaux :

Dans un espace à deux dimensions, le niveau  $i$  du facteur 1, noté  $x_{1,i}$ , et le niveau  $j$  du facteur 2, noté  $x_{2,j}$ , peuvent être considérés comme les coordonnées d'un point de l'espace expérimental ou du domaine d'étude (Figure II.4). Une expérience donnée est représentée par un point dans ce système d'axes. C'est la raison pour laquelle une expérience est souvent désignée par l'expression point expérimental, point d'expérience ou même simplement point. Un plan d'expériences est donc représenté par un ensemble de points expérimentaux, eux-mêmes situés dans l'espace expérimental.

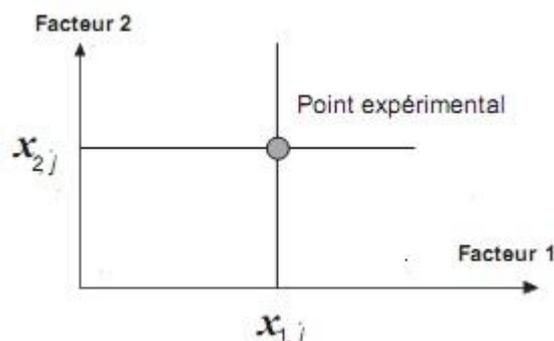


Figure II.4 : Point expérimental

### II.3.5. Coordonnées centrées réduites :

Lorsque l'on attribue la valeur  $(-1)$  au niveau bas et la valeur  $(+1)$  au niveau haut, on effectue deux modifications importantes :

- On change l'unité de mesure : par exemple, si on prend la température comme facteur, le niveau bas est  $60\text{ °C}$  et le niveau haut  $80\text{ °C}$ , il y a  $20\text{ °C}$  entre ces deux valeurs, soit 20 fois l'unité courante de température. Entre  $-1$  et  $+1$ , il y a deux unités nouvelles.

La nouvelle unité vaut donc  $10\text{ °C}$ , on lui donne le nom de **pas**.

- On déplace l'origine des mesures : dans l'exemple choisi, le milieu de l'intervalle  $[-1, +1]$  correspond à la température de  $70\text{ °C}$ . La nouvelle origine, notée zéro, diffère donc de l'origine exprimée en unités courantes.

Ces deux modifications entraînent l'introduction de nouvelles variables que l'on appelle variables centrées réduites (v.c.r.) (centrées pour indiquer le changement d'origine et réduites pour signaler la nouvelle unité).

Le passage des variables d'origine  $A$  aux variables centrées réduites  $x$ , et inversement, est donné par la formule suivante :

$$x = \frac{A - A_0}{pas} \quad (\text{II.2})$$

Avec :

$A_0$  : La valeur centrale en unités courantes.

L'intérêt des v.c.r. est de pouvoir présenter les plans d'expériences de la même manière quels que soient les domaines expérimentaux retenus et quels que soient les facteurs, ce qui donne une grande généralité de présentation à la théorie des plans d'expériences.

L'utilisation des v.c.r. est très répandue dans les logiciels de plans d'expériences et certaines opérations comme la recherche des meilleurs points d'expériences par le critère de D-optimalité ne sont réalisables qu'avec ces variables.

Les variables codées résultent du rapport de deux grandeurs de même unité physique, elles sont donc sans dimension. La disparition des unités naturelles associée au fait que tous les facteurs ont le même domaine de variation (deux unités codées) permet la comparaison directe des effets des facteurs entre eux.

### II.3.6. Matrice d'expérience :

La MPE indique toutes les expériences à réaliser sous forme d'une matrice d'expérience (ou matrice des essais). Il s'agit d'une formulation mathématique du plan d'expérience qui lui est plus attaché aux aspects pratiques de l'expérimentation. La représentation géométrique d'un plan d'expérience est commode pour imaginer la position des points expérimentaux dans le domaine d'étude, mais elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

## II.4. Technique de Screening [1][3][4] :

La technique de Screening permet de déterminer parmi un ensemble initial de facteurs les éléments influents. Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les dispositifs expérimentaux les plus anciens et les plus répandus aussi bien dans la littérature que dans les logiciels. Ils permettent l'étude des conséquences d'un changement de modalité de chaque facteur sur une réponse et les interactions éventuelles entre différents effets de facteurs agissant sur un processus.

Les plans d'expériences pour l'étude des effets des facteurs constituent généralement une étape préliminaire à une étude d'optimisation en permettant d'isoler, parmi des nombreux facteurs d'une étude ceux qui sont les plus influents :

On parle dans ce cas de plan de criblage (screening design). De façon plus générale les expressions dérivées de la locution anglaise « factorial design » désignent des dispositifs expérimentaux pour l'étude des effets des facteurs. Les représentations graphiques les plus rencontrées afin de récupérer l'information contenue par le model associé à l'analyse des résultats d'essais d'un plan d'expériences pour l'étude des effets des facteurs sont les suivants :

- ✓ Le tracé des effets moyens des facteurs ;
- ✓ La contribution des facteurs dans la variation d'une réponse ;
- ✓ La représentation des couplages entre les effets des facteurs.

### II. 4.1. Plan factoriel complet :

La réalisation d'un plan d'expériences peut être très simple ou très compliquée suivant le nombre de facteurs étudiés, et les hypothèses formulées. Les plans factoriels à deux niveaux sont les plus simples mais ils sont très utiles car ils ont de nombreuses applications soit sous forme de plans complets soit sous forme de plan fractionnaires.

#### II. 4.1.1. Plans complets à deux facteurs :

L'étude d'un plan complet consiste à étudier toutes les combinaisons possibles des facteurs pris en considération dans l'expérience.

Nous allons d'abord décrire le cas simple du plan  $2^2$ , commençons par expliquer cette notation :

- ✓ le 2 en exposant signifie qu'il y a deux facteurs étudiés ;
- ✓ l'autre 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux.

Cette notation se généralise immédiatement pour un plan comportant l'étude de  $k$  facteurs prenant chacun deux niveaux, donc il s'agit d'un plan  $2^k$ .

Le choix des meilleures expériences est le problème fondamental de l'expérimentateur. En l'absence de toute information sur la fonction  $f$ , on se donne, a priori, une loi d'évolution de la réponse en fonction des variables. Comme on ne désire effectuer, dans un premier temps, que deux essais par facteur, soit deux niveaux par facteur, on adopte une loi du premier degré par rapport à chaque variable. Cette loi est la suivante pour les plans factoriels complets comportant deux facteurs :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{12}x_1x_2 \quad (II.3)$$

Avec ces hypothèses, on démontre que le meilleur emplacement des points expérimentaux se situe aux sommets du carré représentant le domaine d'étude : points A, B, C et D. La figure II.5 illustre les expériences à réaliser et le domaine d'étude. Mais cette représentation géométrique est commode pour comprendre le mécanisme des plans d'expériences, elle ne peut plus être employée dès que le nombre de facteurs est supérieur à trois.

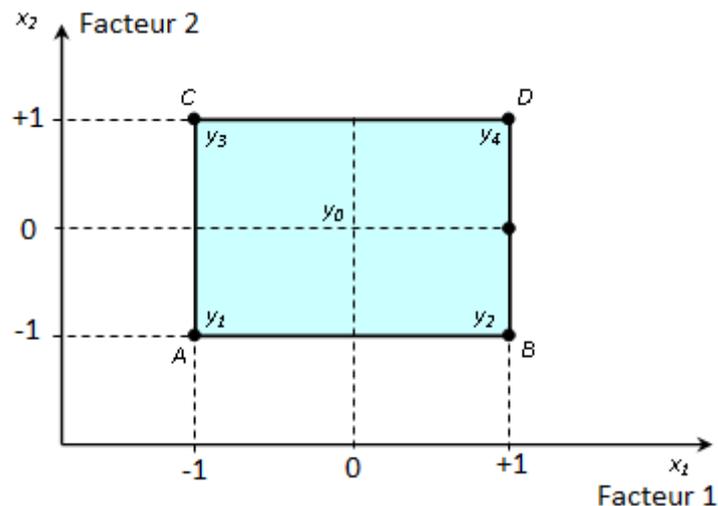


Figure II.5 : Définition du domaine d'étude

Pour les espaces multidimensionnels, nous adopterons une représentation matricielle. Pour montrer la correspondance entre les deux représentations, géométrique et matricielle, nous allons expliquer la construction de la matrice d'expériences du plan  $2^2$  associée à la figure II.5.

La matrice d'expériences est constituée de deux sous-tableaux : le premier définit les essais à réaliser et le second le domaine d'étude (Tableau II.1). Le premier sous tableau comprend trois colonnes ; la première identifie les essais : ici par exemple : 1, 2, 3 et 4 ; la seconde et la troisième indiquent les coordonnées des points représentatifs des expériences prévues. Le deuxième sous tableau indique, en unités courantes, les valeurs des niveaux haut et bas de chacun des facteurs.

À titre d'exemple, l'étude de l'effet couronne nous a permis de mettre en évidence l'influence de plusieurs facteurs (géométrique, climatique et électrique) (Voir chapitre IV). Pour illustrer ce point on va choisir quatre points expérimentaux :

- ✓ facteur 1 ( $x_1$ ) : Rayon de courbure de la pointe.  
Niveau bas :  $50\mu\text{m}$  (-)  
Niveau haut :  $150\mu\text{m}$  (+)
- ✓ facteur 2 ( $x_2$ ) : Tension appliquée à la pointe.  
Niveau bas :  $12\text{kV}$  (-)  
Niveau haut :  $22\text{kV}$  (+)

N° essai	Facteur 1 ( $x_1$ )	Facteur 2 ( $x_2$ )
1 (A)	-1	-1
2 (B)	+1	-1
3 (C)	-1	+1
4 (D)	+1	+1

Essais à réaliser

Niveau (-)	50 $\mu$ m	12kV
Niveau (+)	150 $\mu$ m	22kV

Domaine d'étude

Tableau II.1 : Matrice d'expériences

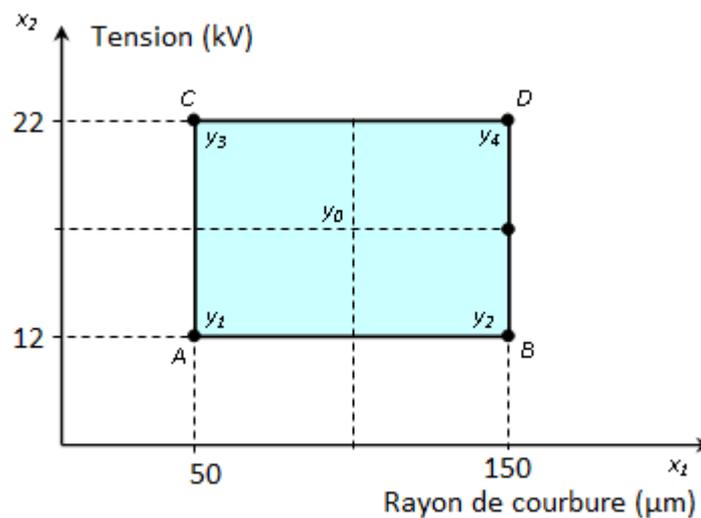


Figure II.6 : Emplacement des points expérimentaux.

### a. Effet d'un facteur :

L'expérimentateur ayant réalisé les essais est en possession de quatre valeurs de la réponse:  $y_1, y_2, y_3$  et  $y_4$ ; Il a donc un système de quatre équations à quatre inconnues. Les inconnues étant les coefficients du modèle :  $a_0, a_1, a_2$  et  $a_{12}$  ;

En remplaçant dans la relation (II.3) les  $x_i$  par leur valeur du tableau II.1, on obtient :

$$\begin{aligned}
 y_1 &= a_0 - a_1 - a_2 + a_{12} \\
 y_2 &= a_0 + a_1 - a_2 - a_{12} \\
 y_3 &= a_0 - a_1 + a_2 - a_{12} \\
 y_4 &= a_0 + a_1 + a_2 + a_{12}
 \end{aligned}
 \tag{II.4}$$

La résolution de ce système donne :

$$\begin{aligned}
 a_0 &= \frac{1}{4}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4) \\
 a_1 &= \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (II.5) \\
 a_2 &= \frac{1}{4}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4) \\
 a_{12} &= \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4)
 \end{aligned}$$

✓ Signification de  $a_0$  :

Si nous donnons à  $x_1$  et à  $x_2$  la valeur zéro, nous définissons le centre du domaine d'étude. La relation (II.3) devient alors :

$$y_0 = a_0 \quad (II.6)$$

Le coefficient  $a_0$  est la valeur de la réponse au centre du domaine d'étude. La formule (II.5) montre également que  $a_0$  peut être considéré comme *la moyenne des quatre réponses*.

✓ Signification de  $a_1$  :

Donnons la valeur zéro à  $x_2$ , la relation (II.3) devient :

$$y = a_0 + a_1 \cdot x_1 \quad (II.7)$$

Puis, donnons maintenant successivement à  $x_1$  les valeurs  $-1$  et  $+1$ , on obtient les deux réponses  $y_-$  et  $y_+$  :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (II.8)$$

$$y_+ = +a_0 + a_1 \quad (II.9)$$

D'où :

$$a_1 = \frac{1}{2}(+y_+ - y_-) \quad (II.10)$$

$y_-$  est la valeur de la réponse pour le point de coordonnées  $x_1 = -1$  et  $x_2 = 0$ , c'est-à-dire celle qui correspond au point milieu du segment AC (Figure II.5). Aucune expérience n'a été réalisée en ce point mais, si l'on utilise la relation (II.5), on vérifie que  $y_-$  est la moyenne des réponses au niveau bas du facteur 1, en effet :

$$y_- = +a_0 - a_1 \quad (II.11)$$

Ce qui donne :

$$y_- = \frac{1}{2}(+y_1 + y_3) \quad (II.12)$$

On montrerait de même que  $y_+$  est la moyenne des réponses au niveau haut du facteur 1 :

$$y_+ = \frac{1}{2}(+y_2 + y_4) \quad (II.13)$$

$a_1$  est donc la demi-différence entre ces deux moyennes. On peut dire aussi que  $a_1$  représente la moitié de la variation de la réponse quand on passe du niveau bas au niveau haut du facteur 1.

Ce résultat est important car il donne la signification du coefficient  $a_1$ . C'est la variation de la réponse due au facteur 1 seul, quand on passe du centre du domaine d'étude au niveau haut de ce facteur ;  $a_1$  s'appelle l'effet du facteur 1.

On démontrerait de même que  $a_2$  est l'effet du facteur 2. Il est commode de représenter l'effet d'un facteur comme l'indique la figure (II.7) où l'on fait appel au plan de coupe  $yOx_1$  passant par  $x_2 = 0$  pour le facteur 1.

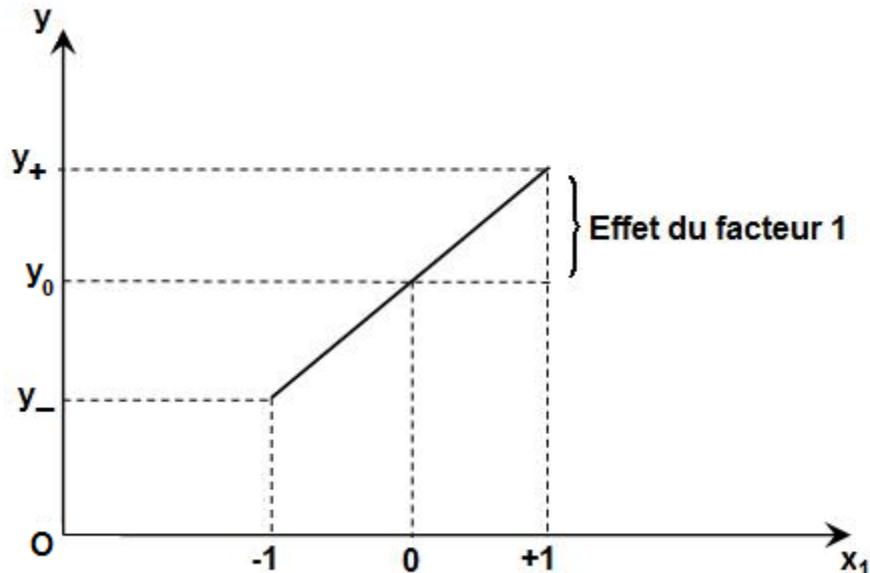


Figure II.7 : Représentation de l'effet d'un facteur dans le plan vertical

#### b. Interaction entre deux facteurs :

L'effet d'un facteur a été défini au niveau zéro de l'autre facteur. Mais on peut aussi définir l'effet d'un facteur pour un autre niveau de l'autre facteur. En particulier, on peut introduire l'effet d'un facteur soit au niveau  $-1$ , soit au niveau  $+1$  de l'autre facteur. L'effet du facteur 1 au niveau  $-1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_2$  et  $y_1$ , et l'effet du facteur 1 au niveau  $+1$  du facteur 2 est la demi-différence entre  $y_4$  et  $y_3$ . Si ces deux effets sont égaux, on dit qu'il n'y a pas d'interaction entre les facteurs. Si ces deux effets sont différents, on dit qu'il y a interaction entre les deux facteurs.

Il y a donc interaction lorsque l'effet d'un facteur dépend du niveau de l'autre facteur.

Par définition, la valeur de l'interaction, notée  $E_{12}$ , est la demi-différence entre l'effet du facteur 1,  $e_+$ , au niveau haut du facteur 2 et l'effet du facteur 1,  $e_-$ , au niveau bas du facteur 2.

On a :

$$E_{12} = \frac{1}{2}(e_+ - e_-) \quad (\text{II.14})$$

En développant :

$$E_{12} = \frac{1}{4}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II.15})$$

Si l'on compare la valeur de  $E_{12}$  à celle de  $a_{12}$ , relation (II.5), on constate qu'elle lui est égale. Si l'on faisait le même calcul pour le facteur 2, en prenant les niveaux haut et bas du facteur 1, on trouverait que l'interaction est la même et qu'elle est égale, elle aussi, à  $a_{12}$ .

### c. Calcul de l'effet d'un facteur :

Reprenons la formule (II.5) qui donne l'effet du facteur 1 :

$$a_1 = \frac{1}{4}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4) \quad (\text{II.16})$$

On constate :

- ❖ que toutes les réponses participent au calcul de l'effet ;
- ❖ que chaque réponse est précédée d'un signe et que la suite de ces signes est la même que celle de la colonne du facteur 1 dans la matrice d'expériences, soit  $- + - +$  ;
- ❖ qu'il y a un coefficient, (ici  $\frac{1}{4}$ ) dont le dénominateur est égal au nombre d'expériences effectuées.

On remarque qu'il en est de même pour le facteur 2, la suite des signes étant cette fois  $--++$ , c'est-à-dire celle de la colonne du facteur 2 dans la matrice d'expériences.

Le calcul pratique d'un effet est le suivant : on multiplie chaque réponse par le signe correspondant de la colonne du facteur ; on additionne les produits et l'on divise la somme par le nombre d'expériences.

### d. Matrice de calcul des effets :

Nous venons de voir que les signes de la matrice d'expériences permettent de calculer les effets. Mais il faudrait pouvoir calculer aussi la moyenne et l'interaction.

#### ➤ Calcul de la moyenne :

Le processus de calcul adopté pour les effets peut s'appliquer en utilisant une colonne de signes  $+$  puisqu'il n'y a que ce signe dans la formule (II.5), celle de  $a_0$ .

#### ➤ Calcul de l'interaction :

La suite des signes de la relation (II.5), celle de  $a_{12}$ , est  $+ - - +$ . Chacun de ces signes provient du produit  $x_1 x_2$  figurant dans la relation (II.3). On peut retrouver cette suite de signes de la manière suivante : on écrit, en colonne, les signes correspondant à  $x_1$  et à  $x_2$ , puis on applique la règle des signes :

$x_1$	$x_2$	$x_1 x_2$
-	-	+
+	-	-
-	+	-
+	+	+

Cette colonne de signes permet de calculer l'interaction par le même mécanisme que celui déjà décrit pour les effets ou la moyenne.

Ayant la matrice d'expériences, il est facile de construire la matrice de calcul des effets (Tableau II.2) en ajoutant une colonne de signes + pour la moyenne et en calculant celle de l'interaction par la règle des signes.

N ° Essai	Moyenne	$x_1$	$x_2$	$x_1 * x_2$
1	+1	-1	-1	+1
2	+1	+1	-1	-1
3	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	+1	+1

Tableau II.2 : Matrice de calcul des effets

#### II. 4.1.2. Plans factoriels à $k$ facteurs :

Lorsque les facteurs sont plus nombreux, on peut utiliser des plans  $2^k$  avec  $k$  aussi grand qu'on le désire. Le modèle mathématique adopté a priori est un polynôme prenant en compte la moyenne, les effets de chaque facteur et toutes les interactions entre les facteurs pris deux à deux, trois à trois, quatre à quatre, ...,  $k$  à  $k$ .

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k \quad (\text{II.17})$$

Un plan  $2^k$  comporte  $2^k$  points expérimentaux qui se situent aux  $2^k$  sommets d'un hyper cube de  $k$  dimensions. Le modèle mathématique contient  $2^k$  coefficients qui sont les inconnues. L'ensemble des résultats d'un plan  $2^k$  conduit donc à un système de  $2^k$  équations à  $2^k$  inconnues, si l'on ne tient pas compte des erreurs expérimentales. Ce système peut se mettre sous la forme matricielle :

$$Y = X \cdot a \quad (\text{II.18})$$

Avec :

$Y$  : vecteur ayant pour composantes les réponses de chaque essai, et représenté par une matrice colonne ( $2^k, 1$ ) ;

$a$  : vecteur ayant pour composantes la moyenne, les effets des facteurs et toutes les interactions, et représenté par une matrice colonne ( $2^k, 1$ ) ; ces composantes sont les inconnues que l'on cherche à déterminer ;

$X$  : matrice carrée ( $2^k, 2^k$ ) composée de  $-1$  et  $+1$  suivant les valeurs des niveaux  $x_i$ .

Si nous reprenons le système du plan  $2^2$  du paragraphe II.4.1.1, la relation (II.18) prend la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_{12} \end{bmatrix} \quad (\text{II.19})$$

Dans ce cas tout à fait particulier, la matrice  $X$  possède des propriétés remarquables :

- ✓ elle est carrée ;
- ✓ elle possède un nombre de ligne (ou de colonne) multiples de quatre ;
- ✓ ses éléments sont uniquement des +1 ou des -1 ;
- ✓ le produit scalaire de deux colonnes (ou de deux lignes) est toujours égal à zéro.

On dit que la matrice  $X$  est orthogonale.

Les matrices qui possèdent cet ensemble de propriétés sont appelées des matrices d'Hadamard. Elles satisfont la relation suivante :

$$X^t \cdot X = n \cdot I \quad (\text{II.20})$$

Avec :

$n$  : un nombre multiple de 4 ;

$I$  : matrice unité.

$X^t$  : transposée de  $X$

Pour les plans factoriels complets et dans le cas particulier où les points expérimentaux coïncident avec les sommets du domaine expérimental, la matrice  $X$  est une matrice d'Hadamard, on a donc :

$$X^t \cdot X \cdot a = X^t \cdot Y$$

$$n \cdot I \cdot a = X^t \cdot Y$$

Ainsi :

$$a = \frac{X^t \cdot Y}{n} \quad (\text{II.21})$$

Cette relation est valable pour tous les plans factoriels complets. Chaque élément de  $a$  est donc de la forme :

$$a_i = \frac{1}{n} [\pm y_1 \pm y_2 \pm y_3 \pm \dots \pm y_n] \quad (\text{II.22})$$

La relation semblable à (II.5) nous permet de généraliser le processus de calcul que nous avons décrit pour le plan  $2^2$  pour tous les plans  $2^k$ .

#### II. 4.2. Plans factoriels fractionnaires $2^{k-p}$ :

Les plans factoriels complets sont des plans sans risque, car chaque point expérimental choisi est le siège d'un essai. En effet, dans ce type de plan toutes les interactions peuvent être calculées.

En présence de 4 facteurs à 3 niveaux le domaine expérimental est défini par l'ensemble  $3^4 = 81$  essais, pour 11 facteurs à 2 niveaux  $2^{11} = 2048$  essais. Comme on peut le constater, le nombre des essais réalisables dépasse le plus souvent les ressources que l'on peut affecter économiquement et techniquement à une étude. La question que l'on peut se poser : est-il nécessaire de réaliser toutes les expériences du plan complet pour estimer le modèle du système ? En d'autres termes, est-il nécessaire de réaliser un essai à chaque point retenu ?

Les plans factoriels fractionnaires  $2^{k-p}$  sont un des aspects les plus intéressants de la méthode des plans d'expérience. Ils donnent la possibilité de réaliser des plans factoriels à  $k$  facteurs avec moins de  $2^p$  expériences. Les méthodes de calcul et de représentation exposées précédemment resteront les mêmes dans le cas des plans fractionnaires. L'étude des plans factoriels fractionnaires est capitale car c'est grâce à ces plans que l'on diminue considérablement le nombre d'expérience. Dans ce qui suit, on va se limiter à l'étude d'un modèle comportant trois facteurs à deux niveaux  $2^{3-1}$ .

### II.4.2.1. Plans fractionnaire $2^{3-1}$ :

Pour trois facteurs prenant deux niveaux, le plan complet est noté  $2^3$ . Il comporte huit essais. Le plan fractionnaire correspondant n'a que quatre essais soit  $\left(\frac{1}{2}\right) 2^3$  c'est-à-dire  $2^{3-1}$  essais.

La signification de cette dernière notation est la suivante :

- ✓ le 3 signifie qu'il y a trois facteurs étudiés ;
- ✓ le 2 signifie que chaque facteur prend deux niveaux ;
- ✓ le 1 signifie qu'il y a un facteur supplémentaire par rapport au plan complet sur lequel est construit le plan de base.

On veut étudier 3 facteurs en ne faisant que 4 essais. Si on effectue 4 essais, on obtient un système de 4 équations à 8 inconnues (formule (II.18)) :

$$Y = X \cdot a \quad (\text{II.23})$$

$$(4,1) \quad (4,8) \quad (8,1)$$

Où :

$$X = \begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

Et :

$$a = \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_{12} \\ a_{13} \\ a_{23} \\ a_{123} \end{bmatrix}$$

Le modèle mathématique de la réponse d'un plan factoriel à 3 facteurs comporte 8 coefficients :

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3 + a_{12}x_1x_2 + a_{13}x_1x_3 + a_{23}x_2x_3 + a_{123}x_1x_2x_3 \quad (\text{II.24})$$

Avec :

$$a_0 = \frac{1}{8}(+y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

$$a_1 = \frac{1}{8}(-y_1 + y_2 - y_3 + y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8)$$

$$a_2 = \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 + y_3 + y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8)$$

$$\begin{aligned}
 a_3 &= \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8) \\
 a_{12} &= \frac{1}{8}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8) \\
 a_{13} &= \frac{1}{8}(+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 - y_5 + y_6 - y_7 + y_8) \quad (II.25) \\
 a_{23} &= \frac{1}{8}(+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 - y_5 - y_6 + y_7 + y_8) \\
 a_{123} &= \frac{1}{8}(-y_1 + y_2 + y_3 - y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8)
 \end{aligned}$$

On prend la précaution de choisir les 4 essais pour que la matrice  $X$  soit une matrice orthogonale d'Hadamard. Les 4 points choisis sont disposés comme l'indique la figure II.8.

