République Algérienne Démocratique et Populaire Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université Ibn Khaldoun de Tiaret



Faculté des Sciences Appliquées Département de Génie Mécanique

Thèse de doctorat

Spécialité : Modélisation des Matériaux et des Structures

Présenté par : **RABAHI Abderezak**

Sujet de la thèse

Contribution à l'étude de l'efficacité des matériaux composites pour le renforcement et la réparation des structures en béton armé

Soutenu publiquement le 08 novembre 2016 à 10h00 devant le jury composé de :

BOUZIDENE Ahmed	Prof	Président	U. Tiaret
HASSAINE DAOUADJI Tahar	MCA	Rapporteur	U. Tiaret
AIT AMAR MEZIANE Mohamed	MCA	Examinateur	U. Tiaret
AIT ATMAN Hassen	MCA	Examinateur	U. Chlef
HADJI Lazreg	MCA	Examinateur	U. Tiaret
AMEUR Mohamed	MCA	Examinateur	ENP Oran
ZIDOUR Mohamed	MCA	Invité	U. Tiaret

Remerciements

Je remercie ALLAH le tout puissant qui m'a guidé et qui m'a donné la force, le courage et la volonté de réaliser ce modeste travail.

Je tiens tout d'abord à remercier mon directeur de thèse, Monsieur Hassaine Daouadji Tahar, pour la confiance et l'attention qu'il m'a accordées tout au long de ce travail, son aide et son sens de la motivation m'ont été très utiles pour mener à terme ce travail.

Mes remerciements sincères s'adressent également aux membres de juré et les enseignants de l'université Ibn

Khaldoun pour leurs aides et conseils. Enfin, merci aussi à mes parents et ma famille qui m'ont soutenu dans mes choix et m'ont encouragé à les réaliser.



Je dédie ce modeste travail : A mes très chers parents qui ont pleinement contribué à mon éducation et mon enseignement. A mon frère, ma sœur et ma femme. A tous mes enseignants durant mon cycle d'étude universitaire. A Tout mes chers amis.

Et enfin à tous ceux qui m'ont aidé de près ou de loin.

Liste des figures	i
Listes des tableaux	iv
Liste notations	v
Résumé	viii
Abstract	ix
ملخص	X
Introduction Générale	xii

Chapitre I : Dégradation et techniques de réparation des structures en B.A

I.1. Introduction	. 1
I.2. Mécanismes d'endommagement du béton	. 1
I.2.1. La fissuration	. 1
I.2.2. Causes d'endommagement du béton	. 3
a) Pathologies d'origine chimique	. 3
b) Pathologies d'origine physique	. 5
I.3. Méthodes de réparation	. 8
I.4. Conclusion	17

Chapitre II : Généralités sur les matériaux composites

II.1. Introduction	19
II.2. Les renforts(les fibres)	19
II.2.1. Revue des différents renforts disponibles	19
II.2.1.1. Les fibres de carbone	
II.2.1.2. Les fibres de Kevlar	
II.2.1.3. Les fibres de Verre	
II.3. La matrice	
II.3.1. Notion sur les matrices	21
II.3.1.1. Les matrices organiques	
II.3.1.2. Résines thermodurcissables	
II.3.1.3. Résines thermoplastiques	
II.3.1.4. Les matrices métalliques	
II.4. L'adhésif	
II.5. Propriétés mécaniques des composites	
II.6. Application des matériaux composites	

II.6.1. Le système avec une cure in-situ	
II.6.2. Le système préfabriqué (cas des pulltrudés)	
II.7. Utilisation des composites < <frp>> en génie civil</frp>	
II.7.1. Les poutres	
II.7.2. Les dalles	
II.7.3. Les colonnes	
II.8. Influence de l'environnement sur le comportement des composites	
II.8.1. Température	
II.8.2. Humidité	
II.8.3. Fluage et corrosion sous contrainte	
II. 9. Théorie des plaques stratifiées	
II. 9.1.Nomenclature d'une structure stratifiée	
II.9.2. Définitions et notations décrivant les séquences d'empilement d'un stratifié	
II.9.3. Hypothèses de calcul de la théorie des stratifiés	
II.9.4. Relation déformation – déplacement	
II.9.5. Forces résultantes et moments agissant sur un stratifié	
II.9.6. Rigidité du stratifié	
II. 10. Conclusion	40
Chapitre III : Analyse du comportement des structures en béton armé renforcées au	u moyen
de matériaux composites	
III.1. Introduction	
III. 2. Comportement mécanique d'une section de poutre renforcée	
III.3. Mécanisme de rupture sous chargement de flexion	44
III.4. Mécanismes de rupture sous chargement d'effort tranchant	47
III.5. Facteurs ayant une influence sur le comportement des poutres renforcées	47
III.6 Comportement en cisaillement des poteaux courts	47
III.7. Comportement en cisaillement des voiles courts	54
III.7.1. Voiles longs ou élancés	54
III.7.2. Voiles courts	56
III.8. Conclusions	59
Chapitre IV: Analyse des contraintes d'interface pour les poutres en B.A renforcées	par des
<u>plaques CFRP</u>	
IV.1. Introduction	61

IV. 2. Hypothèses	61
IV.3. Analyse des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé renforcée par	
composite	62
IV.3.1. Equations d'élasticité	63
IV.3.2. La distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Béton	64
IV.3.2. La distribution des contraintes normales dans l'interface composite – Béton	66
IV.3.3. L'application des conditions initiales	68
IV.3.4. Vérification de la méthode	70
IV.3.5. Etude paramétrique	71
IV.3.5.1. Effet de la longueur non renforcée	71
IV.3.5.2. Effet de l'épaisseur de la plaque t ₂	72
IV.3.5.3. Effet de l'épaisseur de l'adhésif	73
IV.3.5.4. Effet de l'orientation des fibres	74
IV.4. Analyse des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé renforcée par	
composite précontraint	75
IV.4.1.Analyse Erreur ! Signet non de	éfini.
IV.4.1.Analyse Erreur ! Signet non d e IV.4.2. Les déformations	é fini. 76
IV.4.1.Analyse Erreur ! Signet non d IV.4.2. Les déformations IV.4.2.1.Contrainte de cisaillement dans l'adhésif	é fini. 76 78
IV.4.1.AnalyseErreur ! Signet non de IV.4.2. Les déformations IV.4.2.1.Contrainte de cisaillement dans l'adhésif IV. 4.3. Application des conditions aux limites	é fini. 76 78 80
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 84
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 84 85
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 84 85 87
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 82 84 85 87 90
IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 84 85 87 90 91
IV.4.1.Analyse. Erreur ! Signet non de IV.4.2. Les déformations. IV.4.2.1.Contrainte de cisaillement dans l'adhésif	é fini. 76 78 80 80 82 82 84 85 87 90 91 92
 IV.4.1.Analyse	é fini. 76 78 80 80 82 82 84 85 87 90 91 92 93
 IV.4.1.AnalyseErreur ! Signet non de IV.4.2. Les déformations	é fini. 76 78 80 80 82 82 84 85 87 90 91 92 93 94

<u>composites</u>

V.1. Introduction	96
V.2. Analyse d'un voile par la méthode des éléments finis	

V.3. Calcul des déplacements	
V.4. Présentation des données	
V.5. Résultats et discussions	100
V.5.1. Effet de l'épaisseur de la plaque	101
V.5.2. Effet de l'épaisseur de la colle	101
V.5.3. Effet du pourcentage du renfort	
V.6. Conclusion	103
Conclusion Générale et Perspectives	105
Références Bibliographiques	

Liste des figures

Figure I.1 : Les différents types de fissuration.	2
Figure I.2 : Carbonatation du béton et conséquences sur la structure.	4
Figure I.3 : Entrée d'un tunnel, Fissurations grossières dues à l'alcali-réaction	5
Figure I.4 : Dégradation d'un ouvrage soumis au gel dégel.	6
Figure I.5: Choc sur une pile de pont	7
Figure I.6 : Délamination du béton d'un hourdis de pont aboutissant à la formation d'un t	rou.
	8
Figure I.7 : Réparation de poutre par adjonction d'armature	9
Figure I.8 : Réparation de poutre par béton projeté	10
Figure I.9 : Chemisage en béton armé	11
Figure I.11 : Différents types de réparation par précontrainte additionnelle	13
Figure I.12 : Renforcement d'un viaduc par tôles collées.	14
Figure I.14 : Procédé de mise en œuvre de collage du tissu	16
Figure II.1 : poutres renforcées en flexion par matériaux composites	25
Figure II.2 : renforcement des poutres a l'effort tranchant	25
Figure II.3 : dalles renforcées par matériaux composite	26
Figure II.4 : colonnes renforcées par matériaux composites	26
Figure II.5 : Température de transition vitreuse	27
Figure II.6 : Composite stratifié	29
Figure II.7 : Nomenclature d'un stratifié – Orientation d'un pli	30
Figure II.8 : La géométrie de déformation	33
Figure II.9. Schématisation de la répartition des efforts dans le stratifié	35
Figure II.10 : Les forces et les moments résultants.	36
Figure III.1: Les 3 phases de comportement d'une poutre en BA fléchie renforcée par un	
stratifié en composite. Les rapports entre les forces et les flèches de fissuration, de	
plastification et de rupture sont exagérés	43
Figure III.2: comportement structural d'une poutre renforcée	43
Figure III.3: modes de rupture des poutres renforcées de matériaux composites	44
Figure III.4: Différents modes de rupture des poutres en béton armé renforcées par FRP	45
Figure III.5 : Schéma de rupture des colonnes courtes	48
Figure III.6 : Fissures en croix d'effort tranchant (Northridge, Californie - USA, 1994)	49
Figure III.7 Chargement en double courbure	49

Figure III.8 : Dispositif expérimental	
Figure III.9 Comportement élasto-plastique (avec écrouissage) d'un élément en bét	on armé.
	51
Figure III.10 : Configuration du renfort	
Figure III.11 : Définition du drift	
Figure III.12: Configuration du renfort	53
Figure III.13 : Modes de rupture des voiles longs	55
Figure III.14 : Modes de rupture des voiles courts	57
Figure III.15 : Proposition de schéma de renforcement	58
Figure IV.1 : Poutre en béton simplement appuyée renforcée par collage d'une plac	que
composite	62
Figure IV.3 : Les divers chargements appliqués sur la poutre	69
Figure IV.4 : Comparaison des contraintes d'interfaces de la présente méthode avec	celle du
Tounsi à l'angle d'orientation des fibres composites $\theta = 0^{\circ}$	71
Figure IV.5 : Effet de la longueur non renforcée sur les contraintes d'interface d'un	e poutre
en béton renforcée par une plaque CFRP	72
Figure IV.6 : Effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement sur les contraintes d	'interface.
	73
Figure IV.7 : Effet de l'épaisseur de la couche d'adhésive sur les contraintes d'inter	face 73
Figure IV.8 : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'in	nterface
pour une poutre en béton renforcée par une plaque en (CFRP).	74
Figure IV.9: Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interfac	e pour une
poutre en béton renforcée par une plaque en (CFRP).	74
Figure IV.10 : Poutre en BA collée avec un composite précontraint.	75
Figure IV.11 : Modélisation en élément finis de la poutre en BA renforcée par com	posite
précontraint	75
Figure IV.12 : Un segment différentiel de la poutre renforcée	76
Figure IV.13 : Un segment différentiel de la plaque de renforcement.	77
Figure IV.14 : représentation du composite en stratification	78
Figure IV.15 : Poutre en béton armé soumise à un chargement uniforme	80
Figure IV.16 : Poutre sous une charge ponctuelle P	
Figure IV.17 : Poutre sous deux charges ponctuelles P symétriques	

Figure IV.18 : Comparaison des contraintes d'interfaces de la présente méthode avec celle du
Tounsi à l'angle d'orientation des fibres composites $\theta = 0^{\circ}$ et la précontrainte $P_0 = 0$ KN 89
Figure IV.19 : Influence de la taille d'élément de maillage pour les contraintes d'interface
max pour (P ₀ =0)
Figure IV.20 : Comparaison des contraintes d'interfaces de cisaillement de la présente
méthode en fonction de la force de précontrainte P_0
Figure IV.21 : Comparaison des contraintes d'interfaces normales de la présente méthode en
fonction de la force de précontrainte P_0
Figure IV.22 : Effet de la fraction volumique pour une poutre en BA renforcée par
composites précontraints: a) de cisaillement ; b) normale
Figure IV.23 : Effet de la longueur non renforcée pour une poutre en BA renforcée par
composites précontraints: a) de cisaillement ; b) normale
Figure V.1 : élément du voile selon Kwan : (a) élément original, (b) élément simplifier 96
Figure V.2 : Perspective d'emplacement des plaques composites
Figure V.3 : Comparaison des déplacements d'un voile renforcé par matériaux composites
Figure V.4 : Effet de l'épaisseur de la plaque du renforcement sur les déplacements du voile
renforcé par matériaux composites101
Figure V.5 : Effet de l'épaisseur de la colle sur les déplacements du voile renforcé par
matériaux composites

Listes des tableaux

Tableau I.1 : Échelle de caractérisation de la fissuration d'une structure en béton arm	né 3
Tableau II.1: Propriétés des fibres de carbone	
Tableau II.2 : Propriétés des fibres de Kevlar	
Tableau II.3 : Propriétés des fibres de Verre	
Tableau II.4: Propriétés des Résines thermodurcissables	
Tableau II.5 : Caractéristiques typiques de l'adhésif d'époxy	
Tableau II.6 : Exemples des notations d'un stratifié	
Tableau IV.1 : Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux utilisés	70
Tableau IV.2 : Propriétés géométriques et mécaniques des matériaux.	
Tableau IV.3 : Autres paramètres	
Tableau IV.4 : Tableau comparatif des contraintes maximales	
Tableau V.1 : Les dimensions de la structure étudié	
Tableau V.2 : Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux utilisés	100
Tableau V.3 : Résultats obtenus par la présente méthode.	100

Liste notations

Dans cette partie, sont mentionnées les principales notations et abréviations utilisées dans cette thèse.

Abréviation :

FRP: Fiber-Reinforced Plastic.
HR : Haute Résistance.
HM : Haut Module.
IM : Module Intermédiaire.
CFRP: Carbon Fiber-Reinforced Plastic.
GFRP: Glass Fiber-Reinforced Plastic.
BA : Béton-armé.

Notation :

 R_t : La résistance à la rupture des fibres.

 E_{oT} : Le module d'Young.

 A_R : L'allongement à la rupture.

 T_{g} : Température de transition vitreuse.

a : Distance entre l'appui et le bord de la plaque composite.

b : Distance entre le point d'application de la force concentrée et le bord de la plaque

 b_1 : Largeur de la poutre en béton armé.

 b_2 : Largeur de la plaque composite.

 t_1 : Hauteur de la poutre en béton armé.

 $\varepsilon_1^N(x)$ et $\varepsilon_2^N(x)$: Déformations normales de la poutre en béton armé et de la plaque composite.

 $\varepsilon_1^M(x)$ et $\varepsilon_2^M(x)$: Déformations induites par le moment fléchissant de la poutre en béton armé et la plaque composite respectivement.

 $\varepsilon_1(x)$ et $\varepsilon_2(x)$: Déformations de la poutre en béton armé et de la plaque composite respectivement.

 $u_1(x)$ et $u_2(x)$: Les déplacements longitudinaux a la face inferieure de l'acier 1 et la face supérieure de la plaque composite respectivement.

 y_1 et y_2 : Sont les distances entre la face inferieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2 et leurs centres de gravite respectifs.

 $\tau(x)$: Contrainte de cisaillement.

 $\sigma_n(x)$: Contrainte normale.

 $M_1(x)$ et $M_2(x)$: Les moments d'inertie et les moments fléchissant de la poutre en béton armé et la plaque composite.

 E_1, E_2 et E_a : Les modules d'élasticité longitudinaux de la poutre, de la plaque composite et de l'adhésif respectivement.

 I_1 et I_2 : Moment d'inertie de la poutre en béton armé et du composite respectivement.

 A_1 et A_2 : Section transversale de la poutre en béton armé et du composite respectivement.

 $N_1(x)$ et $N_2(x)$: Les forces axiales de en béton armé et de la plaque composite respectivement.

 $V_1(x)$ et $V_2(x)$: Effort tranchant applique dans la poutre en béton armé et dans la plaque composite.

x: Distance comptée à partir du bord de la plaque composite.

 $\tau_a(x)$: Contrainte de cisaillement au niveau de la couche adhésive.

 K_s : La rigidité au cisaillement de la couche d'adhésif.

 G_a : Module du cisaillement.

- t_a : L'épaisseur de la couche adhésive.
- R : Coefficient de proportionnalité.
- M_T : Moment de la poutre hybride.

 G_1 et G_2 : module de cisaillement de la poutre en béton armé et de la plaque composite.

 v_1 : Coefficient de poisson de l'acier.

 v_a : Coefficient de poisson de l'adhésif.

- B_1 et B_2 : constante d'intégration.
- K_n : Rigidité normale de l'adhésif par unité de longueur.

 $w_1(x)$ et $w_2(x)$: déplacement verticale de la poutre en béton armé et de la plaque composite.

- L : Longueur de la poutre en béton armé.
- L_p : Longueur de la plaque de renforcement composite.

 $m_1, m_2, \lambda, \beta, n_1, n_2$ et n_3 : paramètres définis par les équations en fonction de la méthode exposée ou développée.

 C_1, C_2, C_3 et C_4 : constantes d'intégration déterminées par les conditions aux limites.

q: Charge uniformément répartie.

P : Charge ponctuelle.

 ε_x^0 et ε_y^0 : sont les déformations normales du plan médian du stratifié.

 γ_{xy}^{0} : est la distorsion du plan médian du stratifié.

 k_x et k_y : sont les courbures de flexion du stratifié.

 k_{xy} : est la courbure de torsion du stratifié.

 σ_x , σ_y et τ_{xy} : sont les contraintes dans le repère du stratifié.

 \overline{Q}_{ij} : est la matrice de raideur du pli dans le repère du stratifié.

Z : est la cote du pli (k) choisie à partir du plan médian.

 N_x , N_y et N_{xy} : sont des forces par unité de longueur.

 M_{x} , M_{y} et M_{xy} : sont des moments par unité de longueur.

 $[A_{ij}], [B_{ij}]$ et $[D_{ij}]$: sont respectivement la matrice de membrane, la matrice de couplage membrane-flexion et la matrice de flexion.

 $D_{11}^{'}$: est le premier terme de la matrice inverse $[D_{ij}^{'}]$ de la matrice de flexion $[D_{ij}]$.

 A_{11} : est le premier terme de la matrice inverse [A_{ij}] de la matrice de membrane [A_{ij}].

 $[\theta]$: Angle d'orientation de la couche considérée.

 P_0 : Force de précontrainte.

[K] : matrice de rigidité de l'élément mur.

[M] : matrice masse du mur.

 S_t : surface totale du voile.

S_r: surface renforcée du voile.

Résumé

Les structures sont parfois soumises à des sollicitations extrêmes telles que des chocs et des séismes, dont les conséquences peuvent être désastreuses. Le renforcement d'éléments structuraux par matériaux composites collés offre une solution intéressante, Dans une première partie, un bilan technologique et bibliographique met en évidence les dégradations et les techniques de réparation des structures en béton armé. La description des technologies de renforcement actuellement employées montre un certain nombre d'inconvénients. Les matériaux composites ont ainsi trouvé un nouveau domaine d'application, depuis les dernières décennies.

Ainsi, la seconde partie de ce document est consacrée à un problème important est le décollement de la plaque de renforcement pour les poutres et l'étude du comportement des voiles renforcés. Les solutions analytiques présentées estiment les contraintes au niveau de l'interface des poutres et les déplacements au sommet des voiles renforcé. Les résultats de notre présent modèle ont été validés par comparaison aux résultats issus de la littérature.

Mots clés : Structures en béton armé, renforcement, réparation, matériaux composites (FRP).

Abstract

The structures sometimes are made under extreme solicitations such us choc and earthquakes, that can cause disastrous consequences. Reinforcing the structural elements using composites materials offers an interesting solution, in a first part, a technological and a bibliographic balance sheet shows the degradation and the techniques to repair the structures made of reinforced concrete. The description of reinforcing technologies used currently points to a certain number of disadvantages. The composite materials have also found a new domain of application since the last decades.

In addition, the second part of this document is devoted to an important problem as delamination of the reinforcing plates and studying the behavior of reinforced walls. The analytical solutions presented estimates from a part the constraints on the interface of the reinforced beam and displacement summit reinforced sails. The results of our present model were validated by comparison to the results out coming from literature.

Keywords : RC Structures, reinforcement, reparation, composites materials (FRP).

ملخص

تتعرض الهياكل أحيانا للضغوط الشديدة مثل الصدمات والهزات الأرضية، يمكن أن تكون العواقب وخيمة تعزيز العناصر الهيكلية مع المواد المركبة المستعبدين تقدم حلا للاهتمام، في الجزء الأول، الاستعراض التكنولوجي والببليو غرافية يسلط الضوء على الأضرار وإصلاح تقنيات هياكل الخرسانة المسلحة. وصف تكنولوجيا البناء المستخدمة في الوقت الحاضر يظهر عددا من السلبيات وهكذا وجدت المواد المركبة مجال تطبيق جديد على مدى العقود الماضية.

و هكذا ويخصص الجزء الثاني من هذا العمل إلى قضية مهمة هو فصل لوحة المواد المركبة والحزم لدراسة السلوك الجدران المسلحة المعززة. الحلول التحليلية المقدمة تمنح الفعالية المواد المركبة وكيفية اختيار أفضل تعزيز الجدران المسلحة. تم التحقق من صحة نتائج النموذج الحالي لدينا من خلال المقارنة مع النتائج الموجودة.

كلمات البحث: هياكل الخرسانة المسلحة، وتعزيز وإصلاح، المواد المركبة .

Introduction Générale

Introduction Générale

Au début du 20^{ème} siècle, avec la naissance réelle de l'industrialisation cimentaire et les facilités de construction offertes par le béton et l'acier, l'activité du secteur du bâtiment et des travaux publics représentait essentiellement la réalisation du neuf. La maintenance n'a été pour une bonne période qu'une tache de second ordre. Ceci se justifiait du fait que les ouvrages n'avaient pas encore atteint leur durée de vie ; d'autres parts les efforts des intervenants dans le domaine du génie civil étaient orientés particulièrement vers la conception et l'innovation des procédés de construction. Ce n'est que vers les années 70, en raison de l'augmentation des dépenses d'entretien du patrimoine bâti que la nécessité d'organiser et de rationnaliser la maintenance s'est imposée.

Les ouvrages ont une durée de vie après laquelle ils vieillissent et s'endommagent. Alors que le remplacement d'une structure est généralement une solution coûteuse, les techniques de réhabilitation (réparation ou renforcement) fournissent des solutions de rechange attrayantes à la construction. La réhabilitation peut prolonger la vie d'une structure ; si un bâtiment ou un pont doivent être remplacés, les réparations provisoires peuvent prolonger la durée de vie d'une structure à l'état critique jusqu'à ce qu'un remplacement soit opérationnel.

Diverses techniques de réhabilitation ont été développées, le béton projeté, la précontrainte additionnelle ou encore le collage de tôles d'acier se pratiquent déjà.

Ensuite, une autre solution (déjà en application) pour accroître la durabilité et les performances à long terme des infrastructures consiste à intégrer les matériaux composites lors de la construction. Plusieurs projets de démonstration touchant particulièrement les ponts et passerelles ont été réalisés à travers le monde.