Supposant que le plan d'expérience qu'on va réaliser est divisé par 2, c'est-à-dire  $2^{3-1}$ , donc on va réaliser 4 essais numérotés 5,2,3 et 8 ( voir la figure II.8).

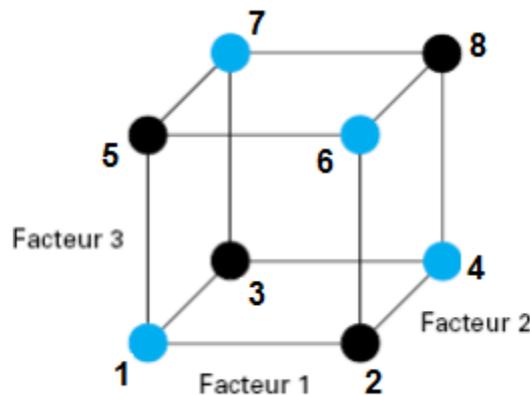


Figure II.8 : Division d'un plan factoriel complet  $2^3$  en deux plans factoriels fractionnaires  $2^{3-1}$ , un plan noir et un plan cyan

Un plan est un ensemble de points d'expériences. L'ensemble des points "noirs" forme un plan optimal (matrice d'Hadamard); de même l'ensemble des points "cyan".

La matrice d'expériences se présente selon le tableau suivant :

N° d'essais	$x_1$	$x_2$	$x_3$
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
5	-1	-1	+1
8	+1	+1	+1

Tableau II.3 : Matrice de calcul des effets du plan fractionnaire  $2^{3-1}$

Calculons les effets relative à notre matrice réduites et notons les avec un indice  $f$  pour différencier des effets du plan complets.

$$\begin{aligned}
 a_{0f} &= \frac{1}{4}(+y_2 + y_3 + y_5 + y_8) \\
 a_{1f} &= \frac{1}{4}(+y_2 - y_3 - y_5 + y_8) \\
 a_{2f} &= \frac{1}{4}(-y_2 + y_3 - y_5 + y_8) \\
 a_{3f} &= \frac{1}{4}(-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)
 \end{aligned}
 \tag{II.26}$$

La question qui se pose immédiatement, le modèle de notre plan fractionnaire traduit-il toutes les réponses ?

Le modèle du plan fractionnaire est donnée par :

$$y = a_{0f} + a_{1f}x_1 + a_{2f}x_2 + a_{3f}x_3 \tag{II.27}$$

**Remarque :** L'indice  $f$  c'est pour indiquer le plan fractionnaire.

Ainsi on a déterminé un modèle en réalisant uniquement quatre essais pourtant le plan complet comporte  $2^3 = 8$  essais, ainsi on a économisé quatre essais.

Cependant le plan fractionnaire à quatre essais ne permettra pas d'étudier les interactions (supposées nulles). Dans le cas où une interaction parmi les quatre possibles ( $x_1x_2$ ,  $x_1x_3$ ,  $x_2x_3$ ,  $x_1x_2x_3$ ) est non nulle, les coefficients du modèle seront perturbés par cette interaction. Ainsi l'utilisation des plans fractionnaires n'est pas sans risque.

Le modèle établi doit être comparé avec celui du plan complet.

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_3x_3$$

$a_{0f}, a_{1f}, a_{2f}, a_{3f}$  : coefficients à identifier.

	Plan complet	Plan fractionnaire
Moyenne	$a_0$	$a_{0f}$
Facteur 1	$a_1$	$a_{1f}$
Facteur 2	$a_2$	$a_{2f}$
Facteur 3	$a_3$	$a_{3f}$

Tableau II.4 : Effets des deux plans (complet et fractionnaire)

On dira que le modèle du plan fractionnaire est un bon modèle si :

$$\begin{aligned}
 a_{0f} &\approx a_0 \\
 a_{1f} &\approx a_1 \\
 a_{2f} &\approx a_2 \\
 a_{3f} &\approx a_3
 \end{aligned}
 \tag{II.28}$$

Ainsi si les résultats obtenus sont presque comparables avec ceux du plan complet de huit essais, le modèle est valide et il semble que pour un effort moindre, on peut obtenir les mêmes résultats.

Dans le plan complet l'effet du facteur 3 (formule II.25) est donné par :

$$a_3 = \frac{1}{8}(-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + y_5 + y_6 + y_7 + y_8)$$

L'interaction entre le facteur 1 et le facteur 2 est donnée par :

$$a_{12} = \frac{1}{8}(+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + y_5 - y_6 - y_7 + y_8)$$

Si on additionne les deux équations précédentes on trouve :

$$a_3 + a_{12} = \frac{1}{4}(-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

$$a_{3f} = \frac{1}{4}(-y_2 - y_3 + y_5 + y_8)$$

On remarque que cette dernière équation correspond à l'effet du facteur 3 correspondant au plan fractionnaire  $2^{3-1}$  en d'autre terme on peut écrire que :

$$a_{3f} = a_3 + a_{12}$$

C'est-à-dire que  $a_{3f}$  est égale à l'effet principal  $a_3$  augmenté de l'interaction  $a_{12}$ , la quantité  $a_{3f}$  peut être appelée alias ou contraste ou simplement effet. Pour conclure, on peut dire qu'il est possible d'obtenir des résultats avec quatre essais au lieu de huit, mais on est alors obligé de tenir compte du fait que les effets principaux sont mélangés.

### II.4.3. Moyens d'évaluation des effets :

#### II.4.3.1. Analyse de la variance

L'analyse statistique représente une aide potentiel pour la validation des effets des plans factoriels complets ou fractionnaires afin d'interpréter les résultats et la modélisation obtenue. Dans le cas présent l'analyse statistique permet d'identifier les effets probablement significatifs ou actifs.

L'analyse statistique fait appel à la mise en œuvre des tests statistiques, procédures bien définies qui permettent de traduire à partir d'une probabilité le caractère significatif des effets moyens qu'il permet d'identifier les procédures de constructions des tests statistiques renvoient à des hypothèses et nécessitent la connaissance de la validité naturelle des résultats d'essais. Les valeurs des réponses en ces points (essais) doivent être analysées afin de mesurer l'influence des facteurs et des interactions sur les variations constatées de la réponse.

La principale méthode répondant à cet objectif est l'analyse de la variance. D'une façon générale, le principe de l'analyse de la variance est de partager la variation totale en une composante factorielle correspondant au modèle étudié, et en composante résiduelle, la première doit être testée par rapport à la deuxième.

En conclusion, on peut dire que l'analyse de la variance évalue la probabilité que les variances des termes à évaluer soient significativement différentes de la variance résiduelle. Ces résultats permettent donc de déterminer les facteurs et les interactions dont les probabilités sont inférieures à un niveau fixé arbitrairement. Selon ce niveau de signification, ces termes peuvent être rejetés, c'est-à-dire supprimés de l'étude.

Cette opération est importante, car en diminuant le nombre de dimensions du problème, elle autorise et favorise l'utilisation de démarches coûteuses et généralement dépendantes du nombre de facteurs.

#### **II.4.3.2. Représentation des effets :**

Cette représentation a été déjà établie au point (II.4.1) c'est une représentation très simple qui consiste à traduire le comportement d'un facteur ou bien d'une interaction simplement par un segment de droite dont le coefficient directeur est égale à la valeur de l'effet. Dans le cas des interactions entre facteurs, seules celles d'ordre deux sont facilement représentables et aisément compréhensibles

#### **II.4.3.3. Histogrammes :**

Lorsqu'on possède un nombre important de réponses effectuées dans les mêmes conditions, il est instructif de construire un graphique illustrant leur répartition. La contribution de chacun des facteurs est calculée à partir du modèle, il s'agit du pourcentage de la variation d'une réponse expliquée par le changement de modalité des facteurs. Cet affichage particulier n'apporte que peu d'intérêt si ce n'est de faciliter la comparaison des effets entre eux. Il n'est pas possible de savoir si un facteur représenté par son effet est significatif ou non. Cette représentation complète souvent le trace moyen des effets.

### **II.5. Méthodologie des surfaces de réponses [3][4]:**

La méthodologie des surfaces de réponses (MSR) constitue le second volet de la méthode des plans d'expérience. On notera l'utilisation du sigle d'origine anglo-saxonne RSM, mise pour « Reponse Surface methodology ». Les plans d'expériences pour l'étude des surfaces de réponses sont apparus dans la seconde moitié du XX<sup>ème</sup> siècle. Leur construction permet de minimiser les incertitudes affectant les prédictions d'une réponse au sein du domaine expérimental. Cette technique vise à déterminer d'une façon quantitative les variations de la fonction réponse vis-à-vis des facteurs d'influence significative. Elle vient ainsi s'appliquer à la suite de l'étude du screening, puisque logiquement elle n'utilise que les facteurs précédemment jugés influents.

La récupération de l'information s'effectue de manière numérique mais quand il n'y a que deux facteurs, il est possible de visualiser les surfaces de réponses de régressions obtenues sous deux formes :

- ✓ Les surfaces de réponses ;
- ✓ Les courbes iso-réponses.

### II.5.1. Modèles mathématiques :

Les modèles mathématiques expriment la réponse en fonction des niveaux des facteurs, on distingue plusieurs types de modèles parmi lesquels on peut citer :

- ✓ Modèles du mathématicien ;
- ✓ Modèles de l'expérimentateur ;
- ✓ Modèles du statisticien.

Le modèle mathématique du mathématicien est caractérisé par l'absence d'erreur expérimentale, le second induit l'erreur d'ajustement (ou écart d'ajustement) à laquelle s'ajoute l'erreur expérimentale. Le troisième ne fait intervenir que l'écart d'ajustement.

Dans l'étude de la modélisation, l'expérimentateur devra choisir le modèle qui convient le mieux au phénomène qu'il étudie.

Dans le cadre du plan pour l'étude des surfaces de réponse, une seule forme de modélisation a été retenue par la méthodologie de la recherche expérimentale ; il s'agit des modèles polynomiaux du second degré.

Le modèle mathématique est analogue à la relation (II.17) à laquelle on ajoute un terme carré :

$$y = a_0 + \sum a_i x_i + \sum a_{ij} x_i x_j + \sum a_{ijl} x_i x_j x_l + \dots + \sum a_{ij\dots k} x_i x_j \dots x_k + \sum a_{ii} x_i^2 \quad (\text{II.29})$$

Dans le cas d'un plan à deux facteurs, la formule est la suivante :

$$y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + a_{12} x_1 x_2 + a_{11} x_1^2 + a_{22} x_2^2 \quad (\text{II.30})$$

Il y a donc six inconnues à déterminer.

Le plan d'expériences fournit un certain nombre de valeurs de la réponse. L'interprétation du plan consiste donc à trouver les coefficients et, par la suite, résoudre un système de  $n$  équations (s'il y a  $n$  réponses) et  $p$  inconnues (s'il y a  $p$  coefficients). Il est commode d'écrire ce système sous forme matricielle sans tenant compte des erreurs expérimentales :

$$Y = X \cdot a \quad (\text{II.31})$$

$$(n, 1) \quad (n, p) \quad (p, 1)$$

La résolution de ce système est généralement conduite selon la méthode des moindres carrés, et la solution est notée  $\hat{a}$ .

Cette solution est donnée par la formule suivante :

$$\hat{a} = (X^t \cdot X)^{-1} X^t y \quad (\text{II.32})$$

Le calcul de l'inconnue  $\hat{a}$  est beaucoup moins facile que pour les plans  $2^k$ . L'emploi d'un logiciel se révèle absolument nécessaire.

Parmi les plans qui donnent accès à des modèles mathématiques du second degré on peut citer :

- ✓ Les plans composites ;
- ✓ Les plans de Duehlert ;
- ✓ Les plans Box-Behnken ;
- ✓ Les plans de Roquemore ;
- ✓ Les plans D-optimaux.

Ces plans sont regroupés sous la dénomination de plans pour surface de réponses. Parmi ces cinq derniers plans, le plan composite. Est souvent la meilleure façon de compléter un plan factoriel de type  $2^k$ .

### II.5. 2. Plan composite :

Les plans composites centrés, connue dans la littérature anglo saxo par « design of experiment », font partie des plans d'expérience pour l'étude des surfaces de réponse. Ce type de dispositif expérimental, permet d'estimer les effets moyens des facteurs et les interactions entre les effets des facteurs. Lorsque ces derniers sont quantitatifs, il arrive que l'on souhaite compléter cette première approche par une étude d'optimisation.

La première partie de l'étude est un plan factoriel complet ou fractionnaire complétée par des points au centre pour vérifier la validité du modèle du premier degré. Si les tests de validation sont positifs l'étude s'achève le plus souvent, mais s'ils sont négatifs on entreprend des essais supplémentaires pour établir un modèle du second degré. Les essais supplémentaires constituent la seconde étape du déroulement de l'étude. Ces nouveaux essais sont représentés par des points d'expériences situés sur les axes de coordonnées et par des nouveaux points centraux. Les points situés sur les axes de coordonnées sont appelées les points en étoile (Figure II. 9)

Un plan composite est constitué de trois parties :

- ✓ un plan factoriel : c'est un plan factoriel complet ou fractionnaire à deux niveaux par facteurs, les points expérimentaux sont aux sommets du domaine cubique d'étude ;
- ✓ au moins un point expérimental situé au centre du domaine expérimental. en effet, on ajoute toujours des points expérimentaux situés au centre du domaine d'étude et cela aussi bien pour les plans factoriels que pour les plans composite ;
- ✓ les points axiaux : ce sont les points expérimentaux qui sont situés sur les axes de chacun des facteurs.

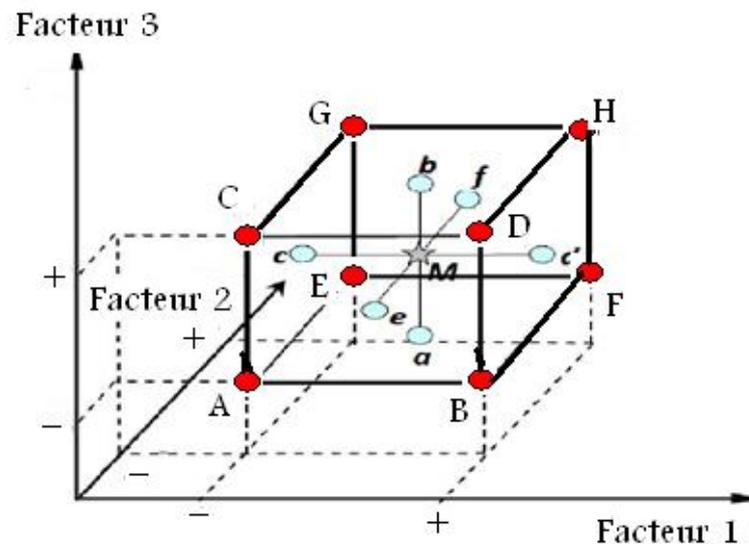


Figure II.9 : Disposition des expériences dans un plan composite.

L'intérêt des plans composites réside dans le fait qu'ils prennent facilement la suite d'un premier plan factoriel dont les résultats sont inexplicables par un modèle du premier degré. Il suffit d'effectuer les expériences correspondantes aux points en étoile et de faire les calculs sur l'ensemble de toutes les expériences. Les plans composites sont parfaitement adaptés à l'acquisition progressive des résultats. Le nombre de niveaux d'un plan composite est de cinq par facteur : le point central, les deux niveaux du plan factoriel et les deux niveaux des points en étoile.

Les points en étoile sont sur les axes des facteurs. Mais quelles coordonnées faut-il leur donner?

Mettons-nous dans le cas idéal où tous les emplacements sont possibles et où les contraintes expérimentales ne gênent pas. La disposition des points expérimentaux dépend alors du critère d'optimalité que l'on choisit. En général, on s'arrange pour que les erreurs sur les coefficients du modèle soient les plus petites possibles.

### II.5. 2.1. Analyse statistique des modèles :

L'analyse statistique, dont la mise en œuvre est parfois redoutée par les expérimentateurs, apporte des éléments d'aide à la décision. L'analyse statistique devient donc une étape importante.

Les tests statistiques portent naturellement sur les résultats obtenus :

#### A. Test de signification des coefficients du modèle :

On appelle « effets » les coefficients des facteurs et ceux des interactions dans l'écriture du modèle. Les calculs statistiques qui permettent de savoir si les effets sont significatifs, de calculer les intervalles de confiance ou de valider la linéarité du modèle font intervenir d'une part les résidus  $e_i$ , c'est-à-dire la différence entre la valeur expérimentale et la valeur prédite par le modèle, et d'autre part un estimateur sans biais de la variance commune des résidus. Cet estimateur est donné par :

$$S^2 = \frac{1}{n-p} \sum e_i^2 \quad (\text{II.33})$$

Où :

$n$  : le nombre d'expériences réalisées ;

$p$  : le nombre de coefficients du modèle.

Dans ces conditions, on peut montrer que tous les effets ont la même variance donnée par :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} \quad (\text{II.34})$$

Cela apporte une grande simplification au niveau des calculs.

Si l'on réalise un plan complet et que l'on calcule tous les effets, le calcul de  $S^2$  est impossible puisque alors  $n = p$  (un plan complet  $2^3$  conduit à 8 expériences et 8 effets : 1 effet pour la constante, 3 effets pour les facteurs, 3 effets pour les interactions d'ordre 2 et enfin 1 effet pour l'interaction d'ordre 3). C'est pour cela que, dans la pratique, il est d'usage de négliger les interactions d'ordre élevé (3 ou plus). C'est souvent le contexte et la connaissance de lois régissant le phénomène étudié qui permet de négliger certaines interactions et donc de pouvoir conduire des calculs statistiques.

### 1. Réalisation du test de signification des effets :

Le test utilisé est le test « t » de Student. Un effet sera dit significatif (c'est-à-dire que la variable ou l'interaction qui lui est associée a une influence sur la réponse), s'il est, pour un risque donné, significativement différent de 0. On testera donc l'hypothèse :

$$H_0 = \ll a_i = 0 \gg \quad (\text{II.35})$$

Contre l'hypothèse :

$$H_1 = \ll a_i \neq 0 \gg \quad (\text{II.36})$$

Pour cela, on calcul

$$t_i = \frac{|a_i|}{s_i} \quad (\text{II.37})$$

On utilise alors une table dite de Student (voir l'annexe) à  $\nu = n - p$  degrés de liberté ( $n$  est le nombre d'expériences réalisées et  $p$  le nombre d'effets y compris la constante). On choisit un risque de première espèce  $\alpha$  (le plus souvent 1% ou 5%) et on lit dans cette table la valeur  $t_{crit}(\alpha, \nu)$ , en utilisant la partie relative à un test bilatéral. La règle du test est alors la suivante :

- ✓ Si  $t_i > t_{crit}(\alpha, \nu)$  : on rejette  $H_0$  au risque toléré.
- ✓ Si  $t_i < t_{crit}(\alpha, \nu)$  : on accepte  $H_0$  au risque toléré.

Si l'hypothèse  $H_0$  est acceptée, cela veut dire que l'effet en question n'est pas, au risque  $\alpha$  significativement différent de 0 et donc que la variable qui lui est associée n'a pas d'influence sur la réponse.

## 2. Intervalle de confiance des effets du modèle :

Rappelons que si l'on détermine tous les effets, on ne peut pas calculer la variance commune des résidus. On supposera donc, dans la suite, que l'on a négligé au moins un effet.

On calcule alors  $S^2$  donnée par l'équation (II.33)

Puis on en déduit variance commune des effets. On choisit alors un risque  $\alpha$  et on détermine avec la table de Student le nombre  $t(\alpha, \nu)$ . L'intervalle de confiance d'un effet  $\alpha_i$  est alors donné par :

$$[a_i - t(\alpha, \nu)S_i, a_i + t(\alpha, \nu)S_i] \quad (\text{II.38})$$

### B. Analyse statistique du modèle dans sa globalité :

Cette première étape de l'analyse statistique aboutit à la construction du tableau d'analyses des régressions et à la détermination de la qualité descriptive du modèle. L'analyse de régression consiste à expliquer la variation total de la réponse définie à partir de la somme des carrés des écarts entre les résultats d'essais et leurs moyennes.

Précisons ces notions en introduisant un vocabulaire spécifique à l'analyse de variance.

On notera par la suite  $y_i$  les réponses observées lors de la réalisation des expériences et  $Y_i^{pré}$  la réponse estimée à l'aide du modèle linéaire. On notera, de même,  $Y_{moy}$  la moyenne des réponses.

❖ On définit alors trois types de "variations" :

#### 1) La variation due à la liaison linéaire :

$$SCE = \sum (Y_i^{pré} - Y_{moy})^2 \quad (\text{II.39})$$

SCE se lit : "somme des carrés des écarts dues à la liaison".

#### 2) La variation résiduelle :

$$SCR = \sum (Y_i - Y_i^{pré})^2 \quad (\text{II.40})$$

SCR se lit : "somme des carrés des écarts des résidus".

#### 3) La variation totale :

$$STC = SCE + SCR \quad (\text{II.41})$$

STC se lit : " somme totale des carrés des écarts".

On définit de plus un "carré moyen" qui est le quotient d'une somme de carrés par son degré de liberté.

SCE aura  $(p - 1)$  degrés de liberté ( $p$  est le nombre de coefficients estimé à partir du modèle).

SCR aura  $(n - p)$  degrés de libertés ( $n$  est le nombre d'expériences réalisées).

STC aura  $(n - 1)$  degrés de liberté.

Le tableau de l'analyse de régression permet de regrouper les différentes étapes permettant d'aboutir à l'analyse statistique du modèle dans sa globalité.

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	$F_{obs}$
Modèle	SCM	$(p - 1)$	$CML = \frac{SCM}{p - 1}$	$F_{obs} = \frac{CML}{s^2}$
Résidus	SCE	$(n - p)$	$s^2 = \frac{SCE}{n - p}$	
Total	STC	$(n - 1)$		

Tableau II.5 : Tableau de l'analyse de régression.

Le test F permet alors de comparer pour un risque fixé à l'avance le  $F_{obs}$  que l'on a calculé dans le tableau précédent avec un F(critique) lu dans la table de Fisher-Snedecor (voir l'annexe) avec  $(p - 1)$  et  $(n - p)$  degrés de liberté.

Le test est le suivant :

- ❖ Hypothèse  $H_0$  : " les deux carrés moyens sont de même grandeur" donc le modèle (régression) établie n'est pas significatif.
- ❖ Hypothèse  $H_1$  : " le carré moyen dû à la régression est significativement plus grand que le carré moyen dû aux résidus" donc la régression est globalement significative

La règle du test est alors pour un risque  $\alpha$  choisi:

- ✓ Si  $F_{obs}$  est inférieure au F(critique), on accepte l'hypothèse  $H_0$ .
- ✓ Si  $F_{obs}$  est supérieur au F(critique), on accepte l'hypothèse  $H_1$  avec la confiance  $1 - \alpha$ .

### C. Qualité du modèle :

De manière générale, l'expérimentateur souhaite savoir quel modèle retenir d'un point de vue significatif et d'un point de vue prédictif. L'analyse statistique d'un modèle permet alors l'estimation de deux coefficients particuliers :

- ✓ Le coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$  permet de résumer globalement la qualité descriptive du modèle. Il est généralement familier des utilisateurs de la méthode des moindres carrés.
- ✓ Le coefficient  $Q^2$  permet de résumer globalement la qualité prédictive du modèle.

Suivant la définition des coefficients  $R_{ajust}^2$  et  $Q^2$ , on retrouve les deux grandes familles de méthodes d'analyse statistique, à savoir l'analyse descriptive et l'analyse prédictive.

#### 1) Qualité descriptive du modèle :

Le tableau d'analyse de régression (Tableau II.5) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de la relation suivante :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT} \quad (II.42)$$

Ce coefficient traduit la contribution du modèle dans la restitution de la variation de la réponse observée. Par définition, le coefficient de détermination appartient à l'intervalle suivant :

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

En présence de plusieurs variables explicatives, ce qui est généralement le cas dans l'analyse des résultats d'essais provenant d'un plan d'expériences, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient de détermination pour comparer la qualité descriptive de différents modèles. Il faut recourir à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$ .

Le tableau (II.5) permet de corriger le coefficient de détermination défini à partir de l'équation (II.42). Pour tenir compte du nombre de coefficients présents dans un modèle et pour comparer différents modèles entre-eux, on définit le coefficient de détermination ajusté à partir de la formule suivante :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(n-p)}{SCT/(n-1)} \quad (II.43)$$

Par définition, le coefficient de détermination ajusté appartient à l'intervalle suivant :

$$-\infty \leq R_{ajusté}^2 \leq 1$$

Plus la valeur du coefficient de détermination ajusté est proche de 100, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante.

## 2) Qualité prédictive du modèle :

Le modèle obtenu peut servir à prédire la valeur de la réponse non encore réalisés. Cette approche est très courante dans un problème d'optimisation.

Au même titre que l'on a défini précédemment la qualité descriptive d'un modèle à partir du coefficient de détermination  $R_{ajusté}^2$ , il est possible de définir maintenant la qualité prédictive d'un modèle à partir d'un coefficient noté  $R_{ajusté}^2$  ou  $Q^2$ .

### D. MODDE 5.0 : Superviseur d'optimisation :

Toutes les procédures de calcul présentées dans ce chapitre, reposent sur la réalisation d'expériences virtuelles, c'est-à-dire de simulations ou plus généralement de calculs mathématiques effectués par ordinateur.

MODDE (Modeling and Design) est un logiciel sous Windows conçu pour générer et évaluer des expériences statistiques. Les méthodes utilisées ont été évaluées par les travaux de Fischer en 1926 et ils ont été améliorés par la suite par Box, Hunter, Taguchi et d'autres. Ces derniers ont suivi dans leurs recherches une méthodologie puissante afin d'aboutir à une expérimentation efficace et de trouver des réponses significatives.

L'application de MODDE possède des fonctionnalités pouvant être regroupées sous la forme suivante :

- ✓ Définition de l'investigation, intégration des facteurs et des réponses ;
- ✓ Intégration des objectifs : MODDE 5.0 nous permet d'identifier deux objectifs
  - Screening : c'est la recherche des facteurs les plus importants ;
  - RSM : c'est l'optimisation avec les facteurs les plus importants.

- ✓ Analyse des résultats : le menu « analyse » permet de simuler le modèle par la méthode MLR (Multiple Linear Regression) ou PLS (Projection to Latent Structure) pour passer ensuite à l'ajustement des coefficients, des effets, de l'analyse de la variance et le tracé des résidus.
- ✓ Prédiction des résultats : une fois le modèle obtenu est bon, on peut dessiner son contour afin de sélectionner les meilleures conditions expérimentales.

Enfin, on peut dire que le logiciel avec les différentes commandes offre une grande facilité de son utilisation, réduit le temps de calcul, permet d'améliorer la qualité des produits et l'estimation de ses facteurs. Tous ces avantages poussent plus l'expérimentateur à l'utiliser dans de nombreux domaines.

## **II.6. Conclusion :**

C'est ainsi que s'achève le chapitre consacré à la méthodologie des plans d'expériences.

Comme on a pu le constater, la conception d'une expérience va bien au-delà de la simple présentation d'une matrice d'expériences dans un catalogue de plan d'expériences.

En conclusion, il est important de retenir que la construction d'un plan d'expériences déroule de l'hypothèse d'une forme particulière de modélisation, adaptée aux objectifs d'une étude, afin d'explorer un domaine expérimental. Les éléments de réponse aux questions posées se traduiront le plus souvent sous forme de représentations graphiques. Bien que les logiciels facilitent aujourd'hui la construction des plans d'expériences de manière très interactive. Il ne faut pas pour autant en oublier l'esprit de la démarche méthodologique.

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE II :

- [1] G. JACQUES, « Introduction aux plans d'expériences 3e édition [e-book] », 2006.
- [2] P. Maurice, « Les plans d'expériences par la méthode de Taguchi », *Les éditions d'organisation*, 1997.
- [3] J. Goupy, « Les plans d'expérience pour surface de réponse, éditions Dunod », 1999.
- [4] F. Louvet et L. Delplanque, « Les plans d'expériences: une approche pragmatique et illustrée », *France: Association Expérimentique*, 2005.

# **CHAPITRE III**

## **Etude expérimentale de la décharge couronne**

### III.1. Introduction :

Les premières études sur les décharges en configuration pointe plan ont été initié par Röntgen en 1878 [1], Il constate l'existence d'une tension seuil critique à laquelle apparaît l'effet couronne alors qu'aucun courant n'est détecté. Le travail de Peek [2] a mis les bases de la méthodologie d'investigation et a émis la première formulation sur le sujet. Il a déterminé la tension seuil critique d'apparition comme une fonction du diamètre du fil, température de l'air et pression.

Une reprise de ses travaux est toujours nécessaire malgré son aspect classique car, comme nous allons le voir, elle permet de confirmer et de valider notre modèle qui sera établie au chapitre quatre. De même elle permet d'avoir des mesures expérimentales qui serviront dans le futur à la comparaison avec les modèles numérique développés dans notre laboratoire.

Grace à un montage adapté et un système de mesure de courant de décharge couronne nous allons mettre en évidence les paramètres susceptibles éventuellement d'agir sur les valeurs du courant. L'étude a été menée en tenant compte d'un seul paramètre, en maintenant les autres constants, cela nous permettra de poser les hypothèses pour la construction du plan d'expériences.

### III.2. But de l'étude :

Le but recherché est de déterminer la caractéristique courant-tension de la décharge couronne dans une configuration pointe-plan dans l'air à pression atmosphérique. La pointe est soumise à un potentiel continu de polarité positive et le plan est mis à la terre. On détermine la caractéristique courant – tension en fonction des paramètres considérés pris séparément :

- 1) **Paramètres électriques** : niveau de la tension appliquée ;
- 2) **Paramètres géométriques** : forme, dimensions et distance inter-électrodes ;
- 3) **Paramètres climatique** : température et humidité.

### III.3. Electrodes utilisées :

#### 1. Electrode pointe :

Les rayons de courbures des pointes ont été réalisés avec une bonne précision avec un tour numérique de haute précision.

Avant chaque ensemble de mesures, les électrodes subissent un polissage avec du papier à verre, un nettoyage avec de l'alcool, et ils seront soumises à des claquages électriques à fin d'assurer une surface propre et uniforme. La figure III.1 représente les images des électrodes utilisées.

Pointe de rayon 50 $\mu\text{m}$ Pointe de rayon 100 $\mu\text{m}$ Pointe de rayon 150 $\mu\text{m}$ 

Figure III.1 : Electrodes pointe utilisées.

On sait déjà que c'est la tension qui dicte l'évolution du courant. Mais avant d'entamer l'étude nous allons présenter la formule de Peek qui déterminera la valeur de la tension seuil à laquelle on pourra obtenir le démarrage du processus de couronne.

L'effet visuel apparait généralement suivant la formule semi-empirique :

$$V_0 = 21,1\delta m_v r \left[ 1 + \frac{0,3}{\sqrt{\delta r}} \right] \ln \left( \frac{d}{r} \right) \text{ kV} \quad (\text{III.1})$$

Avec :

$V_0$  : Tension seuil ;

$m_v$  : facteur d'irrégularité égale à 1 pour électrode bien polie ;

$d$  : la distance inter-électrodes et  $r$  le rayon de courbure en cm.

$\delta = \frac{P}{P_0} \frac{273+t_0}{273+t}$  : la densité d'air avec  $P_0$  et  $t_0$  la pression et la température de référence de même  $P$  et  $t$  pression et température ambiante.

Pour une distance inter-électrodes de 3 cm on peut déterminer approximativement le seuil critique d'apparition de l'effet couronne :

- Le rayon de 50 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 3,56$  kV ;
- Le rayon de 100 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 4,81$  kV ;
- Le rayon de 150 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 5,77$  kV.

De même pour une distance inter-électrodes de 5 cm on a :

- Le rayon de 50 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 3,82$  kV ;
- Le rayon de 100 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 5,24$  kV ;
- Le rayon de 150 $\mu\text{m}$  :  $V_0 = 6,34$  kV ;

## 2. Electrode « plan » :

Comme la géométrie étudiée est celle de la « pointe-plan », l'électrode « plan » reliée à la terre est en aluminium et a une forme rectangulaire.

### III.4. Calcul analytique du champ électrique en absence de charge :

Dans une géométrie pointe-plan, la région de champ élevé où la génération de charge se produit, est confinée près de la pointe, ce qui évite le phénomène de claquage. La plus grande partie de la distance pointe-plan  $d$  est par contre soumise à un champ suffisamment faible (car  $d \gg rp$ ) pour qu'aucune génération de charge n'y soit possible, seul le transport de la charge créée près de la pointe pourra s'y produire. Il est ainsi possible d'avoir accès au mécanisme de génération de charge et à celui de son transport. La distance sur laquelle le champ électrique est supérieur à une certaine valeur critique est d'autant plus faible (et en conséquence la région de création de charge est d'autant plus localisée) que le rayon de courbure de la pointe est plus petit. Cette distance est de l'ordre du rayon de courbure de la pointe.

Dans nos conditions expérimentales (pointe de faible rayon de courbure), l'électrode pointe peut être assimilée à un hyperboloïde de révolution.

La géométrie pointe-plan peut donc être décrite analytiquement dans un système de coordonnées curvilignes orthogonales (i.e. des ellipsoïdes et hyperboloïdes de révolution, Figure III.2)

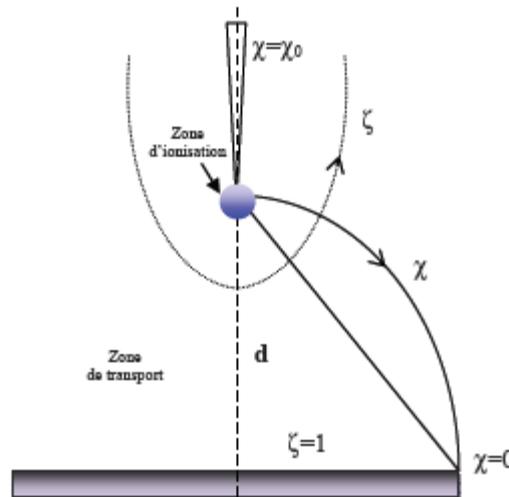


Figure III.2 : Schéma général du système pointe-plan.

On utilise ce système de coordonnées pour calculer analytiquement la distribution du champ électrique harmonique (sans charge d'espace) en géométrie pointe-plan.

Par exemple, la variation du champ électrique sur l'axe du système pointe-plan dont l'origine  $x = 0$  se trouvant au sommet de la pointe, est donnée par :

$$E(x) = \frac{2dV}{(2dx - x^2 + dr - xr) \ln\left(\frac{4d}{r}\right)} \quad (\text{III.2})$$

Où :

- d : la distance inter-électrodes ;
- V : la tension appliquée sur la pointe ;
- r : le rayon de courbure.

Sur le sommet de la pointe  $x = 0$ , le champ électrique est égal à :

$$E(0) = \frac{2V}{r \ln\left(\frac{4d}{r}\right)} \quad (\text{III.3})$$

Pour un rayon de  $100\mu\text{m}$  et  $d=3\text{cm}$  et  $V_0= 4,81\text{ KV}$

$E(0)=136\text{kV/cm}$  champ suffisant pour créer des avalanches secondaire.

### III.5. Dispositif expérimental :

Le dispositif expérimental utilisé est montré à la figure III.3. Le système d'électrodes pointe-plan est placé dans une enceinte métallique étanche, cela permet de contrôler l'humidité et la température de l'air. Cette enceinte comprend :

- ✓ Un orifice pour l'entrée de l'air humide ;
- ✓ Une porte vitrée qui nous permet une lecture aisée de la température et de l'humidité dont les sondes sont arrangées à l'intérieure de l'enceinte.
- ✓ Une résistance de chauffage à fin de réguler la température.

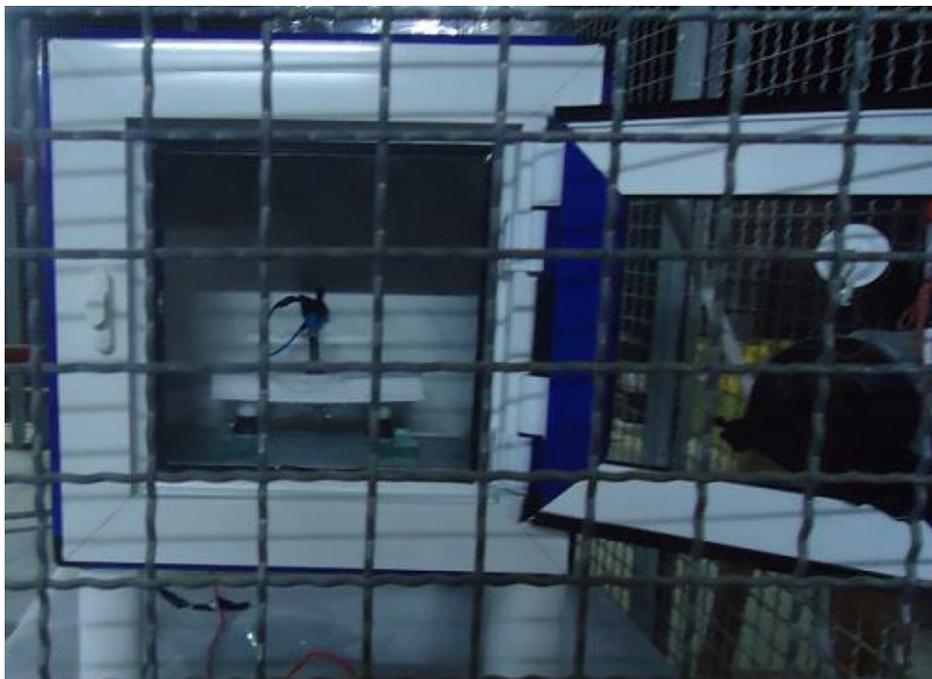


Figure III.3 : Image de l'enceinte expérimentale.

La haute tension appliquée à l'électrode pointe est une tension redressée (diodes GS) filtrée (condensateur CS) via une source de haute tension alternative (transformateur élévateur TEO) le schéma général est représenté dans la figure III.4. Le condensateur CM sert à la mesure de la tension alternative, ES est un interrupteur qui permet de décharger le condensateur CS alors que RM est notre résistance de mesure.

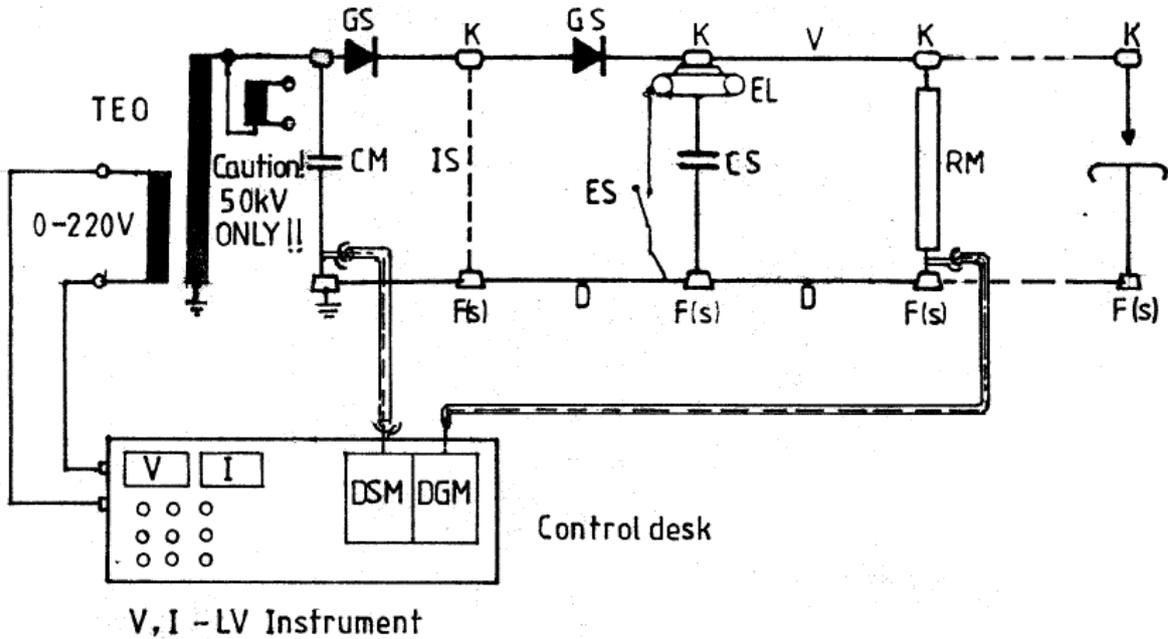


Figure III.4 : Schéma général du circuit de haute tension.



Figure III.5 : Image du circuit de haute tension

Les mesures des tensions sont prélevé sur le pupitre de commande ( DSM et DGM) et il sert à faire varié la tension appliqué avec un pas de 100 V (Figure III.6).



Figure III.6 : Pupitre de commande

Pour étudier la variation du courant électrique en fonction de la tension appliquée, nous soumettons la pointe à un potentiel électrique continu positif. Nous contrôlons la température et l'humidité de l'air de manière à les garder sensiblement constantes. A noter que la pression de l'air est invariable le temps d'une série de mesure. Nous augmentons progressivement la tension et nous mesurons le courant électrique généré par la décharge couronne. Nous opérons de la sorte jusqu'à l'amorçage de la décharge de rupture. Nous obtenons ainsi un ensemble de points (tension, courant) que l'on peut présenter graphiquement.

Chaque point correspond à la moyenne d'une vingtaine de mesure.

**Remarque :** Les appareils de mesure du courant, de la tension sont placés hors de l'enceinte, afin d'éviter l'influence des variations de l'humidité et de la température de l'air.

### 1. Mesure de la tension :

La tension continue est mesurée à l'aide d'un voltmètre à courant continu de marque DGM monté sur une résistance shunt de 280 M $\Omega$ .

Le circuit de mesure complet est composé d'une résistance de mesure de 280M $\Omega$ , 140kV DC, un câble coaxial de 75 $\Omega$  avec un Plug UHF ce qui permet de le négligé par rapport à la valeur de la résistance de mesure. Le voltmètre DGM qui affiche directement en kV la valeur mesurée avec une erreur de mesure de  $\pm 0,25$  %.

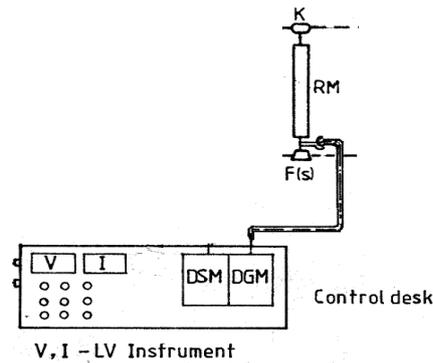


Figure III.7 : Mesure de la tension

## 2. Mesure du courant :

On a inséré un voltmètre en parallèle avec un shunt (résistance de mesure de  $1M\Omega$ ) pour mesurer indirectement le courant  $I$  par le relevé de la tension  $U$  aux bornes de la résistance  $RM$ . On a utilisé cette méthode afin d'avoir une meilleure plage de mesure et une meilleure protection lors d'un arc électrique qui risque de détériorer les appareils de mesure par le passage d'un fort courant.

A ce système, on a ajouté des plaques de garde qui sont directement mises à la terre et qui servent de court-circuit lors de passage de fort courant. En effet, le courant choisi est toujours le chemin le moins résistant ; cela a été vérifié expérimentalement en élevant la tension jusqu'à l'apparition de l'arc électrique.

Les deux plaques appelées anneaux de gardes sont séparées de la plaque principale de  $d=2mm$ . En plus, on a réalisé un éclateur que nous avons mis aux bornes du voltmètre et qui a un pouvoir de claquage inférieur à la tension maximale de l'appareil de mesure.

## 3. Mesure de l'humidité

L'humidité est un élément important pour caractériser l'état de l'atmosphère. L'humidité relative de l'air (ou degré d'hygrométrie), couramment notée  $\varphi$ , correspond au rapport de la pression partielle de vapeur d'eau contenue dans l'air,  $P_{vap}$ , sur la pression de vapeur saturante ou tension de vapeur à la même température  $P_{sat}(T)$ . Exprimée souvent en pourcentage, son expression est alors:

$$\varphi[\%] = \frac{P_{vap}}{P_{sat}(T)} \times 100$$

L'humidité relative est souvent appelée degré hygrométrique. Elle est mesurée à l'aide d'un hygromètre.

Une fois atteinte la saturation (100% d'humidité relative), des gouttelettes d'eau apparaissent dans l'air et l'humidité relative ne varie plus. On a création d'un brouillard.

Il convient toutefois de distinguer l'humidité absolue (correspondant à la quantité d'eau contenue à un moment donné dans un certain volume d'air) en gramme par mètre cube ( $g.m^{-3}$ ). Il existe plusieurs types d'hygromètres, les plus simples étant l'hygromètre à cheveux puis l'hygromètre électronique, tous deux permettant une lecture directe de l'humidité relative.

Nous avons utilisé dans nos mesures un hygromètre à cheveux.



Figure III.8 : Hygromètre à cheveux.

#### 4. Mesure de la température

Il existe plusieurs instruments pour mesurer la température ; parmi eux, le thermomètre, qui est le plus utilisé. En ce qui nous concerne nous avons utilisé le thermomètre à mercure.



Figure III.9 : Thermomètre

### III.6. Caractéristiques expérimentales courant tension $I = f(V)$

#### 1. Influence du rayon de courbure :

L'influence du rayon de courbure a été étudiée à la pression atmosphérique (762 mm.Hg) et à la température ambiante  $\theta = 26^{\circ}\text{C}$ , on a utilisé trois pointes ayant des rayons de courbure de  $50\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$  et  $150\mu\text{m}$  pour des intervalles inter-électrodes de  $1\text{cm}$ ,  $3\text{cm}$  et  $5\text{cm}$ .

Le dispositif expérimental utilisé est celui représenté à la figure III.3. Ainsi pour étudier la variation du courant en fonction de la tension appliquée, nous soumettons la pointe à un potentiel électrique  $V$  continu, positif, à l'aide de l'alimentation haute tension (H.T).

Nous augmentons progressivement la tension électrique et nous mesurons le courant généré par la décharge couronne à l'aide d'un voltmètre en parallèle avec un shunt, nous opérons de la sorte, en polarité positive, en partant d'une tension nulle jusqu'à des valeurs élevées de claquage. Compte tenu de ce qui précède, nous avons tracé les caractéristiques  $I = f(V)$  en polarité positive pour diverses valeurs de la distance inter-électrodes. (Figure III.10, III.11, III.12).

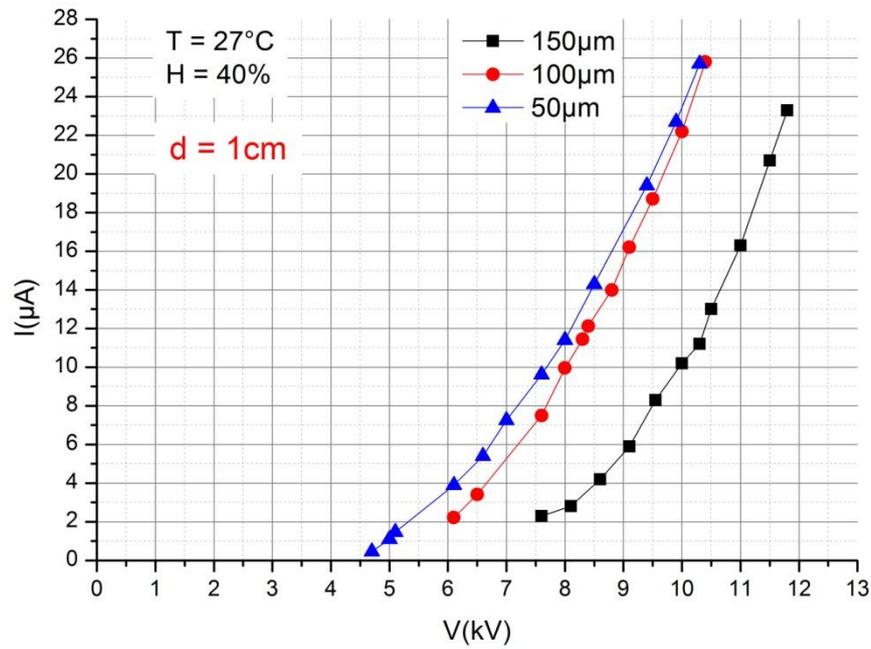


Figure III. 10 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $d = 1\text{ cm}$ .

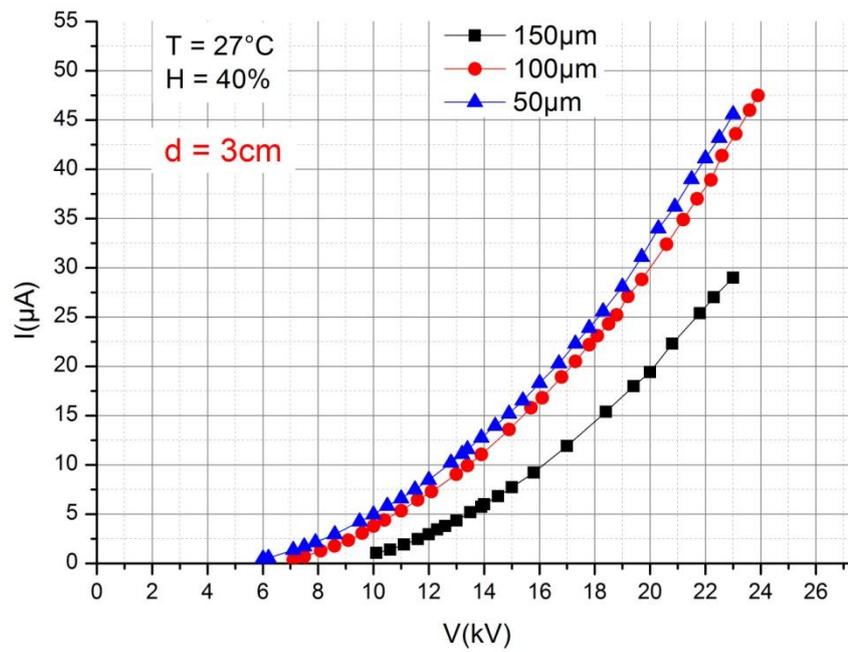


Figure III. 11 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $d = 3\text{ cm}$ .

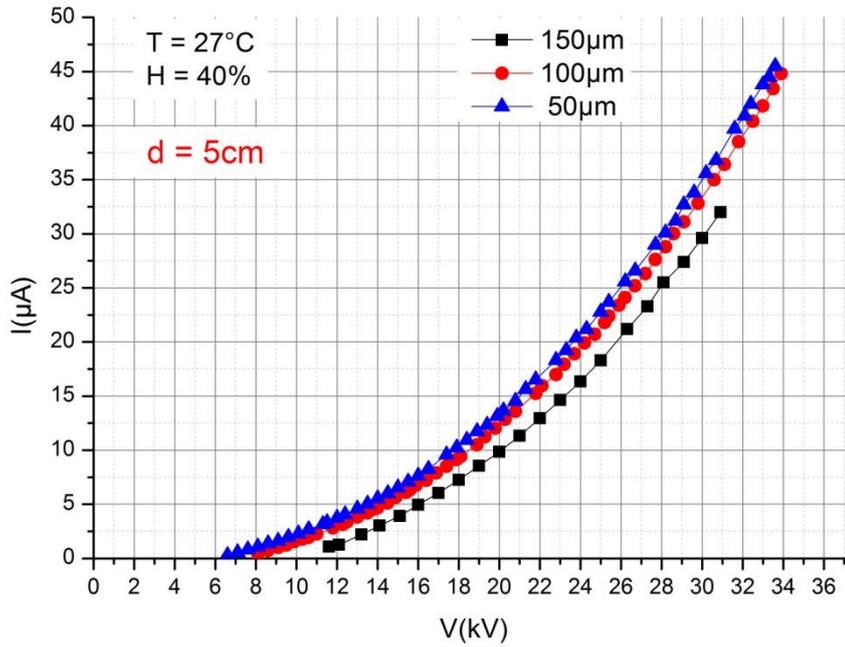


Figure III. 12 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour une distance inter-électrodes  $d = 5\text{cm}$ .

Ces courbes sont tout à fait classiques et correspondent elles aussi à ce qui est publié par ailleurs. Notons que l'influence du rayon de courbure sur la valeur du courant mesuré, est en accord avec les travaux de Hartmann [3]. Le champ appliqué  $E_S$  est d'autant plus intense que le rayon de courbure  $Z$  est faible. Les calculs précédemment le montre bien. Nous constatons que les tensions théoriques calculées sont différentes de celle mesurées. Cela est dû à la sensibilité de nos appareils et aux conditions de mesure. Ce type de problème induit en erreur les personnes qui travaillent sur la modélisation. Des auteurs [4] suggère de prendre les valeurs mesurés dans les modèles et non pas le modèle théorique. Cela est possible en faisant une continuité des points de la courbe jusqu'au zéro de courant et prendre la valeur de la tension correspondante. On pourrait suggérer de même de prendre le modèle de HARTMANN [4] un modèle physique mathématique pour le seuil de l'effet couronne, mais qui ne tient pas compte de la photo-ionisation du gaz ni des effets secondaires à la cathode. Il exprime qu'à la tête de l'avalanche près de l'anode les électrons ne peuvent se multiplier en raison des champs, appliqué  $E_S$  et de la charge d'espace  $E_\rho$  en tête de l'avalanche qui s'opposent, et dont la somme est égale au champ critique  $E_C$ .

$$E_S + E_\rho = E_C \tag{III.4}$$

L'auteur suppose que la charge d'espace à la tête de l'avalanche est contenue dans une sphère de rayon  $\rho$  et le champ  $E_\rho$  qu'elle crée est donné par la relation :

$$E_\rho = \frac{e}{3\pi \cdot \epsilon_0} \cdot \frac{\alpha'(x=0)}{\rho} \cdot \text{Exp} \left[ \int_{l_c}^0 \alpha'(x) dx \right] \tag{III.5}$$

Avec :

$L_c$  : est la longueur de l'avalanche critique.