Notre présent travail de recherche a pour deux objectifs, l'un est l'analyse des contraintes d'interfaces dans les poutres renforcées par des matériaux composites collés et l'autre l'étude du comportement des voiles renforcés par composites.

Une étude paramétrique sera menée relativement au cas de charges impliquer ainsi qu'aux caractéristiques mécaniques et géométriques afin de quantifier l'influence du composite sur les éléments renforcés.

Le présent travail est composé de six parties comme suit :

Le premier chapitre présente une étude bibliographique sur les dégradations par fissurations des ouvrages en béton armé et les différentes méthodes et les matériaux de réparation en recherchant à compenser les pertes de rigidité ou de résistance dues à la fissuration. Ces techniques de réparation dites structurales et non structurales.

Le deuxième chapitre sera consacré à une revue d'ensemble sur les matériaux composites, leurs différents propriétés, description de la théorie des stratifié (la stratification) et l'orientation puisque ces deux derniers paramètres ne doivent pas être négligés dans l'étude des contraintes d'interface.

Le troisième chapitre sera consacré à une analyse du comportement des structures en béton armé (poutres, voiles, poteaux) renforcées par des plaques en matériaux composites avec en particulier les différents modes de ruptures potentielles.

Le quatrième chapitre portera sur l'analyse des contraintes d'interface dans les poutres en béton armé sous chargement uniforme renforcées par des plaques de matériaux composites.

Le cinquième chapitre montrera l'étude dynamique des voiles renforcés par matériaux composites en utilisant la méthode des éléments finis.

Et enfin, une conclusion générale

<u>Chapitre I</u>

Dégradation et techniques de réparation

des structures en béton armé

I.1. Introduction

La plupart des structures en béton armé sont soumises aux intempéries, facteurs qui amplifient leur dégradation et qui augmentent le nombre de mécanismes d'endommagement. Ceux-ci sont très variés, il est possible de trouver différentes formes d'altérations visibles et de défauts d'aspect. Si certains relèvent de l'esthétique ou sont très superficiels, d'autres traduisent une dégradation profonde du matériau. Ces altérations font souvent appel à des processus de dégradation complexes.

Il est important de travailler au développement de méthodes de réparation de surfaces afin de pouvoir réparer les endommagements et les défauts possibles.

Ce chapitre dresse un panorama de l'essentiel des pathologies affectant les ouvrages en béton en les classant en fonction de leur origine chimique, physique ou mécanique, et donne les différentes méthodes de réparation des structures en béton armé.

I.2. Mécanismes d'endommagement du béton

I.2.1. la fissuration

La fissuration représente le premier type d'endommagement qui se développe lorsque la structure se trouve chargée mécaniquement. Les fissures peuvent alors s'étendre de la microfissuration à la lézarde.

Ces fissures représentent certainement la forme d'altération la plus fréquente. Des formes très diverses peuvent être observées et leurs origines sont nombreuses.

Elles peuvent être décrites par une multitude de paramètres. Cette identification peut aider à déterminer la cause probable de la fissuration. Les paramètres qui permettent cette description sont [63] :

• L'observation visuelle de la surface de la structure

L'observation visuelle de la surface de la structure peut fournir une première idée de la cause de la fissuration. Par exemple, la cause probable de la fissuration lorsque les fissures sont courtes, uniformément reparties et reliées Figure (I.1.a) est le changement de la température extérieure. Si la fissuration commence dans la partie la plus basse d'une dalle en béton à proximité de joints (type fissuration – D, Figure I.1.b) alors la cause possible est une action chimique due à l'accumulation de l'humidité. Si une fissure isolée et verticale Figure (I.1.c) est détectée alors, elle peut être due aux efforts mécaniques externes imposés à la structure. Pour confirmer ces hypothèses, il faut suivre un processus d'aide au diagnostic préétabli.





a) Craquelage.

b) Fissuration-D.

c) Fissure individuelle.

Figure I.1 : Les différents types de fissuration.

• La profondeur de la fissure

Elle peut décrire une fissure de surface, de faible profondeur, de grande profondeur ou traversante (cassure).

• La largeur des fissures

Selon leur ouverture les fissures sont classifiées comme fissure fine (Moins de 1mm), moyenne (de 1mm à 2mm) ou large (plus de 2mm) [2].

• L'état actuel d'activité des fissures

Est lié à la présence du facteur responsable de cette fissure qui doit être prise en compte pour choisir la méthode de réparation. Deux catégories existent :

- les fissures actives : elles continuent à évoluer au cours du temps,

- les fissures dormantes (inactives) : qui ne sont pas affectées par un faible mouvement de la structure.

• L'état physique du béton pendant la fissuration [31]

La structure peut se fissurer avant ou après le durcissement du béton. L'état physique du béton se classifie donc en deux catégories :

- 4 La fissuration du béton jeune (avant le durcissement du béton) : qui peut être affectée par le gel, le retrait, le tassement en phase plastique ou un coffrage défectueux ;
- 4 La fissuration du béton durci qui se produit principalement suite aux actions physiques (actions thermiques, actions structurelles et gel) ou aux actions chimiques (altération chimique du béton et corrosion des armatures).

Chapitre 1

• La nature structurale des fissures

Elles sont classées comme *structurelles* si elles sont causées par un chargement mécanique et comme *non-structurelles* si elles résultent d'autres raisons comme par exemple : des actions chimiques.

La fissure est complètement décrite en utilisant des termes des diverses catégories énumérées ci-dessus.

Par exemple : une fissure peu profonde, fine, dormante, correspondant à un endommagement qui s'est produit dans le béton jeune Figure (I.1.a).

La fissuration d'une structure en béton armé indique le degré d'endommagement de cette structure à partir de l'indice de fissuration. L'indice de fissuration Tableau (I.1) correspond au rapport de la largeur des fissures transversales par mètre linéaire.

Tableau I.1 : Échelle de caractérisation de la fissuration d'une structure en béton armé.

Indice de fissuration IF (mm/m)	Degré d'endommagement
	n (ali asabla
0 a 0,5	negngeable
0,5 à 1	faible
1 à 2	modéré
2 à 5	fort
5 à 10	très fort
> 10	considérable

I.2.2. Causes d'endommagement du béton

Plusieurs facteurs peuvent jouer un rôle important dans les différents processus de dégradation du béton. Dans de nombreux cas, les dégâts résultent de la combinaison de divers mécanismes. Les pathologies suivantes présentent les plus fréquentes causes de dégâts et de détériorations du béton.

a) Pathologies d'origine chimique

• Carbonatation et corrosion des aciers

Il est important de retenir que le béton est un matériau basique et que, pour cette raison, il est vulnérable aux attaques acides et, plus particulièrement, à celles faisant intervenir des acides forts. La carbonatation est une réaction chimique entre la chaux du béton et le dioxyde de carbone de l'air qui a pour effet d'abaisser le PH de la phase interstitielle du béton.



(a) carbonatation d'une pièce de structure.



(b) Corrosion des armatures. *Figure I.2 : Carbonatation du béton et conséquences sur la structure.*

Les conséquences de cette réaction chimique sont très dommageables pour les armatures qui se trouvent à un PH où elles ne sont plus passivées et peuvent alors se corroder Figure (I.2.b) [70].

• Réactions sulfatiques

Les réactions sulfatiques sont provoquées par l'action des sulfates provenant du milieu extérieur (eaux souterraines, remblais contenant des sulfates, pluies acides), avec la chaux et les aluminates du ciment. Le produit final de la réaction est l'étrangéité, dont le développement au sein du béton provoque une expansion qui altère les caractéristiques mécaniques du béton.

Chapitre 1

La chaîne de réactions chimiques aboutissant à la formation d'étrangéité est bien connue, car on connaît les équations chimiques qui décrivent l'oxydation des sulfures de fer, l'hydrolyse des sulfates ferreux, ainsi que l'attaque des différents constituants de la pâte de ciment par les ions sulfates. Cette chaîne est présentée dans les travaux de Deloye F.X [16].

• Alcali-réaction

Les alcali-réactions sont des réactions chimiques entre certaines formes de silice ou de silicate contenus dans les granulats et les alcalins du béton. Les mécanismes de l'alcaliréactions sont complexes et font toujours l'objet de travaux de recherche. Les principales conséquences de cette réaction consistent en la formation d'un gel expansif, entraînant un gonflement du béton.

Ce gonflement engendre à son tour des contraintes internes au sein de la structure. Il en résulte une expansion de la structure, ainsi qu'une création de fissures de différentes formes Figure (I.3).

Outre le gonflement et la fissuration, l'alcali-réaction a pour conséquence de diminuer les propriétés mécaniques du béton. Le phénomène d'alcali-réaction et ses conséquences sur le béton est traité en détail dans les travaux de Mohamed I [41].



Figure I.3 : Entrée d'un tunnel, Fissurations grossières dues à l'alcali-réaction.

b) Pathologies d'origine physique

• Retrait :

Le retrait est un phénomène physico-chimique qui existe de façon systématique au sein du béton et qui se développe sous diverses formes depuis la prise du béton jusqu'à son vieillissement. Il correspond à l'action du départ de l'eau excédentaire du béton vers l'extérieur de l'élément de structure. Le symptôme caractéristique de l'action du retrait sur un ouvrage est la fissuration qui peut être soit orientée, soit multidirectionnelle.

Les différents types de fissures de retrait peuvent être classés, suivant leur ordre chronologique d'apparition, en trois types [11] :

🖊 *Fissures apparaissant une ou deux heures après le bétonnage* :

Ces fissures sont provoquées par le tassement du béton frais. Elles sont relativement profondes et ouvertes et affectent les surfaces horizontales provoquant un gradient vertical de l'ensemble des caractéristiques physiques et mécaniques.

Fissures apparaissant juste après le décoffrage :

Ces fissures affectent aussi bien les surfaces horizontales que les parements verticaux. Ces fissures sont généralement fines et peu profondes, mais elles peuvent être plus ouvertes lorsque le retrait thermique en est la cause.

4 *Fissures apparaissant plusieurs jours ou plusieurs mois après le décoffrage* :

Ces fissures sont créées par le retrait à long terme. Ce retrait résulte du départ de l'eau en raison de la mise en équilibre hygrométrique de la structure en béton avec son milieu extérieur.

• Gel-dégel

L'eau infiltrée dans le béton augmente de 9 % en volume lors du gel. Cette augmentation de volume engendre des contraintes internes créant ainsi des fissurations [20]. La succession des cycles d'humidification et de gel élargit peu à peu ces micro-fissures qui amèneront la destruction en surface du béton, sous la forme de plaquettes Figure (I.4).



Figure I.4 : Dégradation d'un ouvrage soumis au gel dégel.

La dégradation par gel-dégel est amplifiée par des chocs thermiques. En effet, la chaleur de fusion de la glace est de 80 cal/kg. Cette chaleur est empruntée au voisinage immédiat du

lieu où se trouve la glace, cette couche se trouve alors soumise à une chute brutale de température qui passe en dessous de 0°C, et l'on aboutit à des sollicitations dans le béton de type choc thermique. L'une des méthodes les plus employées pour pallier les problèmes de gel-dégel est l'emploi, au moment de la mise en œuvre, d'adjuvant tels que des entraîneurs d'air. La principale fonction de ces entraîneurs d'air est de créer des vides permettant de compenser le gonflement du béton.

c) Pathologies d'origine mécanique

• Les chocs

Les désordres induits par l'exploitation d'un ouvrage constituent une cause non négligeable de dégradation du béton. Il s'agit le plus souvent d'action accidentelle de type mécanique qui se concrétise par des chocs [11]. Les chocs les plus fréquents sont ceux des poids lourds hors gabarit contre l'intrados des ponts, les chocs de bateaux ou d'objets flottants contre les piles en rivière Figure (I.5). Ces chocs peuvent créer des épaufrures, des éclats important de béton, voir même des ruptures d'acier.



Figure I.5 : Choc sur une pile de pont.

• Délamination

L'action conjuguée des sollicitations climatiques, des sels anti-verglas et du trafic circulant directement sur le béton des hourdis de ponts a provoqué des délaminations du béton sur un nombre considérable d'ouvrages d'art. Dans les cas les plus graves, cette pathologie aboutit à la chute de plaque de béton et à la création de trous dans les tabliers de ponts Figure (I.6).

D'autres types de pathologie peuvent être rencontrés dans les ouvrages en béton tel que celles dues aux erreurs de conception ou encore les erreurs d'exécution qui peuvent intervenir

dès la fabrication du béton et se poursuivre jusqu'à la mise en service finale de l'ouvrage.



Figure I.6 : Délamination du béton d'un hourdis de pont aboutissant à la formation d'un *trou.*

I.3. Méthodes de réparation

Le choix de la méthode de réparation et des matériaux à mettre en œuvre est défini en fonction de la nature et de l'importance des désordres constatés, en tenant compte des critères économiques des matériaux de construction, des conditions de chantier et des contraintes de site. Le principe du renforcement ou de la réparation consiste en adjonction de matière dans les zones où les sections sont trop sollicitées. Une section devient trop sollicitée si, du fait même des dispositions adoptées ou du changement des conditions d'exploitations, les efforts appliqués sont supérieurs à ceux pris en compte dans les calculs (problème du renforcement), ou bien si la résistance a diminué par suite de dégradation (problème de la réparation).

Selon les cas étudiés, il est nécessaire de faire intervenir la notion de PROTECTION de l'ouvrage visant à assurer par exemple des fonctions d'étanchéité ou à limiter les phénomènes de corrosion, la notion de REPARATION visant à restituer les caractéristiques initiales de portance (rigidité – résistance) et éventuellement, la notion de RENFORCEMENT ayant pour objectif d'améliorer les performances de la structure vis-à-vis de conditions d'exploitations modifiées ou d'augmenter la durée de vie de l'ouvrage. Différentes technologies de réparation et de maintenance des ouvrages sont couramment utilisées depuis de nombreuses années [66].

• Adjonction d'armature complémentaire

Des armatures complémentaires sont à prévoir lorsqu'il s'agit de remplacer des aciers corrodés ou coupés accidentellement ou lorsqu'il s'agit de renforcer une structure. Les armatures complémentaires doivent s'opposer à la fissuration, et participer à la résistance des sections renforcées. La protection de ces armatures est assurée par un béton coulé ou projeté et leurs jonctions avec les armatures existantes peuvent se faire par des procédés classiques (recouvrement, soudure, manchonnage) Figure (I.7).



Figure I.7 : Réparation de poutre par adjonction d'armature.

• Béton projeté

Cette technique, très au point, utilisée tant pour le renforcement de structures insuffisantes ou défaillantes que pour la réparation d'ouvrage endommagés, exige pour sa mise en œuvre un personnel spécialisé. Le béton projeté peut être, ou non, combiné avec l'adjonction d'armatures complémentaires. La projection est réalisée soit par voie sèche, soit par voie mouillée. Dans le premier cas, la grande vitesse de projection (80 à 100 m/s) fait que le procédé par voie sèche est particulièrement recommandé pour la réparation des ouvrages car il permet d'obtenir un béton très compact. Dans le second cas, la faible vitesse de projection (10 à 40 m/s) rend indispensable l'exécution préalable d'une couche d'accrochage. Après durcissement, le béton projeté possède les propriétés d'un béton coulé, puis vibré. La projection est possible dans toutes les directions, en particulier en plafond Figure (I.8).

Les travaux de réparation par béton projeté se regroupent en deux catégories : les réparations superficielles et les réparations profondes. Grâce à son adhérence au support, à ses caractéristiques très proches de celles du béton coffré, aux possibilités de mise en place et d'enrobage d'armatures de renfort qu'il procure, le béton projeté permet de réaliser économiquement de telles réparations. [48].

La difficulté de l'emploi de cette méthode provient essentiellement du mode d'application et de mise en œuvre (matériels, main d'œuvre et problèmes d'hygiène et de sécurité).



Figure I.8 : Réparation de poutre par béton projeté.

• Le chemisage en béton armé

Le chemisage en béton armé consiste en une augmentation considérable des sections (poteaux en général) par la mise en œuvre d'un ferraillage après dépose du béton d'enrobage pour favoriser l'accrochage du nouveau béton qui sera mis en œuvre après la confection du coffrage [29], [23], [32] Figure (I.9).

a) Les avantages :

- 4 Technique peu coûteuse du fait des matériaux utilisés,
- Main d'œuvre peu qualifiée.

b) les inconvénients :

- Augmentation considérable des sections donc du poids de la structure, donc des charges sismiques,
- 4 Les éléments sont plus encombrants et moins esthétiques,
- Nécessité de mettre hors service l'ouvrage à renforcer pendant la durée des travaux qui est généralement longue,
- **4** Transport des matériaux,
- Nécessité de coffrages,
- Hise en œuvre souvent difficile, du fait du manque d'espace [49].



Figure I.9 : Chemisage en béton armé [27].

• Chemisage métallique

Le chemisage métallique est plus rapide à mettre en œuvre, et moins encombrant que le chemisage en béton armé. Il consiste soit à souder des cornières longitudinales avec des aciers plats transversaux autour des poteaux rectangulaires (Figure I.10), avec possibilité de précontrainte (chauffage des aciers transversaux entre 200 et 400°C avant de les souder aux cornières [23]). La mise en place de deux demi-cylindres ou deux demi rectangles soudés autour des poteaux de section respectivement circulaire ou rectangulaire puis remplis par coulage d'un mortier est également une technique employée. Pour remplir le vide entre la chemise et le béton (généralement compris entre 10 et 20 mm), un mortier chargé est utilisé. Il sert à solidariser l'ensemble. De plus, il faut prendre le soin de laisser un espace de 2.5 à 5 cm entre la chemise et les nœuds (ou semelles) afin d'éviter de charger la chemise axialement, ce qui pourrait entraîner leur flambement [23], [27], [44]. Cette technique crée donc une discontinuité locale dans les zones les plus sollicitées.

Les avantages :

- 4 Courte durée de réalisation par rapport au chemisage en béton,
- Bonnes performances des éléments renforcés (bonne ductilité),
- **4** Faible augmentation des sections.

Les inconvénients :

- **4** Coûts relativement élevés,
- ↓ Nécessité de soudure donc de main d'œuvre qualifiée,

- Problème de corrosion donc entretien nécessaire,
- Poids des chemises et difficulté de découpage,
- Augmentation de la rigidité en flexion ce qui n'est pas souhaitée dans le cadre du renforcement parasismique (augmentation de l'énergie restituée élastiquement), sauf cas particuliers (manque d'armatures longitudinales soit à la conception soit suite à leur corrosion),
- **4** Transport des matériaux.



Figure I.10 : Chemisage en acier.

• Précontrainte additionnelle

Contrairement aux techniques présentées ci-dessus et qui consiste en l'ajout de matière (béton ou acier), la précontrainte additionnelle consiste en un ajout de force dans des ouvrages existants en vue soit de leur redonner leur état de service initial, soit de leur donner un nouvel état de service. Elle permet, en effet, d'appliquer des efforts d'une intensité connue, en des points et suivant des directions bien définies, capables de s'opposer aux efforts générateurs des désordres. Elle est réalisée le plus souvent par la mise en œuvre d'armatures de précontrainte (câble ou barres). La précontrainte additionnelle peut être employée pour traiter une grande variété d'ouvrage (ponts, barrages, réservoirs, bâtiment). Cette méthode est particulièrement adaptée au renforcement en flexion et vis-à-vis de l'effort tranchant par l'emploi d'étriers actifs. Figure (I.11). En revanche, la mise en œuvre de tout ce qui concerne la protection définitive des armatures nécessite un niveau particulier de qualité. De plus, le recours à des unités de plus en plus puissantes pour en limiter le nombre implique une étude particulièrement soignée des zones d'ancrage, très fortement sollicitées [32].



(a) types d'étriers actifs,
b) type de précontrainte additionnelle *Figure I.11 : Différents types de réparation par précontrainte additionnelle.*

• Tôles collées

Le renforcement de structure par plats métalliques, mieux connue sous le nom de procédé l'Hermite, consiste à coller des plats en acier sur les faces tendues de structures en béton armé. Ainsi, L'Hermite [26] s'est intéressé, dès le début des années soixante, à l'utilisation de ces composés adhésifs de type époxy polymérisant à froid pour associer béton et acier.

Selon Mukhopadhyaya et al [40], trois problèmes mécaniques se posent lors de l'utilisation de tôles extérieures collées au béton pour le renforcement des structures :

- La mise en flexion locale de la tôle au voisinage des fissures qu'elle recouvre,
- La répartition des efforts repris par les tôles dans le cas d'utilisation d'empilement,
- La répartition des déformations entre les aciers internes au béton et les aciers collés extérieurement.

L'acier de renfort est constitué, dans la plupart des cas, de tôle d'acier de nuance E24, d'épaisseur de 3 à 5 mm

Pour que l'adhérence entre l'acier et la colle ait une bonne tenue, les tôles utilisées doivent subir toute leur préparation en usine (découpage, sablage...).

La mise en place des tôles nécessite une très bonne préparation de chantier ainsi qu'une excellente coordination des équipes. Le collage impose un dispositif de serrage pouvant être un étaiement, un serrage par serre-joint ou un serrage par vérins plats. L'emploi de ce mode de réparation est particulièrement limité à cause de sa mise en œuvre difficile et onéreuse.

Ce procédé consiste en un apport d'armatures extérieures soit pour consolider un élément dont les dégradations mettent en péril la résistance, soit pour remplacer des aciers oubliés, ou mal positionnés. La préparation des surfaces, la mise en œuvre des colles, la réalisation du placage, etc., doivent impérativement être confiées à des entreprises spécialisées ou à des laboratoires du fait de la difficulté de la mise en œuvre de cette technique, certains procédés font d'ailleurs l'objet de brevets (ex. : brevet UTI-L'HERMITE, inventeur de la technique) Figure (I.12).

Dans les locaux devant, du fait de leur destination, présenter une certaine résistance au feu, l'étude mécanique des renforcements doit être complétée par celle de l'isolation thermique permettant de soustraire la colle aux effets des incendies dans les conditions requises.

La colle utilisée est, généralement, une résine époxyde. Son épaisseur est de 0,5 à 1 mm. Les tôles d'acier, de qualité courante, ont une épaisseur limitée à 3 mm [37].

Toutefois, le collage de tôles métalliques présente aussi quelques difficultés :

- Sensibilité de l'acier à l'oxydation (il demande donc une protection et un entretien quotidien);
- Impossibilité de mobilisation de toute la résistance en traction des tôles, même sous faible épaisseur ;
- hécessité d'un collage sous pression (vérins), pour assurer une adhésion suffisante et éviter les bulles d'air dans la couche de résine ;
- Impossibilité de généraliser cette technique à des surfaces importantes (masse manipulées trop importantes), ce qui limite d'autant les possibilités de réparation.



Figure I.12 : Renforcement d'un viaduc par tôles collées.

• Réparation et renforcement par collage des matériaux composites

La méthode de renforcement des structures par matériaux composites, permet de pallier les inconvénients des méthodes conventionnelles précédentes, et cela avec des performances supérieures. Cette technique est utilisable pour le renforcement de tous les éléments structuraux ou non structuraux (poteaux, poutres, dalles, murs, nœuds poteau-poutre, maçonnerie...etc.(Figure I.13)) et cela en vue d'un renforcement en flexion, à l'effort tranchant ou en compression. Plusieurs techniques de mise en œuvre existent (Figure I.14).