En désignant par  $Z$  le diamètre du fil  $Z = 2 \cdot R_0$  le champ à la surface de l'anode s'écrit :

$$E_Z = E(x) \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \frac{x}{Z} \right] \tag{III.6}$$

$E(x)$  est le champ électrique à une distance  $x$  de la surface de l'anode.

En appliquant le critère qui par définition  $x = L_C$ ;  $E_z = E_S$  et  $E(x) = E_C$ .

$$E_S = E_C \cdot \left[ 1 + 2 \cdot \frac{L_C}{Z} \right] \quad (\text{III.7})$$

Comme :  $L_C = R_C - \frac{Z}{2}$  On a :  $R_C = E_S \cdot \frac{R_0}{E_C}$

Cela donnerais une valeur seuil supérieur a celle déjà présenté et qui pourrais se rapproché de nos valeurs expérimentale. Une caméra thermographique pourra compléter cette étude.

Dans le but de mettre en évidence l'influence du rayon de courbure de la zone active de la pointe, on a représenté la variation du courant de couronne en fonction du rayon de courbure  $Z$  ;  $I=f(Z)$ , pour les distances de  $1\text{cm}$  et  $2\text{cm}$  à une tension de  $15\text{kV}$  (Figure III.13). Ces deux dernières courbes confirment ce qui a été dit ci-dessus. On retrouve la même tendance que les résultats calculées.

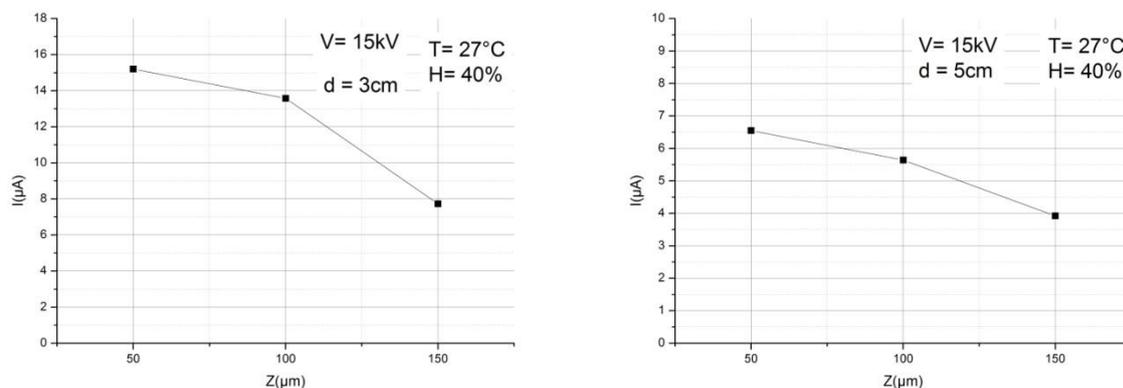


Figure III. 13 : Variation du courant en fonction du rayon de courbure  
Pour une tension positive de 15kV.

## 2. Influence de la distance inter-électrodes :

Nous avons étudié la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes, on a utilisé les trois électrodes pointe de rayon de courbure différents ( $50\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$ ,  $150\mu\text{m}$ ) pour des distance inter-électrodes variables (1cm, 3cm et 5cm).

Les résultats obtenus concernant la variation du courant en fonction de la distance inter-électrodes sont représentés aux figures III.14, III.15, et III.16.

Les mêmes remarques que précédemment, une augmentation de la tension seuil avec la distance inter-électrodes.

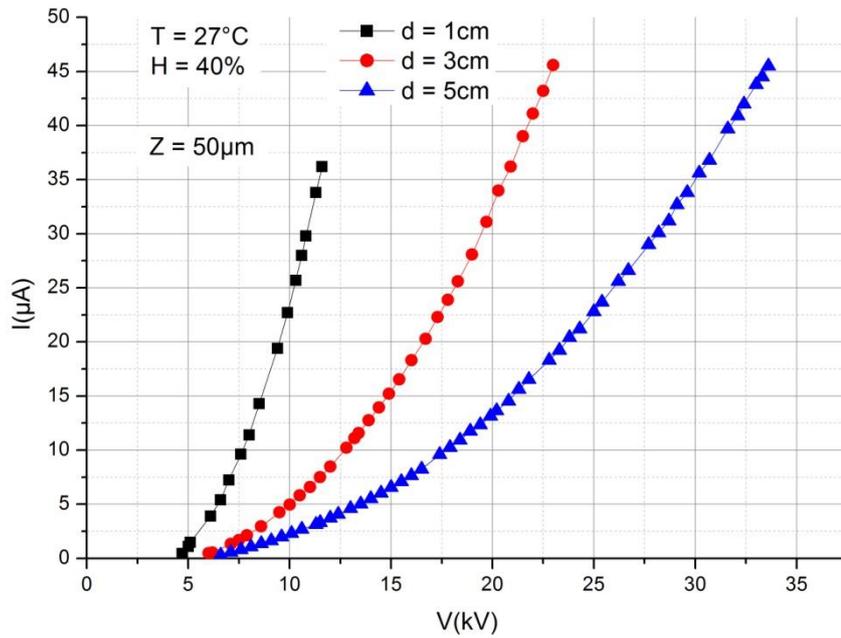


Figure III. 14 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $Z = 50\mu\text{m}$ .

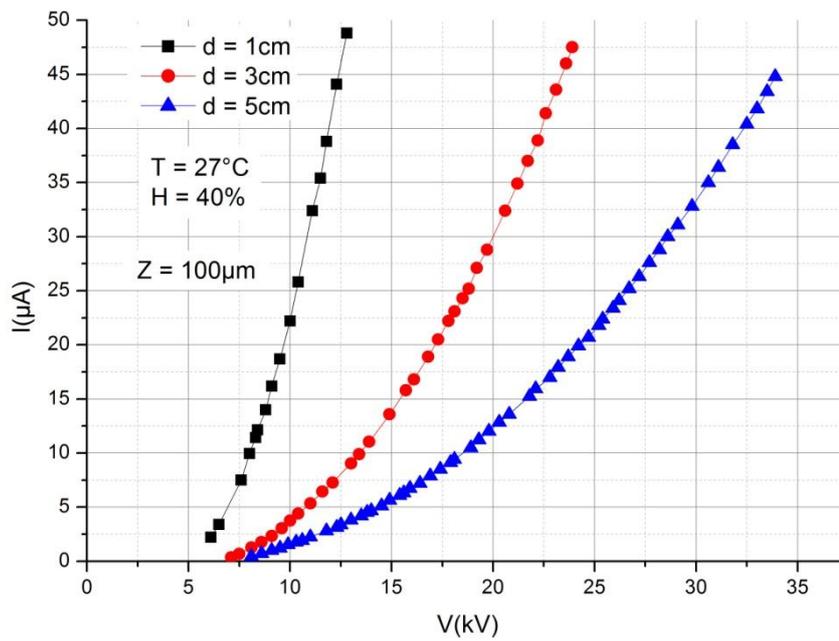


Figure III. 15 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $Z = 100\mu\text{m}$ .

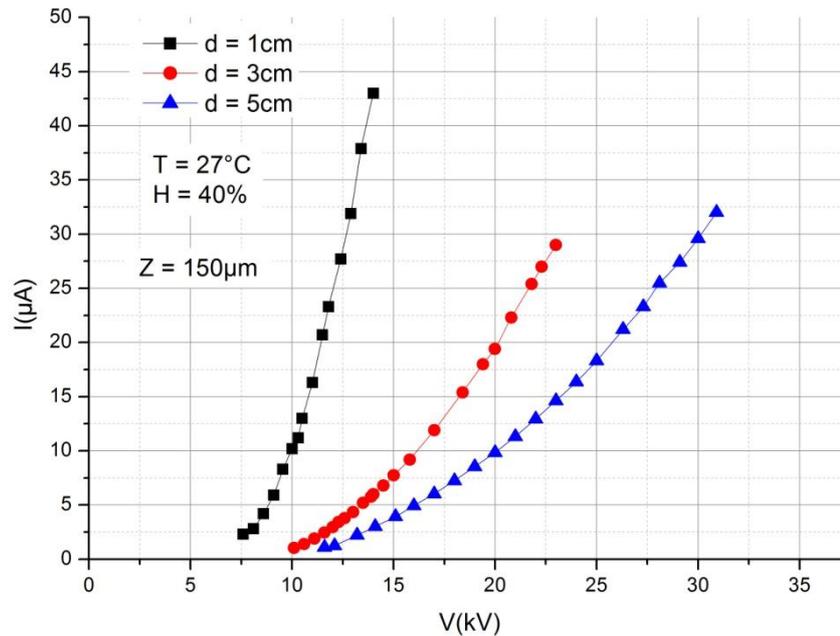


Figure III. 16 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour un rayon de courbure  $Z = 150\mu\text{m}$ .

### 3. Influence de l'humidité :

Les publications sur ce sujet datent des années 60 [5] et continuent jusqu'à ce jour [6], cela est dû à l'ambiguïté qui règne sur le sujet. Il a été observé que l'humidité affecte la tension seuil de l'effet couronne et la valeur du courant [7][5]. Dans certaines publications, on trouve que la tension seuil diminue avec le taux d'humidité relative [5], alors que d'autres relèvent une augmentation appréciable [8]. De même pour la valeur du courant dans des essais effectués en laboratoire, une fois une diminution [5] [7] dans d'autres cas une augmentation [9] et d'autres qui n'observent aucune modification [10].

Nous avons étudié la variation du courant en fonction de l'humidité. Dans ce contexte, on a utilisé, trois électrodes pointe de rayons de courbure différents ( $50\mu\text{m}$ ,  $100\mu\text{m}$ ,  $150\mu\text{m}$ ) pour des taux d'humidité variables mesurés systématiquement à chaque essai. L'augmentation de l'humidité est obtenue grâce au circuit d'humidification. L'air régnant dans l'enceinte dont le taux d'humidité est contrôlé provient du flacon qui permet l'humidification à l'aide de la vapeur d'eau obtenue par ébullition, par augmentation du taux d'humidité relative. Chaque mesure (faite après avoir atteint le régime d'équilibre de la température) est une moyenne sur une vingtaine de points. Pour cette étude on a choisi uniquement une seule distance inter-électrodes ( $d=5\text{cm}$ ). La valeur de l'humidité la plus faible obtenue dans l'enceinte d'expérimentation est de 40% qui est très voisine de la valeur de l'humidité ambiante (40%). La plus élevée est pratiquement 90%. Les résultats obtenus concernant la variation du courant en fonction de l'humidité sont représentés aux figures III.17, III.18, et III.19.

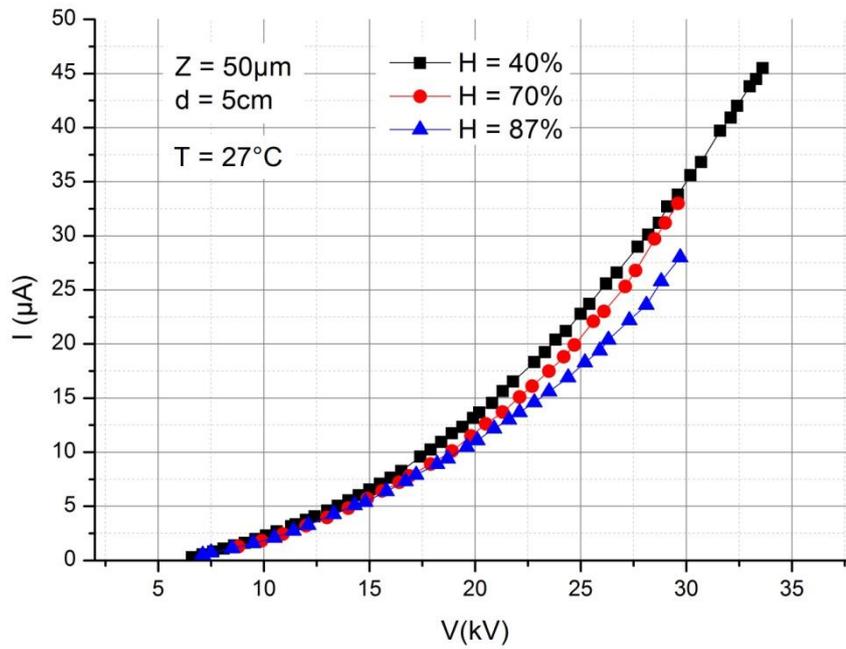


Figure III. 17 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour  $Z = 50\mu\text{m}$  et  $d = 5\text{cm}$ .

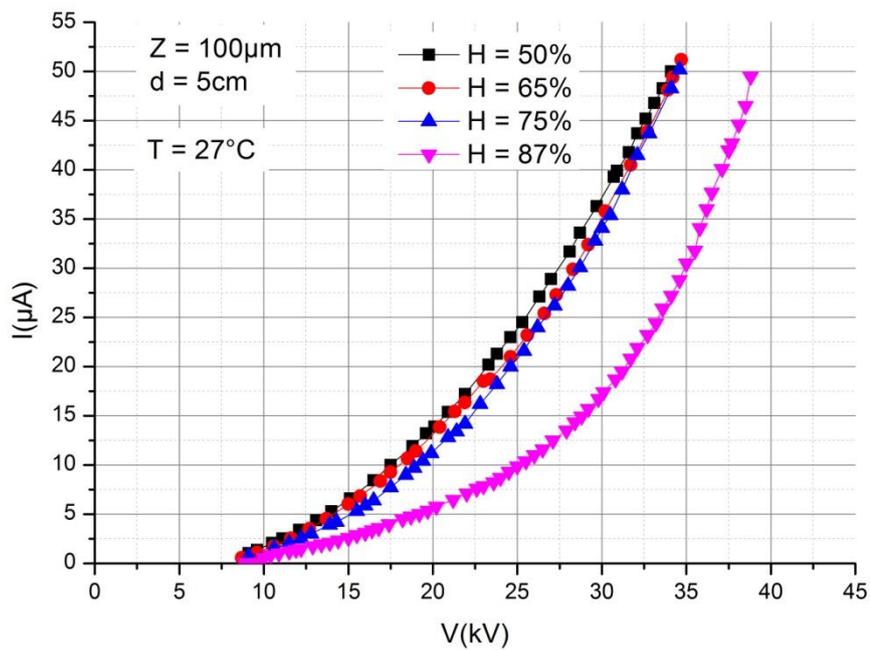


Figure III. 18 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour  $Z = 100\mu\text{m}$  et  $d = 5\text{cm}$ .

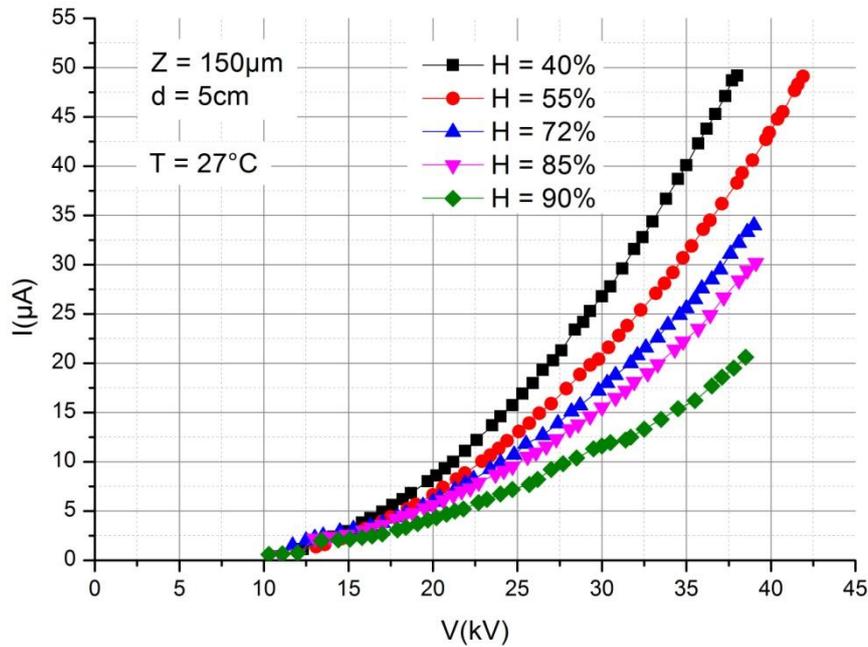


Figure III. 19 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour  $Z = 150\mu\text{m}$  et  $d = 5\text{cm}$ .

Nous constatons en vue des courbes vers la zone du zéro du courant et qui correspond à la tension seuil, la valeur critique est inférieure pour un milieu sec que dans le cas d'un milieu humide. De même on constate que la dynamique de l'évolution du courant est plus lente avec l'humidité. Le courant de décharge diminue lorsque l'humidité augmente. La variation du courant de couronne en fonction de l'humidité est généralement simulée par une fonction hyperbolique décroissante [11]. Pour évaluer la tension  $V_{s0}$ , qui correspond au seuil du processus d'ionisation nous pouvons nous servir du modèle physico-mathématique établi par Hartmann en 1984 [3]. Notons que sur le plan expérimental on peut mesurer des courants de l'ordre du nano-ampère lorsque l'humidité augmente alors pour les mêmes tensions on ne mesure aucun courant. On peut supposer que le passage de la zone de collecte des électrons courant de l'ordre de  $10^{-12}\text{A}$  à la zone de streamer courant de l'ordre de  $10^{-7}\text{A}$  ce fait brusquement pour un gaz sec. L'humidité agit directement sur le coefficient d'attachement qui devient important et nous avons une grande absorption des photons ce qui agit sur la photo ionisation [12] qui rappelle le a un effet négligeable sur le courant. De même nous avons une diminution de la mobilité des électrons suivant Calva[13] pour une humidité de  $13,30\text{ g/m}^3$  il trouve une mobilité de  $1,134 (10^{-4}\text{ m}^2\text{ V}^{-1}\text{S}^{-1})$  alors que pour  $11,80\text{ g/m}^3$  il trouve une mobilité de  $1,249 (10^{-4}\text{ m}^2\text{ V}^{-1}\text{S}^{-1})$ .

#### 4. Influence de la température :

L'étude de l'effet de la température est connue depuis bien longtemps et aucune ambiguïté n'a été relevée. Pour cela une seule caractéristique sera présentée dans ce travail. Pour mener cette étude, nous soumettons le système d'électrodes pointe-plan à une tension continue positive au seuil de l'amorçage de l'effet couronne. En commençant avec une température de  $17^\circ\text{C}$  (très proche de la température ambiante), nous augmentons progressivement cette dernière à l'aide d'une résistance de chauffage, jusqu'à une température de  $40^\circ\text{C}$ . Nous avons relevé la caractéristique  $I = f(V)$  pour les températures  $19^\circ$ ,  $27^\circ$ ,  $32^\circ$  et  $40^\circ\text{C}$ . Nous obtenons pour chaque température citée ci-dessus, en faisant varier la tension, un ensemble de points  $I=f(V)$  que nous pouvons représenter graphiquement.

Nous rappelons que chaque point de mesure représente une moyenne de vingt mesures faites au même point. Les résultats obtenus sont représentés à la figure (III.20) pour une distance inter-électrodes de 3cm.

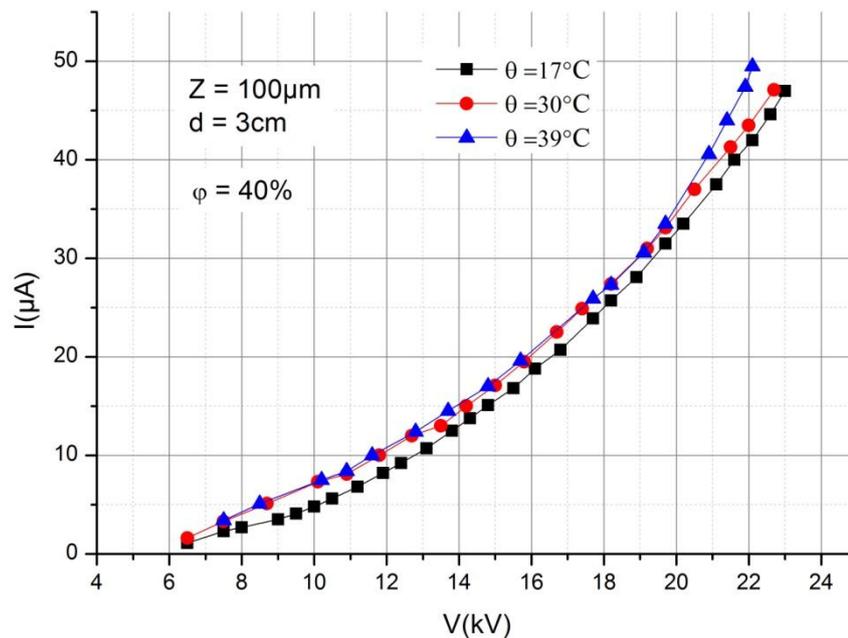


Figure III.20 : Caractéristique  $I = f(V)$  pour  $Z = 100\mu\text{m}$  et  $d = 3\text{cm}$ .

Ainsi d'après ce qui précède, on peut voir clairement l'influence positive de la température sur l'effet de couronne en polarité positive. Il faut remarquer, que le courant augmente de la même façon pour les trois pointes. Cette variation est très faible pour des températures variant de  $17^\circ\text{C}$  à  $39^\circ\text{C}$ . Cette augmentation est due à deux paramètres, une augmentation du facteur d'ionisation qui est fonction de la température [14][15] et une augmentation de la mobilité[16]. Cet effet peut être mis à mal lorsque nous avons une circulation d'air comme on le verra au chapitre suivant.

### III.7. Conclusion :

On sait bien que le champ a une influence déterminante sur les mécanismes de décharge, ce qui va automatiquement modifier les caractéristiques électriques de la première couronne au voisinage de l'électrode. De même que la distance, elle agit sur les valeurs réduites du champ. Cela a été mis en évidence dans ce chapitre. On rappelle que, pour que les mécanismes d'ionisation deviennent prépondérant par rapport aux mécanismes d'attachement, il faut que le champ atteigne une valeur minimale de  $24\text{kV/cm}$  et que l'avalanche initial ait une taille suffisante pour créer des avalanches secondaires. Nous avons constaté que la reproduction des mesures est conditionnée par l'état de surface en particulier pour un rayon de courbure de  $50\mu\text{m}$ , ce qui nous oblige à faire un polissage et un nettoyage pour chaque série de test. Dans notre cas, nous avons utilisé l'air atmosphérique, il aurait été préférable de le synthétiser pour retrouver à chaque essais les mêmes conditions. Pour les conditions climatiques, nous avons varié la température et l'humidité dans une enceinte fermée. L'influence de la température est connue depuis plusieurs décennies et elle est bien modélisée. La température agit directement sur les coefficients d'ionisation ce qui tend à augmenter les valeurs du courant pour la même valeur de la tension. Pour l'humidité, nous avons un accroissement de l'attachement des électrons libres de plus, une grande absorption des photons ce qui agit sur la photo ionisation de même nous avons un changement dans la mobilité.

L'humidité tend alors à diminuer le courant vu que ce dernier est fonction de ces paramètres. Nos mesures sont quantitatives mais probablement pas qualitatives car en modifiant les conditions climatiques dans l'enceinte on modifie légèrement la densité d'air du milieu. Pour des mesures qualitatives on aurait dû faire les essais systématiquement à travers les variations naturelles du climat cela aurait pris plusieurs années.

L'étude expérimentale que nous avons développée dans ce chapitre nous a permis de faire une évaluation des effets des facteurs qui conditionnent le processus de la décharge couronne. Comme on peut le remarquer de ce qui précède ;

- 1) Le rayon de courbure a un effet négatif sur l'intensité de la décharge ;
- 2) L'humidité fait diminuer le courant, son effet est donc également négatif ;
- 3) La température permet d'augmenter le courant, son effet est donc positif.

Ainsi, cette étude nous a permis de comprendre et de confirmer l'influence de chacun des facteurs pris séparément, mais la question qu'on se pose est de savoir s'il existe des interactions entre les divers facteurs. Pour répondre à cette question, nous employons la méthodologie des plans d'expériences, que nous appliquons dans le chapitre suivant.

REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE III :

- [1] J. E. Almy, « The Spark Discharge in Gases and Vapors », *Physical Review (Series I)*, vol. 24, n<sup>o</sup>. 1, p. 50, 1907.
- [2] F. W. Peek, *Dielectric phenomena in high voltage engineering*. McGraw-Hill Book Company, inc., 1920.
- [3] G. Hartmann, « Theoretical evaluation of Peek's law », *Industry Applications, IEEE Transactions on*, n<sup>o</sup>. 6, p. 1647–1651, 1984.
- [4] X. Meng, H. Zhang, et J. J. Zhu, « A general empirical formula of current–voltage characteristics for point-to-plane geometry corona discharges », *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 41, p. 065209, 2008.
- [5] C. Gallo, J. Germanos, et J. Courtney, « The effect of humidity and temperature variations on the behavior of wire-to-plane coronas », *Applied Optics*, vol. 8, n<sup>o</sup>. 101, p. 111–119, 1969.
- [6] H. Nouri, N. Zouzou, E. Moreau, L. Dascalescu, et Y. Zebboudj, « Effect of relative humidity on current–voltage characteristics of an electrostatic precipitator », *Journal of Electrostatics*, 2011.
- [7] B. Maskell, « The Effect of Humidity on a Corona Discharge in Air », DTIC Document, 1970.
- [8] E. Salthouse, J. Blackett, et H. Ryan, « Effect of humidity on positive glow corona characteristics », in *IEE Gas Discharge Conf*, 1976, p. 224.
- [9] M. Khalifa et S. El-Debeiky, « Analysis of the effect of humidity on DC corona power losses », *Proc. IEE*, vol. 118, n<sup>o</sup>. 5, p. 714–718, 1971.
- [10] F. Hirsch et E. Schafer, « Progress report on the HVDC test line of the 400 kV-Forschungsgemeinschaft: Corona losses and radio interference », *Power Apparatus and Systems, IEEE Transactions on*, n<sup>o</sup>. 7, p. 1061–1069, 1969.
- [11] M. Abdel-Salam, « Positive wire-to-plane coronas as influenced by atmospheric humidity », *Industry Applications, IEEE Transactions on*, n<sup>o</sup>. 1, p. 35–40, 1985.
- [12] C. Gary et G. Le Roy, *Les Propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions*. Eyrolles, 1984.
- [13] P. Calva et F. Espino, « Threshold curves of the various modes of corona discharge in atmospheric air », in *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 1997. IEEE 1997 Annual Report., Conference on*, 1997, vol. 2, p. 612–615.
- [14] H. S. Uhm, « Influence of chamber temperature on properties of the corona discharge system », *Physics of Plasmas*, vol. 6, p. 623, 1999.
- [15] N. Allen, M. Abdel-Salam, et I. Cotton, « Effects of temperature and pressure change on positive corona and sparkover under direct voltage in short airgaps », *Science, Measurement & Technology, IET*, vol. 1, n<sup>o</sup>. 4, p. 210–215, 2007.
- [16] D. Brocilo, J. Chang, R. Findlay, Y. Kawada, et T. Ito, « Modelling of the effect of electrode geometries on the corona discharge current-voltage characteristic for wire-plate electrostatic precipitators », in *Electrical Insulation and Dielectric Phenomena, 2001 Annual Report. Conference on*, 2001, p. 681–684.