Les matériaux composites sont des matériaux performants, constitués par l'association à l'échelle microscopique de plusieurs autres matériaux aux caractéristiques complémentaires. Cela permet d'associer un ensemble de propriétés mécaniques ou physiques qu'il serait impossible à obtenir avec les composant pris de façon isolés. Outre le gain de poids, un autre avantage des matériaux composites est le caractère multifonctions qui leur est conféré par leurs propriétés orthotropes. Ils sont en effet plus largement utilisés au fur et à mesure que les connaissances concernant le processus de fabrication, leurs caractéristiques mécaniques et physiques ainsi que leur durabilité et comportement sous charge, s 'accumulaient. La caractérisation des matériaux composites à base de fibre et de résine est généralement complexe. Contrairement aux matériaux métalliques qui demande un nombre relativement restreint d'essais, les composites à base de fibres et de résines se distinguent par la nécessité d'une multitude d'essai afin d'aboutir aux caractéristiques mécaniques et pour caractériser l'effet de l'endommagement. [55]



Figure I.13 : Renforcement par collage des matériaux composites.


Figure I.14 : Procédé de mise en œuvre de collage du tissu.

I.4. Conclusion

La fissuration est le symptôme le plus fréquent des ouvrages en béton armé mais la seule observation visuelle des fissures rend difficile le diagnostic. Indépendamment de l'observation de la fissuration, reflet de la dégradation, la question essentielle qui se pose est de savoir à partir de quand la dégradation a une influence sur le comportement mécanique de la structure. Cela revient à se demander à quel moment une réparation doit être envisagée et quelle sera son ampleur.

En effet, si une fissure est constatée, son rôle mécanique n'est pas toujours évident, un important motif de fissuration ne signifiant pas forcément que la capacité portante est affecté. Mais une fissure peut menacer la durée de vie de l'ouvrage dès qu'elle entame l'étanchéité de celui-ci. C'est pour cette raison que des méthodes de réparation non structurales sont indispensables, elles sont employées lors de désordres mineurs.

Les enjeux économiques ont été à l'origine de la prise de conscience de l'importance de la maintenance et, ainsi, au développement des techniques de réhabilitation. Les techniques traditionnelles ont montré leurs limites au comportement à long terme (oxydation des tôles d'acier, durabilité du béton projeté, etc.). En même temps, la rentabilité d'une opération de maintenance est conditionnée par sa durabilité, et donc, par la baisse des fréquences d'intervention. La recherche dans le domaine de réhabilitation s'est orientée vers l'utilisation de nouveaux matériaux capables de répondre aux différents critères exigés par les opérations de la maintenance des ouvrages.

<u>Chapitre II</u>

<u>Généralités sur les matériaux composites</u>

II.1. Introduction

Dans un sens large, le mot " composite " signifie, constitué de deux ou plusieurs parties différentes.

En fait l'appellation "matériau composite" ou "composite" est utilisée dans un sens beaucoup plus restrictif, qui sera précisé tout au long de cette thèse. Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément. Et dans un sens plus précis, un matériau composite utilisé dans la réparation des structures est par définition, toute matière première comportant un renfort sous forme filamentaire et nécessite l'association intime d'au moins deux composants : le renfort et la matrice, qui doivent être compatibles entre eux et se solidarisés, ce qui introduit la notion d'un agent de liaison.

Contrairement aux matériaux classiques dont on connaît à l'avance les caractéristiques mécaniques, celles des composites ne sont réellement connues qu'après fabrication, car on réalise en même temps, le matériau et le produit bien définis.

Actuellement, les composites à matrice organique représentent plus de 99% des matériaux composites ; toutefois, il existe également des composites à matrice inorganique (métallique ou céramique) dont la diffusion reste encore marginale.

II.2. Les renforts(les fibres)

Les qualités demandées aux fibres étaient non seulement la résistance mécanique mais surtout un module élastique aussi élevé que possible. En effet, les fibres subissent en service un allongement ou raccourcissement comparable à celui de la structure à laquelle elles adhèrent. A déformation égale, leur efficacité est d'autant plus grande que leur module est plus élevé. C'est la raison principale qui a fait choisir le carbone. Il présente plusieurs avantages par rapport, soit à l'acier, soit aux autres fibres, comme l'aramide ou le verre.

II.2.1. Revue des différents renforts disponibles

Les principales fibres utilisées sont : Fibre de Carbone ; Fibre de Kevlar ; Fibre de Bore et Fibre de Verre [11].

II.2.1.1. Les fibres de carbone

Suivant les conditions de fabrication, il existe toute une variété de fibres de carbone. Mais, actuellement trois sortes sont commercialisées :

- 1- Les fibres haute résistance classique (types : As4, As6, T300 et X635) ;
- 2- Les fibres à haute résistance module intermédiaire (types : IM6, X636) ;
- 3- Les fibres à haut module (types : M40 et HM5).

D'un fabricant à l'autre, les propriétés mécaniques varient suivant les propriétés physiques et mécaniques moyennes. Elles sont données dans le tableau (II.1) :

Propriétés en traction	HR		IM	HM	
R _t (MPa)	3000 à	4000 à	47000 à	2000 à	1100 à
	5000	4500	52000	2500	2000
$\mathbf{E} = (\mathbf{M} \mathbf{D}_{\mathbf{a}})$	220000 à	235000 à	275000 à	350000 à	450000 à
E_{oT} (MPa)	240000	250000	300000	400000	500000
A _R (%)	1.2 à 1.5	1.6 à 1.8	1.4 à1.6	0.5 à 0.7	0.3 à 0.5
Masse volumique (g /	1.75 à 1.8	1.75 à 1.8	1.7 à 1.8	1.8 à	1.9 à
cm ³)				1.85	1.95

Tableau II.1 : Propriétés des fibres de carbone

 R_T , E_{oT} et A_R sont respectivement la résistance à la rupture ; le module de Young et l'allongement à la rupture.

Une particularité importante de ces fibres est leur coefficient de dilatation thermique négatif ou quasi nul dans le sens de la fibre, c'est-à-dire que les fibres se raccourcissent quand on les chauffe et s'allongent quand on les refroidit.

II.2.1.2. Les fibres de Kevlar

Aromatique (les aramides). Actuellement, il existe deux types de produits : les fibres de Kevlar 49 et les fibres de Kevlar 29. Les premiers sont principalement utilisés pour la confection des composites, alors que les autres entrent surtout dans la constitution des cordes, cordages et câbles.

Les propriétés physiques et mécaniques de ces deux types de fibres sont représentées dans le tableau (II.2).

Propriétés en traction	Kevlar 49	Kevlar 29
R _t (MPa)	3000	2700
E _{oT} (MPa)	120000 à 130000	60000
A_{R} (%)	2.1	4
Masse volumique (g / cm ³)	1.45	1.44

Tableau II.2 : Propriétés des fibres de Kevlar

Du point de vu dilatation, le Kevlar présente la même particularité dans le sens de fibres que celle du carbone.

II.2.1.3. Les fibres de Verre

Il existe une multitude de fibres de verre dont les propriétés dépendent de leur composition. Actuellement, trois types de fibres de verre sont commercialisés sous forme de files. Ce sont les variétés E, S et R. Ces deux derniers sont très voisines (l'une est Américaine et l'autre est Française).

Les propriétés de ces fibres sont présentées dans le tableau (II.3).

Tableau II.3 : Propriétés des fibres de Verre

Propriétés en traction	Verre E	Verre R	Verre S
R _t (MPa)	3400	4400	4900
E _{oT} (MPa)	73000	86000	87000
A _R (%)	4.9	5.2	
Masse volumique (g / cm ³)	2.54	2.55	2.54

II.3. La matrice

Les plus répandues actuellement sont les matrices organiques obtenues à partir de polymères thermodurcissables (résines) comme par exemple le polyster et l'époxy. Leur utilisation dans les composites permet de lier les fibres du renfort entre elles et d'assurer la répartition de la contrainte. Elles assurent également une protection chimique.

II.3.1. Notion sur les matrices

Actuellement, on distingue deux catégories de matrices : les matrices organiques (résines synthétiques) et les matrices métalliques.

II.3.1.1. Les matrices organiques

Un très grand nombre de matériaux plastiques peut être utilisé comme matrice dans les matériaux composites. Elles peuvent aussi bien appartenir à la famille des résines « Thermodurcissables » qu'à celles des résines « thermoplastiques ».

II.3.1.2. Résines thermodurcissables

Les résines thermodurcissables sont employées comme matrice des matériaux composites structuraux. Comme leur nom le laisse indiquer [30], ces produits durcissent après un cycle de chauffage appelé « cycle de polymérisation ». A l'issu de celui-ci, le matériau est un solide relativement rigide qui ne font pas et ne se ramollit pas en température.

Les résines thermodurcissables les plus répandues sont les polyesters, les époxydes, les polyamides et les phénoliques.

Le tableau (II.4) présente les propriétés physiques et mécaniques de ces résines après polymérisation.

Propriétés en traction	Polyester	Epoxyde	Polyamide	Phénolique	Silicone
EoT (GPa)	30 à 90	30 à 100	Environ 90	20 à 60	20 à 60
A_{R} (%)	2000 à 3000	2500 à 4000	Environ	1000 à 5000	Environ 3000
			3000		
Densité (g / cm ³)	1.1 à 1.3	1.1 à 1.3	Environ 1.3	1.2 à 1.4	1 à 1.1

Tableau II.4 : Propriétés des Résines thermodurcissables

II.3.1.3. Résines thermoplastiques

Les résines thermoplastiques chauffées, elles deviennent facilement déformables. Lorsqu'on les soumet à des gradients de température, elles commencent par se ramollir puis elles fondent. De ce fait, leur utilisation en température est limitée par leurs mises en œuvre qui sont faciles.

II.3.1.4. Les matrices métalliques

L'utilisation de matériaux composites à des températures supérieures à 3000 °C interdit pratiquement l'usage des matrices organiques et suppose donc que l'élément de renforcement soit noyé au sein d'une matrice métallique. Les plus employées sont les métaux légers et leurs alliages en particulier l'aluminium, le titane et le nickel.

II.4. L'adhésif

Pour le renforcement, un adhésif est utilisé pour coller le composite sur le support béton. Il permet de transmettre les contraintes de cisaillement entre le composite et le béton.

Le choix de cet adhésif doit être réalisé en fonction des besoins. Les propriétés mécaniques de la colle peuvent également changer avec une variation de température.

L'adhésif possède un module relativement bas, qui diminue en augmentant la température. Le tableau (II.5) donne les propriétés typiques et les caractéristiques d'un adhésif époxy.

Densité (kg/m ³)	1100 - 1700
Module d'Young (GPa)	0,50 - 20
Module d cisaillement (GPa)	0,80 - 8
Coefficient de Poisson	0,30 - 0,40
Résistance en traction (MPa)	9 - 30
Résistance à l'effort tranchant (MPa)	10 - 30
Résistance en compression (MPa)	55 - 110
Déformation en traction à la rupture (%)	0,50 - 5
Température de transition vitreuse (°C)	45 - 80

Tableau II.5 : Caractéristiques typiques de l'adhésif d'époxy [21]

II.5. Propriétés mécaniques des composites

Dans le composite, les fibres peuvent être placées dans une seule direction et dans ce cas le composite est unidirectionnel. Elles peuvent aussi être collées dans deux ou plusieurs directions et le composite devient bi ou multidirectionnel. Les plus répandus dans le renforcement sont les composites unidirectionnels.

Les matériaux composites ne sont pas homogènes. Leurs propriétés mécaniques dépendent entre autres, des fibres, de la matrice, de la quantité des fibres (fraction volumique) et de la configuration du renforcement [28]. Si toutes les fibres sont alignées dans la même direction, le composite est relativement rigide et solide dans cette direction. Mais dans la direction transversale, il a un faible module et une faible résistance.

La résistance et le module d'Young des fibres sont plus importants que ceux de la matrice, ce qui confirme le fait que le comportement mécanique du composite dépend essentiellement des propriétés mécaniques des fibres et de la qualité des fibres ou encore de la fraction volumique des fibres.

II.6. Application des matériaux composites

Il existe deux procédés de réalisation d'un renforcement par composite : le système avec une cure in-situ et le système préfabriqué.

II.6.1. Le système avec une cure in-situ

Deux processus différents peuvent être utilisés pour mettre en place un composite sur des surfaces de béton :

- Le tissu sec peut être appliqué directement sur la résine déjà appliquée sur la surface du béton, suivi de l'application d'une couche de fermeture,

-Le tissu peut être pré-imprégné avec la résine dans une machine adaptée, puis déposé avant polymérisation sur la surface de béton.

II.6.2. Le système préfabriqué (cas des pulltrudés)

Ce processus consiste à pré-fabriquer des bandes qui sont installées, une fois durcies, sur la surface du béton en utilisant l'adhésif.

II.7. Utilisation des composites <<FRP>> en génie civil

II.7.1. Les poutres

Le renforcement vis-à-vis la résistance à la flexion d'une poutre en béton armé simplement appuyée en utilisant les composites FRP est généralement réalisé en liant une plaque FRP à l'intrados de la poutre concernée [58, 64]. Avant l'application de la plaque FPR, l'intrados de la poutre en béton armé doit être préparé. Le but de la préparation d'une surface adéquate est d'enlever la couche faible de la surface du béton, exposé la totalité du béton pour améliorer la liaison avec le FRP, et fournir une surface uniforme.

Les plaques FRP peuvent être préfabriquées, dans ce cas quelques préparations de la surface de liaison de cette dernière peuvent être nécessaires. D'autre part, la plaque FRP peut être construire sur place par un procédée de stratification direct. Il y a plusieurs variations de la procédure de base. Ceux-ci incluent la précontrainte de la plaque, et la prévision d'ancrages

tel que les bandes en U aux fins de la plaque pour réduire le risque des ruptures par décollement [3, 57, 40].



Figure II.1 : poutres renforcées en flexion par matériaux composites

Dans ces applications, les FRP sont installés le long des poutres (d'une manière similaire à celles des armatures longitudinales) avec des bandes en U pour assurer l'ancrage.



Figure II.2 : renforcement des poutres a l'effort tranchant

Le renfort vis – vis l'effort tranchant peut être placé sous forme de bande de renforcement individuelles, parfois des trous sont réalisés dans la dalle afin que le renforcement enveloppe la section entière de la poutre.

II.7.2. Les dalles

La procédure de base de renforcement des dalles par FRP est de coller des bandes ou des lamelles FRP sur la face tendue de la dalle. Pour les dalles travaillantes dans les deux sens, on utilise des lamelles croisées [25].



Figure II.3 : dalles renforcées par matériaux composite

II.7.3. Les colonnes

Plusieurs techniques différentes ont été développées pour renforcer ou réhabiliter des colonnes existantes en béton armé en utilisant des composites FRP. Une colonne peut être enveloppée complètement par des tissus FRP avec ou plusieurs couches. Elle peut être aussi partiellement enveloppée en utilisant des bandes FRP sous forme de spirale continue ou des anneaux discrets.



Figure II.4 : colonnes renforcées par matériaux composites

II.8. Influence de l'environnement sur le comportement des composites

II.8.1. Température

Vis-à-vis de la température, les performances des matériaux composites sont principalement conditionnées par l'adhésif. En revanche, pour une température basse, les performances sont conditionnées par la matrice. Le point le plus important concerne la température est la température de transition vitreuse T_g [28]. Les propriétés mécaniques diminuent à l'approche de ce seuil de température (figure III-5). Pour éviter une rupture issue de l'adoucissement de l'adhésif ou de la résine, la température maximale de service doit être inférieure à T_g .

La température de transition vitreuse est de l'ordre de 30 °C à 80°C pour les époxys polymérisants à froid. Suivant les conditions de mise en œuvre et la nature du durcisseur, la température de transition vitreuse peut atteindre 170°C pour un système renforcé et recuit. La polymérisation à température ambiante est lente.

 T_g peut varier en fonction de l'environnement (température, humidité, ...). Une température élevée pourrait réagir comme une post- cure sur la résine et donc augmenter T_g . En revanche, l'absorption d'humidité par les résines va conduire à une diminution de T_g . Pour une structure sensée résister à une température élevée (mais inférieur à T_g), deux choix sont possibles : utiliser soit une résine avec une cure en froid mais ayant une haute T_g initiale, soit une résine ayant une T_g améliorée après une post- cure.



Figure II.5 : Température de transition vitreuse

En cas d'incendie, le renforcement par collage extérieur par matériaux composite doit être protégé par une technique d'isolation.

II.8.2. Humidité

La résine de la matrice absorbe l'eau. La quantité d'eau absorbée dépend du type de résine et de la température de l'eau. Les deux conséquences immédiates sont la réduction de la température de transition vitreuse et l'adoucissement de la résine. Dans le cas d'une résine époxy, ces phénomènes sont partiellement réversibles lors du séchage : d'un point de vue de structure, l'époxy n'a pas de liens ester, les chaînes de polymère ne sont donc pas facilement hydrolysables. L'absorption maximale d'eau par une résine époxy est environ de 3% en poids.

Néanmoins, il y a une grande différence entre les conditions de laboratoire où les éprouvettes de résines sont saturées en eau, et les conditions réelles en température et humidité auxquelles sont soumis des matériaux composites en place sur des éléments de structures réelles : la prise en eau potentielle sera plus faible et les conséquences sur le comportement réduites.

II.8.3. Fluage et corrosion sous contrainte

Le fluage des composites à fibres de carbone n'est pas un facteur déterminant pour le dimensionnement du renforcement d'éléments structuraux, car les structures renforcées ont généralement déjà subit leur propre fluage.

L'atmosphère ou l'environnement ambiant est en général insuffisant pour causer une corrosion du composite. Néanmoins, il peut y avoir corrosion lorsque le composite est soumis à un certain niveau de contrainte : c'est la corrosion sous contrainte. Ce phénomène est dépendant du temps, du niveau de contrainte, du type de matrice et de fibres. Les fibres de carbone ne sont que très légèrement affectées, lorsque le niveau de contrainte reste inférieur à 80 % de la résistance ultime : les niveaux de sollicitations réels des composites en place sont tels que les risques sont très limités.

II. 9. Théorie des plaques stratifiées

La théorie classique des plaques stratifiées est utilisée dans la plupart des modèles décrivant le comportement mécanique d'une structure composite stratifiée. Cette théorie se base sur les hypothèses de Kirchhoff [17] qui annulent l'effet de cisaillement transversal. Ainsi, la réponse d'une plaque stratifiée ne peut être précisément déterminée avec cette méthode que si la structure est très mince et que les matériaux utilisés sont faiblement orthotropes [5]. Ces hypothèses simplifient énormément l'analyse des structures stratifiées.

Ainsi ce chapitre sera consacré au développement des équations qui décrivent la réponse élastique linéaire des composites stratifiés soumis à des charges dans le plan et en flexion.

Les couches individuelles sont supposées être homogènes, orthotropes, ou transversalement isotropes et dans un état de contraintes planes. Un stratifié type avec un système de coordonnées locales et globales est représenté dans la figure (II.6).



Figure II.6 : Composite stratifié.

II. 9.1. Nomenclature d'une structure stratifiée

Tout d'abord, une structure stratifiée, d'épaisseur T, est constituée de N plis qui sont empilés les uns sur les autres tels que montrés à la figure IV.2. Chaque couche est définie par une épaisseur (t_K) , une orientation (θ_K) .

L'origine de l'axe z est située au plan moyen de la structure. Le premier pli (pli 1) est situé à l'extrémité supérieure de la structure ($a_z = T/2$) tandis que le dernier pli (pli N) est celui situé à l'extrémité inférieure ($a_z = -T/2$).

En fait, (1,2) est un repère dans lequel l'on a mesuré les propriétés. Tel qu'il est montré à la figure IV.2, l'orientation θ_K du pli k est définie par l'angle que fait son repère local (1,2) par rapport au repère global (*x*, *y*) de la structure. Les propriétés globales du stratifié dépendent des propriétés du matériau de chaque pli, de son épaisseur et de l'orientation de celui-ci.

Afin de pouvoir caractériser une structure stratifiée, il faut connaître la séquence d'empilement des plis qui la constitue. C'est-à-dire, il faut déterminer l'orientation de chaque pli et l'ordre dans lequel ils sont empilés.



Figure II.7 : Nomenclature d'un stratifié – Orientation d'un pli.

II.9.2. Définitions et notations décrivant les séquences d'empilement d'un stratifié

Les définitions et notations suivantes sont celles de la plupart des ouvrages et en particulier, du document de Jean Weiss et Claude bord [73] auquel sont empruntés les éléments suivants. La séquence d'empilement est décrite à partir de la face du stratifié située à une cote z < 0jusqu'à l'autre face, des crochets [] indiquent le début et la fin de l'empilement. Les plis adjacents identiques, de même orientation, représentent une couche, un indice représentant le nombre de plis. Le tableau (II.6) montre les notations décrivant les séquences d'empilement d'un stratifié.

Ν	Stratifié	Code	Remarques
Pli (s)			
			-S : indique la symétrie par rapport au
			plan médian.
6	[0/+45/90/90/+45/0]	[0/45/90] _S	leurs angles sont différents en valeur
			absolue.
5	[0/+45/90/+45/0]	[0/45/90]s	- La barre sur 90 indique que le plan de
			symétrie passe par le pli d'angle 90°.
7	[0/+45/-45/90/-	[0/±45/90]s	- Les plis adjacents + 45° et - 45° sont
	45/+45/0]		regroupés comme $\pm 45^{\circ}$.
	[0/90/ 0/ 0/ 0/ 0/		
14	0/45/45/ 0/ 0/ 0/ 0/ 0/	[0/90/04/45]s	- Les plis adjacents 0° sont regroupés
	90/ 0]		comme 04.
	[0B/0B/45C/-		- Stratifié hybride B : Bore, C : Carbone,
10	45C/90G/90G/-	[0 2B / (±45) C /90 G] _S	G : Glass (Verre)
	45C/45C/0B/0B]		
			- Les séquences d'empilement qui se
	[45/0/ 90/ 45/ 0/	[(45/0/90) ₂] _S	répètent sont notées entre () complétées
12	/90/0/ 45/ 90/ 0/ 45]	ou	d'un indice correspondant au nombre de
		[45/0/90] ₂₈	séquences identiques.
4	[0/90/0/90]	[0/90/0/90]	- Stratifié non symétrique
5	[0/90/45/90/0]	[0/90/ 45]s	- Stratifié symétrique non équilibré
	[0/ 90/+45/-45/-		
8	45/+45/90/0]	[0/90/+45/-45]s	- Stratifié symétrique équilibré

Tableau II.6 : Exemples des notations d'un stratifié [30].

- *Stratifié unidirectionnel* : l'orientation des fibres est la même dans tous les plis (l'exemple d'un stratifié unidirectionnel à $\theta = 0^{\circ}$ dans les différents plis.
- Stratifié à plis orientés ± θ : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, .../θ/-θ/θ/-θ/.... avec θ ≠ 0° ou 90°.
- Stratifié à plis croisés : l'orientation des fibres est alternée d'un pli à l'autre, /0°/90°/0°/90°/.

- Stratifié symétrique : l'orientation des fibres est symétrique par rapport au plan moyen du stratifié, c'est à dire, pour chaque pli à angle θ au-dessus du plan médian il y a un pli à angle égal de l'autre côté du plan médian, θ(z)=θ(-z).
- *Stratifié non symétrique* : le matériau est symétrique, l'épaisseur est symétrique, l'orientation est asymétrique exemple [45/60/-60/-45].
- Stratifié équilibré : stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction +q que de couches orientées suivant la direction -q et de même propriété (épaisseur et matériau).
- Stratifié quasi-isotrope : le nombre égal de plis orientés à 0, 90, +45 et -45 ou orientés à 0, +60 et -60.

II.9.3. Hypothèses de calcul de la théorie des stratifiés

Les hypothèses suivantes sont fondamentales pour la théorie des plaques stratifiées :

- L'épaisseur du stratifié est petite comparée à ses autres dimensions [68] ;
- Les liaisons inter-laminaires sont parfaites (continuité des déplacements et des déformations);
- Toutes les couches sont macroscopiquement homogènes avec des propriétés effectives connues et ont comportement élastique linéaire (loi de Hooke) ;
- Les propriétés de la couche individuelle peuvent être isotropes, orthotropes ou transversalement isotropes ;
- Chaque couche est dans un état de contrainte plane ;
- Le stratifié se déforme selon les hypothèses de Kirchhoff pour la flexion et la traction des plaque minces :
 - La normale au plan médian reste droite et normale au plan médian déformé après déformation (voir la section ABCD dans la figure II.8). Cela est équivalent à négliger les déformations de cisaillement $(\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0);$
 - Les normales au plan médian ne changent pas de longueur (voir la ligne ABCD dans Figure IV.3). Donc ε_{zz} est négligée ($\varepsilon_{zz} = 0$).



Figure II.8 : La géométrie de déformation [68].

II.9.4. Relation déformation – déplacement

Les déplacements sont continus dans l'épaisseur du stratifié et toute perpendiculaire à la surface reste perpendiculaire après déformation. La figure II.8 schématise la déformation d'un segment ABCD. Le point B, milieu du segment, se déplace après déformation suivant x la distance u_0 . Un raisonnement identique pouvant être fait dans la direction y, il en résulte que le point B, milieu de l'épaisseur se déplace dans l'espace des quantités $u_0 + v_0 + w_0$.

L'hypothèse de Kirchhoff exige d'une part que les déformations de cisaillement γ_{zx} et γ_{zy} soient nulles et que d'autre part le déplacement transversal selon z du plan médian soit une fonction de *x* et *y* seulement, c'est-à-dire w = w(x, y).On suppose que les déplacements soient petits (figure II. 8), la pente b de la surface déformée sera aussi petite ce qui implique que :

$$tg \ \beta = \frac{\partial w}{\partial x} \approx \beta \tag{II.1}$$

Le déplacement total u du point C (figure II.3) peut être écrit comme la somme du déplacement du plan moyen u_0 plus le déplacement dû à la rotation $\beta \Box$ de la normale au plan moyen. Ainsi on aura :

$$u = u^{0} - z \, tg\beta = u^{0} - z \, \alpha = u^{0} - z \frac{\partial w}{\partial x}$$
(II.2)

De la même façon que pour le plan y - z, nous aurons :

$$v = v^0 - z \frac{\partial w}{\partial y} \tag{II.3}$$

 v^0 : Le déplacement du plan médium suivant l'axe Y.

Puisque les normales ne changent pas de longueurs, le déplacement transversal w est indépendant de « z » et peut être écrit sous la forme suivante :

$$w(x, y) = w^{0}(x, y)$$
(II.4)

Où : l'indice supérieur « ⁰ » représente le plan médium.

Les équations déformations- déplacements peuvent être écrites comme suit :

$$\varepsilon_{x} = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u^{0}}{\partial x} - z \frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} = \varepsilon^{0}{}_{x} + z k_{x}$$

$$\varepsilon_{y} = \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v^{0}}{\partial y} - z \frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} = \varepsilon^{0}{}_{y} + z k_{y}$$

$$\gamma_{xy} = \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) = \frac{\partial u^{0}}{\partial y} - 2z \frac{\partial^{2} w}{\partial x \partial y} + \frac{\partial v^{0}}{\partial x} = \gamma_{xy}{}^{0} + z k_{xy}$$
(II.5)

Où les courbures $\{k\}$ sont définies comme suit :

$$k_{x} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial x^{2}} k_{y} = -\frac{\partial^{2} w}{\partial y^{2}} k_{xy} = -2\frac{\partial^{2} w}{\partial xy}$$
(II.6)

En combinant les équations (II.5) et (II.6) nous aurons

$$\begin{cases} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{cases} = \begin{cases} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{cases} + z \begin{cases} k_{x} \\ k_{y} \\ k_{xy} \end{cases}$$
(II.7)

 ε_x^0 et ε_y^0 sont les déformations normales du plan médian du stratifié.

 γ_{xy}^{0} est la distorsion du plan médian du stratifié

 k_x et k_y sont les courbures de flexion du stratifié.

 k_{xy} est la courbure de torsion du stratifié.

La connaissance des déformations et des courbures du plan moyen du stratifié $\{\varepsilon^0\}$ et $\{k\}$ définit complètement l'état de déformation de tout point pris dans l'épaisseur de la plaque par la relation matricielle :

$$\{\varepsilon_x\} = \{\varepsilon^0\}_x + z\{k\}_x \tag{II.8}$$

Nous avons posé que les déformations varient linéairement dans l'épaisseur du stratifié, or nous savons que les caractéristiques élastiques sont différentes suivant les couches. En conséquence, les contraintes vont subir des discontinuités figure II.9.



Figure II.9. Schématisation de la répartition des efforts dans le stratifié.

Connaissant les déformations dans chaque couche et les caractéristiques mécaniques, les contraintes s'en déduisent par :

$$\begin{cases} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_x^0 \\ \varepsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{cases} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{cases}$$
(II.9)

 σ_x, σ_y et τ_{xy} sont les contraintes dans le repère du stratifié.

 \overline{Q}_{ii} est la matrice de raideur du pli dans le repère du stratifié.

z est la cote du pli (k) choisie à partir du plan médian.

II.9.5. Forces résultantes et moments agissant sur un stratifié

Les contraintes définies auparavant évoluent de façon discontinue dans l'épaisseur du stratifié. Elles sont remplacées par des efforts et des moments équivalents qui vont être définis dans la figure (II.10) et qui sont appelés « efforts et moments généralisés ».



a) Les forces N_x, N_y, N_{xy} par unité de longueur



b) Les moments M_x, M_y, M_{xy} par unité de longueur

Figure II.10 : Les forces et les moments résultants.

Pour un stratifié à N plis, l'ensemble des résultantes des efforts et des moments est :

$$\begin{cases}
\binom{N_x}{N_y}\\N_{xy}$$

T est l'épaisseur du stratifié.

 N_x , N_y et N_{xy} sont des forces par unité de longueur.

 M_{x} , M_{y} et M_{xy} sont des moments par unité de longueur.

 z_{K} et z_{K-1} sont définis dans la géométrie d'un stratifié à N plis qui est représenté sur la figure (II.7).

II.9.6. Rigidité du stratifié

En substituant l'expression (II.9) dans (II.10), les efforts dans le stratifié sont exprimés en termes de déformations et de courbures comme suit :

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \end{cases} = \sum_{K=1}^{N} \begin{bmatrix} \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\ \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\ \overline{Q}_{16} & \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66} \end{bmatrix}_{K} + \begin{pmatrix} z_{K} \\ \int_{Z_{K-1}}^{z_{K}} \left\{ \frac{\varepsilon_{x}^{0}}{\varepsilon_{y}^{0}} \right\} dz + \int_{Z_{K-1}}^{z_{K}} \left\{ \frac{k_{x}}{k_{y}} \right\} dz + \int_{Z_{K-1}}^{z_{K}} \left\{ \frac{k_{x}}{k_{$$

De même, en substituant (II.9) dans (II.11), les moments dans le stratifié sont exprimés en termes de déformations et de courbures comme suit :

$$\begin{cases}
 M_{x} \\
 M_{y} \\
 M_{xy}
 \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^{N} \begin{bmatrix}
 \overline{Q}_{11} & \overline{Q}_{12} & \overline{Q}_{16} \\
 \overline{Q}_{22} & \overline{Q}_{26} \\
 \overline{Q}_{26} & \overline{Q}_{66}
 \end{bmatrix}_{K} + \begin{pmatrix}
 z_{K} \\
 \int_{y} \\
 z_{K-1}
 \end{bmatrix}_{Z_{K-1}} \begin{bmatrix}
 \varepsilon_{x}^{0} \\
 \varepsilon_{y}^{0} \\
 \gamma_{xy}^{0}
 \end{bmatrix} \cdot zdz + \int_{Z_{K-1}}^{Z_{K}} \begin{cases}
 k_{x} \\
 k_{y} \\
 k_{xy}
 \end{bmatrix} \cdot z^{2}dz
 \end{bmatrix} (II.13)$$

Depuis le plan médian les déformations et les courbures ne sont pas des fonctions de z, elles peuvent être déplacées en dehors de l'intégrale et les équations (II.12) et (II.13) peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} k_{x} \\ k_{y} \\ k_{xy} \end{bmatrix}$$
(II.14)

$$\begin{cases} \boldsymbol{M}_{x} \\ \boldsymbol{M}_{y} \\ \boldsymbol{M}_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B}_{11} & \boldsymbol{B}_{12} & \boldsymbol{B}_{16} \\ \boldsymbol{B}_{12} & \boldsymbol{B}_{22} & \boldsymbol{B}_{26} \\ \boldsymbol{B}_{16} & \boldsymbol{B}_{26} & \boldsymbol{B}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{x}^{0} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{y}^{0} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy}^{0} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{11} & \boldsymbol{D}_{12} & \boldsymbol{D}_{16} \\ \boldsymbol{D}_{12} & \boldsymbol{D}_{22} & \boldsymbol{D}_{26} \\ \boldsymbol{D}_{16} & \boldsymbol{D}_{26} & \boldsymbol{D}_{66} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{k}_{x} \\ \boldsymbol{k}_{y} \\ \boldsymbol{k}_{xy} \end{bmatrix}$$
(II.15)

$$\begin{bmatrix} A_{ij} \end{bmatrix} = \sum_{k=1}^{n} \left[\overline{Q_{ij}} \right]_{k} (z_{k} - z_{k-1})$$

$$\begin{bmatrix} B_{ij} \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{n} \left[\overline{Q_{ij}} \right]_{k} (z_{k}^{2} - z_{k-1}^{2})$$

$$\begin{bmatrix} D_{ij} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} \left[\overline{Q_{ij}} \right]_{k} (z_{k}^{3} - z_{k-1}^{3})$$
(II.16)

L'équation fondamentale de la théorie des stratifiés est donnée par :

$$\begin{cases} N \\ M \end{cases} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon^0 \\ k \end{cases}$$
 (II.17)

Cette équation peut s'écrire sous une forme plus détaillée :

$$\begin{cases} N_{x} \\ N_{y} \\ N_{xy} \\ N_{xy} \\ M_{xy} \\ M_{xy} \end{cases} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{21} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \varepsilon_{x}^{0} \\ \varepsilon_{y}^{0} \\ \gamma_{xy}^{0} \\ k_{x} \\ k_{y} \\ k_{xy} \end{pmatrix}$$
(II.18)

Il faut noter que $[A_{ij}]$ est « la matrice de membrane », $[B_{ij}]$ « la matrice de couplage membrane-flexion » et $[D_{ij}]$ est « la matrice de flexion ».

Pour un stratifié symétrique, la matrice de couplage [*B*]est nulle. Donc :

$$\left[A_{ij}\right] = \sum_{k=1}^{n} \left[\overline{Q_{ij}}\right]_{k} \left(z_{k} - z_{k-1}\right)$$
(II.19)

$$\left[D_{ij}\right] = \frac{1}{3} \sum_{k=1}^{n} \left[\overline{Q_{ij}}\right]_{k} \left(z_{k}^{3} - z_{k-1}^{3}\right)$$
(II.20)

Où :

 z_k est la côte du pli k avec k = 1...n

 $[\overline{Q}_{ij}]$: « La matrice de rigidité » est déterminée à l'aide des équations ci-dessous :

$$\overline{Q}_{11} = Q_{11}m^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}n^4$$
(II.21)

$$\overline{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4 Q_{66})m^2n^2 + Q_{12}(n^4 + m^4)$$
(II.22)

$$\overline{Q}_{22} = Q_{11}n^4 + 2(Q_{12} + 2Q_{66})m^2n^2 + Q_{22}m^4$$
(II.23)

$$\overline{Q}_{16} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})m^3n + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})n^3m$$
(II.24)

$$\overline{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})nm^3$$
(II.25)

$$\overline{Q}_{26} = (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66})mn^3 + (Q_{12} - Q_{22} + 2Q_{66})nm^3$$
(II.26)

Où les paramètres Q_{11} , Q_{12} , Q_{16} , Q_{22} , Q_{26} , Q_{66} , m et n sont déterminés par :

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \upsilon_{12} \,\upsilon_{21}} \qquad \qquad Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \upsilon_{12} \,\upsilon_{21}} \qquad \qquad (II.27)$$

$$Q_{12} = \frac{\upsilon_{12} \,E_2}{1 - \upsilon_{12} \,\upsilon_{21}} = \frac{\upsilon_{21} \,E_1}{1 - \upsilon_{12} \,\upsilon_{21}} \qquad \qquad Q_{66} = G_{12}$$

Et

$$m = \cos\theta$$
 Puis $n = \sin\theta$ (II.28)

Avec E_1, E_2, v_{12} et G_{12} (qui sont des constantes qui peuvent être mesurées dans le laboratoire d'une façon exacte) sont respectivement des modules d'élasticités (E_1 et E_2), le coefficient de poisson lié à E_1 (v_{12}) et le module de cisaillement de la plaque composite (G_{12}). θ : est l'angle d'orientation de la fibre (couche) composite [69].

Il faut noter que le coefficient de poisson lié à E_2 est déterminé par la relation suivante :

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2}$$
(II.29)

Après avoir ainsi trouvé les matrices $[A_{ij}]$ et $[D_{ij}]$, la détermination de A_{11} et de D_{11} se fait comme suit :

$$[A_{ij}] = [A_{ij}]^{-1}$$
 et $[D_{ij}] = [D_{ij}]^{-1}$ (II.30)

 A_{11} et D_{11} peuvent alors être tirés dans les matrices inverses trouvées avec :

$$\begin{bmatrix} A_{ij}^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle A_{11}^{'} \rangle & A_{12}^{'} & A_{16}^{'} \\ A_{12}^{'} & A_{22}^{'} & A_{26}^{'} \\ A_{16}^{'} & A_{26}^{'} & A_{66}^{'} \end{bmatrix} \text{et} \begin{bmatrix} D_{ij}^{'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle D_{11}^{'} \rangle & D_{12}^{'} & D_{16}^{'} \\ D_{12}^{'} & D_{22}^{'} & D_{26}^{'} \\ D_{16}^{'} & D_{26}^{'} & D_{66}^{'} \end{bmatrix}$$
(II.31)

Ou encore

$$A_{11}^{'} = \frac{A_{22} \cdot A_{66}}{\det(A_{ij})} \text{ et } A_{11}^{'} = \frac{A_{22} \cdot A_{66}}{\det(A_{ij})}$$
(II.32)

Avec :

$$\det(A_{ij}) = A_{66} \cdot \begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{12} & A_{22} \end{vmatrix} = A_{66} \cdot \left[(A_{11} \cdot A_{22}) - (A_{12} \cdot A_{12}) \right]$$
(II.33)

$$\det(D_{ij}) = D_{66} \begin{vmatrix} D_{11} & D_{12} \\ D_{12} & D_{22} \end{vmatrix} = D_{66} \cdot \left[(D_{11} \cdot D_{22}) - (D_{12} \cdot D_{12}) \right]$$
(II.34)

II. 10. Conclusion

L'utilisation des FRP dans le renforcement des structures existantes et la réparation des ouvrages endommagés montre que cette technique peut dans beaucoup de cas être une excellente alternative aux solutions traditionnelles.

Dans ce chapitre, nous avons présenté une synoptique sur les matériaux composites. On s'est intéressé à ceux résultant de l'assemblage d'une matrice et d'un renfort se présentant sous forme de fibres. Cette présentation montre les caractères avantageux de ces matériaux à savoir légèreté et une grande résistance à la traction.

Nous avons exposé les relations qui existent entre les composantes de déformation et celles de déplacement qui nous ont permis l'obtention de l'équation fondamentale de la théorie des stratifiés.

A partir de cette dernière équation et en exprimant les forces et les moments par unité de longueur, les matrices de membrane, de flexion et de couplage ont été déterminées.

<u>CHAPITRE III</u>

Analyse du comportement des structures

en béton armé renforcées au moyen de

matériaux composites

III.1. Introduction

La technique du collage est le procédé de référence pour fixer les matériaux composites sur un support béton. Elle permet une diffusion répartie de l'effort et nécessite des moyens de mise en œuvre légers. Néanmoins, si les techniques de fixation par collage sont largement acceptées dans l'industrie aéronautique ou automobile, elles peinent à s'imposer dans le monde du génie civil plus habitué à des connexions mécaniques par clouage ou vissage.

La technique de fixation des renforts en matériaux composites par collage se révèle donc être une technique efficace. Néanmoins on constate que la ruine des systèmes collés survient majoritairement par décollement des composites, et peut alors induire une rupture de type fragile. Or la rupture fragile d'un élément structural est un événement à éviter, notamment dans le cas d'un renforcement parasismique, où la ductilité de l'élément est primordiale puisque dissipative de l'énergie sollicitante. Ainsi, optimiser le renforcement par matériaux composites collés en incluant des systèmes d'ancrage peut s'avérer être une disposition constructive intéressante. En particulier, la jonction entre deux éléments constitue souvent une zone critique ; aussi, assurer une certaine continuité du système de renforcement entre les deux éléments,

III. 2. Comportement mécanique d'une section de poutre renforcée

Le comportement global d'une poutre en béton armé (BA) est divisé en 3 phases principales, qu'elle soit renforcée par le collage du matériau composite ou non. Ce comportement est représenté schématiquement sur la Figure (III.1) et il correspond à la description suivante :

- Une première phase linéaire élastique correspondant au comportement des poutres non fissurées, cette phase appelée « élastique » dans la suite de texte,
- Une deuxième phase linéaire correspondant au comportement de service des poutres fissurées.
- Une troisième phase correspondant au comportement de la plastification de l'armature tendue constituant le renfort interne, cette phase sera appelée "plastique". La poutre en BA a alors une rigidité très faible. Par contre, la poutre renforcée par composite continue à reprendre des efforts supplémentaires avec une rigidité proportionnelle à l'épaisseur de la plaque en composite ou au nombre de plis utilisés.



Figure III.1 : Les 3 phases de comportement d'une poutre en BA fléchie renforcée par un stratifié en composite. Les rapports entre les forces et les flèches de fissuration, de plastification et de rupture sont exagérés [4].

1NF : 1er niveau de pré fissuration ; 2NF : 2ème niveau de pré fissuration lors des essais de pré fissuration.

Le comportement structural d'une poutre renforcée dépend de l'interaction de chacune des sections de la figure (III.2).



Figure III.2 : comportement structural d'une poutre renforcée

Nous allons décrire plus en détail le comportement mécanique de chaque section (section centrale, intermédiaire et d'extrémité ; figure III.2).

La section centrale (1) : Son équilibre dépend des longueurs d'ancrage. Dans cette zone l'adhérence entre le béton et le renfort est parfaite, et le film de colle ne reprend que des contraintes de cisaillement.

La section intermédiaire (2) : Dans cette section, les contraintes de cisaillement ne sont pas nulles. Deux paramètres peuvent alors modifier l'équilibre de la section : les caractéristiques mécaniques et géométriques du joint de colle (module et épaisseur) et l'intensité des contraintes. Pour la section, les conséquences des interactions de chacun des paramètres sont une perte d'efforts dans le composite. Cette perte d'effort implique alors une redistribution des efforts dans la section vers les aciers.

La section d'extrémités (3 et 4) : Cette section est soumise à un couple d'efforts défini par de nombreux auteurs dont Bresson J. [8] et Taljsten [62], ceux-ci ont mis en évidence la présence de surcontrainte d'extrémité et l'existence d'une surcontrainte normale localisée en extrémité de la plaque. La présence de ces surcontraintes localisées à une influence notamment sur le mode de rupture. Deux cas peuvent se produire :

- le plan de collage n'est pas suffisamment résistant : la rupture se produit alors par décollement de la plaque composite ;
- le plan de collage est suffisamment résistant : dans ce cas, les contraintes normales et tangentielles créent une rupture dans le béton de l'enrobage.

III.3. Mécanisme de rupture sous chargement de flexion

Dans le cas de poutres renforcées sous sollicitation de flexion, quatre modes de rupture sont présentées (figure III.3 et III.4) : la rupture due à la flexion, celle due à l'effort tranchant, celle due au décollement de la plaque en composite et celle à la rupture de l'enrobage du béton. Parmi celles-ci, le décollement de la plaque composite et la rupture de l'enrobage du béton sont prématurés et souvent brutaux.



Figure III.3 : modes de rupture des poutres renforcées de matériaux composites.

La rupture en flexion des poutres renforcées est provoquée soit par la ruine du béton comprimé, soit par l'importante plastification des armatures tendues, soit par la rupture en tension du composite. Le premier cas se produit brutalement lorsque les poutres sont fortement armées ; elles sont renforcées soit par trop d'armatures, soit par trop de plaque composite FRP. En revanche, les deuxième et troisième cas concernent des poutres faiblement ou moyennement armées. Lors du dimensionnement des éléments, c'est la rupture par plastification des armatures qui est visée.



Figure III.4 : Différents modes de rupture des poutres en béton armé renforcées par FRP (a) rupture du béton comprimé ; (b) rupture du composite ; (c) fissure de l'effort tranchant (d) décollement du composite à l'extrémité ; (e) rupture de l'enrobage du béton [24]

La rupture de poutres renforcées due à l'effort tranchant se produit lorsque la résistance à l'effort tranchant des poutres sans renforcement est insuffisante. Les fissures apparaissent d'abord à partir des extrémités du composite longitudinales et sont inclinées vers le centre des sections droites de la poutre. Ce phénomène est dû à la concentration de contrainte provenant de la non continuité du composite.

La rupture de poutres renforcées due à la rupture de l'enrobage de béton ou délaminage du composite FRP provient de la concentration de contrainte de cisaillement dans la couche de la colle (la couche du béton de l'enrobage). La résistance à la contrainte de cisaillement de la colle est plus élevée que celle du béton, le décollement de la plaque composite se produit donc toujours entre le béton et la colle. La rupture due à la séparation de l'enrobage ou délaminage du composite FRP est nommé rupture due au décollement de la plaque composite [24].

Deux modes de rupture du décollement de la plaque composite ont été observées (d'après les résultats expérimentaux de Sebastian, [41] : soit un décollement du composite débuté aux extrémités de la plaque FRP, puis se propage vers le centre de la poutre ; soit un décollement du composite FRP se produit localement dans les endroits où le moment fléchissant est le plus important. Ce décollement du composite FRP se propage éventuellement vers les extrémités de la plaque FRP. Le premier mode de rupture provient de la concentration de contraintes à l'extrémité de la plaque composite. La deuxième forme de rupture provient de l'importante déformation du composite provoquée par la propagation de fissures dues à la combinaison des efforts tranchants et du moment fléchissant.

Le décollement aux extrémités de la plaque composite se produit habituellement lorsque trois conditions sont remplies [53] :

- Une faible portée de l'effort tranchant, ce qui produit un cisaillement important et un décollement entre le composite et la poutre, situé proche des appuis ;
- Les extrémités de la plaque composite sont éloignées des appuis ;
- L'application de tissu raide empêchant la flèche et produisant une contrainte de cisaillement élevée près des extrémités de la plaque.