# **CHAPITRE IV**

## **Modélisation expérimentale du courant de l'effet couronne**



## IV. 1. Introduction :

La décharge couronne représente l'ensemble des phénomènes liés à l'apparition d'une conductivité dans un gaz au voisinage d'un conducteur de faible rayon de courbure, porté à une tension suffisante.

Cette décharge a lieu généralement dans un milieu gazeux, soumis à des champs électriques intenses mais non disruptifs, séparant deux électrodes, elle se caractérise par des phénomènes de nature optique, acoustique et électrique qui dépendent de trois classes de paramètres [1]:

- ✓ Electriques : tels que la nature et la polarité de la tension appliquée à l'électrode active.
- ✓ Géométriques : tels que la forme, et les dimensions des électrodes ainsi que la distance inter-électrodes.
- ✓ Physiques : liés à la nature du gaz inter-électrodes, à sa densité, à sa pression, à sa température et à sa teneur en vapeur d'eau et en impuretés.
- ✓ Le matériau constituant les électrodes jouent également un rôle non négligeable.

Le rayon de courbure de la pointe, la distance inter-électrodes, la valeur de la tension, la température et l'humidité forment un ensemble de facteurs. L'étude entreprise au chapitre précédent nous a permis de connaître l'influence de chacun d'eux pris séparément mais nous ne maîtrisons pas les interactions existant entre ces divers facteurs. Lorsque l'humidité et la température varient simultanément par exemple, laquelle influe plus ?

Pour répondre à cette question, nous employons la méthodologie des plans d'expériences, qui est un outil qui s'est avéré efficace pour la modélisation et l'analyse des interactions entre facteurs. Nous examinons dans ce chapitre deux types de facteurs:

- ✓ Facteurs géométriques : rayon de courbure de la pointe  $Z$ , intervalle inter-électrodes  $d$  ;
- ✓ Facteurs climatiques : température  $\theta$  et humidité  $\varphi$ .

Pour conclure, l'étude nous permettra d'établir un modèle dimensionnel de la caractéristique courant-tension en polarité positive à partir des mesures entreprises par notre plan d'expériences.

## IV.2. Etudes antérieures :

L'étude de la décharge couronne pour une géométrie pointe-plan a démarré à la fin du 19<sup>ème</sup> siècle par Röntgen, comme il a été mentionnée par Ferreira et al. [2]. De nos jours, la décharge couronne est associée à de nombreuses applications industrielles et commerciales : générateur d'ozone, traitement de surface, photocopie, précipitateur électrostatique, séparateur électrostatique, traitement des déchets etc. Toutes ces applications nécessitent une réduction du coût de production et une optimisation de la configuration du système dans des conditions appropriées.

Plusieurs formules empiriques ont été proposées pour décrire la caractéristique courant-tension de la décharge couronne, cependant les mécanismes physiques de la décharge ne sont pas clairement établis à nos jours. En 1914, Townsend a proposé une formule qui permet d'établir la relation courant-tension pour une géométrie coaxiale fil-cylindre.

$$I = \frac{4\pi \varepsilon_0 \mu V (V - V_0)}{R^2 \ln(R/r)} \quad (\text{R-I})$$

Avec :

$\varepsilon_0$  : la permittivité du vide ;  $\mu$  : la mobilité des porteurs de charge ;  
R : le rayon du cylindre; r : le rayon du fil.

Plus tard, il a été empiriquement constaté que la relation de Townsend pourrait également être utilisée approximativement pour une géométrie pointe-plan, comme il a été mentionné par Henson [3]. Cette formule est exprimée sous la forme :

$$I = AV(V - V_0) \quad (\text{R-I})$$

Avec :

I : Courant de décharge ; V : la tension appliquée ;  $V_0$  : la tension seuil de l'apparition de l'effet couronne ; A : constante dimensionnelle qui dépend de la distance inter-électrodes, le rayon de courbure, la mobilité des porteurs de charge dans la zone de dérive et d'autres facteurs géométriques.

Pour une géométrie pointe-grille, récemment Yamada [4] a modifié la relation de Townsend, en tenant compte de l'influence de la température ambiante et de la distance inter-électrodes dans sa formule empirique, qui est exprimée sous la forme suivante :

$$I = C_1 (T - 132) S^{-2,8} V (V - C_2 T^{-1} S^{0,39}) \quad (\text{R-I})$$

Avec :

$C_1$  et  $C_2$  : coefficients qui dépendent de la géométrie des électrodes ;  
 $T(K)$  : température ambiante en Kelvin ;  $S(mm)$  : distance inter-électrodes.

Un autre type de relation empirique a été mentionné par Ferreira [2] sous la forme suivante :

$$I = B(V - V_0)^2 \quad (\text{R-II})$$

En 1980, Henson [3], a développé théoriquement un modèle mathématique pour une géométrie pointe-plan dans un régime à l'état stationnaire de l'effet couronne, son travail a été effectué dans l'hélium liquide, l'expression du modèle est la suivante :

$$I = (2\pi K \varepsilon / \alpha) [F(\delta/\alpha)]^{-2} (V - V_0)^2 \quad (\text{R-II})$$

Avec :

$\delta$  : le rayon minimum de la décharge luminescente,  $\alpha$  : la distance inter-électrodes,  
K : constante dimensionnelle,  $F(\delta/\alpha)$  : fonction polynomiale.

Les relations ci-dessus peuvent être classées en deux catégories : (R-I) et (R-II). En comparant les relations : (I/V) en fonction de V pour la première catégorie et (I)<sup>1/2</sup> en fonction de V pour la deuxième, Ferreira et al [2] ont trouvé, pour la décharge en polarité négative, que la relation (R-II) donne des meilleurs résultats que (R-I) pour plusieurs plages d'espaces inter-électrodes, alors que (R-I) n'est valable que pour des intervalles inter-électrodes supérieur à 15mm.

En revanche, en polarité positive (R-I) donne de meilleurs résultats que (R-II) et (R-II) n'est valable que pour des intervalles inter-électrodes supérieur à 15mm. Cependant, Kip [5] affirme que pour une décharge positive, (R-II) est en concordance avec ses résultats plutôt que (R-I).

Tous cela indiquent l'existence de certaines incohérences dans l'utilisation des formules mentionnées et qu'il n'y a toujours pas de réponses déterminées.

En plus de ce qui a été cité précédemment, et les efforts entrepris pour trouver une relation simple entre courant et tension, un autre facteur de dépendance viens s'ajouter et qui dépend de la densité d'air et des paramètres géométriques, qui est la tension seuil d'apparition de l'effet couronne  $V_0$ . Henson [3] suggère que la validité de la formule du courant n'est possible que si le courant dépasse une certaine valeur critique liée à la tension seuil d'apparition de l'effet couronne  $V_0$ .

Récemment, Fridman et all [6] proposent une formule, de première catégorie (R-I), pour une géométrie pointe-plan, valable pour un rayon de courbure de 3 à 50 $\mu$ m et une distance inter-électrodes de 4 à 16mm, en polarité positive et qui peut être exprimer sous la forme :

$$I = \frac{52}{d} V(V - V_0)$$

Avec :

$d$  : la distance inter-électrodes et  $V_0$  égale à 2,3kV : une constante qui ne dépend pas de la distance pour cet intervalle.

Récemment en 2008, Xiangbo Meng et all [7]a proposé une nouvelle formule de la forme:

$$I = K(V - V_0)^n$$

$K$  : constante dimensionnelle qui inclut la distance inter -électrodes, le rayon de courbure et les conditions ambiantes (humidité relative, température et la pression atmosphérique).

$n$  : constante entre 1,5 et 2 et qui possède une valeur optimale dans cet intervalle dépendant de la valeur de la tension seuil de l'effet couronne  $V_0$ .

Dans notre travail nous proposons une autre approche expérimentale qui permet de faire une analyse dimensionnelle comme celle proposé par Rezzouga et all. [1] et qui pourra être appliqué à la modélisation de la production de l'ozone comme l'ont proposé Z. BO et J. CHEN [8].

### IV. 3. Influence des paramètres géométriques :

#### IV. 3.1. Calcul des effets et des interactions :

Pour cette étude, la température  $\theta = 15^\circ\text{C}$  et l'humidité relative  $\varphi = 60\%$ , on a retenu trois facteurs géométriques :

- 1) Le rayon de courbure de la pointe « Z » ;
- 2) La distance inter-électrodes « d » ;
- 3) La tension appliquée « V » ;

Le choix des niveaux de chaque facteur est indispensable car il définit le domaine d'étude à l'intérieur duquel les conclusions de l'expérimentation seront valables et celui hors duquel les conclusions de l'expérimentation ne seront vraisemblablement pas valables. Le domaine expérimental suivant a été retenu pour réaliser le plan d'expérience :

<i>Facteur</i>	<i>Valeur minimale</i>	<i>Valeur maximale</i>
<b>Rayon de courbure (Z)</b>	50 $\mu\text{m}$	150 $\mu\text{m}$
<b>Distance inter-électrodes (d)</b>	3 cm	5 cm
<b>Tension (V)</b>	12 kV	22 kV

Tableau IV.1 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur

Le choix du plan est en général facile. Etant donné qu'on dispose de trois facteurs à deux niveaux, le plan factoriel complet s'annonce comme étant une première étape d'analyse de notre problème. Ce plan qui peut être utilisé pour la modélisation, donne des modèles du premier degré avec interactions.

### IV.3.2. Résultats:

Le dispositif expérimental utilisé est celui de la figure III.2, Rappelons que chaque point de mesure correspond à la moyenne d'une dizaine de mesures. Le plan choisi est en fonction du matériel disponible et qui nous permettra de comparer nos résultats avec des études antérieures dans une gamme de tension usuellement utilisée.

Dans le travail présenté ici, on s'est intéressé aux plans composites à faces centrées (CCF) qui permettent la modélisation par surfaces de réponse (RMS). L'avantage principal de la méthode des plans composites à faces centrées (CCF) est de pouvoir faire les essais séquentiellement, c'est-à-dire essayé de modéliser d'abord le processus avec un polynôme de premier degré. La première étape de ce travail consiste donc à élaborer un plan factoriel complet. Si le modèle linéaire obtenu est validé nous arrêtons les essais, sinon nous passons à la modélisation avec un polynôme du deuxième ordre et en réalisant un plan composite CCF.

Les résultats des 11 essais du plan d'expérience factoriel complet sont reportés dans le tableau IV.2 :

<i>EXP N°</i>	<i>Z(<math>\mu\text{m}</math>)</i>	<i>d(cm)</i>	<i>V(kV)</i>	<i>I (<math>\mu\text{A}</math>)</i>
<b>1</b>	50	3	12	9,5
<b>2</b>	150	3	12	4
<b>3</b>	50	5	12	5,4
<b>4</b>	150	5	12	2,3
<b>5</b>	50	3	22	44,6
<b>6</b>	150	3	22	31
<b>7</b>	50	5	22	24,3
<b>8</b>	150	5	22	18,1
<b>9</b>	100	4	17	14,6
<b>10</b>	100	4	17	14,5
<b>11</b>	100	4	17	14,2

Tableau IV.2 : Résultats du plan factoriel complet pour les facteurs géométriques.

L'interprétation du plan d'expériences se limite au calcul des effets et des interactions. La manière classique de procéder est celle décrite précédemment (chapitre II§4.1.2).

Nous allons effectuer ce calcul selon la méthode classique ; il est à rappeler que la méthode matricielle peut être utilisée mais dans les deux cas, le modèle mathématique est celui qui est associé aux plans factoriels : voir équation (II.17).

$$y = a_0 + a_z * X_z + a_d * X_d + a_v * X_v + a_{z-d} * X_z \cdot X_d + a_{z-v} * X_z \cdot X_v + a_{d-v} * X_d \cdot X_v$$

Qui se résume en valeur réelle à l'équation :

$$y = a_0 + a_z * \left(\frac{Z-100}{50}\right) + a_d * \left(\frac{d-4}{1}\right) + a_v * \left(\frac{V-17}{5}\right) + a_{z-d} * \left(\frac{Z-100}{50}\right) * \left(\frac{d-4}{1}\right) + a_{z-v} * \left(\frac{Z-100}{50}\right) * \left(\frac{V-17}{5}\right) + a_{d-v} * \left(\frac{d-4}{1}\right) * \left(\frac{V-17}{5}\right)$$

Les effets sont calculés à partir de la matrice d'expérience, cette dernière est déterminée selon la procédure décrite au Tableau II. 2. La construction de la matrice d'expérience, est présentée dans le tableau IV.3 :

Moy.	X <sub>z</sub>	X <sub>d</sub>	X <sub>v</sub>	I <sub>z-d</sub>	I <sub>z-v</sub>	I <sub>d-v</sub>	I (μA)
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	9,5
1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	4
1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	5,4
1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	2,3
1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	44,6
1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	31
1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	24,3
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	18,1
1	0	0	0	0	0	0	14,6
1	0	0	0	0	0	0	14,5
1	0	0	0	0	0	0	14,2

Tableau IV.3: Matrice de calcul des effets.

	Z (μm)	d (cm)	V (kV)
Niveau (-)	50	3	12
Niveau (0)	100	4	17
Niveau (+)	150	5	22

Domaine d'étude

### IV. 3.3 Etablissement du modèle mathématique :

- $a_0$  est une constante, c'est la valeur de la réponse au centre du domaine. Dans le cas des plans factoriels ayant les points expérimentaux situés aux sommets du domaine d'étude, cette constante est la moyenne de toutes les réponses.

On obtient donc :

$$a_0 = \frac{\sum_{i=1}^{11} (I)_i}{n} = \frac{9,5 + 4 + 5,4 + \dots + 14,2}{11} = 16,59 \mu A$$

- L'effet du rayon de courbure de la pointe ( $a_z$ ) est calculé en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la colonne du facteur 1 (le rayon de courbure), c'est-à-dire  $I_1$  par  $-1$ ,  $I_2$  par  $+1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite. Rappelons que les points au centre ne sont pas pris en compte pour le calcul des effets et des interactions. On peut donc poser :

$$a_z = \frac{-y_1 + y_2 - y_3 + \dots + y_{11}}{8} = -3,55 \mu A$$

La même procédure est adoptée pour les effets et les interactions des autres facteurs.

- L'effet de la distance inter-électrodes ( $d$ ) ;

$$a_d = \frac{-y_1 - y_2 + y_3 + \dots + y_{11}}{8} = -4,88 \mu A$$

- L'effet de la tension appliquée ( $V$ ) ;

$$a_V = \frac{-y_1 - y_2 - y_3 - y_4 + \dots + y_{11}}{8} = 12,10 \mu A$$

Calculons maintenant, les effets des interactions, entre facteurs :

- L'interaction entre le rayon de courbure et la distance inter-électrodes ( $I_{z-d}$ ) est calculée en multipliant chaque réponse par la valeur du signe figurant dans la 5<sup>ème</sup> colonne, c'est-à-dire  $I_1$  par  $+1$ ,  $I_2$  par  $-1$ ,  $I_3$  par  $-1$  et ainsi de suite :

$$I_{z-d} = \frac{+y_1 - y_2 - y_3 + y_4 + \dots + y_{11}}{8} = 1,23 \mu A$$

La même procédure est adoptée pour les autres interactions

- L'interaction entre le rayon de courbure et la tension appliquée ( $I_{z-v}$ ):

$$I_{z-v} = \frac{+y_1 - y_2 + y_3 - y_4 + \dots + y_{11}}{8} = -1,40 \mu A$$

- L'interaction entre la distance inter-électrodes et la tension appliquée ( $I_{d-v}$ ):

$$I_{d-v} = \frac{+y_1 + y_2 - y_3 - y_4 + \dots + y_{11}}{8} = -3,43 \mu A$$

Les valeurs des effets et leurs interactions associées aux facteurs dans le modèle mathématique montrent le degré d'influence de chaque facteur.

Les coefficients sont également représentés par un histogramme dans la figure VI.1 :

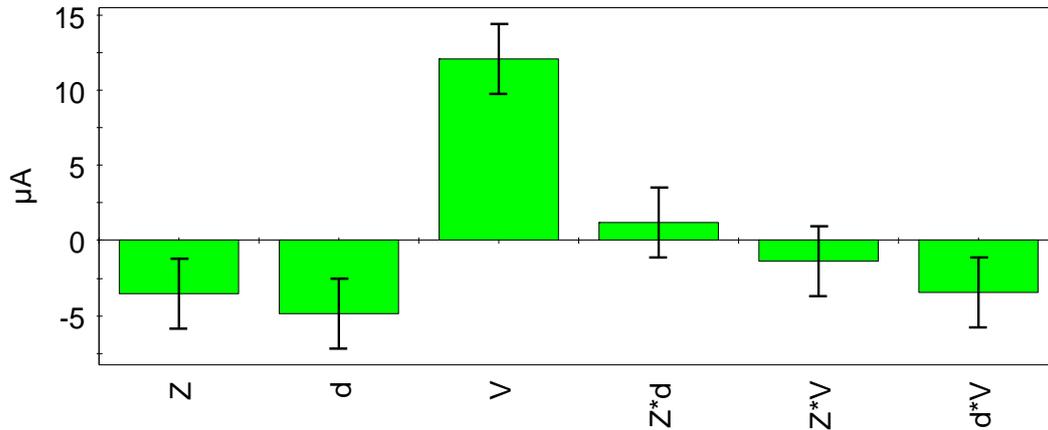


Figure IV.1 : Histogramme des effets et leurs interactions.

Ainsi le modèle mathématique du courant de couronne peut être exprimé par l'équation mathématique dans le plan factoriel par :

$$y = 16,59 - 3,55 * X_Z - 4,88 * X_d + 12,10 * X_V + 1,23 * X_Z * X_d - 1,40 * X_Z * X_V - 3,43 * X_d * X_V$$

En valeurs réelles par :

$$I = 16,59 - 3,55 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) - 4,88 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) + 12,10 * \left(\frac{V - 17}{5}\right) + 1,23 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) * \left(\frac{d - 4}{1}\right) - 1,40 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) * \left(\frac{V - 17}{5}\right) - 3,43 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) * \left(\frac{V - 17}{5}\right)$$

### IV. 3.4 Estimation de la variance :

Une fois le modèle mathématique recherché est établi, il faut maintenant évaluer la qualité du modèle. Pour ce faire on effectue l'analyse de la variance. En utilisant les équations du paragraphe (§II.5.2), cette première étape aboutit à la construction du tableau IV.4 :

$X_Z$	$X_d$	$X_V$	$Z*d$	$Z*V$	$d*V$	$Y$	$Y_{pré}$	SCM	SCE
-1	-1	-1	1	1	1	9,5	9,32	52,93	0,03
1	-1	-1	-1	-1	1	4	2,57	196,70	2,06
-1	1	-1	-1	1	-1	5,4	3,97	159,39	2,06
1	1	-1	1	-1	-1	2,3	2,12	209,53	0,03
-1	-1	1	1	-1	-1	44,6	43,17	706,23	2,06
1	-1	1	-1	1	-1	31	30,82	202,35	0,03
-1	1	1	-1	-1	1	24,3	24,12	56,63	0,03
1	1	1	1	1	1	18,1	16,67	0,01	2,06
0	0	0	0	0	0	14,6	16,59	0,00	3,96
0	0	0	0	0	0	14,5	16,59	0,00	4,37
0	0	0	0	0	0	14,2	16,59	0,00	5,72

Tableau IV.4 : Estimation des effets du modèle.

### IV. 3.5 Variance totale (variance des résidus) :

La variance résiduelle est définie par l'équation (II.33) :

$$S^2 = \frac{SCE}{\nu_e} = \frac{\sum (Y_i^{pré} - Y_{moy})^2}{(N - P)}$$

$$S^2 = \frac{22,41}{11 - 7} = 5,60$$

### IV. 3.6 Variance sur un effet :

Cette valeur est définie par l'équation (II.34) :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} = \frac{5,60}{11} = 0,51$$

$$S_i = 0,71$$

On établit le test statistique,  $t_{obs}$  à partir de la relation (II.37):

$$t_{obs} = \frac{|a_i|}{S_i}$$

On rappelle que l'équation mathématique qui traduit le modèle est donnée par :

$$I = 16,59 - 3,55 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) - 4,88 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) + 12,10 * \left(\frac{V - 17}{5}\right) + 1,23 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) * \left(\frac{d - 4}{1}\right) - 1,40 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) * \left(\frac{V - 17}{5}\right) - 3,43 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) * \left(\frac{V - 17}{5}\right)$$

Comme exemple, le coefficient de la distance inter-électrodes  $d$  possède :

$$t_d = \frac{4,88}{0,71} = 6,83$$

Le modèle mathématique a été déterminé à partir de 11 essais et possède 7 coefficients. Ainsi il y a  $\nu = 11 - 7 = 4$  degrés de libertés, la table de « Student » (voir annexe B), donne, pour un risque de 5% avec  $\nu = 4$ ,  $t_{crit}(0,05,4) = 2,776$ . Un effet sera significatif au risque de 5% si le test statistique  $t_{obs}$  correspondant est supérieur à 2,776. Ainsi l'effet  $t_d$  de la distance inter-électrodes est supérieur à  $t_{crit}$  et donc significatif. En faisant le même calcul pour toutes les variables, on obtient le tableau IV.5 :

Variables	Effet	$t_{obs}$	Résultats
Constante	16,59	23,25 > 2,776	Significatif
Rayon (Z)	-3,55	4,97 > 2,776	Significatif
Distance (d)	-4,88	6,83 > 2,776	Significatif
Tension (V)	12,10	16,95 > 2,776	Significatif
Z*d	1,23	1,72 < 2,776	Non Significatif
Z*V	-1,40	1,96 < 2,776	Non Significatif
d*V	-3,43	4,80 > 2,776	Significatif

Tableau IV.5 : Analyse des effets du modèle mathématique

Il faut remarquer que l'analyse de la variance permet de définir le seuil à partir duquel un effet n'est plus significatif, quatre effets et une interaction ont une probabilité d'au moins 95% d'être significatifs.

Il est maintenant évident que le rayon de la pointe ( $Z$ ), la distance inter-électrodes ( $d$ ) et la tension appliquée ( $V$ ) ont une influence significative sur la valeur du courant de l'effet couronne. Seuls ces trois facteurs et l'interaction ( $d*V$ ) significatives devront être utilisés pour l'optimisation du phénomène, pour augmenter ou bien diminuer l'effet couronne.

On en déduit alors la formule simplifiée du courant en ( $\mu A$ ) :

$$I = 16,59 - 3,55 * \left(\frac{Z - 100}{50}\right) - 4,88 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) + 12,10 * \left(\frac{V - 17}{5}\right) - 3,43 * \left(\frac{d - 4}{1}\right) * \left(\frac{V - 17}{5}\right)$$

### IV. 3.7 Intervalle de confiance des effets du modèle :

Après la détermination des effets significatifs et non significatifs, l'étape suivante consiste à établir l'intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique. L'intervalle de confiance est exprimé par :

$$[a_i - t(a, \nu)S_i, a_i + t(a, \nu)S_i] = [a_i - 2,776 * 0,71, a_i + 2,776 * 0,71]$$

Le tableau IV.6 regroupe les calculs de l'intervalle de confiance pour tous les coefficients du modèle établi.

**Remarque :**  $t(a, \nu) = t(0,05, 4) = 2,776$ . C'est-à-dire  $a = 0,05 = 5\%$  (tolérance ou bien risque) et  $\nu = 4$  c'est le nombre de degré de liberté des résidus ( $\sum(SCE)_i$ )

Coefficients du modèle	Limite inférieure	Limite supérieure
$a_0 = 16,59$	14,62	18,56
$a_z = - 3,55$	- 5,52	- 1,58
$a_d = - 4,88$	- 6,85	- 2,91
$a_v = 12,10$	10,13	14,07
$Z*d = 1,23$	- 0,74	3,20
$Z*V = - 1,40$	- 3,37	0,57
$d*V = - 3,43$	- 5,40	- 1,46

Tableau IV. 6: Intervalle de confiance des coefficients du modèle mathématique.

Le tableau IV.6 permet de confirmer les résultats du tableau IV.5. Il est clair que par exemple  $a_0 = 16,59$  est significativement différent de zéro au risque de 5% alors que, l'interaction ( $Z*d$ ) comme deuxième exemple n'est pas significativement différent de zéro au même risque.

### IV. 3.8 Analyse de la variance :

L'analyse statistique du modèle dans sa globalité se poursuit par la construction d'un test statistique. Le tableau d'analyse de régression (Chapitre II. Tableau II.5), permet de regrouper les différentes étapes, permettant d'aboutir à l'analyse statistique.

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	F <sub>obs</sub>
Modèle	SCM = 1583,755	6	263,959	47,106
Résidus	SCE = 22,414	4	5,604	
Total	SCT = 1606,169	10		

Tableau IV.7 : Analyse de la régression.

La table de Fisher-Snedecor (annexe C) donne pour  $\nu_1 = 6$  et  $\nu_2 = 4$ ,  $F_{crit} = 6,16$  pour un risque de 5%. Etant donné que  $(F_{obs} = 47,106) > (F_{crit} = 6,16)$  on accepte donc l'hypothèse de linéarité du modèle.

### IV.3.9 Qualité du modèle :

#### 1. Qualité descriptive du modèle :

Le tableau d'analyse de régression (VI.7) permet d'établir immédiatement le coefficient de détermination à partir de l'équation II. :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

$$R^2(\%) = \frac{1583,755}{1606,169} * 100 = 98,60 \%$$

Dans l'analyse des résultats d'essais, il faut impérativement éviter l'utilisation du coefficient  $R^2$ . Il faut recourir plutôt à l'utilisation du coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$ . Le tableau d'analyse de régression permet de corriger le coefficient défini à partir de l'équation (II. 42). On définit le coefficient  $R_{ajust}^2$  à partir de l'équation (II.43) :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(N - P)}{SCT/(N - 1)}$$

$$R_{ajust}^2(\%) = \left(1 - \frac{5,604}{160,617}\right) * 100 = 96,51\%$$

Il faut remarquer que  $R_{ajust}^2(\%)$  est proche de 100%, ce qui veut dire que la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. Ainsi on peut dire que dans le domaine d'étude choisi le modèle obtenu pourra servir à prédire la valeur de la réponse du courant en polarité positive dans une configuration pointe plan.

#### a. Qualité prédictive du modèle :

Par analogie avec le coefficient de détermination  $R^2$ , on obtient le coefficient  $R_{Predictif}^2$  encore noté  $Q^2$  :

$$Q^2 = 1 - \frac{P_{ress}}{SCT}$$

Un modèle sera d'autant plus prédictif que l'erreur de prédiction est faible ainsi on définit la statistique, noté par l'équation:

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2$$

Tant que la valeur de  $P_{ress}$  est faible, le modèle postulé ou bien établi est prédictif.