Buyukozturk [9] indique également que le décollement de la plaque composite à partir des extrémités se produit souvent sur des poutres ayant une faible résistance à l'effort tranchant. En revanche, le décollement à mi- portée se produit sous les conditions suivantes [53]:

- Une portée importante de l'effort tranchant, un moment de flexion élevé qui se produit proche de la mi- portée ;
- Les extrémités du composite sont très proches des appuis ;
- L'application de plaque composite mince.

III.4. Mécanismes de rupture sous chargement d'effort tranchant

Vis-à-vis de l'effort tranchant, deux modes de rupture sont pris en compte : la rupture en traction du composite latéral et son décollement. Lorsque les composites ceinturent complètement la poutre, la ruine est due à la rupture du composite en traction. En revanche, lorsque les tissus sont en forme de "U" ou sous forme de bandes isolées sans ancrage, la rupture est principalement issue du décollement du composite. Ce décollement est dû à la rupture en cisaillement de la couche de béton d'interface.

Afin d'améliorer l'efficacité des bandes à l'effort tranchant, il est possible de coller le composite dans la direction des fibres principales, perpendiculairement aux fissures potentielles d'effort tranchant. La direction des fibres principales est alors celle des contraintes principales de traction. En réalité, la façon la plus pratique est de coller des bandes perpendiculairement à l'axe des éléments. Entourer des poutres par des bandes conduit à Vf élevé, mais n'est pas toujours réalisable : il est alors préférable de coller des bandes sur toute la hauteur de section, en forme de "U" [75].

III.5. Facteurs ayant une influence sur le comportement des poutres renforcées

Les poutres en béton armé renforcées par matériaux composites sont constituées de quatre matériaux : le béton, les armatures, la colle et le composite. Le béton a un comportement différent en traction et en compression. Le comportement des armatures est élasto – plastiques [54]. La colle transfère des contraintes de cisaillement entre le béton et le composite. La modification du comportement ou la modification de la quantité de chacun de ces quatre matériaux, comme la résistance du béton, le taux de renforcement des armatures tendues, les différents types de composite, l'épaisseur de la colle ou celle de la plaque composite, va affecter la réponse des structures renforcées. En outre, des paramètres géométriques, comme la proportion de la distance entre la charge et l'appui par rapport à la hauteur de poutre, la longueur de la plaque composite, affectent également le comportement des structures renforcées.

III.6 Comportement en cisaillement des poteaux courts

Les colonnes ou poteaux courts d'un élancement inférieur à 3 sont trapus et sont souvent encastrés dans de solides poutres ou sommiers, ou qui sont rigidifiés par le remplissage ultérieur d'un cadre («colonnes captives»). On se rend alors compte que ce sont des éléments extrêmement rigides. Cette raideur localisée entraîne une concentration d'effort. Les colonnes courtes, dotées d'une grande résistance à la flexion, subissent un énorme gradient de moment et par conséquent un important effort tranchant, qui entraîne souvent une rupture par cisaillement avant même que le moment plastique ne soit atteint.

Les sollicitations cycliques successives (Figure III.5), conduisent donc à la superposition du schéma de fissuration (a) et du schéma (b).

La rupture par cisaillement est une cause majeure d'effondrement lors de tremblements de terre (Figure III.6). Ce type de rupture est brutal (fragile) et non dissipatif, il est caractérisé par l'apparition de fissures diagonales dans le béton en premier (dès que la résistance en traction du béton est atteinte), l'ouverture des fissures (éclatement) puis la rupture des armatures transversales, suivie du flambement des armatures longitudinales [19]. Ce mode de rupture doit être soigneusement évité [18], [73], [29], [71]. La rupture par cisaillement apparaît lorsque les armatures transversales sont insuffisantes. Elle affecte principalement les colonnes ou voiles courts ou massifs. En raison de la vulnérabilité particulière des colonnes courtes ou voiles courts aux sollicitations sismiques, nous avons souhaité étudier leur renforcement par matériaux composites. Il s'agit alors d'évaluer la performance mécanique (résistance, rigidité, dissipation énergétique) des matériaux composites vis-à-vis de ce type de désordres.



(a) Fissuration à 45° pour une direction du séisme,

(b) Fissuration à 45° pour la direction opposée du séisme,

(c) Flambement des armatures longitudinales et rupture du poteau court due à l'insuffisance de l'armature transverse.

Figure III.5 : Schéma de rupture des colonnes courtes [40]

Du point de vue bibliographique, le nombre d'étude portant sur le renforcement des poteaux courts vis-à-vis de l'effort tranchant par FRP est faible. Nous allons essayer, au travers de trois publications à caractère essentiellement expérimental, de faire un état du renforcement parasismique des poteaux courts par matériaux composites. Dans ces travaux, plusieurs paramètres affectant le comportement des colonnes courtes ont été relevés : les plus importants sont la configuration du renfort composite (épaisseur, renforcement intégral ou

partiel) et l'intensité de la charge axiale de compression. Généralement, les actions sont appliquées de façon à reproduire un déplacement horizontal de la tête du poteau sans rotation avec un effort tranchant constant sur toute la hauteur du poteau (Figure III.7)



Figure III.6 : Fissures en croix d'effort tranchant (Northridge, Californie - USA, 1994)



Figure III.7 : Chargement en double courbure [74]

L'objet de l'étude de Xiao et al. [74] est le renforcement sismique des ouvrages dimensionnés selon les codes de dimensionnement Nord-Américains (ACI) antérieurs à 1960.

La contrainte de compression appliquée correspond à 6 % de la résistance en compression du béton. Le pourcentage longitudinal d'armatures (ρl) est de 1.5 %, transversalement, le taux d'armature (ρt) est de 0.07 %. Xiao et al. [74] ont testé trois colonnes de section circulaire représentant des piles de ponts à l'échelle ½. L'élancement géométrique est de 3. Chaque colonne (dimensions 610 X 610 X 1830 mm³) dispose de deux semelles pour permettre la fixation sur le dispositif expérimental. Parmi ces trois colonnes, la première n'a pas été renforcée, la deuxième a été renforcée avec une coque préfabriquée continue en GFRP (2 plis de fibre de verre appliqués par confinement en partie centrale et 3 plis sur 305 mm à partir des semelles), alors que la dernière a été renforcée avec des coques préfabriquées individuelles superposées en GFRP (3 plis de fibre de verre appliqués par confinement en partie centrale et 4 plis de fibre de verre appliqués par confinement sur 305 mm à partir de des semelles). La résistance en traction et le module d'élasticité des coques préfabriquées en FRP sont respectivement de 552 MPa et de 38 000 MPa.

Les colonnes ont été testées par application d'un déplacement horizontal en tête de poteau en empêchant toute rotation grâce à un dispositif particulier (nommée pantographe) de avec des cycles poussée / traction croissants dans le sens horizontal et une charge verticale constante (654 kN), obtenue avec des tiges de précontrainte. Cette sollicitation reproduit le déplacement imposé à une colonne courte lors d'un différentiel de deux étages de bâtiment (Figure III.8).



Figure III.8 : Dispositif expérimental [74]

Pour la colonne non renforcée, des fissures de flexion ont commencé à apparaître vers 0.4 Δy . Les fissures diagonales (dominantes) se sont développées pour des indices de ductilité de l'ordre de $\mu = 1.0$ à 2.0 et la rupture (survenue pour $\mu = 3.0$) est brutale.

Nous rappelons que μ représente l'indice de ductilité qui est égal au déplacement ultime Δu (Figure III.9) sur le déplacement à la limite élastique ou début de plastification des aciers longitudinaux Δy donc : $\mu = \Delta u / \Delta y$ Un deuxième indice de ductilité de déplacement $\mu\Delta$ est définit comme étant le rapport d'un déplacement donné Δ , sur le déplacement sur le déplacement à la limite élastique Δy Donc : $\mu\Delta = \Delta / \Delta y$



Figure III.9 : Comportement élasto-plastique (avec écrouissage) d'un élément en béton armé.

Pour les colonnes renforcées par composites, il a été constaté une augmentation de leur rigidité et de leur ductilité. Ces colonnes ont présenté un comportement stable sous chargement cyclique jusqu'à un $\mu\Delta = 10$ (avec $\Delta y = 9.4$ mm).

Ma et al [45] ont testé une colonne de section carrée (410 X 410 mm²). Ceci représente un modèle, échelle 1, d'une colonne de parking. Elle a été construite suivant le code américain antérieur à 1971. Ce spécimen présente alors un défaut d'armatures transversales et des longueurs de recouvrement d'armatures longitudinales (dans les zones critiques) insuffisantes.

L'élancement géométrique est égal à 5.75. Le ferraillage longitudinal est constitué de six barres de diamètre 32.3 mm ($\rho l = 2.9$ %). Le ferraillage transversal est constitué de cadres et d'épingles de diamètre 9.5 mm espacés de 300 mm ($\rho t = 0.18$ %).

Le béton d'origine avait une résistance de 20.7 MPa et les colonnes étaient dimensionnées pour un effort normal égal à 20 % de la capacité portante du poteau. La colonne a été renforcée par confinement d'un stratifié de carbone unidirectionnel dont le module d'élasticité est de 75800 MPa et d'allongement ultime de 0.8 %, la configuration du renfort est illustrée sur la Figure III.10. Le dispositif de chargement est identique à celui utilisé par Xiao et al. [74]. Pour les déplacements inférieurs à 25 mm, deux cycles de chargement ont été effectués et trois cycles au-delà. Le déplacement à la limite d'élasticité a été estimé à 20.3 mm.

La colonne s'est très bien comportée durant les cycles de chargement (boucles d'hystérésis stables). La rupture, par effort tranchant ou par glissement des armatures longitudinales dans
les zones critiques dû à un recouvrement insuffisant, a été évitée. Les jauges sur les armatures longitudinales ont montré la plastification de celles-ci. Le confinement par composite a ainsi évité le glissement des barres. L'essai a été stoppé pour un déplacement en tête de 203 mm, ce qui correspond à un déplacement relatif par rapport à la hauteur du poteau appelé drift (Figure III.11) $\delta = 9$ %. La raison réside dans les limites du dispositif expérimental (limitation en course du vérin). A ce stade, aucune dégradation dans le comportement de la colonne n'a été constatée.



Figure III.10 : *Configuration du renfort* [45]

Figure III.11 : Définition du drift

Les travaux de Galal et al. [33] ont été réalisés sur 7 colonnes de section carrée et d'élancement géométrique égal à trois (305 X 305 X 914 mm³). Le chargement horizontal est également appliqué en limitant la rotation de la tête de poteau. Il est cyclique, à amplitude croissante. Les spécimens reçoivent une force axiale de compression constante de 500 kN soit 12 % de la capacité en compression pure. Parmi les 7 colonnes, un 1er groupe comportant 5 spécimens a été ferraillé avec le règlement Canadien actuellement en vigueur. Ce qui entraîne la disposition longitudinale de 8 barres de diamètre 19.5 mm ($\rho l = 2.6$ %) et transversalement des cadres de diamètre 11.3 mm espacés de 65 mm ($\rho t = 0.43$ %). Le 2ème groupe a été ferraillé selon les normes d'avant 1970 ce qui donne le même ferraillage longitudinal mais un espacement de cadres porté à 305 mm. La configuration du renfort est détaillée par la Figure 35.

La rupture de la colonne non renforcée (SC1) a été causée par un dépassement de la capacité à l'effort tranchant, pour un déplacement relatif $\delta = 3.5$ %. Les autres colonnes se

sont plus ou moins bien comportées lors des essais avec par exemple la colonne SC2 qui a atteint un déplacement relatif $\delta = 11.5$ % sans dégradation des performances. SC1U, SC3 et SC1R ont atteint le même déplacement relatif mais avec une chute en résistance inférieure à 40 %.

Les autres travaux majeurs sur le renforcement parasismique des colonnes courtes sont ceux de Sheikh [60], Seible et al. [19] et de Yamakawa et al. [60]. Ces derniers ont employé des dispositifs expérimentaux similaires à ceux décrits. Leurs conclusions concordent également avec celles relevées précédemment.

Les renforts en FRP exhibent des ruptures prématurées en raison des irrégularités locales de géométrie (Teng et al. [29], Lam et Teng [36], et Shahawy et al 2000 [38]). Ce phénomène est d'autant plus prononcé que les sections sont rectangulaires ou carrées. Malgré l'arrondissage des angles, il subsiste un risque de déchirure / poinçonnement du fait des concentrations de contraintes aux angles. Afin de limiter ce risque, il faut au minimum de deux plis de renforcement.



Figure III.12 : Configuration du renfort [12].

III.7. Comportement en cisaillement des voiles courts

Aujourd'hui, les murs en béton armé sont des éléments structuraux performants, capables de par leur géométrie de procurer une grande résistance face aux différentes sollicitations. Ils affichent plus particulièrement une grande efficacité contre les tremblements de terre. Malgré cela, leurs grandes performances n'excluent pas leur endommagement. L'imprévisibilité de l'intensité sismique, de mauvaises hypothèses de calculs ou des erreurs de mise en oeuvre font que certaines structures peuvent être sous dimensionnées. Les recommandations parasismiques confèrent un intérêt particulier aux voiles pleins ou mur en béton armé. Ils contribuent à absorber une grande quantité d'énergie [40]. Leur capacité augmente proportionnellement à leurs dimensions transversales ; lorsqu'on multiplie par deux l'épaisseur d'un voile de béton, on double également sa capacité énergétique. Zacek [40] fait aussi remarquer que les voiles non armés ou faiblement armés peuvent subir, en cas de séismes violents, des dommages importants ainsi que l'a montré le tremblement de terre de Kobé (1995). Le fonctionnement mécanique des voiles diffère selon leur élancement (rapport de la hauteur (H) sur la longueur (L)). Il est donc fait une distinction entre les voiles courts (H /L < 2) et les voiles élancés (H /L > 2). Ceci permet de mettre en évidence deux grandes familles de modes de rupture, en s'appuyant sur les descriptions de Foure [22] et Paulay [59]. Ile [43] présente les modes de ruine les plus souvent rencontrés en fonction de leur élancement selon la classification donnée dans l'Eurocode 8 [18].

III.7.1. Voiles longs ou élancés

Les premiers types de voiles sont les voiles élancés : pour un rapport H / L \geq 2. Ils subissent trois formes de sollicitation (Figure III.13) :

- La plus importante est en flexion hors plan, on peut constater soit une rupture par plastification des armatures verticales et l'écrasement du béton, soit un écrasement du béton, ou enfin une rupture des armatures tendues,

- En flexion et en effort tranchant on observe une rupture par plastification des armatures verticales et transversales,

- A l'effort tranchant il se produit une rupture des bielles de compression ou une rupture par glissement.



Figure III.13 : Modes de rupture des voiles longs

a - Rupture en flexion

La rupture en flexion intervient en dehors du plan du voile, on distingue 3 modes :

- Mode F1 : Rupture par plastification des armatures verticales tendues et écrasement du béton comprimé. C'est le schéma de ruine le plus satisfaisant qui correspond à la formation d'une rotule plastique dans la partie inférieure du voile avec une importante dissipation d'énergie. On observe ce mode de ruine dans les voiles très élancés, soumis à un effort normal de compression faible et à un cisaillement modéré.

- Mode F2 : Rupture par écrasement du béton. Ce mode de ruine se rencontre pour les voiles assez fortement armés soumis à un effort normal important. Le mode F2 est moins ductile que le mode F1, surtout dans le cadre d'une section rectangulaire.

- Mode F3 : Rupture fragile par rupture des armatures verticales tendues. C'est un mode de rupture qui se rencontre dans les voiles faiblement armés, lorsque les armatures verticales sont essentiellement réparties et non concentrées aux extrémités. La ductilité et la capacité d'absorption d'énergie peuvent alors être accrues en concentrant les armatures verticales aux extrémités.

b - Rupture en flexion-effort tranchant

- Mode F / T : Rupture par plastification des armatures verticales de flexion et des armatures transversales. C'est le phénomène qui se produit dans les voiles moyennement

élancés où la flexion n'est plus prépondérante et où les armatures horizontales sont insuffisantes.

c - Rupture par effort tranchant

- Mode T : Rupture des bielles de compression développées dans l'âme du voile. On l'observe dans les voiles munis de raidisseurs, fortement armés longitudinalement et soumis à des cisaillements élevés.

- Mode G : Rupture par glissement au niveau des reprises de bétonnage. Ce mode de rupture qui est plutôt caractéristique des voiles courts a été aussi observé dans les cas des voiles moyennement élancés. Ce type de rupture peut apparaître lorsque les armatures verticales réparties sont insuffisantes, la qualité des reprises de bétonnage est mauvaise et la valeur de l'effort normal est faible.

III.7.2. Voiles courts

Les seconds types de voiles sont les voiles courts : pour un rapport H / L < 2. Ils endurent des sollicitations d'effort tranchant qui créent des ruptures par glissement à l'encastrement, par cisaillement de la diagonale, ou encore par écrasement du béton de l'âme (Figure III.13).

Modes de rupture des voiles courts :

- mode T1 : rupture par glissement (« sliding shear ») à l'encastrement. Ce mode de rupture est la conséquence de la plastification progressive des armatures verticales. Il est accompagné d'importants glissements qui réduisent d'une façon significative la raideur et la dissipation hystérétique. Ce type de rupture peut aussi être obtenu lorsque les armatures verticales réparties sont insuffisantes.

- mode T2 : rupture diagonale (« diagonal tension failure ») avec plastification ou rupture des armatures le long des fissures diagonales. Ce mode est rencontré dans les voiles moyennement armés sollicités par un faible effort normal.

 mode T3 : rupture par écrasement (« diagonal compression failure ») du béton de l'âme, à la base des bielles transmettant les efforts de compression. C'est un mode de ruine caractéristique des voiles fortement armés, surtout s'ils sont associés à des raidisseurs sur leur bord.



a) Mode de rupture selon [22], [**43**] et [59] b) [18] (Report EUR 12266 EN) *Figure III.14 : Modes de rupture des voiles courts.*

Selon Ile [43], l'étude des voiles en béton armé demande la considération de nombreux paramètres :

- Elancement H/L : compris entre 0.25 et 3.4,
- Géométrie du voile : pour la majorité des essais la section est rectangulaire, certains voiles comportent des raidisseurs,
- La disposition et le pourcentage de ferraillage : le ratio des armatures verticales et horizontales réparties est généralement compris entre 0 et 3 %, le taux de ferraillage des chaînages est supérieur à 1 %,
- Sollicitations : un effort horizontal variable est généralement appliqué en tête du voile, dans un certain nombre d'essai le voile est sollicité par un effort normal constant (10 % de la capacité en compression du voile),
- Type de chargement : tous les essais concernant les voiles isolés ont été réalisés sous chargement cyclique alterné ou unilatérale,

Les essais que nous allons conduire vont mettre en évidence l'apport du renfort par matériaux composites sur des voiles courts (H / L < 2).

Une attention particulière doit être attribuée aux différents points suivants :

- Positionnement du composite,
- Ancrage des extrémités du composite,
- Résistance en traction du composite dans le dimensionnement,
- Portées et limites de la méthode.

Les constations faites, pour les voiles ainsi renforcées, font état d'une augmentation de la résistance et d'une capacité de déformation réduite (déplacement ultime, fissuration...). Les dommages sont alors localisés dans les extrémités du voile. Traditionnellement, les zones

sensibles (extrémités et faces) du voile sont renforcées. Nous relevons alors les schémas de renforcement (Figure III.15) proposés par le JBDPA [65] :

- 1. renforcement suivant toute la hauteur et toute la largeur du voile,
- 2. renforcement suivant la hauteur et la largeur sur une partie de la surface,
- 3. renforcement en X suivant les directions diagonales,
- 4. méthode 1 + renforcement des raidisseurs en effort tranchant,
- 5. méthode 1 + renforcement en tête et au pied du raidisseur,
- 6. méthode 1 + renforcement des coins.



Figure III.15 : Proposition de schéma de renforcement [61].

Compte tenu des conclusions de l'étude bibliographique et de l'expérience acquise sur les autres éléments structuraux renforcés jusqu'à lors, nous pouvons émettre les remarques suivantes sur les options de renforcement précédemment décrites :

- les options 1, 4, 5 ont la particularité de bien envelopper le mur mais sont trop rigides et ne permettent pas de gagner en déformation et de libérer l'énergie par fissuration,
- l'option 2 qui est un renforcement partiel à [0,90] peut ne pas permettre de répondre efficacement à la fissuration inclinée,
- le schéma 3 présente l'avantage de renforcer efficacement la diagonale. Les bandes situées aux extrémités permettent un ancrage des bandes diagonales et du pontage des fissures se développant sur les joues et à l'interface,
- l'option 6 présente une zone critique au centre du voile. En revanche, l'option du renforcement partiel autorise de la fissuration et par conséquent de la dissipation d'énergie. Les zones de fixation des ancrages (par boulonnage) sont des sources de concentration de contraintes et donc de rupture prématurée,

 le confinement des raidisseurs reste applicable uniquement si le mur est isolé (cas rare).

Le choix d'un schéma de renforcement est toujours difficile puisque de nombreux paramètres sont parfois antagonistes (ex : charge maximale et dissipation d'énergie). Nous allons proposer un schéma de renforcement optimal compte tenu des expériences précédentes et des conclusions du Japan Building Disaster Prevention Association [65].

Le modèle de base que nous avons retenu est celui de Greifenhagen [10]. Quelques modifications ont toutefois été apportées. Les dimensions des semelles ont été réduites pour limiter le poids et ainsi faciliter la manutention. Le pourcentage de ferraillage de l'âme a été affaibli pour favoriser la rupture par effort tranchant. Le taux d'armature est plus fort à la jonction voile/semelle pour ne pas avoir de rupture au droit de la jonction mur/semelle (Figure III.14 - mode T1).

III.8. Conclusions

Le collage de plaque de matériaux composites sur les surfaces tendues ou les surfaces latérales est un moyen très efficace pour renforcer ou réparer des structures en béton armé. La présence de matériaux composites sur les surfaces tendues améliore considérablement la résistance ultime et la raideur structurale des éléments en béton armé renforcées en diminuant la propagation de fissures.

Dans ce chapitre on présente une synthèse pour le renforcement des éléments en béton armé par matériaux composites, cette efficacité est conditionnée par plusieurs facteurs, comme le taux de renforcement des armatures tendues, la résistance à l'effort tranchant des éléments (poutre, poteau et voile), les paramètres géométriques, la résistance de béton, le taux de renforcement du compositesetc.

<u>Chapitre IV</u>

Analyse des contraintes d'interface pour

les poutres en B.A renforcées par des

plaques CFRP

IV.1. Introduction

Parmi les nouvelles techniques de construction, la réhabilitation des ouvrages existants au moyen des matériaux composites se présente comme une solution efficace pour parer à certains phénomènes naturels, l'utilisation des matériaux composites dans la réparation des ouvrages en génie civil est devenue une solution prometteuse et efficace [39]. Par leurs excellentes propriétés telles que légèreté, résistance, durabilité et un aspect non corrosif, les matériaux composites ont totalement remplacés les plaques en acier utilisées antérieurement comme moyen de renforcement .Cependant, le mode de rupture le plus important de ces élément renforcés est le décollement de la plaque composites en raison des contraintes d'interfaces élevées à la proximité du bord de la plaque collée. Des prédictions exactes de telles contraintes sont donc nécessaires pour prévoir ce mode de rupture.

Plusieurs solutions ont été développées dans cette dernière décennie pour estimer l'intensité des contraintes d'interface dans les poutres renforcées par des plaques en acier ou des plaques composites O. Vilnay [72], T.M. Robert [50], T.M. Robert et al.[51], Smith S.T.[56]. Daouadji et al. [61]. Toutes ces solutions sont données pour un comportement élastique linéaire des matériaux et sont fondées sur une hypothèse clé qui stipule que la couche d'adhésif est soumise à une réparation linéaire des contraintes normales et de cisaillement à travers son épaisseur. C'est cette supposition qui permet d'obtenir une solution relativement simple.

Daouadji et al. [15], Rabahi et al. [47] a présenté un modèle théorique simple pour la détermination des contraintes d'interface, et l'orientation des fibres est prise en compte.

A ce titre, deux nouvelles solutions générales sont développées pour prédire les contraintes d'interfaces de cisaillement et normale, une pour les poutres simplement appuyées et renforcées avec des stratifiés de composite collés et l'autre pour les poutres simplement appuyées et renforcées avec des stratifiés de composite collés précontraints.

IV. 2. Hypothèses

Dans cette analyse, les hypothèses suivantes sont faites :

- Tous les matériaux étudiés ont un comportement élastique et linéaire.
- La poutre est simplement appuyée et obéit à la loi de Navier –Bernoulli c'est-à-dire qu'après déformation longitudinale de la poutre, la section plane reste plane et identique à elle-même.

- Aucun glissement n'est permis entre les interfaces (c'est-à-dire qu'il y a un lien parfait entre face inférieure de la poutre-adhésif- plaque de FRP).
- Les déformations, dues à la flexion, de l'adhésif sont négligées.
- On suppose que la couche adhésive est mince de sorte que les efforts puissent être considérés comme constants à travers l'épaisseur de la couche.
- La rigidité à la flexion de la poutre à renforcer est beaucoup plus grande que la rigidité de la plaque de composite.

IV.3. Analyse des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé renforcée par composite

Un élément dx de la poutre renforcée figure (IV.1) est représenté dans la figure (IV.2). Elle montre d'une part, les contraintes de cisaillement $\tau(x)$ et les contraintes normales d'interface $\sigma(x)$; d'autre part, elle indique la convention de signe utilisé pour le moment de flexion, l'effort tranchant, l'effort normal et le chargement appliqué.



Figure IV.1 : Poutre en béton simplement appuyée renforcée par collage d'une plaque composite.



Figure IV.2 : Un segment différentiel de la poutre en béton renforcée par collage de composite.

Dans cette analyse, un comportement élastique linéaire est supposé pour les trois matériaux (béton, l'adhésif et la plaque composite). La couche d'adhésive est supposée jouer un rôle de transfert des contraintes du béton à la plaque composite avec des contraintes constantes à travers toute son épaisseur.

IV.3.1. Equations d'élasticité

La déformation $\varepsilon_1(x)$ dans le béton au voisinage de la couche d'adhésive peut être exprimé par :

$$\varepsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \frac{e}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{N_1}{E_1 A_1} + \frac{t_1}{4G_1} \frac{d\tau_a}{dx}$$
(IV.1)

En se basant sur la théorie des plaques stratifiés, la déformation $\varepsilon_1(x)$ de la plaque composite au voisinage de la couche d'adhésive est donnée par :

$$\varepsilon_2(x) = \frac{du_2(x)}{dx} = A_{11}^{'} \frac{N_2(x)}{b_2} - D_{11}^{'} \frac{t_2}{2b_2} M_2(x)$$
(IV.2)

Où $u_1(x)$ et $u_2(x)$ sont les déplacements horizontaux de la poutre en béton et la plaque composite respectivement. $M_1(x)$ et $M_2(x)$ sont respectivement les moments de flexion appliqués à la poutre en béton et la plaque composite ; E_1 est le module de Young du béton ; I₁ le moment d'inertie, e est la distance entre l'axe neutre à la fibre inférieure du béton, N_1 et N_2 sont les forces axiales appliquées au béton et à la plaque composite respectivement, b_2 et t_2 sont la largueur et l'épaisseur de la plaque de renforcement , $[A']=[A^{-1}]$ est l'inverse de la matrice de membrane [A], $[D']=[D^{-1}]$ est l'inverse de la matrice de flexion.

En écrivant les conditions d'équilibre de l'adhérant 1 (béton), nous aurons :

Dans la direction x :
$$\frac{dN_1(x)}{dx} = b_2 \tau(x)$$
 (IV.3)

Où $\tau(x)$ est la contrainte de cisaillement dans la couche d'adhésive.

Dans la direction y :
$$\frac{dV_1}{dx} = -[\sigma_n(x)b_2 + qb_1]$$
(IV.4)

Où $V_1(x)$ est l'effort tranchant de la poutre en béton, $\sigma(x)$ est la contrainte normale au niveau de la couche d'adhésive, q est la charge répartie et b_1 est la largeur de la poutre en béton.

Le moment d'équilibre :
$$\frac{dM_1}{dx} = V_1(x) - \tau(x)b_2e$$
 (IV.5)

L'équilibre de la plaque de renforcement dans les directions x, y ainsi que le moment d'équilibre s'écrivent comme suit :

Dans la direction x :
$$\frac{dN_2(x)}{dx} = b_2 \tau(x)$$
 (IV.6)

Dans la direction y :
$$\frac{dV_1}{dx} = \sigma_n(x)b_2$$
 (IV.7)

Le moment d'équilibre :
$$\frac{dM_2}{dx} = V_2(x) - \tau(x)b_2\frac{t_2}{2}$$
 (IV.8)

Où $V_1(x)$ est l'effort tranchant de la plaque de renforcement.

IV.3.2. La distribution des contraintes de cisaillement dans l'interface composite – Béton

On considère dans ce qui suit, la rigidité de la plaque de renforcement est nettement inférieure à celle de la poutre en béton à renforcer. Le moment de flexion dans la plaque composite peut être négligé pour simplifier les opérations de dérivation de la contrainte de cisaillement.

La contrainte de cisaillement au niveau de la couche d'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\tau(x) = K_s \Delta u(x) = K_s [u_2(x) - u_1(x)]$$
(IV.9)

Où K_s est la rigidité au cisaillement de la couche d'adhésive par unité de longueur. A partir de l'équation (IV.9) on peut en déduire l'expression de K_s qui est donnée par :

$$K_s = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)} = \frac{\tau(x)}{\Delta u(x)/t_a} \frac{1}{t_a} = \frac{G_a}{t_a}$$
(IV.10)

 $\Delta u(x)$ est le déplacement relatif à l'interface de l'adhésif, G_a et t_a sont respectivement le module et l'épaisseur de la couche d'adhésive.

En différentiant les équations (IV.9), (IV.1) et (IV.2) par rapport à x, et en négligeant le moment de flexion de la plaque composite nous aurons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[\left(A_{11}^{'} \frac{N_2(x)}{b_2} - D_{11}^{'} \frac{t_2}{2b_2} M_2(x) \right) - \left(\frac{e}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{N_1}{E_1 A_1} + \frac{t_1}{4G_1} \frac{d\tau_a}{dx} \right) \right] \quad (IV.11)$$

En supposant que les courbures dans l'adhérent 1 et 2 sont égales, la relation entre les moments dans les deux adhérents peut être écrite comme suit :

$$M_1(x) = RM_2(x) \tag{IV.12}$$

Avec :

$$R = \frac{E_1 I_1 D_{11}}{b_2}$$
(IV.13)

Le moment total d'équilibre de l'élément différentiel de la figure 2 est donné par :

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x)(e + t_a + \frac{t_2}{2})$$
(IV.14)

 $M_T(x)$ est le moment total et N(x) est donné par l'expression suivante :

$$N(x) = N_1(x) = N_2(x) = b_2 \int_0^x \tau(x) dx$$
 (IV.15)

Le moment de flexion de la poutre renforcée exprimé en fonction du moment total appliqué et des contraintes de cisaillement d'interface est donné par :

$$M_{1}(x) = \frac{R}{R+1} \left[M_{T}(x) - b_{2} \int_{0}^{x} \tau(x)(e+t_{a} + \frac{t_{2}}{2}) dx \right]$$
(IV.16)

$$M_{2}(x) = \frac{1}{R+1} \left[M_{T}(x) - b_{2} \int_{0}^{x} \tau(x)(e+t_{a} + \frac{t_{2}}{2}) dx \right]$$
(IV.17)

En dérivant les expressions (IV.16) et (IV.17) nous aurons :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = \frac{R}{R+1} \left[V_T(x) - b_2 \tau(x)(e+t_a + \frac{t_2}{2}) \right]$$
(IV.18)

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = \frac{R}{R+1} \left[V_T(x) - b_2 \tau(x)(e+t_a + \frac{t_2}{2}) \right]$$
(IV.19)

En différentiant l'équation (IV.11) nous aurons :

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} = K_{s} \left[\frac{A_{11}}{b_{2}} \frac{dN_{2}(x)}{dx} - D_{11} \frac{t_{2}}{2b_{2}} \frac{dM_{2}(x)}{dx} - \frac{e}{E_{1}I_{1}} \frac{dM_{1}(x)}{dx} + \frac{1}{E_{1}A_{1}} \frac{dN_{1}(x)}{dx} - \frac{t_{1}}{4G_{1}} \frac{d^{2}\tau_{a}}{dx^{2}} \right]$$
(IV.20)

La substitution de l'effort tranchant (équations (IV.18) et (IV.19)) et l'effort normal (équations (IV.15)) dans l'équation (IV.20) nous permet d'obtenir l'équation différentielle des contraintes d'interface de cisaillement :

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} - K_{1}\left(A_{11}^{'} + \frac{b_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{(e+t_{2}/2)(e+t_{a}+t_{2}/2)}{E_{1}I_{1}D_{11}^{'} + b_{2}}b_{2}D_{11}^{'}\right)\tau(x) + K_{1}\left(\frac{(e+t_{2}/2)}{E_{1}I_{1}D_{11}^{'} + b_{2}}D_{11}^{'}\right)V_{T}(x) = 0 \quad (IV.21)$$

Avec :

$$K_1 = \frac{1}{\left(\frac{t_a}{G_a} + \frac{t_1}{4G_1}\right)}$$
(IV.22)

La solution de l'équation différentielle (équation (IV.21)) ci-dessus est donné par :

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x)$$
(IV.23)

Avec :

$$\lambda^{2} = K_{1} \left(A_{11}^{'} + \frac{b_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{(e + t_{2} / 2)(e + t_{a} + t_{2} / 2)}{E_{1}I_{1}D_{11}^{'} + b_{2}} b_{2}D_{11}^{'} \right)$$
(IV.24)

$$m_{1} = \frac{K_{1}}{\lambda^{2}} \left(\frac{(e + t_{2} / 2)}{E_{1}I_{1}D_{11}^{'} + b_{2}} D_{11}^{'} \right)$$
(IV.25)

B1 et B2 sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions aux limites.

IV.3.2. La distribution des contraintes normales dans l'interface composite - béton

La contrainte normale dans l'adhésive peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_2(x) - w_1(x)]$$
 (IV.26)

Où K_n est la rigidité normale de la couche d'adhésive par unité de longueur et peut déduite comme suit :

$$K_{n} = \frac{\sigma_{n}(x)}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_{n}(x)}{\Delta w(x)/t_{a}} \left(\frac{1}{t_{a}}\right) = \frac{E_{a}}{t_{a}}$$
(IV.27)

 $w_1(x)$ et $w_2(x)$ sont les déplacements verticaux de l'adhérent 1 et 2 respectivement.

En dérivant l'équation (IV.26) deux fois il en résulte :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = K_n \left[\frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right]$$
(IV.28)

En considérant les relations moment courbure de la poutre en béton et la plaque de renforcement respectivement nous pouvons écrire :

$$\frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} = -\frac{M_1(x)}{E_1 I_1} , \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} = -\frac{D_{11} M_2(x)}{E_2 I_2}$$
(IV.29)

En se basant sur les équations d'équilibre (IV.3) (IV.8), les équations différentielles d'équilibre des adhérents 1 et 2 exprimées en fonction des contraintes de cisaillement et des contraintes normales sont données comme suit :

L'équilibre des adhérents 1 et 2 mène aux relations suivantes :

Adhérent 1 :
$$\frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_1 I_1} b_2 \sigma_n(x) + \frac{e}{E_1 I_1} b_2 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_1 I_1}$$
(IV.30)

Adhérent 2 :
$$\frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} = -D_{11} \sigma_n(x) + D_{11} \frac{t_2}{2} \frac{d\tau(x)}{dx}$$
(IV.31)

La substitution des équations (IV.30) et (IV.31) dans la quatrième dérivée de la contrainte normale obtenue à partir de l'équation (IV.26) donne l'équation différentielle régissant la contrainte normale d'interface :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} + K_n \left(D_{11}^{'} + \frac{b_2}{E_1 I_1} \right) \sigma_n(x) - K_n \left(D_{11}^{'} \frac{t_2}{2} - \frac{eb_2}{E_1 I_1} \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{qK_n}{E_1 I_1} = 0$$
(IV.32)

La solution générale de l'équation différentielle d'ordre 4 est :

$$\sigma_{n}(x) = e^{-\beta x} \left[C_{1} \cos(\beta x) + C_{2} \sin(\beta x) \right] + e^{\beta x} \left[C_{3} \cos(\beta x) + C_{4} \sin(\beta x) \right] - n_{1} \frac{d\tau(x)}{dx} - n_{2}q \quad (\text{IV.33})$$

Pour des larges valeurs de x "on suppose que la contrainte normale tend vers zéro, et il en résulte C3 = C4 = 0. La solution générale devient :

$$\sigma_n(x) = e^{-\beta x} \left[C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x) \right] - n_1 \frac{d\tau(x)}{dx} - n_2 q \qquad (IV.34)$$

Ou :

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{K_n}{4} \left(D_{11}^{'} + \frac{b_2}{E_1 I_1} \right)}$$
(IV.35)

$$n_{1} = \left(\frac{eb_{2} - D_{11}E_{1}I_{1}t_{2}/2}{D_{11}E_{1}I_{1} + b_{2}}\right)$$
(IV.36)

$$n_2 = \frac{1}{D_{11}E_1I_1 + b_2} \tag{IV.37}$$

Les constantes d'intégration C1 et C2 sont déterminé à partir des conditions initiales.

IV.3.3. L'application des conditions initiales

Les mêmes charges applique par Smith and Teng [56] sont appliquées dans la présente méthode.

La poutre simplement appuie chargé par charge uniformément répartie et charge concentré arbitrairement comme la figure (IV.3), cette étude donne les contraintes de cisaillement et les contraintes normales pour divers type de chargement après l'application des conditions initiales.



Figure IV.3 : Les divers chargements appliqués sur la poutre.

La contrainte de cisaillement pour une charge uniformément répartie :

$$\tau(x) = \left[\frac{m_2 a}{2}(L-a) - m_1\right] \frac{q e^{-\lambda x}}{\lambda} + m_1 q \left(\frac{L}{2} - a - x\right) \qquad 0 \le x \le L_p \qquad (IV.38)$$

Où q est la charge uniformément répartie. x, a, L et Lp sont définies par la (figure IV.1).

La constante d'intégration m_2 est donnée par :

$$m_2 = \frac{eK_1}{E_1 I_1}$$
(IV.39)

La contrainte de cisaillement pour une seule charge concentré :

$$a < b: \qquad \tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) e^{-\lambda x} \frac{q}{\lambda} + m_1 P\left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P \cosh(\lambda x) e^{-\lambda} & 0 \le x \le (b - a) \\ \frac{m_2}{\lambda} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) e^{-\lambda x} \frac{q}{\lambda} - m_1 \frac{Pb}{L} + m_1 P \sinh(k) e^{-\lambda x} & (b - a) \le x \le Lp \end{cases}$$
(IV.40)

$$a > b:$$
 $\tau(x) = \frac{m_2}{\lambda} Pb\left(1 - \frac{a}{L}\right)e^{-\lambda x} - m_1 \frac{Pb}{L}$ $0 \le x \le Lp$ (IV.41)

Avec : *P* la charge concentré et $k = \lambda(b - a)$.

La contrainte de cisaillement pour deux charges concentrées :

$$a < b: \qquad \tau(x) = \begin{cases} \frac{m_2}{\lambda} Pae^{-\lambda x} + m_1 P - m_1 P \cosh(\lambda x)e^{-k} & 0 \le x \le (b-a) \\ \frac{m_2}{\lambda} Pae^{-\lambda x} + m_1 P \sinh(k)e^{-\lambda x} & (b-a) \le x \le \frac{Lp}{2} \end{cases}$$
(IV.42)

$$a > b:$$
 $\tau(x) = \frac{m_2}{\lambda} Pbe^{-\lambda x}$ $0 \le x \le Lp$ (IV.43)

Les constantes d'intégration C1 et C2 sont données par :

$$C_{1} = \frac{K_{n}}{2\beta^{3}E_{1}I_{1}} \left[V_{T}(0) + \beta M_{T}(0) \right] - \frac{n_{3}}{2\beta^{3}}\tau(0) + \frac{n_{1}}{2\beta^{3}} \left(\frac{d^{4}\tau(0)}{dx^{4}} + \beta \frac{d^{3}\tau(0)}{dx^{3}} \right)$$
(IV.44)

$$C_{2} = -\frac{K_{n}}{2\beta^{2}E_{1}I_{1}}M_{T}(0) - \frac{n_{1}}{2\beta^{2}}\frac{d^{3}\tau(0)}{dx^{3}}$$
(IV.45)

Ou :

$$n_3 = b_2 K_n \left(\frac{e}{E_1 I_1} - \frac{D_{11} I_2}{2b_2} \right)$$
(IV.46)

IV.3.4. Vérification de la méthode

La présente méthode a été validée en comparant les résultats des contraintes d'interface avec ceux obtenus à partir de la méthode de Tounsi [68] et Tounsi et al [67]. Pour cela, une poutre en béton renforcée par une plaque en fibre de carbone (CFRP) est analysée. La poutre, ayant une travée de 3000 mm, est simplement appuyée et soumise à une charge uniformément répartie d'une valeur de 50 KN/m. La distance de l'appui au bord de la plaque de renforcement est de 300 mm Les caractéristiques physiques et les propriétés mécaniques des matériaux utilisés sont rapportées au tableau (IV.1).

Tableau IV.1 : Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux utilisés.

Matériaux	E_{11} (MPa)	E_{22} (MPa)	G_{12} (MPa)	v_{12}	Largeur (mm)	Hauteur (mm)
$\mathbf{Plaque}_{\mathbf{CFRP}} \begin{bmatrix} 0_{16} \end{bmatrix}_{s}$	140000	10000	5000	0.28	$b_{f} = 200$	$t_{f} = 4$
Poutre en béton	30000	30000		0.18	$b_{b} = 200$	$t_b = 300$
Couche d'adhésive	2000	2000		0.35	$b_a = 200$	$t_a = 4$

Les résultats obtenus, en utilisant la méthode développée par Tounsi [68] ainsi que ceux de la présente méthode, pour les contraintes de cisaillement et contraintes normales d'interface, sont illustrés à la figure (IV.4).

Les résultats obtenus et présentés laissent apparaître clairement, qu'une bonne concordance entre la présente méthode et celle développée par Tounsi [68] et Tounsi et al. [67] est observée. Les résultats des deux solutions se coïncident. Ceci démontre que les déformations de flexion et de cisaillement de la plaque de composite n'ont qu'un très léger effet.



Figure IV.4: Comparaison des contraintes d'interfaces de la présente méthode avec celle du Tounsi à l'angle d'orientation des fibres composites $\theta = 0^{\circ}$.

Les deux solutions présentent des valeurs maximales (pic) au bord de la plaque puis diminuent rapidement pour atteindre la valeur zéro à mi travée.

IV.3.5. Etude paramétrique

IV.3.5.1. Effet de la longueur non renforcée

On constate que, plus la longueur « a » augmente (c.à.d. la longueur de la plaque L_p diminue) plus les contraintes d'interface maximales (contraintes au bord de la plaque) s'accroissent d'une façon significative. Ces résultats démontrent que, quel que soit le cas de renforcement, y compris le cas où le renforcement se limite à la zone centrale où le moment de flexion est maximum, il est recommandé de prolonger la plaque de renforcement le plus possible aux appuis. En plus, il peut être souligné qu'après une longue durée ; ces contraintes deviennent pratiquement constantes pour les différentes valeurs de la longueur non renforcée « a ».



Figure IV.5 : *Effet de la longueur non renforcée sur les contraintes d'interface d'une poutre en béton renforcée par une plaque CFRP.*

IV.3.5.2. Effet de l'épaisseur de la plaque t2

L'épaisseur de la plaque de renforcement est un facteur important dans le dimensionnement des structures renforcées. Dans la figure (IV.6), nous présentons l'effet de l'épaisseur de la plaque sur les contraintes d'interface. Cette figure illustre la proportionnalité qui existe entre les deux paramètres précités.

Généralement, l'épaisseur de la plaque en composite utilisée dans les applications civiles est très petite comparée à celle en acier. Par exemple, l'effet d'avoir de faibles concentrations de contraintes pour de petites épaisseurs favorise l'utilisation des matériaux composite comme renforcement au lieu des plaques en acier.



Figure IV.6 : *Effet de l'épaisseur de la plaque de renforcement sur les contraintes d'interface.*

IV.3.5.3. Effet de l'épaisseur de l'adhésif

L'effet de l'épaisseur de la couche d'adhésif sur la variation des contraintes d'interface est représenté sur la figure (IV.7). L'augmentation de l'épaisseur de la couche d'adhésive mène à une réduction significative des contraintes d'interface maximales. Ainsi, l'utilisation d'une couche d'adhésive plus épaisse, particulièrement aux voisinages des bords, est fortement recommandée. En plus, ces contraintes diminuent au cours du temps pour converger vers une valeur constante.



Figure IV.7 : Effet de l'épaisseur de la couche d'adhésive sur les contraintes d'interface.

IV.3.5.4. Effet de l'orientation des fibres

L'effet de l'orientation des fibres sur les contraintes d'interface dans l'adhésif est illustré dans les figures (IV.8) et (IV.9). Le maximum des contraintes normales et de cisaillement d'interface augmente avec l'accroissement de l'alignement de toutes les fibres du renfort de la plaque en composite dans la direction longitudinal x (orientation de 0° , 15° , 30° , 45° , 60° , 75° , 90°).



Figure IV.8 : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes de cisaillement d'interface pour une poutre en béton renforcée par une plaque en (CFRP).



Figure IV.9 : Effet de l'orientation des fibres sur les contraintes normales d'interface pour une poutre en béton renforcée par une plaque en (CFRP).

IV.4. Analyse des contraintes d'interface pour une poutre en béton armé renforcée par composite précontraint

Après l'analyse de la méthode présentée par BENACHOUR A [6]. Appliquée sur celle de Tounsi et al [67], une modélisation sera effectuée afin de valider la présente méthode et ainsi permettre des études paramétriques liées à cette nouvelle méthode.

IV.4.1.Analyse



Figure IV.10 : Poutre en BA collée avec un composite précontraint.

Figure IV.11 : Modélisation en élément finis de la poutre en BA renforcée par composite précontraint.



Figure IV.12 : Un segment différentiel de la poutre renforcée.

IV.4.2. Les déformations

A l'interface adhérent-adhésif, elles sont exprimées comme suit :

$$\begin{cases} \varepsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \varepsilon_1^M(x) + \varepsilon_1^N(x) \\ \varepsilon_2(x) = \frac{du_2(x)}{dx} = \varepsilon_2^M(x) + \varepsilon_2^N(x) \end{cases}$$
(IV.47)

 $\varepsilon_1(x)$ et $\varepsilon_2(x)$ sont respectivement les déformations de la poutre en béton et du composite à l'interface.