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^n e_i^2 = \sum_{i=1}^{n=11} (Y_i - Y_{pre})^2$$

$Y_{pre}$ : c'est la matrice colonne calculé .

$$Y_{pre} = X.A$$

X : matrice de calcul des effets de dimension (11,7) :

$$\begin{bmatrix} +1 & -1 & -1 & -1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & +1 & -1 & -1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & -1 & +1 & -1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & -1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 \\ +1 & +1 & -1 & +1 & -1 & +1 & -1 \\ +1 & -1 & +1 & +1 & -1 & -1 & +1 \\ +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 & +1 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ +1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

A : matrice des coefficients du modèle de dimension (7,1)

$$A^t = [16,59, -3,55, -4,88, 12,10, 1,23, -1,40, -3,43]$$

$$Y_{pre}^t = [9,32, 2,57, 3,97, 2,12, 43,17, 30,82, 24,12, 16,67, 16,59, 16,59, 16,59]$$

$DIM(Y_{pre}) = (11,1)$

$Y_i$  : matrice colonne de DIM(11,1) (c'est la réponse / du courant)

$$Y_i^t = [9,5, 4, 5,4, 2,3, 44,6, 31, 24,3, 18,1, 14,6, 14,5, 14,2]$$

**Remarque :** Les différentes matrices sont tirées du tableau (IV.3)

Le calcul matriciel est trop long il est fait en utilisant un tableur sous EXCEL. Ainsi l'erreur de dérivée est calculée à partir d'un produit matriciel, ce qui donne

$$P_{ress} = \sum_{i=1}^{11} e_i^2 = 22,41$$

$$Q^2(\%) = \left(1 - \frac{22,41}{1606,169}\right) * 100 = 98,60\%$$

Plus la valeur du coefficient  $Q^2$  (%) est proche de 100% plus la qualité prédictive du modèle est satisfaisante. La valeur obtenue  $Q^2 = 98,60\%$  permet de conclure que le modèle peut être retenu pour prédire les valeurs dans le domaine.

Un bon modèle mathématique doit avoir des critères  $R^2$  et  $Q^2$  dont la valeur numérique soit proche de l'unité, le coefficient de détermination étant proche de l'unité ce qui renforce la validité du modèle.

Dans le cas de ce premier plan d'expérience, les valeurs de  $R^2$ ,  $Q^2$  et  $R_{adj}^2$ , calculés sont :

$$R^2 = 98,60 \% ; Q^2 = 98,60\% ; R_{adj}^2 = 96,51\%$$

Le modèle du premier ordre est adéquat ; la conclusion de cette étude est que le modèle du premier degré est largement satisfaisant pour interpréter les valeurs expérimentales.

### **IV. 3.10 Analyse graphique du modèle :**

Nous avons utilisé le logiciel MODDE.05 (Umetrics AB, Umea, Sweden), qui est un programme Windows qui permet la création et l'évaluation du plan d'expériences [9]. Le programme assiste l'utilisateur à l'interprétation des résultats et la prédiction des réponses. Il calcule les coefficients mathématiques du modèle, trace les surfaces de réponses, et identifie le meilleur ajustement des paramètres pour une optimisation du processus.

En plus, le programme vérifie si les résultats expérimentaux obtenus sont logiques et détecte tous résultats douteux.

#### **1. Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures :**

Le graphe d'adéquation du modèle est un moyen simple de porter un jugement sur la qualité descriptive du modèle. Cette figure restitue le nuage des points défini, à partir des valeurs des réponses mesurées et des réponses prédites par le modèle (Tableau IV.4). Plus le nuage des points est aligné sur la première bissectrice, plus la qualité descriptive du modèle est satisfaisante. (Figure IV.2)

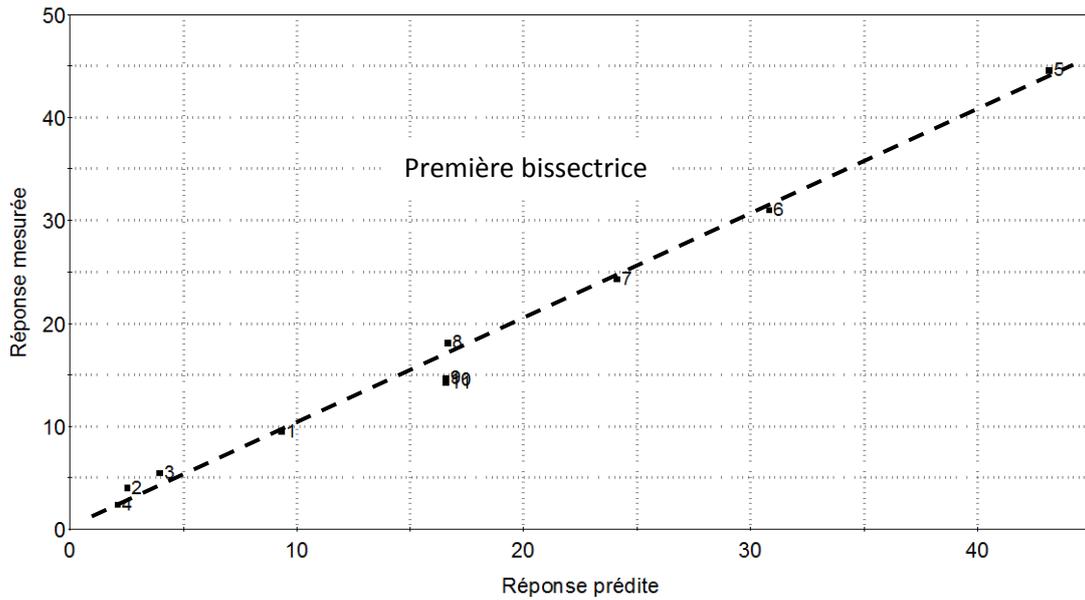


Figure IV. 2 : Graphe d'adéquation du modèle (Influence des paramètres géométriques)

Le logiciel permet de valider les résultats des mesures, qui doivent être dans un intervalle variant de  $[-4, +4]$ . Dans le cas contraire l'essai n'appartient pas au domaine.

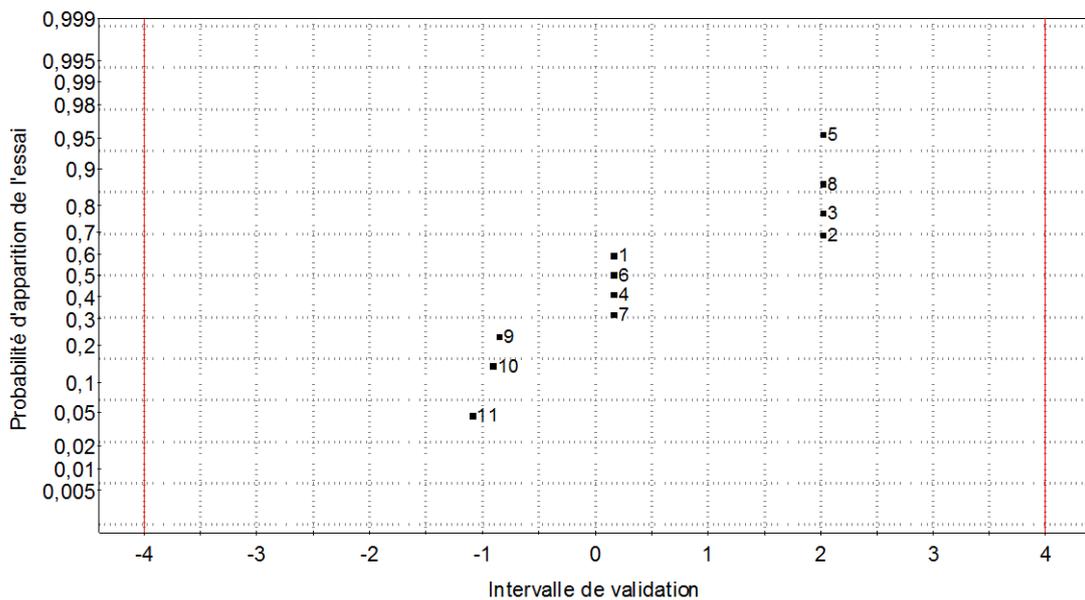


Figure IV. 3 : Graphe de validation des mesures (Influence des paramètres géométriques)

**2. Courbes iso-réponses :**

Le logiciel MODDE 05 permet également la modélisation par les surfaces de réponses, qui peut aussi être utilisée pour interpréter les résultats du plan d'expériences dans le plan défini par la variation du courant en fonction des paramètres géométriques (rayon de courbure, distance inter-électrodes et tension appliquée) les courbes iso-réponses permettent de délimiter les différentes région du plan qui correspondent aux différentes classes du courant de couronne.

Ainsi dans le plan  $(d,Z)$ , il faut remarquer la grande influence de l'intervalle  $d$  par rapport au rayon  $Z$ . Ces deux paramètres ont une contribution négative (les classes de courant diminuent de 24,7 à 9,4  $\mu\text{A}$ ) (figure IV.4.a). Dans le plan  $(d,V)$  il y a une grande contribution de ces deux paramètres, mais d'une façon opposée (la tension conduit à une augmentation du courant alors que l'intervalle conduit à une diminution) (figure IV.4.b). Dans le plan  $(V, Z)$  les mêmes constatations sont à remarquer (figure IV.4.c).

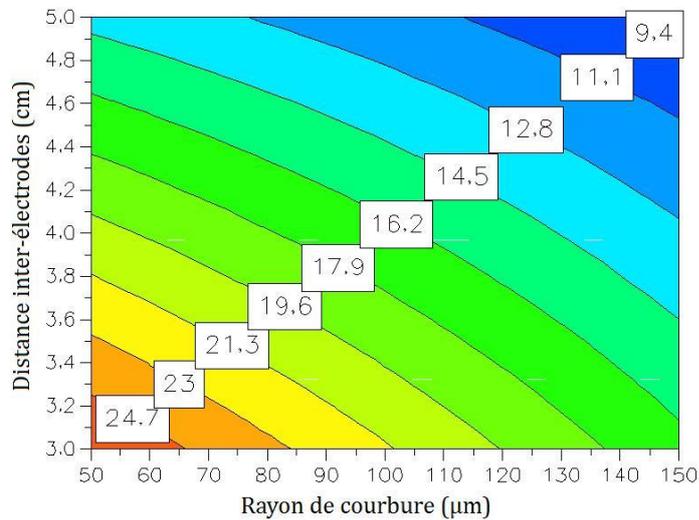


Figure IV.4.a : L'influence du rayon de courbure et de la distance inter-électrodes sur le courant.

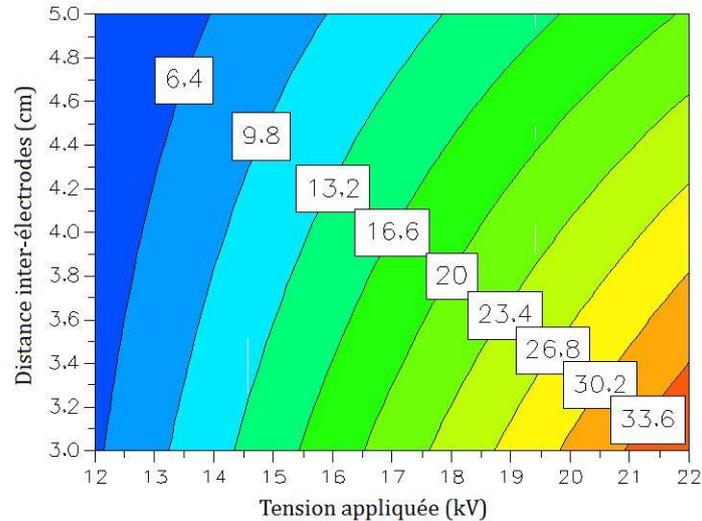


Figure IV.4.b : L'influence de la tension appliquée et de la distance inter-électrodes sur le courant.

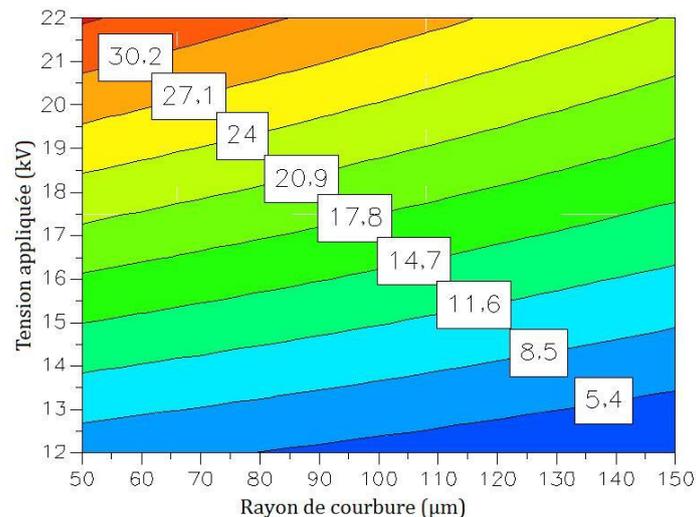


Figure IV.4.c : L'influence du rayon de courbure et la tension appliquée sur le courant.

### 3. Courbes de prédictions :

Ces courbes, représentent les valeurs prédites, tracées en trait noir (courbe centrale) qui sont comprise statistiquement, dans l'intervalle situé entre les courbes bleue et rouge, avec un intervalle de tolérance généralement égal à 5% (Figures IV.5.a, b et c ). On peut également noter que dans les limites des intervalles choisis, pour chaque facteur, l'intervalle  $d$  et la tension  $V$  sont les plus influents. Elles permettent d'illustrer l'influence de chaque facteur sur le phénomène de l'effet couronne. On peut remarquer :

- ✓ Le rayon de courbure a un effet négatif : le courant diminue quand  $Z$  augmente ;
- ✓ La distance inter-électrodes a un effet négatif : le courant diminue quand  $d$  augmente ;
- ✓ La tension a un effet positif : le courant augmente quand  $V$  augmente.

En conclusion on peut dire que les courbes de prédiction confirment les interprétations déduites à partir des courbes iso-réponses.

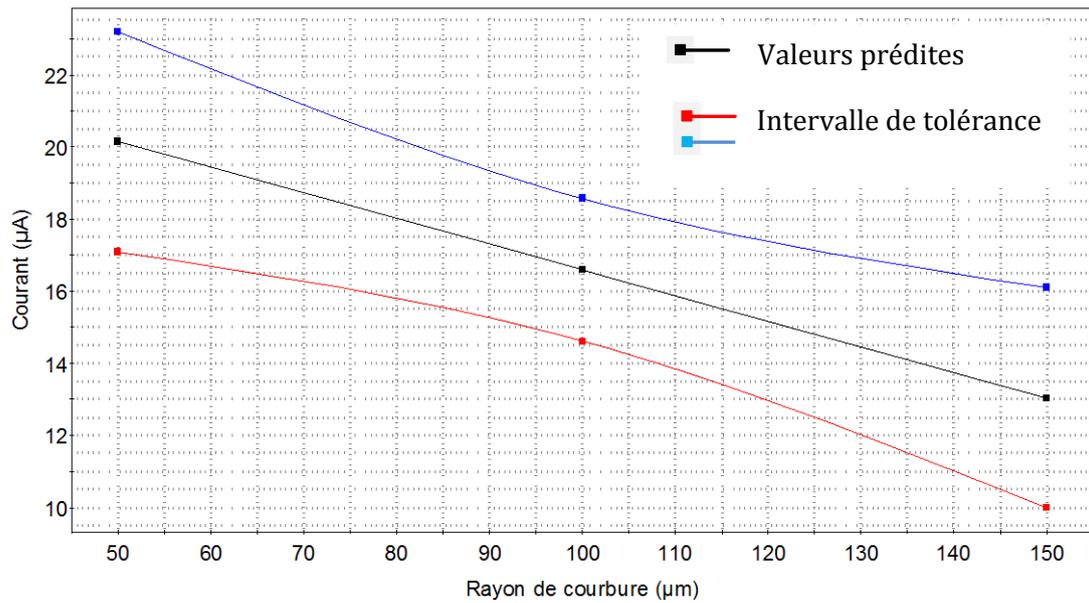


Figure IV. 5.a : L'influence du rayon de courbure sur le courant de prédiction.

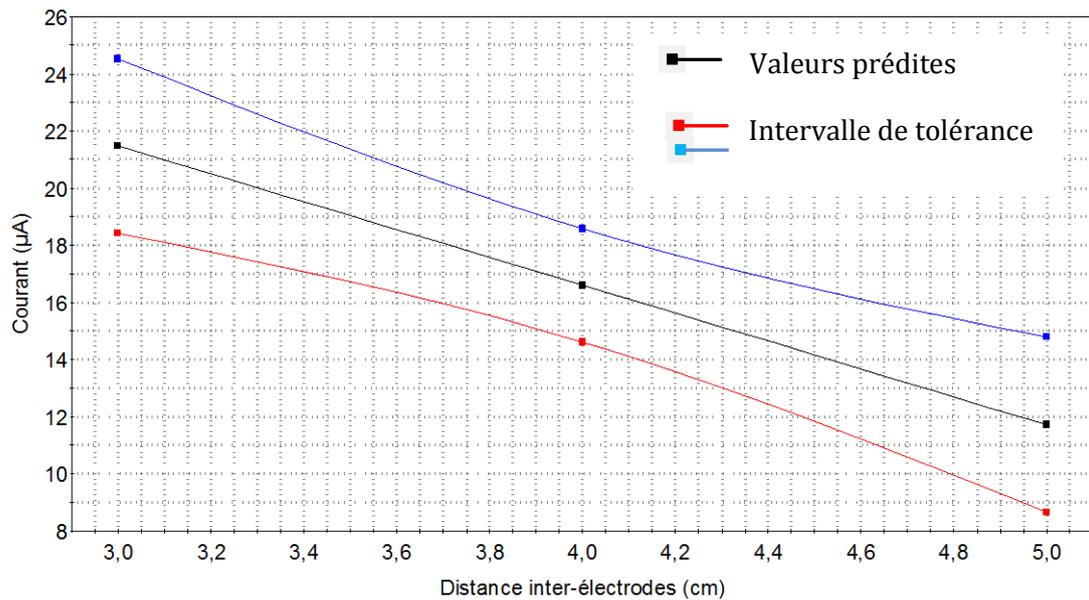


Figure IV. 5.b : L'influence de la distance inter-électrodes sur le courant de prédiction.

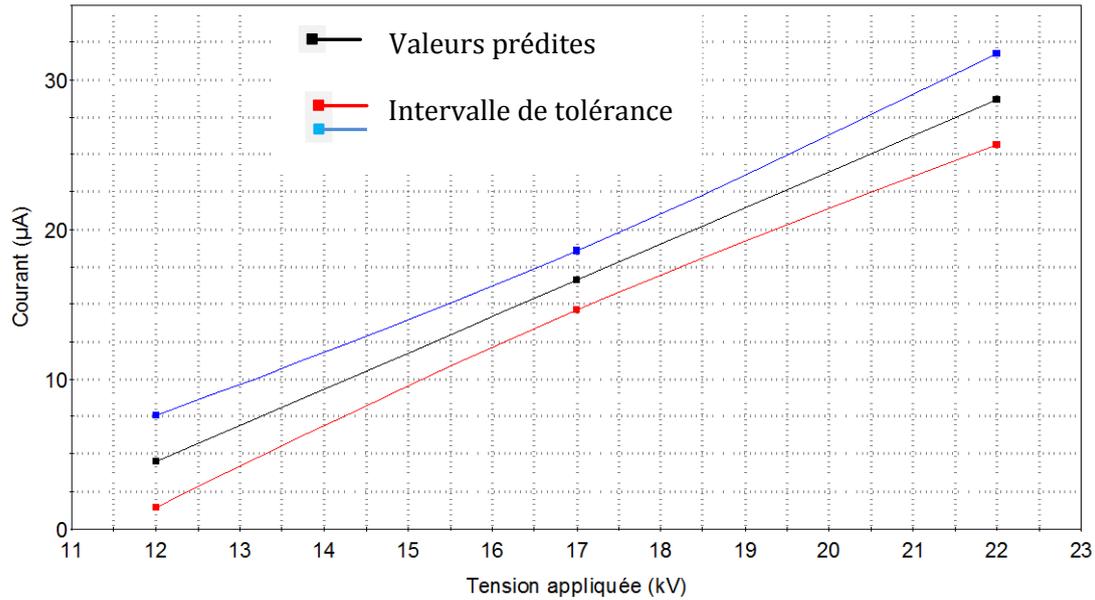


Figure IV. 5.c : L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction.

#### 4. Vérification du point optimal :

Cette étude nous permet d'optimiser un dispositif d'essai selon la valeur désirée du courant.

Le logiciel MODDE 5.0 nous donne :

- Pour avoir une valeur minimale du courant, les valeurs optimales calculées: un rayon de courbure d'environ  $150\mu\text{m}$ , une distance inter-électrodes de  $4,8\text{cm}$  et une tension de  $12\text{kV}$  on aura une valeur du courant de  $2,16\mu\text{A}$ . Voir le tableau IV.8.

Rayon de courbure	Distance	Tension	Courant	iter
148,736	3,5624	12,0001	2,5074	776
149,73	3,1998	12	2,5379	1181
148,494	4,8592	12,0001	2,1807	696
149,989	4,8	12,0024	2,1651	804
149,962	4,2	12,0003	2,2979	749
148,736	3,5624	12,0001	2,5074	776
148,494	4,8592	12,0001	2,1807	696
140	4,9998	12,0001	2,3011	468

Tableau IV.8 : Les valeurs optimales pour une valeur minimale du courant.

- Pour avoir une valeur maximale du courant, les valeurs optimales calculées : un rayon de courbure d'environ  $51\mu\text{m}$ , une distance inter-électrodes de  $3\text{cm}$  et une tension de  $22\text{kV}$  on aura une valeur du courant de  $43,05\mu\text{A}$ . Voir le tableau IV.9.

Rayon de courbure	Distance	Tension	Courant	iter
50,9225	3,0002	22	43,0505	1238
50,0893	3,0061	21,9307	42,8621	1558
60	3	21,9908	41,9002	1218
51,1177	3,0061	22	42,9697	1385
54,17	3,0001	22	42,6502	1370
50,9225	3,0002	22	43,0505	1238
60	3	21,9908	41,9002	1218
140	3	22	32,0507	896

Tableau IV.9 : Les valeurs optimales pour une valeur maximale du courant.

En conclusion, d'après ces différentes courbes on peut dire que la contribution de la tension est favorable pour l'évolution du phénomène de couronne, alors que la distance inter-électrodes et le rayon de courbure agissent dans le sens de l'élimination de la décharge couronne. Ces facteurs vont agir essentiellement sur la valeur du champ électrique qui est fonction de la distance et du rayon[6] si nous considérons que la pointe est sous forme parabolique.

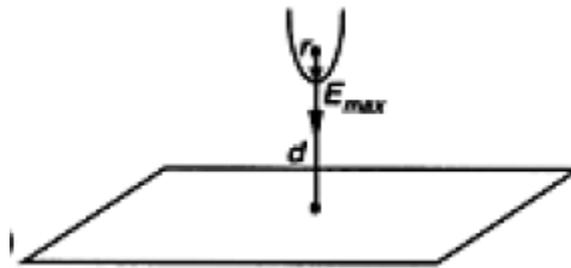


Figure IV.6 : Configuration pointe –plan avec la pointe sous forme parabolique.

$$E = \frac{2V}{(r+2x)\ln\left(\frac{2d}{r}+1\right)} ; \text{ et } E_{max} \approx \frac{2V}{r\ln\left(\frac{2d}{r}\right)}$$

#### IV. 4. Influence des paramètres climatiques :

Il est bien connu que les paramètres climatiques et particulièrement l'humidité et la température de l'air influencent le courant de la décharge couronne, en particulier la tension seuil d'apparition de l'effet couronne [10][11][12] et la mobilité des porteurs de charges [13] [14] [15] [16][17].

Dans le chapitre précédent (III.§6.3 et III.§6.4), l'étude expérimentale qui a été menée nous a permis de dégager les résultats suivants :

- L'humidité est un facteur à effet négatif pour le phénomène de l'effet couronne (L'augmentation de l'humidité conduit à la diminution de la valeur du courant).
- La température est un facteur à effet positif pour l'effet couronne (l'élévation de la température conduit à une augmentation de la valeur du courant).

Elle nous a permis de voir l'influence de chacun des paramètres (humidité et température) pris séparément, la méthodologie des plans d'expériences permet d'évaluer l'interaction entre ces deux paramètres.

Dans cette partie, on utilisera la méthode des plans composites (CCF). Cette méthode, permet la modélisation par surface de réponse (RMS). Comme la montre la figure VI.7 dans le cas d'un plan à trois facteurs, le plan factoriel ( $1^{\text{er}}$  ordre) correspond aux essais situés aux sommets du cube (points carrés), plus trois essais identiques au point central M (point en étoile). Le plan composite correspond à la totalité des essais, à savoir le plan factoriel précédent (11 essais) plus les 6 essais aux centres des faces du cube (points ronds). Un plan composite à 3 facteurs comprend donc en tout à 17 essais.

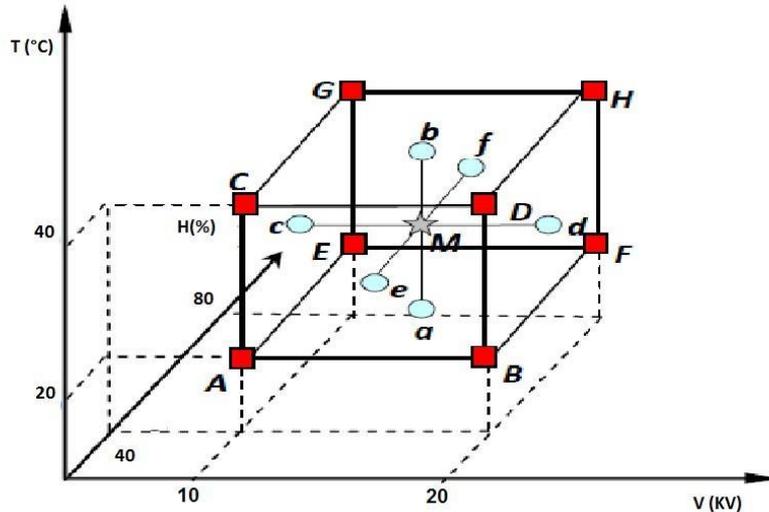


Figure VI. 7: Domaine d'étude du plan composite CCF dans une configuration pointe-plan

Dans cette partie, on a utilisé une configuration pointe-plan, l'électrode pointe a un rayon de courbure  $Z=100\mu\text{m}$ , et une distance inter-électrodes  $d=3\text{cm}$  et on a retenu trois facteurs :

- ✓ **Facteur 1** : La tension  $V(\text{kV})$  ;
- ✓ **Facteur 2** : La température  $\theta(^{\circ}\text{C})$  ;
- ✓ **Facteur 3** : L'humidité relative  $\varphi(\%)$ .

Comme il a été mentionné au paragraphe IV.3.2, le choix des niveaux de chaque facteur est indispensable puisque il définit le domaine d'étude. Selon les moyens disponibles dans le laboratoire LGEP où à été mené cette étude on a opté pour le domaine expérimental suivant :

Facteur	Valeur minimale	Valeur maximale
Tension $V(\text{kV})$	10	20
Température $\theta (^{\circ}\text{C})$	20	40
Humidité $\varphi (\%)$	40	80

Tableau IV.10 : Valeurs minimale et maximale de chaque facteur

La procédure de mesure consiste à mesurer le courant de couronne pour différentes valeurs de température et de l'humidité. Les résultats obtenus sont représentés au tableau IV.11.