 $u_1(x)$ et $u_2(x)$ sont les déplacements longitudinaux à la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2 respectivement. Avec :

$$\varepsilon_1^M(x) = \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) \quad \text{et} \qquad \varepsilon_2^M(x) = -D_{11} \frac{y_2}{b_2} M_2(x)$$
(IV.48)

 $\varepsilon_1^M(x)$ et $\varepsilon_2^M(x)$ sont les déformations induites par le moment fléchissant de l'adhérent 1 et l'adhérent 2 respectivement.

 $E_1, E_2, I_1, I_2, M_1(x)$ et $M_2(x)$ sont respectivement les modules d'élasticité longitudinaux, les moments d'inertie et les moments fléchissant de l'adhérent 1 et l'adhérent 2.

 y_1 et y_2 sont les distances entre la face inférieure de l'adhérent 1 et la face supérieure de l'adhérent 2 et leurs centres de gravité respectifs.

 $D_{11}^{'}$: est le premier terme de la matrice inverse [$D_{ij}^{'}$] de la matrice de flexion [D_{ij}]. Puis :

$$\begin{cases} \varepsilon_1^N(x) = \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} + \frac{t_1}{4G_1} \frac{d\tau(x)}{dx} \\ \varepsilon_2^N(x) = A_{11}^{'} \frac{(P_0 + N_2(x))}{b_2} - \frac{5t_2}{12G_2} \frac{d\tau(x)}{dx} \end{cases}$$
(IV.49)

 $\varepsilon_1^N(x)$ et $\varepsilon_2^N(x)$ sont les déformations normales de la poutre en béton et de la plaque de renforcement.

 $N_1(x)$ et $N_2(x)$ sont les forces axiales de l'adhérent 1 et 2 respectivement.

 A_1 et A_2 sont les sections transversales de l'adhérent 1 et 2 respectivement.

 G_1 et G_2 sont les modules de cisaillement de la poutre et du composite respectivement.

$$G_{1,2} = \frac{E_{1,2}}{2(1+v_{1,2})} \tag{IV.50}$$

 t_1 et t_2 sont les hauteurs (épaisseurs) de la poutre et du composite respectivement.

 P_0 est la force de précontrainte appliquée sur le composite.

 $A_{11}^{'}$: est le premier terme de la matrice inverse [$A_{ij}^{'}$] de la matrice de membrane [A_{ij}].



Figure IV.13 : Un segment différentiel de la plaque de renforcement.

En substituant les équations (IV.48) et (IV.49) dans l'équation (IV.47) on obtient les équations des déformations suivantes :

$$\varepsilon_1(x) = \frac{du_1(x)}{dx} = \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) + \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} + \frac{t_1}{4G_1} \frac{d\tau(x)}{dx}$$
(IV.51)

Et

$$\varepsilon_{2}(x) = \frac{du_{2}(x)}{dx} = -D_{11}^{'} \frac{y_{2}}{b_{2}} M_{2}(x) + A_{11}^{'} \frac{\left(P_{0} + N_{2}(x)\right)}{b_{2}} - \frac{5t_{2}}{12G_{2}} \frac{d\tau(x)}{dx}$$
(IV.52)



Figure IV.14 : représentation du composite en stratification.

IV.4.2.1.Contrainte de cisaillement dans l'adhésif

Elle peut être exprimée par :

$$\tau_a = \tau(x) = K_s[u_2(x) - u_1(x)]$$
(IV.53)

 $K_s = \frac{G_a}{t_a}$ est la rigidité au cisaillement de la couche adhésive.

Où G_a et t_a sont respectivement le module de cisaillement et l'épaisseur de l'adhésive.

En dérivant l'équation (IV.53) nous obtenons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[\frac{du_2(x)}{dx} - \frac{du_1(x)}{dx} \right]$$
(IV.54)

En substituant les équations (IV.51) et (IV.52) dans l'équation (IV.54) nous aurons :

$$\frac{d\tau(x)}{dx} = K_s \left[-D_{11} \frac{y_2}{b_2} M_2(x) + \frac{A_{11}}{b_2} P_0 + \frac{A_{11}}{b_2} N_2(x) - \frac{5t_2}{12G_2} \frac{d\tau(x)}{dx} - \frac{y_1}{E_1 I_1} M_1(x) - \frac{N_1(x)}{E_1 A_1} - \frac{t_1}{4G_1} \frac{d\tau(x)}{dx} \right] \quad (IV.55)$$

En dérivant l'équation (IV.55) une deuxième fois nous obtenons :

$$\frac{d^2\tau(x)}{dx^2} = K_s \left[-D_{11} \frac{y_2}{b_2} \frac{dM_2(x)}{dx} + \frac{A_{11}}{b_2} \frac{dN_2(x)}{dx} - \frac{5t_2}{12G_2} \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} - \frac{y_1}{E_1 I_1} \frac{dM_1(x)}{dx} - \frac{1}{E_1 A_1} \frac{dN_1(x)}{dx} - \frac{t_1}{4G_1} \frac{d^2\tau(x)}{dx^2} \right] \quad (IV.56)$$

L'équilibre horizontal donne :

$$\frac{dN_1(x)}{dx} = -b_2\tau(x) \tag{IV.57}$$

$$\frac{dN_2(x)}{dx} = b_2 \tau(x) \tag{IV.58}$$

Où :

$$N_{2}(x) = N(x) = b_{2} \int_{0}^{x} \tau(x) dx$$
 (IV.59)

Et

$$N_1(x) = -N(x) = -b_2 \int_0^x \tau(x) dx$$
 (IV.60)

Avec :

b₂ est la largeur de la plaque composite.

En supposant que les courbures dans l'adhérent 1 et 2 sont égales, la relation entre les moments dans les deux adhérents peut être écrite comme suit :

$$M_1(x) = RM_2(x) \tag{IV.61}$$

$$R = \frac{E_1 I_1 . D_{11}}{b_2}$$
(IV.62)

L'équilibre de l'élément de la figure IV.12 permet d'écrire :

$$M_T(x) = M_1(x) + M_2(x) + N(x)(y_1 + y_2 + t_a)$$
(IV.63)

Où : $M_T(x)$ est le moment total appliqué à la poutre hybride (béton - Composite).

Le moment fléchissant dans chaque adhérent est exprimé en fonction du moment total appliqué et de la contrainte de cisaillement à l'interface.

En remplaçant les équations (IV.57), (IV.58), et (IV.59) dans l'équation (IV.63), On tire :

$$M_{1}(x) = \frac{R}{(R+1)} \left[M_{T}(x) - b_{2} \int_{0}^{x} \tau(x)(y_{1} + y_{2} + t_{a}) dx \right]$$
(IV.64)

$$M_{2}(x) = \frac{1}{(R+1)} \left[M_{T}(x) - b_{2} \int_{0}^{x} \tau(x)(y_{1} + y_{2} + t_{a}) dx \right]$$
(IV.65)

En dérivant les expressions (IV.65) et (IV.65), nous aurons :

Avec

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) = \frac{R}{(R+1)} \left[V_T(x) - b_2 \tau(x)(y_1 + y_2 + t_a) \right]$$
(IV.66)

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) = \frac{1}{(R+1)} \left[V_T(x) - b_2 \tau(x) (y_1 + y_2 + t_a) \right]$$
(IV.67)

La substitution des forces de cisaillement (les équations (V.20) et (V.21) et les forces axiales (les équations (IV.59) et (V.60) dans l'équation (V.56) donnent l'équation différentielle régissant les contraintes de cisaillement d'interface suivante :

$$\frac{d^{2}\tau(x)}{dx^{2}} - K_{1}\left(A_{11}^{'} + \frac{b_{2}}{E_{1}A_{1}} + \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{1}I_{1}.D_{11}^{'} + b_{2}}.b_{2}.D_{11}^{'}\right)\tau(x) + K_{1}.D_{11}^{'}\left(\frac{y_{1} + y_{2}}{E_{1}I_{1} + E_{2}I_{2}}\right)V_{T}(x) = 0$$
(IV.68)

Avec :

 K_1

$$=\frac{1}{\frac{t_a}{G_a} + \frac{5t_2}{12G_2} + \frac{t_1}{4G_1}}$$
(IV.69)

La solution de l'équation différentielle (équation. (IV.68) ci-dessus est donnée par :

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x)$$
(IV.70)

Il faut noter que B_1 et B_2 sont des constantes d'intégration déterminées à partir des conditions aux limites.

Où :

$$\lambda^{2} = K_{1} \left(A_{11}^{'} + \frac{b_{2}}{E_{1}A_{1}} \frac{(y_{1} + y_{2})(y_{1} + y_{2} + t_{a})}{E_{1}I_{1}.D_{11}^{'} + b_{2}} . b_{2}.D_{11}^{'} \right)$$
(IV.71)

$$m_{1} = \frac{K_{1}.D_{11}}{\lambda^{2}} \left(\frac{(y_{1} + y_{2})}{E_{1}I_{1}.D_{11} + b_{2}} \right)$$
(IV.72)

IV. 4.3. Application des conditions aux limites

IV.4.3.1. cas d'un chargement uniformément répartie



Figure IV.15 : Poutre en béton armé soumise à un chargement uniforme.

La solution de l'équation différentielle plus haut est :

$$\tau(x) = B_1 \cosh(\lambda x) + B_2 \sinh(\lambda x) + m_1 V_T(x)$$
(IV.70)

En considérant les conditions initiales on a :

$$\tau(\frac{L_{p}}{2}) = B_{1}\cosh(\lambda \frac{L_{p}}{2}) + B_{2}\sinh(\lambda \frac{L_{p}}{2}) + m_{1}V_{T}(\frac{L_{p}}{2}) = 0$$
(IV.73)

A la fin de la plaque composite, on a :

$$N_1(0) = N_2(0) = M_2(0) = 0$$
 (IV.74)

On sait que :
$$M_1(0) = M_T(0) = \frac{qa}{2}(L-a)$$
 (IV.75)

En remplaçant x = 0 dans l'équation (IV.55), on tire l'expression suivante :

$$\frac{d\tau(x=0)}{dx} = K_1 \left[\frac{A_{11}}{b_2} P_0 - \frac{y_1 \cdot q \cdot a}{2E_1 I_1} (L-a) \right]$$
(IV.76)

On sait aussi que : $V_T(x) = \frac{qL}{2} - qx'$ avec x' = x + a (IV.77)

Ainsi à
$$x = \frac{L_P}{2} \longrightarrow x' = \frac{L}{2}$$
 d'où on a : $V_T(\frac{L_P}{2}) = 0$ (IV.78)

En substituant (IV.77) dans l'équation (IV.70) puis en dérivant l'équation (IV.70) substitué, on remplace x = 0 puis on tire la constante B_2 .

Sachant que Sinh(0) = 0 et Cosh(0) = 1

On trouve alors :

$$B_{2} = \frac{K_{1}}{\lambda} \left[\frac{A_{11}}{b_{2}} P_{0} - \frac{y_{1} \cdot q \cdot a}{2E_{1}I_{1}} (L - a) \right] + \frac{m_{1}}{\lambda} q \qquad (IV.79)$$

En substituant (IV.77) dans l'équation (IV.73), on tire B_1 comme suit :

$$B_1 = -B_2 \tanh(\lambda \frac{L_P}{2}) \tag{IV.80}$$

Comme dans les cas pratiques $\frac{\lambda L_p}{2} > 10 \longrightarrow \tanh(\frac{\lambda L_p}{2}) \approx 1$

D'où :

$$B_1 = -B_2 \tag{IV.81}$$

On sait que :
$$Sinh(\lambda x) = \frac{e^{\lambda x} - e^{-\lambda x}}{2}$$
 et $Cosh(\lambda x) = \frac{e^{\lambda x} + e^{-\lambda x}}{2}$ (IV.82)

En remplaçant (IV.77), (IV.79), (IV.81) et (IV.82) dans l'équation (IV.80), on aboutit à l'expression suivante :

$$\tau(x) = -B_2 \cdot e^{-\lambda x} + m_1 q \left[\frac{L}{2} - x - a \right] \quad , \quad 0 \le x \le L_p$$
(IV.83)

IV.4.3.2. Cas d'une charge concentré au milieu



Figure IV.16: Poutre sous une charge ponctuelle P.

Deux cas doivent être considérés :

(1) l'extrémité gauche de la plaque se trouve à gauche du point d'application de la force P (a < b) et (2) l'extrémité gauche de la plaque se trouve à droite du point d'application de la force P (a > b).

En substituant les expressions relatives à la contrainte de cisaillement dans la poutre simplement appuyée soumise à une charge concentrée dans l'équation. (IV.74), la solution générale pour ce cas de charge peut être déterminée comme suit :

$$a < b: \tau(x) = \begin{cases} B_3 \cosh(\lambda x) + B_4 \sinh(\lambda x) + m_1 P\left(1 - \frac{b}{L}\right) & 0 \le x \le (b - a) \\ B_5 \cosh(\lambda x) + B_6 \sinh(\lambda x) - m_1 P \frac{b}{L} & (b - a) \le x \le L_p \end{cases}$$
(IV.84)

$$a > b: \quad \tau(x) = B_7 \cosh(\lambda x) + B_8 \sinh(\lambda x) - m_1 P \frac{b}{L} \qquad 0 \le x \le L_p$$
 (IV.85)

Les constantes d'intégration sont calculées en utilisant les conditions limites.

Pour a < b les conditions aux limites sont :

Quand
$$x = 0, M_1(0) = Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right)$$
 (IV.86)

Quand
$$x = L_p, M_1(L_p) = P \frac{ab}{L}$$
 (IV.87)

Quand $x = (b-a), \tau(x)$ il y a continuité dans $\tau_1(x=b-a) = \tau_2(x=b-a)$

Quand
$$x = (b-a), \frac{d\tau(x)}{dx}$$
 il y a continuité dans $\frac{d\tau_1(x=b-a)}{dx} = \frac{d\tau_2(x=b-a)}{dx}$

La deuxième condition limite est appliquée de la même manière que la première condition limite du cas de la charge uniformément répartie.la troisième et la quatrième condition limite exigent la continuité dans la contrainte d'interfaces de cisaillement ainsi que sa dérivée première sous la charge concentrée.

Pour a > b les conditions limites sont :

Si x=0, et x = L_p,
$$M_1(0) = Pb(1 - \frac{a}{L}), M_1(L_p) = P\frac{ab}{L}$$
 (IV.88)

Dans tous les cas, la force axiale aux extrémités de la plaque est égale à zéro, ainsi la poutre résiste au moment de flexion appliqué - voir équation (IV.75). Une fois que les conditions aux limites sont appliquées, les constantes de l'intégration peuvent être trouvées comme suit :

$$B_{3} = \frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) \right] - m_{1}Pe^{-k}, \qquad (IV.89.a)$$

$$B_{4} = -\frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) \right],$$
(IV.89.b)

$$B_{5} = \frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) \right] + m_{1}P\sinh(k), \qquad (IV.89.c)$$

$$B_{6} = -\frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} Pa\left(1 - \frac{b}{L}\right) \right] - m_{1}P\sinh(k), \qquad (IV.89.d)$$

$$B_{7} = \frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} P b \left(1 - \frac{a}{L} \right) \right],$$
 (IV.89.e)

$$B_{8} = -\frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} P b \left(1 - \frac{a}{L} \right) \right]$$
(IV.89.f)

Avec : $k = \lambda (b - a)$

La substitution des constantes de l'intégration dans les équations (IV.84) et (V.85) donne :

a < b:
$$\tau(x) = \begin{cases} -B_4 e^{-\lambda x} + m_1 P \left(1 - \frac{b}{L}\right) - m_1 P \cosh(\lambda x) e^{-k} & 0 \le x \le (b - a) \\ B_5 e^{-\lambda x} - m_1 P \frac{b}{L} & (b - a) \le x \le L_p \end{cases}$$
(IV.90)

$$a > b: \tau(x) = B_7 e^{-\lambda x} - m_1 P \frac{b}{L} \qquad \qquad 0 \le x \le L_P \qquad (IV.91)$$

IV.4.3.3. Cas de deux forces concentrées



Figure IV.17 : Poutre sous deux charges ponctuelles P symétriques.

Les deux forces concentrées sont positionnées symétriquement. Deux cas sont à considérer :

(1) la plaque se prolonge au-delà de la région constante de moment (a < b) et

(2) la plaque se termine dans la région constante de moment (a > b).

En utilisant l'équation. (IV.70), la solution générale pour la contrainte d'interface de cisaillement pour ce cas de charge est donnée par l'expression :

a < b:
$$\tau(x) = \begin{cases} B_9 \cosh(\lambda x) + B_{10} \sinh(\lambda x) + m_1 P & 0 \le x \le (b-a) \\ B_{11} \cosh(\lambda x) + B_{12} \sinh(\lambda x) & (b-a) \le x \le L_l \end{cases}$$
(IV.92)

a > b:
$$\tau(x) = B_{13} \cosh(\lambda x) + B_{14} \sinh(\lambda x)$$
 $0 \le x \le L_l$ (IV.93)

Dans ces cas également les conditions aux limites nous permettent de calculer les constantes d'intégration

Pour a < b les conditions limite sont

Quand
$$x = 0, M_1(0) = Pa$$
 (IV.94)

Quand
$$x = L_p / 2$$
, $\tau(L_p / 2) = 0$ (IV.95)

Quand $x = (b-a), \tau(x)$ il y a continuité dans $\tau_1(x=b-a) = \tau_2(x=b-a)$

Quand
$$x = (b-a), \frac{d\tau(x)}{dx}$$
 il y a continuité dans $\frac{d\tau_1(x=b-a)}{dx} = \frac{d\tau_2(x=b-a)}{dx}$

Les deux premières conditions limite sont appliquées de la même manière que celles pour le cas de charge uniformément répartie. La troisième et quatrième condition limite exigent la continuité de la contrainte d'interface de cisaillement et de sa première dérivée dans le cas d'application de deux charges de la même manière que dans le cas d'une seule charge concentrée.

Pour a > b les conditions aux limites sont :

Quand x = 0, et $x = L_p$,

$$M_1(0) = Pb, M_1(L_p) = Pb$$
 (IV.96)

En conséquence, les constantes d'intégration ont les valeurs suivantes :

$$B_{9} = \frac{G_{a}}{\lambda t_{a}} \left[\frac{-A_{11}^{*}}{b_{2}} P_{0} + \frac{h}{2I_{1}E_{1}} Pa \right] - m_{1}Pe^{-k}, \qquad (IV.97.a)$$

$$B_{10} = -\frac{G_a}{\lambda t_a} \left[\frac{-A_{11}^*}{b_2} P_0 + \frac{h}{2I_1 E_1} Pa \right],$$
 (IV.97.b)

$$B_{11} = \frac{G_a}{\lambda t_a} \left[\frac{-A_{11}^*}{b_2} P_0 + \frac{h}{2I_1 E_1} P_a \right] + m_1 P \sinh(k), \qquad (IV.97.c)$$

$$B_{12} = -\frac{G_a}{\lambda t_a} \left[\frac{-A_{11}^*}{b_2} P_0 + \frac{h}{2I_1 E_1} P_a \right] - m_1 P \sinh(k), \qquad (IV.97.d)$$

$$B_{13} = \frac{G_a}{\lambda t_a} \left[\frac{-A_{11}^*}{b_2} P_0 + \frac{h}{2I_1 E_1} P b \right],$$
 (IV.97.e)

$$B_{14} = -\frac{G_a}{\lambda t_a} \left[\frac{-A_{11}^*}{b_2} P_0 + \frac{h}{2I_1 E_1} P_0 \right]$$
(IV.97.f)

La substitution de ces valeurs dans les équations (IV.92) et (V.93) donne :

a < b:
$$\tau(x) = \begin{cases} -B_{10}e^{-\lambda x} + m_1 P - m_1 P \cosh(\lambda x)e^{-k} & 0 \le x \le (b-a) \\ B_{11}e^{-\lambda x} & (b-a) \le x \le L_P \end{cases}$$
 (IV.98)

a > b:
$$\tau(x) = B_{13}e^{-\lambda x}$$
 (IV.99)

IV.4.3.4.Contrainte normale dans l'adhésif

Elle peut être exprimée comme suit :

$$\sigma_n(x) = K_n \Delta w(x) = K_n [w_2(x) - w_1(x)]$$
(IV.100)

Où : $w_1(x)$ et $w_2(x)$ sont les déplacements verticaux de l'adhérent 1 et 2 respectivement.

Et K_n est la rigidité normale de la couche d'adhésive par unité de longueur et peut être déduite comme suit :

$$K_{n} = \frac{\sigma_{n}(x)}{\Delta w(x)} = \frac{\sigma_{n}(x)}{\Delta w(x)/t_{a}} \left(\frac{1}{t_{a}}\right) = \frac{E_{a}}{t_{a}}$$
(IV.101)

En dérivant l'équation (IV.100) deux fois il en résulte :

$$\frac{d^2 \sigma_n(x)}{dx^2} = K_n \left[\frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} - \frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} \right]$$
(IV.102)

En dérivant encore deux fois l'équation (IV.102), on obtient :

$$\frac{d^4 \sigma_n(x)}{dx^4} = K_n \left[\frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} - \frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} \right]$$
(IV.103)

En considérant les relations moment - courbure de la poutre en béton et la plaque de renforcement respectivement, nous pouvons écrire :

$$\frac{d^2 w_1(x)}{dx^2} = -\frac{M_1(x)}{E_1 I_1} \operatorname{et} \frac{d^2 w_2(x)}{dx^2} = -D_{11} \frac{M_2(x)}{b_2}$$
(IV.104)

L'équilibre des adhérents 1 et 2 mène aux relations suivantes : L'adhérent 1 :

$$\frac{dM_1(x)}{dx} = V_1(x) - b_2 y_1 \tau(x) \operatorname{et} \frac{dV_1(x)}{dx} = -b_2 \sigma_n(x) - q \qquad (\text{IV.105})$$

L'adhérent 2 :

$$\frac{dM_2(x)}{dx} = V_2(x) - b_2 y_2 \tau(x) \operatorname{et} \frac{dV_2(x)}{dx} = b_2 \sigma_n(x)$$
(IV.106)

En substituant les dérivés des équations (IV.105) et (IV.106) dans l'équation (IV.10) dérivée deux fois, on obtient :

L'adhérent 1 :

$$\frac{d^4 w_1(x)}{dx^4} = \frac{1}{E_1 I_1} b_2 \sigma(x) + \frac{y_1}{E_1 I_1} b_2 \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{q}{E_1 I_1}$$
(IV.107)

L'adhérent 2 :

$$\frac{d^4 w_2(x)}{dx^4} = -D_{11} \cdot \sigma(x) + D_{11} \cdot y_2 \frac{d\tau(x)}{dx}$$
(IV.108)

La substitution des équations (IV.107) et (IV.108) dans la quatrième dérivée de la contrainte normale obtenue à partir de l'équation (IV.103) donne l'équation différentielle régissant la contrainte normale d'interface :

$$\frac{d^4\sigma_n(x)}{dx^4} + \frac{E_a}{t_a} \left(D_{11}^{'} + \frac{b_2}{E_1 I_1} \right) \sigma_n(x) + \frac{E_a}{t_a} \left(\frac{y_1 b_2}{E_1 I_1} - D_{11}^{'} y_2 \right) \frac{d\tau(x)}{dx} + \frac{qE_a}{t_a E_1 I_1} = 0$$
(IV.109)

La solution générale de l'équation différentielle d'ordre 4 est :

$$\sigma_{n}(x) = e^{-\beta x} \left[C_{1} \cos(\beta x) + C_{2} \sin(\beta x) \right] + e^{\beta x} \left[C_{3} \cos(\beta x) + C_{4} \sin(\beta x) \right] - n_{1} \frac{d\tau(x)}{dx} - n_{2}q \qquad (IV.110)$$

Pour des larges valeurs de "x ", on suppose que la contrainte normale tend vers zéro et il en résulte que $C_3=C_4=0$. La solution générale devient :

$$\sigma_{n}(x) = e^{-\beta x} \left[C_{1} \cos(\beta x) + C_{2} \sin(\beta x) \right] - n_{1} \frac{d\tau(x)}{dx} - n_{2}q$$
(IV.111)

Où

$$\beta = \sqrt[4]{\frac{E_a}{4t_a}} \left(D_{11}^{'} + \frac{b_2}{E_1 I_1} \right)$$
(IV.112)

$$n_1 = \left(\frac{y_1 b_2 - y_2 E_1 I_1 . D_{11}}{E_1 I_1 . D_{11} + b_2}\right) \text{ et } n_2 = \frac{1}{E_1 I_1 . D_{11} + b_2}$$
(IV.113)

Les constantes d'intégration C_1 et C_2 déterminées à partir des conditions aux limites sont données par :

$$C_{1} = \frac{E_{a}}{2\beta^{3}t_{a}E_{1}I_{1}} \left[V_{T}(0) + \beta M_{T}(0) \right] - \frac{n_{3}}{2\beta^{3}}\tau(0) + \frac{n_{1}}{2\beta^{3}} \left(\frac{d^{4}\tau(0)}{dx^{4}} + \beta \frac{d^{3}\tau(0)}{dx^{3}} \right)$$
(IV.114)

$$C_{2} = -\frac{E_{a}}{2\beta^{2}t_{a}E_{1}I_{1}}M_{T}(0) - \frac{n_{1}}{2\beta^{2}}\frac{d^{3}\tau(0)}{dx^{3}}$$
(IV.115)

Où:
$$n_3 = \frac{E_a b_2}{t_a} \left(\frac{y_1}{E_1 I_1} - D_{11} \frac{y_2}{b_2} \right)$$
 (IV.116)

IV.5.Vérification de la méthode

Les caractéristiques physiques et les propriétés mécaniques des matériaux ainsi que les autres paramètres utilisés sont rapportés aux tableaux (IV.2) et (V.3).
Composantes	Largeur (mm)	Epaisseur (mm)	Module de Young(MPa)	Coefficient de poisson	Module de cisaillement
Adhésif	$b_a = 200$	$t_a = 2$	$E_{a} = 3000$	0,35	_
Plaque CFRP	<i>b</i> ₂ = 200	<i>t</i> ₂ = 4	$E_2 = 140000$	0,28	$G_{1,2} = 5000$
Poutre en BA	$b_1 = 150$	$t_1 = 300$	$E_1 = 30000$	0,3	_

Tableau IV.2 : Propriétés géométriques et mécaniques des matériaux.