Par exemple, pour le premier point la tension doit être de  $10\text{kV}$ , la température  $20^{\circ}\text{C}$  et l'humidité  $40\%$ , mesure qui n'est pas du tout facile à effectuer puisque un tel réglage présente beaucoup de difficultés vu que l'humidité est très instable vis-à-vis de la température. Une faible variation de cette dernière provoque un changement brusque de l'humidité ; deux paramètres agissent simultanément sur l'humidité relative, le premier est la température de la vapeur du circuit d'air et le second la

température de la résistance de chauffage. Pour cette raison la détermination d'un seul point de mesure est fastidieuse et peut demander un temps très long.

EXP N°	Tension (V)	Température ( $\theta$ )	Humidité ( $\varphi$ )	I ( $\mu\text{A}$ )
1	10	20	40	3,9
2	20	20	40	29,8
3	10	40	40	4,4
4	20	40	40	33,4
5	10	20	80	3,7
6	20	20	80	29
7	10	40	80	4
8	20	40	80	29,4
9	15	30	60	4
10	15	30	60	30,4
11	15	30	60	13,9

Tableau IV. 11: Résultats du plan composite pour les facteurs climatiques.

Comme il a été signalé au chapitre II, le modèle mathématique associé au plan composite est un modèle du second degré où on ne conserve que les interactions d'ordre deux, qui prend la forme suivante :

$$y = a_0 + a_V \cdot X_V + a_\theta \cdot X_\theta + a_\varphi \cdot X_\varphi + a_{V^2} \cdot X_V^2 + a_{\theta^2} \cdot X_\theta^2 + a_{\varphi^2} \cdot X_\varphi^2 + a_{V\theta} \cdot X_V \cdot X_\theta + a_{V\varphi} \cdot X_V \cdot X_\varphi + a_{\theta\varphi} \cdot X_\theta \cdot X_\varphi$$

Le modèle en valeurs réelles est donné sous la forme :

$$I = a_0 + a_V * \left(\frac{V - 15}{5}\right) + a_\theta * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) + a_\varphi * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) + a_{V^2} * \left(\frac{V - 15}{5}\right)^2 + a_{\theta^2} * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right)^2 + a_{\varphi^2} * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)^2 + a_{V\theta} * \left(\frac{V - 15}{5}\right) * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) + a_{V\varphi} * \left(\frac{V - 15}{5}\right) * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) + a_{\theta\varphi} * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)$$

La matrice d'expérience relative à notre plan d'expérience est résumée dans le tableau suivant :

Moy.	$X_V$	$X_\theta$	$X_\varphi$	$X_V^2$	$X_\theta^2$	$X_\varphi^2$	$X_V * X_\theta$	$X_V * X_\varphi$	$X_\theta * X_\varphi$	$I (\mu A)$
1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	3,9
1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	29,8
1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	4,4
1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	33,4
1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	3,7
1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	29
1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	4
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	29,4
1	-1	0	0	+1	0	0	0	0	0	4
1	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	30,4
1	0	-1	0	0	+1	0	0	0	0	13,9
1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	16,7
1	0	0	-1	0	0	+1	0	0	0	14,7
1	0	0	+1	0	0	+1	0	0	0	13,7
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,1
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	14,2

Tableau IV.12: Matrice de calcul des effets du plan composite.

	V (kV)	$\theta$ (°C)	$\varphi$ (%)
Niveau (-)	10	20	40
Niveau (0)	15	30	60
Niveau (+)	20	40	80

## Domaine d'étude

**Remarque :** Dans ce qui suit on expose directement les résultats de calculs car la méthode adoptée est identique à celle utilisée au paragraphe IV.3.

## IV.4.1 Modèle mathématique et évaluation des effets :

Les calculs identiques précédemment nous permettent d'établir directement le modèle réel donné par l'équation suivante :

$$\begin{aligned}
 I = & 14,41 + 13,2 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) + 0,76 * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) - 0,64 * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) + 2,58 * \left(\frac{V - 15}{5}\right)^2 + 0,68 \\
 & * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right)^2 - 0,42 * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)^2 + 0,4 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) - 0,53 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) \\
 & * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) - 0,43 * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)
 \end{aligned}$$

Les coefficients sont également représentés par un histogramme (figure VI.8) :

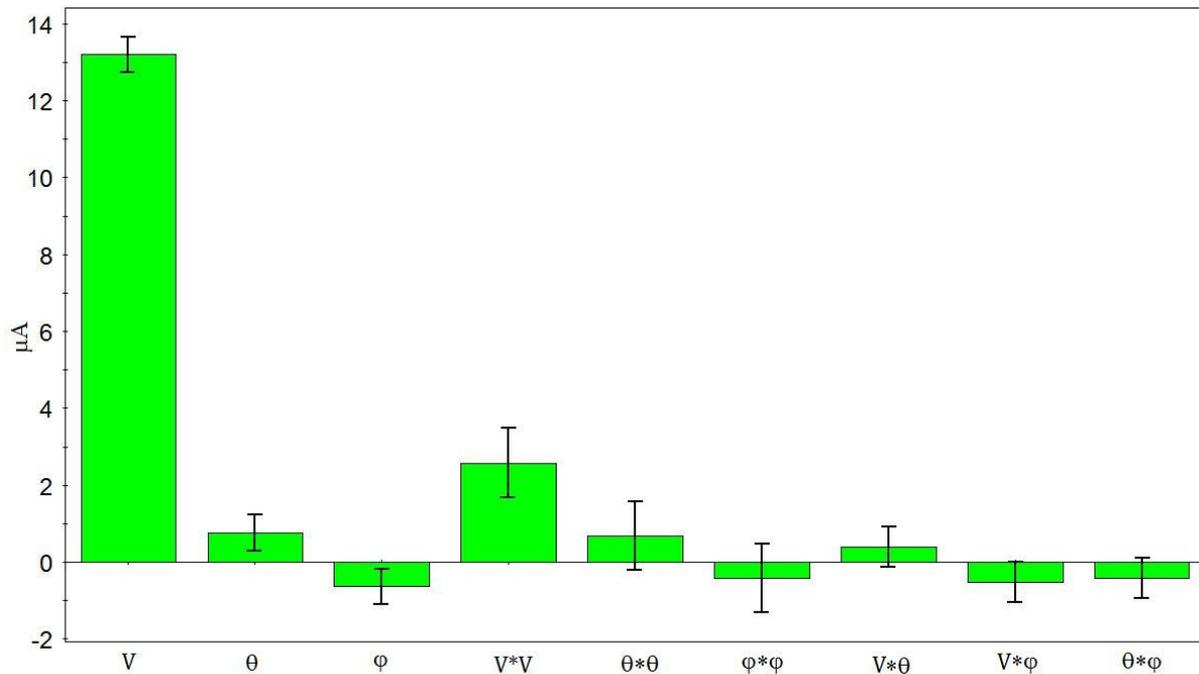


Figure IV.8: Histogramme des coefficients des paramètres climatiques.

On peut tirer les conclusions suivantes :

**A. Les effets :**

- ❖ La tension représente sans doute le facteur le plus influent, son effet est de 13,2, ainsi l'augmentation de la tension conduit à un courant de couronne plus intense,
- ❖ La température représente le second facteur, dont l'influence est positive, elle possède un effet de 0,76, l'augmentation de la température conduit à des courants très intense ;
- ❖ L'humidité est un facteur dont la contribution est négative, son effet est de -0,64.

**B. Les interactions :**

- ❖ L'interaction  $V*V$  est le paramètre le plus significatif, son effet est de 2,58, ce terme influe positivement sur l'effet couronne ;
- ❖ L'interaction  $\theta * \theta$  se place dans la seconde position et son influence est positive ; son effet est de 0,68 ;
- ❖ L'interaction  $V * \theta$  étant significative, son effet est de 0,4, sa contribution est positive, son augmentation conduit à une augmentation du courant ;
- ❖ L'interaction  $V * \varphi$  représente un terme significatif dont la contribution est négative, son effet est de -0,53, l'iso-réponse ( $V, \varphi$ ) montre que l'humidité est sans effet sur la valeur du courant ;
- ❖ L'interaction  $\theta * \varphi$  étant significatif dont la valeur est de -0,43, sa contribution est négative, on remarque que pour les hautes températures l'effet de l'humidité est négligeable ;
- ❖  $\varphi * \varphi$  est le terme le moins significatif, dont la valeur est de -0,42, son influence est négatif.

Le modèle postulé, est une fonction du second degré avec interaction d'ordre deux, En utilisant la même méthode que celle utilisée au paragraphe précédent, on a procédé à l'estimation des erreurs et des effets significatifs sur la réponse obtenue.

Un effet sera significatif au risque de 5% avec  $\nu = n - p = 17 - 10 = 7$  ;  $t_{crit}(0,05,7) = 2,365$ , si son test statistique  $t_{obs}$  est supérieur à 2,365 (Voir annexe B), sachant que :

➤ La variance résiduelle :

$$S^2 = \frac{SCE}{\nu_e}$$

$$S^2 = \frac{2,72}{7} = 0,39$$

➤ Variance sur un effet :

$$S_i^2 = \frac{S^2}{n} = \frac{0,39}{17} = 0,02$$

$$S_i = 0,15$$

On établit le tableau de signification suivant :

<b>Variables</b>	<b>Effet</b>	<b><math>t_{obs}</math></b>	<b>Résultats</b>
Constante	14,41	95,34	Significatif
Tension (V)	13,2	87,33	Significatif
Température( $\theta$ )	0,76	5,03	Significatif
Humidité ( $\varphi$ )	- 0,64	4,23	Significatif
V * V	2,58	17,07	Significatif
$\theta$ * $\theta$	0,68	4,50	Significatif
$\varphi$ * $\varphi$	- 0,42	2,78	Significatif
V * $\theta$	0,4	2,65	Significatif
V * $\varphi$	- 0,53	3,47	Significatif
$\theta$ * $\varphi$	- 0,43	2,81	Significatif

Tableau IV.9 : Analyse des effets du modèle mathématique.

L'évaluation du modèle conduit à la construction du tableau de l'analyse de la variation :

Source	Somme des carrés	Degré de liberté	Carré moyen	$F_{obs}$
Modèle	1836,359	9	204,040	525,326
Résidus	2,719	7	0,388	
Total	1839,078	16		

Tableau IV.10 : Analyse de la régression

La table de Fischer-Snedecore (annexe C) donne pour  $\nu_1 = 9$  et  $\nu_2 = 7$ ,  $F_{crit} = 3,68$ , pour un risque de 5%, sachant que  $F_{obs} > F_{crit}$  le modèle quadratique permet largement d'interpréter les résultats dans le domaine expérimental.

L'analyse continue par le calcul des différents coefficients du modèle :

➤ Coefficient de détermination  $R^2$  :

$$R^2 = \frac{SCM}{SCT} = 1 - \frac{SCE}{SCT}$$

$$R^2(\%) = \frac{1836,359}{1839,078} * 100 = 99,85 \%$$

- Coefficient de détermination ajusté  $R_{ajust}^2$  :

$$R_{ajust}^2 = 1 - \frac{SCE/(N - P)}{SCT/(N - 1)}$$

$$R_{ajust}^2(\%) = \left(1 - \frac{0,38841}{114,942}\right) * 100 = 99,66\%$$

- Qualité prédictive du modèle  $Q^2$  :

$$Q^2 = 1 - \frac{P_{ress}}{SCT}$$

$$Q^2(\%) = \left(1 - \frac{2,72}{1839,078}\right) * 100 = 99,85\%$$

Ces coefficients étant proche de l'unité ce qui renforce le point de vue suivant lequel le modèle est valide dans le domaine expérimental.

#### IV.4.2 Analyse graphique :

##### 1. Graphe d'adéquation du modèle et validation des mesures :

Les graphes d'adéquation du modèle et de validation des mesures obtenus sont donnés aux figures suivantes :

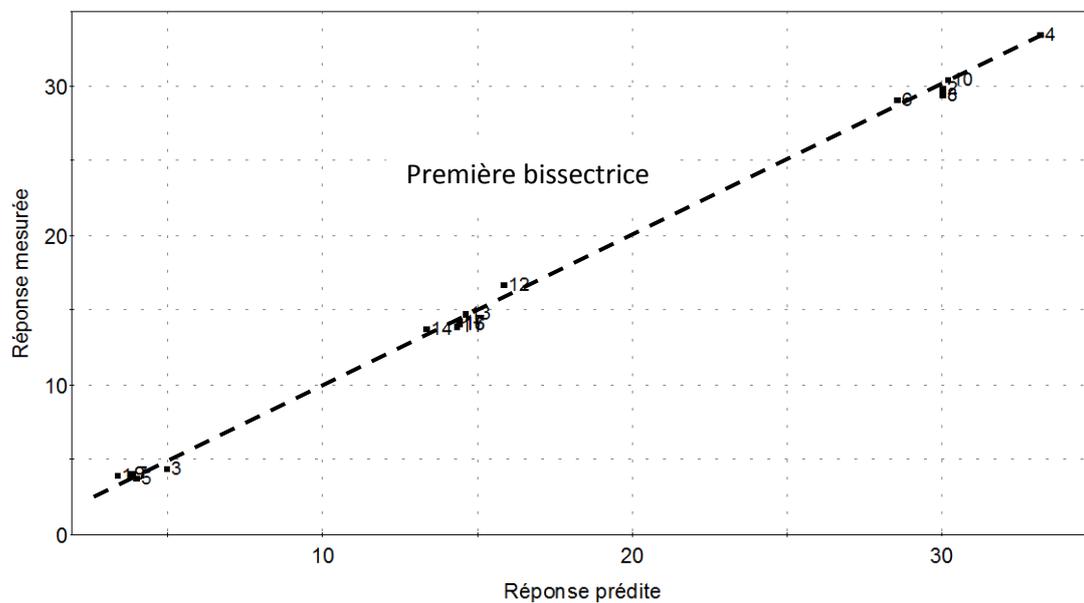


Figure IV. 9 : Graphe d'adéquation du modèle (paramètres climatiques).

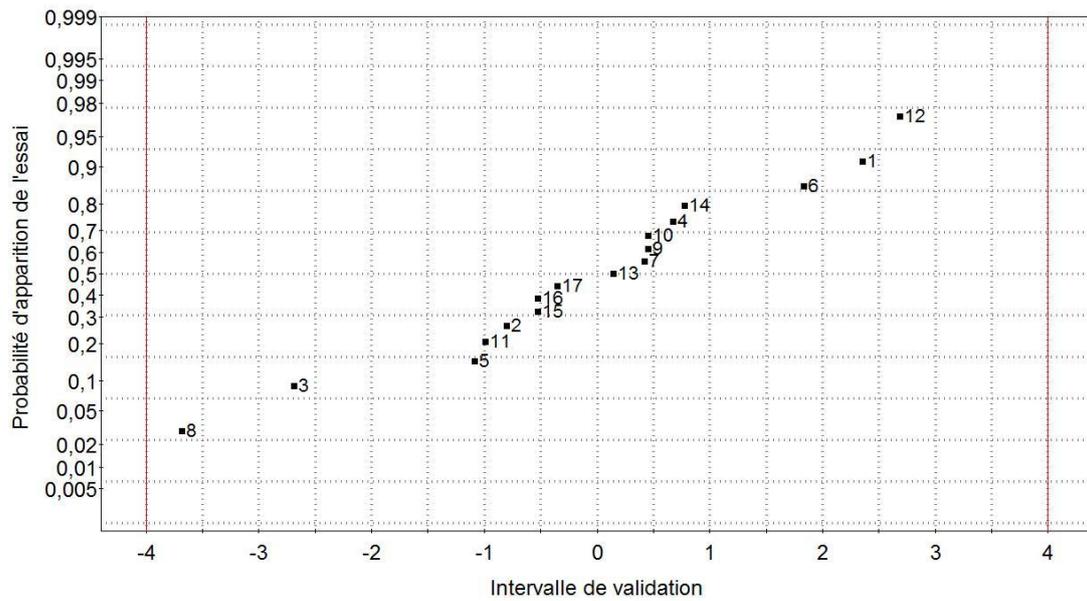


Figure IV. 10 : Graphe de validation des mesures (paramètres climatiques)

## 2. Courbes iso-réponses :

Les courbes iso-réponses obtenue sont données aux figures suivantes :

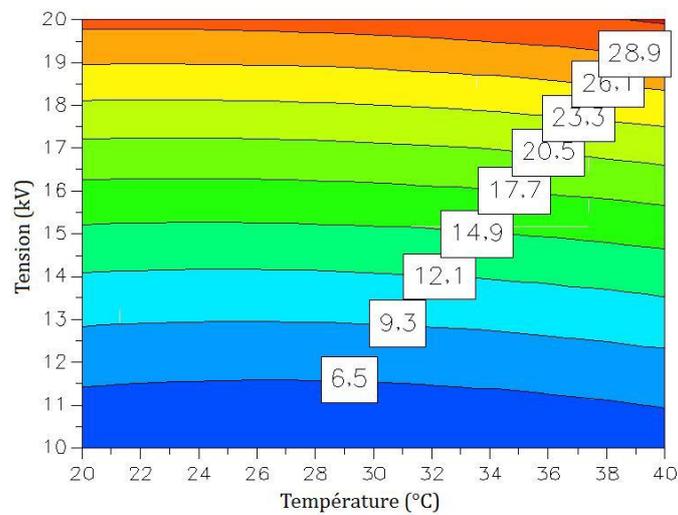


Figure IV.11.a : Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.

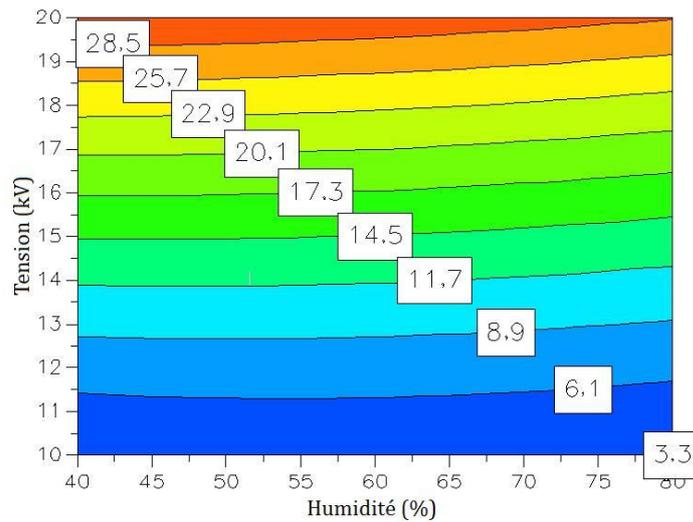


Figure IV.11.b : Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.

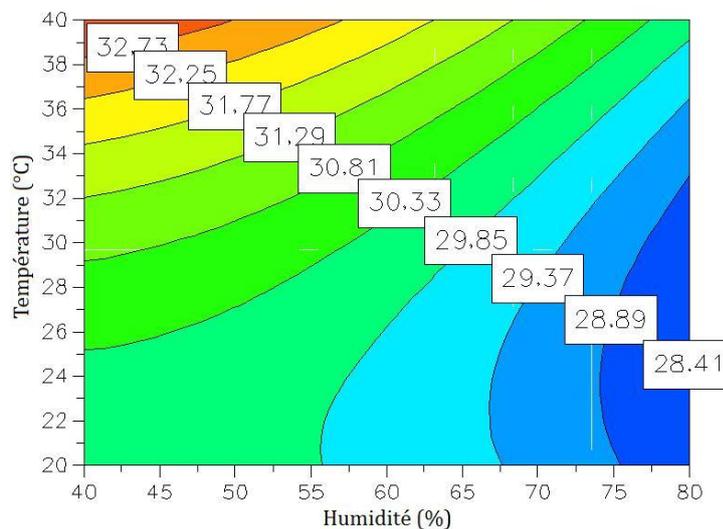


Figure IV.11.c : Modélisation par les surfaces de réponses du courant de couronne et influence des paramètres climatiques.

La modélisation par surface de réponse montre que :

- ❖ Dans le plan  $(V, \theta)$  les classes de courant passent de  $6,5 \mu\text{A}$  à  $28,9 \mu\text{A}$  ;
- ❖ Dans le plan  $(V, \varphi)$  la variation des classes de courant est très intense, quand la tension augmente il y a passage des classes de courant de  $3,3 \mu\text{A}$  à  $28,5 \mu\text{A}$ , alors que, ces classes de courant passent de  $28,5 \mu\text{A}$  à  $3,3$  quand l'humidité augmente ;
- ❖ Dans le plan  $(\theta, \varphi)$  la variation des classes est très faibles, nous avons une diminution du courant quand l'humidité augmente et une augmentation avec la température.

### 3. Courbes de prédictions :

L'étude présentée au chapitre III, a montré que la tension et la température influent dans le sens de favoriser l'effet couronne c'est-à-dire :

- ❖ L'effet de la tension est positif ;

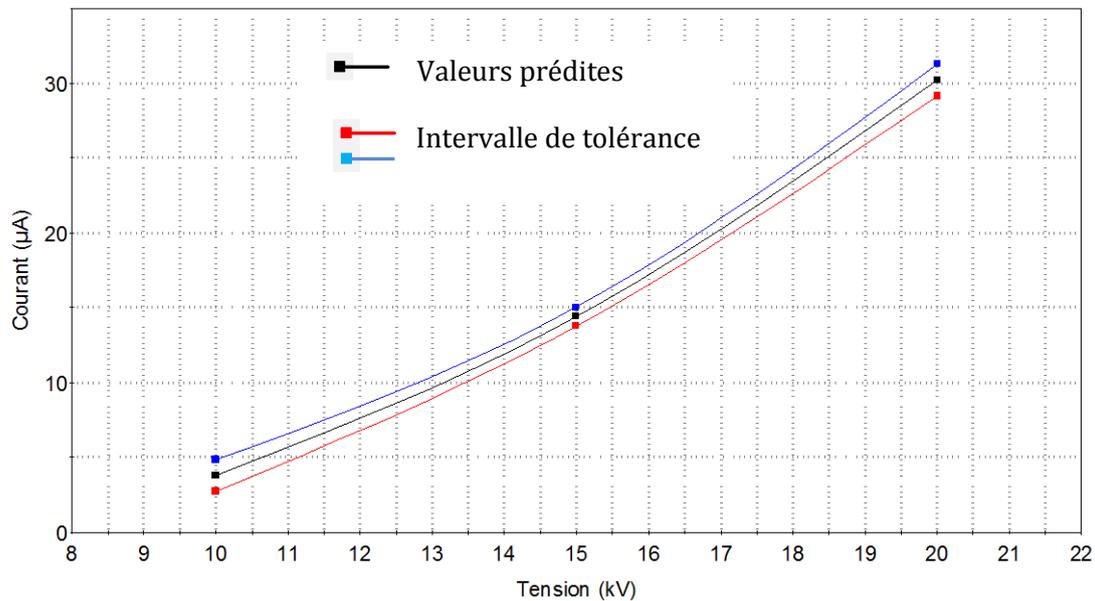


Figure IV. 12. a : L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction.

- ❖ L'effet de la température est positif.

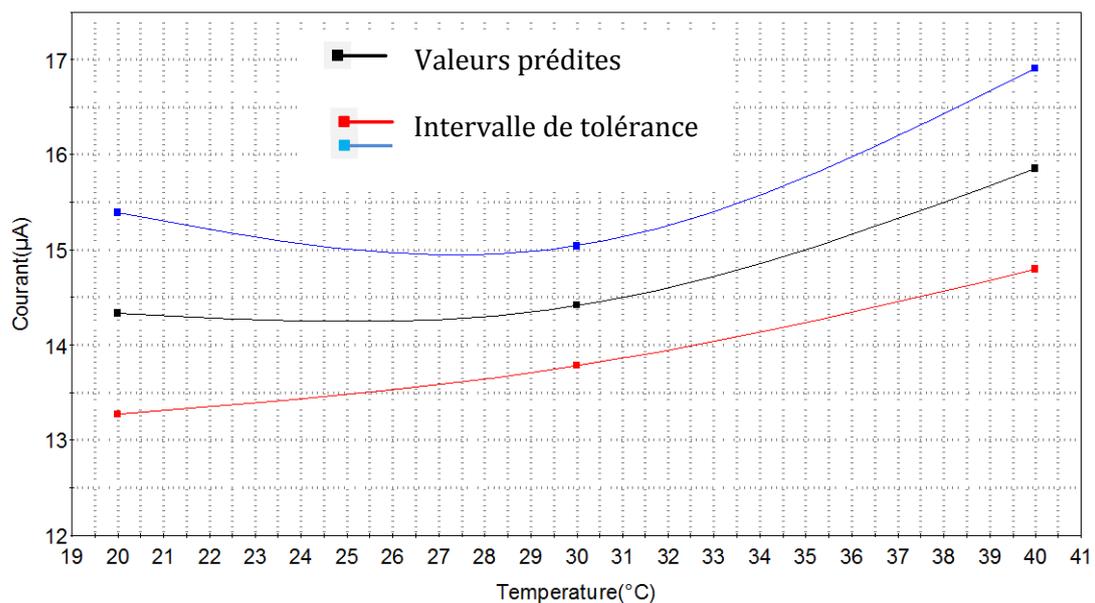


Figure IV. 12. b : L'influence de la température sur le courant de prédiction.

D'autre part on a constaté que l'augmentation de l'humidité conduit à une diminution du courant, c'est-à-dire :

- ❖ L'effet de l'humidité est négatif.

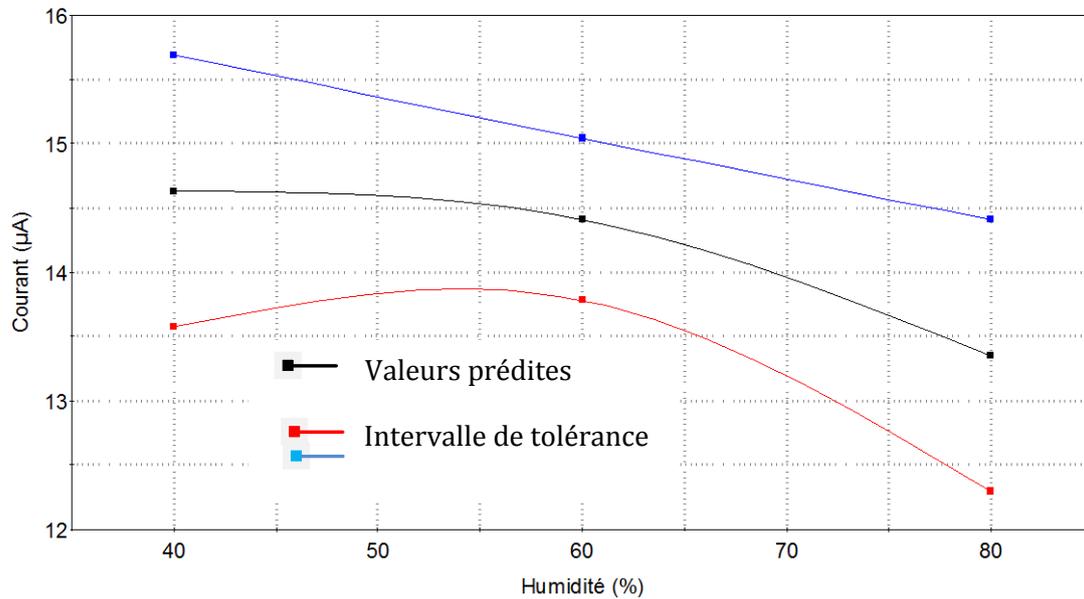


Figure IV. 12. c : L'influence de l'humidité sur le courant de prédiction.

Ces courbes de prédiction confirment les interprétations déduites du chapitre précédent.

#### 4. Vérification du point optimal :

Cette étude nous permet d'optimiser les conditions environnantes (température et humidité) selon la valeur désirée du courant.

Le logiciel MODDE 5.0 nous donne :

- Pour avoir une valeur minimale du courant, les valeurs optimales calculées : une tension de 10kV, une température d'environ 25°C et une humidité de 44% on aura une valeur du courant de 3,44 µA. Voir le tableau IV.11.

Tension	Temperature	Humidité	Courant	iter
10,0002	24,7625	44,0058	3,4355	259
10,0002	24,8131	44,0004	3,4352	264
10,0005	25,1255	44,0072	3,4365	258
10,0005	25,1255	44,027	3,4373	258
10,0001	24,539	44,0132	3,4362	267
10,0021	24,9779	44,0092	3,4388	246
10,0002	24,7625	44,0102	3,4356	259
10,0005	25,1255	44,0278	3,4373	258

Tableau IV.11 : Les valeurs climatiques optimales pour une valeur minimale du courant.

- Pour avoir une valeur maximale du courant, les valeurs optimales calculées : un rayon de courbure d'environ  $51\mu m$ , une distance inter-électrodes de  $3cm$  et une tension de  $22kV$  on aura une valeur du courant de  $43,05\mu A$ . Voir le tableau IV.12

Tension	Temperature	Humidité	Courant	iter
19,9998	39,9991	71,4036	30,9879	149
20	39,9991	44	33,0348	280
19,9999	39,9976	43,9992	33,0342	210
19,9995	20,9437	40,0564	30,0577	235
19,9973	23,9547	40,0113	30,2171	253
19,9994	39,9992	49,0603	32,7733	157
19,9999	22,0744	44,0786	30,0924	130
19,9939	20	53,3912	29,8885	178

Tableau IV.12 : Les valeurs climatiques optimales pour une valeur maximale du courant

## IV. 5. Condition de validité du modèle dans la pratique :

Les résultats présentés précédemment ont été effectués dans une enceinte fermée sans circulation d'air. Si on ne laisse pas un temps suffisant, d'au moins  $30\text{ min}$ , pour maintenir des conditions atmosphériques stables (température – humidité), ou lorsque nous avons une circulation d'air via le circuit de contrôle d'humidité, nous avons constaté un effet inverse de la température ce qui peut expliquer certaine confusion entre les travaux antérieurs. On sait que la température affecte les propriétés thermodynamique et des coefficients de transport du gaz. La température va augmenter le coefficient d'ionisation du gaz alors que la circulation d'air va diminuer localement la densité du gaz, ce qui a été constaté par CHEN et al [18], ils estiment à  $10\%$  la diminution du courant lorsque la température augmente avec une circulation d'air de  $0,5m/s$ .

Cet effet n'est pas observé pour les polarités négatives [19].

La même étude que le paragraphe précédent a été menée dans des conditions de circulation d'air. On obtient alors les résultats suivants :

### IV.5.1. La formule du courant :

$$\begin{aligned}
 I = & 14,72 + 13,84 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) - 2,58 * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) - 1,36 * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) + 3,34 * \left(\frac{V - 15}{5}\right)^2 - 1,20 \\
 & * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right)^2 + 0,95 * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)^2 - 2 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) - 1,31 * \left(\frac{V - 15}{5}\right) \\
 & * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right) - 0,48 * \left(\frac{\theta - 30}{10}\right) * \left(\frac{\varphi - 60}{20}\right)
 \end{aligned}$$

IV.5.2. Courbes de prédictions :

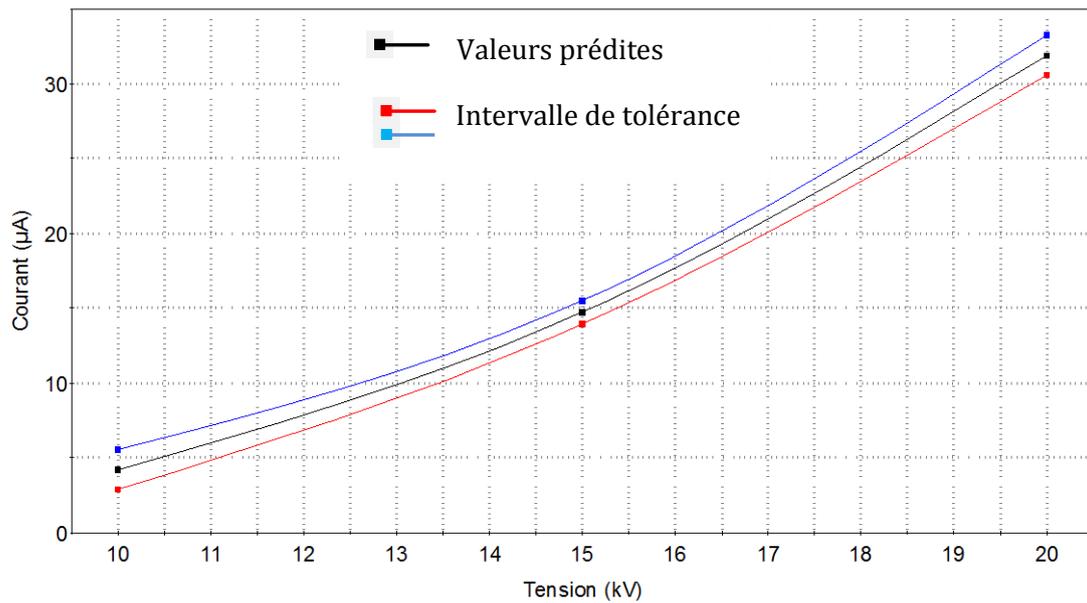


Figure IV. 13. a : L'influence de la tension appliquée sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.

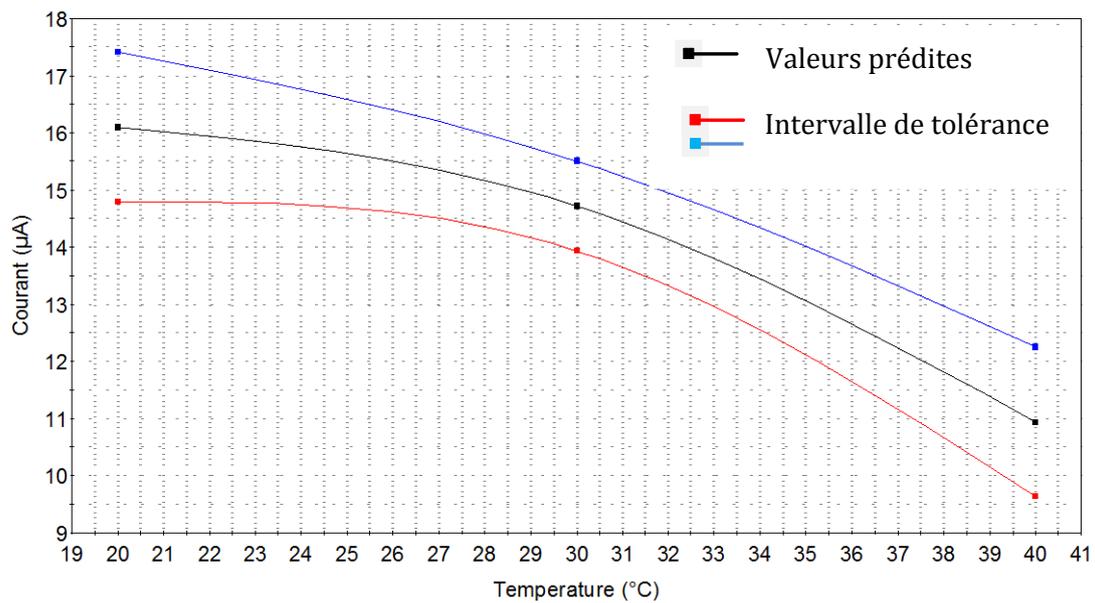


Figure IV. 13. b : L'influence de la température sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.

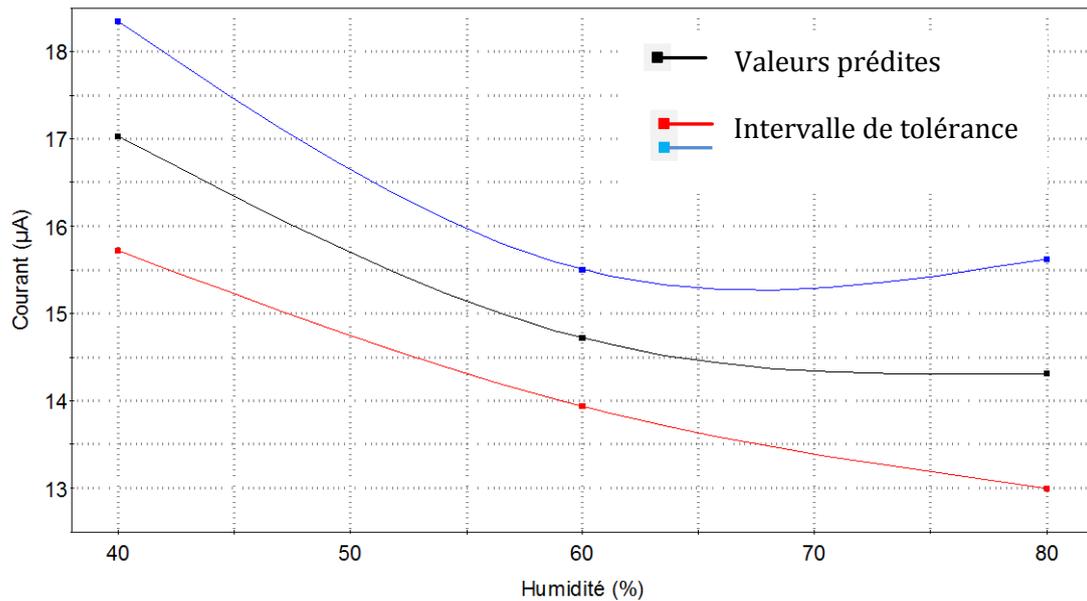


Figure IV. 13. c : L'influence de l'humidité sur le courant de prédiction en présence d'une circulation d'air.

Lorsque nous avons une circulation d'air, on constate que la température agit négativement sur la valeur du courant. L'effet positif de la tension et négatif de l'humidité est retrouvé sur la valeur du courant comme dans le cas d'absence de circulation d'air.

Une étude doit être menée en incluant la vitesse du flux d'air dans le futur, afin de se rapprocher plus du cas pratique ou industriel. Une mesure du profil de décharge serait intéressante afin de prédéterminer le volume exact de décharge, une caméra thermographique a été achetée dans ce but, malheureusement on n'a pas pu l'exploiter pour des retards de livraison.

## IV. 6. Conclusion

L'étude expérimentale que nous avons développée dans ce chapitre est en concordance avec les travaux de Hartmann [20]. Le modèle ainsi défini de la valeur du courant met en évidence le degré d'influence des différents paramètres la tension en premier lieu ainsi que l'influence des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrodes) et des paramètres climatiques (température et humidité).

L'analyse dimensionnelle par la méthode des plans d'expériences répond parfaitement à ce type de problème. En effet, on retrouve l'effet positif de la tension sur le courant de l'effet couronne, de même pour la température. L'effet négatif de l'humidité est bien représenté ce qui consolide les dernières publications dans le domaine [17].

Cette étude peut avoir plusieurs retombés, elle nous permet de trouver la meilleure configuration géométrique et les meilleures conditions atmosphériques de production de l'effet couronne. Le modèle du courant ainsi trouvé peut servir comme entré dans la modélisation des réactions chimiques des gaz en présence de décharge électrique.

Les modèles pris jusqu'à aujourd'hui si nous omettant les travaux récent [8] ne tiennent pas compte de l'évolution du courant et considère la forme analytique :

$$I = AV(V - V_0)$$

Si nous considérons que la constante  $A$  est en fonction des facteurs géométriques et des facteurs climatiques, on pourrait penser à faire une analogie entre les modèles analytiques présentés au début de ce chapitre et celui qui pourra être obtenu par la méthode des plans d'expériences pour déterminer la mobilité des espèces misent en jeu dans le processus de décharge pour n'importe quel type de gaz.

Nous recommandons a ce que les essais doivent être effectuer dans des conditions de stabilité soit dans une enceinte fermé soit en présence de flux qui doit être pris comme facteur dans le plan factoriel qui sera choisi.

## REFERENCE BIBLIOGRAPHIQUE DU CHAPITRE IV :

- [1] M. Rezzouga, A. Tilmatine, R. Gouri, K. Medles, et L. Dascalescu, « Experimental modeling of high-voltage corona discharge using design of experiments », *Frontiers of Electrical and Electronic Engineering in China*, vol. 2, n<sup>o</sup>. 2, p. 139–143, 2007.
- [2] G. Ferreira, O. Oliveira, et J. Giacometti, « Point-to-plane corona: Current-voltage characteristics for positive and negative polarity with evidence of an electronic component », *Journal of applied physics*, vol. 59, n<sup>o</sup>. 9, p. 3045–3049, 1986.
- [3] B. L. Henson, « A space-charge region model for microscopic steady coronas from points », *Journal of Applied Physics*, vol. 52, n<sup>o</sup>. 2, p. 709–715, 1981.
- [4] K. Yamada, « An empirical formula for negative corona discharge current in point-grid electrode geometry », *Journal of applied physics*, vol. 96, n<sup>o</sup>. 5, p. 2472–2475, 2004.
- [5] A. F. Kip, « Positive-point-to-plane discharge in air at atmospheric pressure », *Physical Review*, vol. 54, n<sup>o</sup>. 2, p. 139, 1938.
- [6] A. A. Fridman et L. A. Kennedy, *Plasma physics and engineering*. CRC, 2004.
- [7] X. Meng, H. Zhang, et J. J. Zhu, « A general empirical formula of current–voltage characteristics for point-to-plane geometry corona discharges », *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 41, p. 065209, 2008.
- [8] Z. Bo et J. Chen, « Dimensional analysis of detrimental ozone generation by positive wire-to-plate corona discharge in air », *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 43, p. 065204, 2010.
- [9] A. Umetrics, *MODDE 5.0. User Guide and Tutorial*. Umetrics, Umea, Sweden, 1999.
- [10] C. Gary et G. Le Roy, *Les Propriétés diélectriques de l'air et les très hautes tensions*. Eyrolles, 1984.
- [11] W. Zaengl, S. Yimvuthikul, et G. Friedrich, « The temperature dependence of homogeneous field breakdown in synthetic air », *Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 26, n<sup>o</sup>. 3, p. 380–390, 1991.
- [12] N. Allen et J. Kong, « Positive corona inception in air at elevated temperatures », in *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-*, 2006, vol. 153, p. 31–38.
- [13] X. Bian, X. Meng, L. Wang, J. Macalpine, Z. Guan, et J. Hui, « Negative corona inception voltages in rod-plane gaps at various air pressures and humidities », *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 18, n<sup>o</sup>. 2, p. 613–619, 2011.
- [14] P. Mikropoulos et C. Stassinopoulos, « Influence of humidity on the breakdown mechanism of medium length rod-plane gaps stressed by positive impulse voltages », in *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings-*, 1994, vol. 141, p. 407–417.
- [15] X. Bian, L. Wang, J. MacAlpine, Z. Guan, J. Hui, et Y. Chen, « Positive corona inception voltages and corona currents for air at various pressures and humidities », *Dielectrics and Electrical Insulation, IEEE Transactions on*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 1, p. 63–70, 2010.
- [16] M. Abdel-Salam, « Influence of humidity on charge density and electric field in electrostatic precipitators », *Journal of Physics D: Applied Physics*, vol. 25, p. 1318, 1992.
- [17] H. Nouri, N. Zouzou, E. Moreau, L. Dascalescu, et Y. Zebboudj, « Effect of relative humidity on current–voltage characteristics of an electrostatic precipitator », *Journal of Electrostatics*, 2011.
- [18] J. Chen et J. H. Davidson, « Ozone production in the positive DC corona discharge: Model and comparison to experiments », *Plasma Chemistry and Plasma Processing*, vol. 22, n<sup>o</sup>. 4, p. 495–522, 2002.
- [19] J. Chen et J. H. Davidson, « Model of the negative dc corona plasma: comparison to the positive dc corona plasma », *Plasma chemistry and plasma processing*, vol. 23, n<sup>o</sup>. 1, p. 83–102, 2003.
- [20] G. Hartmann, « Theoretical evaluation of Peek's law », *Industry Applications, IEEE Transactions on*, n<sup>o</sup>. 6, p. 1647–1651, 1984.

# **Conclusion Générale**

## Conclusion Générale

Le travail que nous avons présenté dans cette thèse est une contribution à la compréhension des phénomènes des décharges électriques dans l'air dans une configuration géométrique pointe plan en polarité positive.

Le premier chapitre nous a permis d'évaluer la littérature vaste et variée dans le domaine. On constate de l'étude que les décharges électriques sont d'hors et déjà largement utilisées dans les domaines de traitement des effluents gazeux, le contrôle actif des écoulements gazeux, générateur d'ozone, dépollution et traitement des déchets. Elles devraient bientôt être largement utilisées dans d'autres domaines. Les décharges couronnes sont les plus répandues dans le domaine des applications industrielles, et les mécanismes de décharge sont bien représentés lorsqu'il s'agit d'un gaz dans les propriétés sont connues. Il existe plusieurs configurations géométriques d'électrodes permettant la réalisation des décharges couronnes. L'utilisation d'une configuration plutôt qu'une autre est conditionnée par l'application envisagée. La caractéristique qui nous a intéressé est la caractéristique courant tension dans une configuration pointe plan.

Dans le deuxième chapitre nous avons présenté les principes fondamentaux de la méthode des plans d'expériences. Cette méthode nous a permis d'organiser au mieux les essais qui accompagnent nos recherches. On obtient le maximum de renseignements avec le minimum d'expériences. La compréhension de la méthode des plans d'expériences s'appuie sur deux notions essentielles, celle d'espace expérimental et celle de modélisation mathématique des grandeurs étudiées. Elle nous a permis de trouver le lien qui existe entre une grandeur d'intérêt,  $y$ , dans notre cas le courant et des variables,  $x_i$ , tension, paramètres géométriques ou climatiques. Chaque plan d'expérience permet de déduire un modèle de la réponse « grandeur d'intérêt », donc d'explorer une zone particulière du domaine d'étude. A partir de cette étude, qui est une première dans notre laboratoire, nous avons pu construire un plan d'expérience suivant les variables étudiées et qui servira dans la fin de ce travail. Notons que l'essentiel des calculs ont été réalisés par notre tableur « Excel » ce qui nous donne un outil fini pour des futures études.

Grace à un montage adapté et un système de mesure de courant de décharge couronne, nous avons mis en évidence les paramètres susceptibles éventuellement d'agir sur les valeurs du courant et influencer sur ce dernier. L'étude a été menée en tenant compte d'un seul paramètre en maintenant les autres constants, cela nous permet de poser les hypothèses pour la construction du plan d'expériences. C'est la tension qui dicte l'évolution du courant. Les paramètres géométriques agissent directement sur cette évolution. Le rayon de courbure est le plus prononcé, il agit sur la répartition du champ électrique à proximité de l'électrode de haute tension. On sait bien que le champ à une influence déterminante sur les mécanismes de décharge ce qui va automatiquement modifier les caractéristiques électriques de la première couronne au voisinage de l'électrode. De même que la distance inter-électrodes, elle agit sur les valeurs réduites du champ.

On rappelle que pour que les mécanismes d'ionisation deviennent prépondérants par rapport aux mécanismes d'attachements, il faut que le champ atteigne une valeur minimale de  $24\text{kV/cm}$  et que l'avalanche initiale ait une taille suffisante pour créer des avalanches secondaires. Nous avons constaté que la reproduction des mesures est conditionnée par l'état des surfaces en particulier pour un rayon de courbure de  $50\mu\text{m}$  ce qui nous oblige à faire un polissage et un nettoyage pour chaque série de test. Ces paramètres sont faciles à mesurer mais ils dépendent fortement des conditions expérimentales (climatique et nature du gaz ambiant). Dans notre cas nous avons utilisé l'air atmosphérique il aurait été préférable de le synthétiser pour retrouver à chaque essai les mêmes conditions. Pour les conditions climatiques, nous avons varié la température et l'humidité dans une enceinte fermée. L'influence de la température est connue depuis plusieurs décennies et elle est bien modélisée. La température agit directement sur les coefficients d'ionisation ce qui tend à augmenter les valeurs du courant pour la même valeur de la tension. Pour l'humidité c'est moins évident car sur le plan microscopique, nous avons un accroissement de l'attachement des électrons libres, de plus, une grande absorption des photons ce qui agit sur la photo ionisation. L'humidité tend alors à diminuer le courant. Nos mesures sont quantitatives mais probablement pas qualitatives, car, en modifiant les conditions climatiques dans l'enceinte on modifie légèrement la densité d'air du milieu. Pour des mesures qualitatives, on aurait dû faire les essais systématiques à travers les variations naturelles du climat, cela aurait pris plusieurs années.

Toutes ces études, nous permettent de connaître l'influence de chaque paramètre indépendamment des autres. L'interaction de ces paramètres et leur agissement sur la valeur de l'effet couronne ont été permis grâce au plan d'expériences. L'intérêt de modéliser le courant par un polynôme, est de pouvoir calculer ensuite toutes les réponses du domaine d'étude sans être obligé de faire les expériences.

L'étude nous a permis de répondre à certaines questions :

- ✓ Quels sont les facteurs les plus influents sur le courant?
- ✓ Existe-t-il des interactions entre les facteurs (corrélations) ?
- ✓ Peut-on linéariser le processus en fonction de ces facteurs ? et le modèle ainsi obtenu est-il prédictif ?
- ✓ Comment minimiser le nombre de points de mesure du processus pour obtenir le maximum d'informations ?
- ✓ Existe-t-il des biais dans les résultats des mesures ?

La méthode du plan d'expériences a répondu à ces questions. Le modèle ainsi défini de la valeur du courant met en évidence le degré d'influence des différents paramètres : la tension en premier lieu ainsi que l'influence des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrodes) et des paramètres climatiques (température et humidité). De même l'utilisation du logiciel MODDE nous a donnée la meilleure optimisation pour obtenir les meilleures performances suivant les valeurs des courants souhaités.

Le modèle du courant ainsi trouvé peut servir comme entrée dans la modélisation des réactions chimiques des gaz en présence de décharge électrique.

Nous recommandons à ce que les essais doivent être effectués dans des conditions de stabilité, soit dans une enceinte fermée, soit en présence de flux qui doit être pris comme facteur dans le plan factoriel qui sera choisi.

Une étude spatiale de la décharge est en cours avec l'utilisation d'une camera thermographique. Nous envisageons dans le future proche de transposer cette étude dans un gaz le CO<sub>2</sub> pour d'autre type de configuration afin d'injecter notre modèle dans des programmes de simulations qui sont en cours de développement dans notre laboratoire et qui rentrent dans un projet PNR (Projet National de Recherche) initié par ce dernier.

## ملخص

المراد الأساسي من هذه الدراسة هو المساهمة في فهم ظواهر التفريغ الكهربائي في الهواء مع إستعمال الضغط العالي ذات قطب ايجابي. بعد التقييم للمراجع الواسعة والمتنوعة في هذا المجال نستنتج أنه يتم إستعمال التفريغ الإكليلي في عدة مجالات من التطبيقات الصناعية. الخاصية التي تهتمنا هي علاقة التيار الكهربائي بدلالة التوتر بالنسبة للإلكترونات على هيئة ذروة - سطح. و لقد تم استخدام المبادئ الأساسية لأسلوب التصميم التجريبي لإستنتاج نموذج للتيار الكهربائي في التفريغ الإكليلي و لقد سمح لنا بتحسين تنظيم التجارب التي تصاحب أبحاثنا. بفضل نظام و تقنية مناسبة تم قياس التيار الكهربائي في التفريغ الإكليلي و لقد تم تحديد المعالم التي يمكن أن تؤثر على هذا الأخير. من خلال التصميم التجريبي تمكنا من إيجاد تأثير المعالم المختلفة و تفاعلهم على قيمة التيار الكهربائي في التفريغ الإكليلي و بذلك توصلنا لإيجاد نموذج يمكن لنا من خلاله التنبؤ بقيمة التيار و التأثير النسبي للمعالم التي أخذت بعين الإعتبار ( المعالم الهندسية : نصف قطر الذروة , المسافة ما بين القطبين و المعالم المناخية : درجة الحرارة والرطوبة).

## Résumé

Notre travail est une contribution à la compréhension des phénomènes des décharges électriques dans l'air dans une configuration géométrique pointe plan en polarité positive. Après une évaluation de la littérature vaste et variée dans le domaine. Les décharges couronnes sont très répondues dans le domaine des applications industrielles. La caractéristique qui nous intéresse est la caractéristique courant tension dans une configuration pointe plan. Nous avons présenté les principes fondamentaux de la méthode des plans d'expériences qui a servi à établir notre modèle de courant. Elle nous a permis d'organiser au mieux les essais qui accompagnent nos recherches. Grâce à un montage adapté et un système de mesure du courant de décharge couronne, nous avons mis en évidence les paramètres susceptibles éventuellement d'agir sur les valeurs du courant et influencer ce dernier. L'interaction de ces paramètres et leurs agissement sur la valeur du courant de l'effet couronne ont été possibles grâce au plan d'expériences. Le modèle ainsi défini de la valeur du courant met en évidence le degré d'influence des différents paramètres la tension en premier lieu ainsi que l'influence des paramètres géométriques (rayon de courbure de la pointe et la distance inter-électrodes) et des paramètres climatiques (température et humidité).

## Mots clés :

*Décharges électriques ; Effet couronne ; Plan d'expériences ; caractéristique courant-tension ; Tension seuil ; formule de Peek.*

## Abstract :

Our work is a contribution to the understanding of the phenomena of electrical discharges in the air in a geometry point plan in positive polarity. After an evaluation of the vast and varied literature in the field. The corona discharges are answered in the field of industrial applications. The characteristic of interest is the current-voltage characteristic in a configuration point plan. We have presented the basic principles of experimental design method was used to establish our current model. It allowed us to better organize the tests that accompany our research. Thanks to a suitable mounting system and a current measurement of corona discharge, we identified the parameters that may act on the current values and shape it. The interaction of these parameters on the current value of the corona was made possible by the design of experiments. The model thus defined the current value shows the degree of influence of the various blood parameters in the first place and the influence of geometrical parameters (radius of curvature of the tip and the inter-electrode distance) and parameters conditions (temperature and humidity).

## Keywords:

*Electric discharges, corona, Design of Experiments, current-voltage characteristic; onset voltage; Peek formula.*