Tableau IV.3 : Autres paramètres

Composantes	Valeurs
Charge répartie	$q = 50 \ KN/m$
Longueur totale	$L = 3000 \ mm$
Longueur plaque	$L_P = 2400mm$
Distance entre appui et plaque	a = 300 mm
Force de précontrainte	$P_{0} = 0$

Les résultats obtenus à partir des solutions analytiques pour les contraintes maximales de la présente méthode comme illustré dans le tableau (IV.4).

Tableau IV.4 : Tableau comparatif des contraintes maximales.

La charge	Les théories	τ (MPa)	σ (MPa)
Charge uniformément	Présente	1.9620	1.1694
rápartio	Tounsi [67]	1.9620	1.1694
repartie	Smith and Teng [56]	3.8347	2.1012
	Présente	2.2385	1.3345
Charge concentrée	Tounsi [67]	2.2385	1.3345
	Smith and Teng [56]	4.3103	2.3644
Doux charges	Présente	4.3888	2.6134
Deux chai ges	Tounsi [67]	4.3888	2.6134
concentrees	Smith and Teng [56]	8.9929	4.9021



Figure IV.18 : Comparaison des contraintes d'interfaces de la présente méthode avec celle du Tounsi à l'angle d'orientation des fibres composites $\theta = 0^\circ$ et la précontrainte $P_0 = 0$ KN.

Les résultats de la présente méthode [1] liée à la précontrainte permettent de valider les résultats du Tounsi et al [67] lorsque la force de précontrainte considérée est nulle ($P_0 = 0$) comme le montre la figure (IV.18). Cette validation permet ainsi l'accès à plusieurs études paramétriques afin de tirer des conclusions pour un meilleur renforcement.



Figure IV.19 : *Influence de la taille d'élément de maillage pour les contraintes d'interface* $max pour (P_0=0)$.

L'un des avantages de la simulation en élément fini est que la distribution détaillée des contraintes normales et de cisaillement le long des interfaces peuvent être produites. La poutre est simplement appuyée renforcée par une plaque composite. Profitant de la symétrie du modèle étudié, seulement la moitié de la poutre a été modélisé, L'influence de la taille des mailles sur la contrainte de cisaillement prédit aux points coupés était perceptible. En général, l'augmentation de la taille des mailles des éléments a une augmentation proportionnelle de la distance entre les points d'intégration au sein de l'élément. La diminution de la taille des mailles des éléments a une augmentation de la contrainte de cisaillement. La taille des duquel on n'observe aucune augmentation dans les contraintes de cisaillement. La taille des éléments à cette phase de transition est appelée la taille optimale. La taille optimale des éléments dans le sens longitudinal ainsi que dans les directions verticale a été déterminée comme indiqué sur la Figure (V.10). En outre raffinement du maillage autour des points de coupure a augmenté la contrainte de cisaillement prédite par moins de 0,5 %. Les dimensions de mailles finales utilisées pour 92000 éléments.

IV.6. Etude comparative des contraintes d'interface

La validation de la présente méthode permet de faire une étude comparative afin de montrer les avantages de cette nouvelle méthode qui consiste à appliquer une force de précontrainte sur la plaque composite de renforcement.



Figure IV.20 : Comparaison des contraintes d'interfaces de cisaillement de la présente méthode en fonction de la force de précontrainte P_0 .

La figure (IV.20) ci-dessus et la figure (IV.21) ci-dessous montrent la variation des contraintes d'interface en fonction de la variation de la force de précontrainte et la comparaison entre le modèle numérique et analytique. Ainsi il est constaté qu'une augmentation de la force de précontrainte mène à des contraintes d'interface élevées.



Figure IV.21 : Comparaison des contraintes d'interfaces normales de la présente méthode en fonction de la force de précontrainte P_0 .

IV. 7. Etude paramétrique

Dans cette partie, il sera présenté des résultats numériques de la présente méthode puisque divers paramètres influent sur les valeurs maximales des contraintes de cisaillement et des contraintes normales dans la région de liaison. Pour les poutres renforcées, les plus importants sont : la fraction volumique ; la longueur non-renforcée. Notons qu'une force de précontrainte constante de 0 KN a été employée dans l'étude paramétrique théorique et numérique.





Figure IV.22 : Effet de la fraction volumique pour une poutre en BA renforcée par composites précontraints : a) de cisaillement ; b) normale.

La figure (IV.22) illustre la variation des contraintes d'interface en fonction de la fraction volumique des fibres. Cette dernière nous a permis de montrer le lien tangible entre la fraction volumique des fibres V_f et l'évolution des contraintes d'interface.

IV.7.2. Effet de la longueur non-renforcée (distance « a »)

L'influence de la longueur non renforcée « a » (longueur entre le bord de la plaque et le support) sur les contraintes d'interface maximales est présentée sur la figure (IV.1).



Figure IV.23 : Effet de la longueur non renforcée pour une poutre en BA renforcée par composites précontraints : a) de cisaillement ; b) normale.

La figure (IV.23) ci-dessus montre que, plus la longueur « a » augmente (c'est à dire la longueur de la plaque L_P diminue) plus les contraintes d'interface maximales (contraintes au bord de la plaque) sont réduites. Malgré ce que démontrent ces résultats, quel que soit le cas de renforcement, y compris le cas où le renforcement se limite à la zone centrale où le

moment de flexion est maximum, il est recommandé de prolonger la plaque de renforcement le plus possible aux appuis.

IV.8. Conclusion

Dans la présente étude, deux nouvelles analyses théoriques des contraintes d'interfaces ont été présentée une avec les plaques de composites et collées, l'autre avec précontraintes et collées. Comparé aux solutions existantes, le modèle actuel est en général réel, et il s'applique à des cas plus généraux de charges. Après la validation de cette nouvelle méthode avec celle de Tounsi, il a été alors possible d'appliquer cette première. Les résultats prouvent qu'il existe une concentration élevée des efforts de cisaillement et de décollement aux extrémités des stratifiés précontraints.

Différents arrangements de fibre à l'intérieur du stratifié de FRP sont considérés en évaluant le mécanisme d'effort des structures renforcées. Le module efficace de la plaque de FRP collée extérieurement précontrainte augmente avec l'augmentation du pourcentage de la fibre alignée dans la direction longitudinale de la poutre.

Il faut noter que l'augmentation de la longueur non-renforcée ou de la largeur du composite réduit les contraintes maximales ; néanmoins il est recommandé de prolonger le plus possible le composite aux appuis.

L'étude paramétrique a aussi prouvé que dans des applications pratiques, où les stratifiés précontraints doivent être employés pour renforcer les éléments en béton armé, des dispositifs mécaniques d'ancrage devraient être utilisés afin d'éviter la rupture prématurée du système de renforcement et assurer la capacité suffisante d'ancrage aux extrémités des stratifiés.

<u>Chapitre V</u>

<u>Etude du comportement des voiles en</u>

béton armé renforcés par matériaux

<u>composites</u>

V.1. Introduction

L'application de la méthode des éléments finis pour les murs en béton armé date depuis les années 60. Théoriquement, cette méthode devenue un outil nécessaire dans l'analyse, peut être utilisé pour toutes les structures.

Le développement de l'analyse des structures en murs refend par la méthode des éléments finis s'est traduit par l'introduction de la notion de type de rotations aux nœuds à adopter.

De nombreuses tentatives ont été faites pour développer des méthodes et des modèles analytiques définissant le comportement complexe et indéterminé des murs voiles, et Seule une d'entre elles est limitée à une brève examination des théories et analyses afin d'estimer la rigidité et le comportement des murs voiles pleins renforcés Plusieurs études sont faites sur les voiles par la méthode des éléments finis telles que : Kwan [35], Kwan [34], Meftah [52], Yeghnem [46].

L'objectif de ce présent chapitre est d'étendre l'analyse dynamique des murs voiles renforcés par des plaques en matériaux composites En outre, cette étude s'est basée sur la détermination, des déplacements latéraux au sommet des murs voiles renforcés par des plaques en composites.

V.2. Analyse d'un voile par la méthode des éléments finis



Figure V.1 : élément du voile selon Kwan : (a) élément original, (b) élément simplifier.

En exploitant les translations et les rotations nodales de l'élément de Kwan simplifié (figure (V.1)), on peut obtenir, en fonction des degrés de liberté, les expressions suivantes :

$$u = u_{1} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{h} \right) + 2 \left(\frac{y}{h} \right)^{3} \right) + \omega_{1} h \left(-\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \left(\frac{y}{h} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{y}{h} \right)^{2} - \left(\frac{y}{h} \right)^{3} \right) + u_{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \left(\frac{y}{h} \right) - 2 \left(\frac{y}{h} \right)^{3} \right) + \omega_{2} h \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{4} \left(\frac{y}{h} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{h} \right)^{2} - \left(\frac{y}{h} \right)^{3} \right)$$

$$v = v_{1} \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} \right) + v_{2} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{b} \right) \left(\frac{1}{2} - \frac{y}{h} \right) + v_{3} \left(\frac{1}{2} - \frac{x}{b} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{y}{h} \right) + v_{4} \left(\frac{1}{2} + \frac{x}{b} \right) \left(\frac{1}{2} + \frac{y}{h} \right) + \left(\frac{6}{h} (u_{1} - u_{2}) - 3(\omega_{1} + \omega_{1}) \right) \left(\frac{1}{4} - \left(\frac{y}{h} \right)^{2} \right) \left(\frac{x}{2} - \frac{b}{4} \right)$$
(V.1)

Une fois les déplacements de l'élément déterminés, il sera donc possible de calculer la matrice de rigidité du voile à partir de l'équation (V.3) :

$$K = \int B'.E.Bd(vol) \tag{V.3}$$

Avec :

B : la matrice de déformation donnée comme suite :

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-12xy}{h^{3}} & \frac{6xy}{h^{2}} & \frac{-b+2x}{2bh} & \frac{-b-2x}{2bh} & \frac{12xy}{h^{3}} & \frac{6xy}{h^{2}} & \frac{b-2x}{2bh} & \frac{b+2x}{2bh} \\ 0 & \frac{-h+2y}{2h} & \frac{-h+2y}{2bh} & \frac{h-2y}{2bh} & 0 & \frac{-h-2y}{2h} & \frac{-h-2y}{2bh} & \frac{h+2y}{2bh} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{1} \\ w_{1} \\ v_{2} \\ u_{2} \\ u_{2} \\ w_{3} \\ v_{4} \end{bmatrix}$$
(V.4)

Sachant que :

$$\varepsilon_x = \frac{du}{dx}$$
; $\varepsilon_y = \frac{dv}{dx}$ et $\gamma_{xy} = \frac{dv}{dx} + \frac{du}{dy}$ (V.5)

La matrice E donnée par :

$$E = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & E & 0 \\ 0 & 0 & G \end{bmatrix}$$
(V.6)

Pour la matrice de rigidité du mur voile renforcé par plaque composite, on fait la sommation du trois matrices (matrice du voile + matrice l'adhésive + matrice du composite)

$$K = K_{voile} + K_{adhésive} + K_{composite}$$
(V.7)





Figure V.2 : Perspective d'emplacement des plaques composites : (*a*) *Emplacement des patchs, (b) Vue de face, (c) Vue latérale*

V.3. Calcul des déplacements

L'analyse statique était étendue au problème de vibrations libres en utilisant l'hypothèse des masses concentrées à chaque niveau du bâtiment. Ceci conduit à adopter des matrices masses diagonales. Les forces d'inertie considérées se limitent aux composantes latérales et verticales en raison de leurs importances comparées à celles de rotation.

La matrice masse pour un tel système peut être donnée par :

$$[M] = diag[m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, \dots, m_n]$$
(V.8)

 $O\hat{u}$: m_i (i=1,2,...n) sont les masses concentrées à chaque niveau le long de la hauteur de la structure et n le nombre des masses concentrées.

Pour obtenir les valeurs propres, il faut résoudre l'équation suivante :

$$\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} - w_n^2 \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} = 0 \tag{V.9}$$

Et pour les déplacements :

$$\left(\begin{bmatrix} K \end{bmatrix} - w_n^2 \begin{bmatrix} M \end{bmatrix} \right) X_i = 0 \tag{V.10}$$

V.4. Présentation des données

Dans cette partie, on calcule le déplacement d'un bâtiment de 15 étages sous chargement latéral uniforme équivaut à 25 KN/m, la masse concentrée par étage vaut 120 t, la surface du renfort par rapport à la surface totale du voile est égal à 20 % (Sr/St = 0.2), les dimensions du bâtiment étudié est représenté dans le tableau V.1, et les caractéristiques des matériaux utilisés sont représentées dans le tableau V.2.

Tableau V.1 : Les dimensions de la structure étudié

	Dimensions			
Modèle de la structure	Hauteur totale H (m)	Hauteur d'étage (m)	Largeur du mur (m)	Epaisseur du mur (m)
15 étages	45	3	15	0.25

Matériaux	E_{11} (MPa)	E_{22} (MPa)	G_{12} (MPa)	v_{12}
Plaque CFRP	140000	10000	5000	0.28
Plaque GFRP	50000	10000	5000	0.28
Voile en béton	30000	30000		0.18
Couche d'adhésive	3000	3000		0.35

Tableau V.2 : Caractéristiques géométriques et propriétés des matériaux utilisés.

V.5. Résultats et discussions

Les résultats obtenus, en utilisant la présente méthode, pour les déplacements d'un bâtiment de 15 étages renforcé par plaque composite, sont illustrés dans le tableau (V.3).

Les résultats obtenus montrent l'efficacité de renforcement du voile par matériaux composite par rapport à un voile non renforcé.

Tableau	V.3 : Résultats	obtenus par	la présente méthode.

	Voile non	Voile renforcé	Voile renforcé
	renforcé	par CFRP	par GFRP
Les déplacements (mm)	7.540	6.702	7.189



Figure V.3 : Comparaison des déplacements d'un voile renforcé par matériaux composites

V.5.1. Effet de l'épaisseur de la plaque

L'épaisseur de la plaque de composite est une variable importante dans la conception du FRP. Les déplacements du voile renforcés pour les différents nombres de couches du stratifié apparaissent dans la figure (V.4).



Figure V.4 : Effet de l'épaisseur de la plaque du renforcement sur les déplacements du voile renforcé par matériaux composites

Les résultats de la figure (V.11) indiquent que lorsque le nombre de couche du stratifié augmente les déplacements du voile renforcé sont réduites significativement.

V.5.2. Effet de l'épaisseur de la colle

Il est important d'étudier l'influence de la couche adhésive sur les déplacements au sommet.

La figure (V.5) ci-dessous montre cet effet.



Figure V.5 : Effet de l'épaisseur de la colle sur les déplacements du voile renforcé par matériaux composites

La figure (V.5) montre l'effet de l'épaisseur de la couche adhésive sur les déplacements au sommet du voile renforcé. On remarque que l'augmentation de l'épaisseur de la couche adhésive mène à la réduction significative des déplacements.

V.5.3. Effet du pourcentage du renfort

L'effet du pourcentage du renfort sur les déplacements au sommet du voile renforcé est tracé dans la figure. V.6 pour trois valeurs de pourcentage (20% ; 35% ; 50 %).



Figure V.6 : Effet de l'épaisseur de la colle sur les déplacements du voile renforcé par matériaux composites.

Il est observé sur la figure (V.6) qu'une augmentation du pourcentage du renfort, augmentera la résistance du voile renforcé. En conséquence, le déplacement au sommet du voile renforcé diminue quand le pourcentage augmente.

V.6. Conclusion

Dans la présente étude, une nouvelle analyse théorique par la méthode des éléments finis des voiles renforcés par plaques composites collées. Différents type de fibre sont considérés en évaluant le mécanisme d'effort des structures renforcées. Les voiles renforcés par matériaux composite montrent l'efficacité du renfort vis-à-vis les différentes sollicitations.

Il faut noter que l'augmentation du pourcentage du renfort réduit les déplacements au sommet ;

L'augmentation de l'épaisseur de la plaque composite ou de l'épaisseur de la couche adhésive réduit les déplacements du bâtiment renforcé.

Conclusion Générale et

<u>Perspectives</u>

Conclusion Générale et Perspectives

Cette étude a porté sur le comportement mécanique de structures, renforcées par collage de matériaux composites. Nous nous sommes intéressés aux différents éléments de structure en béton armé. Nous avons utilisé les matériaux composites pour restaurer et augmenter la capacité portante de ces éléments.

Un des grands avantages de ce procédé de réparation est la possibilité de renforcer la structure sans interrompre l'exploitation de l'ouvrage. On peut tout de même noter un coût de fabrication de matériaux composites encore élevé. Mais cette contrainte économique est moindre par rapport à la reconstruction des ouvrages et à la valeur culturelle des patrimoines historiques.

Les matériaux composites disposent d'atouts importants par rapport aux matériaux traditionnels, ils apportent de nombreux avantages fonctionnels tel que : légèreté, résistance mécanique élevée, liberté de formes, ainsi qu'une maintenance réduite.

Le contexte général du présent travail est d'étudier l'influence et l'efficacité des éléments en béton armé (poutre, voile et poteau) renforcées par des plaques en matériaux composites.

La présence de matériaux composites sur les surfaces tendue améliore considérablement la résistance ultime en flexion, en cisaillement, en flambement pour les différents éléments structurels en béton armé renforcées en diminuant la propagation de fissures.

Afin de compléter les résultats obtenus et de mieux cerner le comportement mécanique des structures en béton renforcées par des plaques FRP, nous envisageons les perspectives suivantes pour la suite de notre recherche :

- ✓ Analyse et modélisation des nœuds poteaux-poutres renforcés par matériaux composites sous chargement dynamique.
- ✓ Une analyse expérimentale demeure souhaitable afin de développer un code de calcul.
- ✓ La fiabilité des structures en béton armé renforcées par composite.
- ✓ Effectuer une étude technico-économique sur les systèmes renforcés ;
- ✓ Utiliser d'autres types de renfort par exemple les FGM et voir leur impact sur l'intégrité de l'interface.

- L'étude et les prédictions à long terme du comportement des structures renforcées par FRP précontraint.
- ✓ L'intensification de l'expérimentation en lien direct avec le sujet.

<u>Références Bibliographiques</u>

Références Bibliographiques

[1] Abderezak Rabahi, Tahar Hassaine Daouadji, Boussad Abbes, Belkacem Adim (2016) «Analytical and numerical solution of the interfacial stress in reinforced-concrete beams reinforced with bonded prestressed composite plate » Journal of Reinforced Plastics and Composites. 10.1177

[2] ACI (1992) « Guide for Making a Condition Survey of Concrete in Service ».

[3] Arduini, M et Nanni, A, (1997) « Behavior of precracked RC beams strengthened with carbon FRP sheets », ASCE, Journal of Composites for construction, Vol.1, N°.2,pp.63-70.

[4] Avril. S (2002) « Application des méthodes de mesure de champs à la caractérisation Mécanique de poutres en béton armé réparées par matériaux composites ». Thèse de doctorat, Ecole National Supérieure des Mines de Saint-Etienne et Université Jean Monnet, France.

[5] Banks, H.T., Smith, R.C. and Wang, Y. (1996) *"Smart Material Structures Modeling, Estimation and Control.* John Wiley& Sons Ltd, West Sussex, England.

[6] Benachour A, Benyoucef S, Tounsi A, et al. (2008). Interfacial stress analysis of steel beams reinforced with bonded prestressed FRP plate. Eng Struct 2008; 30: 3305–3315.

[7] Benzarti K., Freddi F., Fremond M., (2011) - A damage model to predict the durability of bonded assemblies. Part I: Debonding behavior of FRP strengthened concrete structures – Construction and building materials, vol. 25, n° 2, pp. 547-555.

[8] Bresson J. (1971), "Nouvelles recherches et applications concernant l'utilisation des collages dans les structures béton plaqué". Annales de l'ITBTP, 278.

[9] Buyukozturk O and Hearing B. (1998) "Failure behavior of precraked concrecte beams retrofitted with FRP". Journal for Composites of construction, ASCE ,2(3),138 – 144.

[10] C. Greifenhagen, P. Lestuzzi, (2005) « Static cyclic test on lightly reinforced concrete shear walls», Elsevier Science Ltd., p.1703-1712.

[11] Calgaro J. et Lacroix R, (1997). Maintenance et réparation des ponts, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, p. 11-19.

[12] Cannon, R. W., Godfrey, D. A., and Moreadith, F. L., (1981).« Guide to the Design of Anchor Bolts and Other Steel Embedments », Concrete International, 3 (7.,

[13] Chataigner S., (2008) – Conception et dimensionnement d'un ancrage de hauban plat en matériaux composites – Thèse de doctorat de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 212 p.

[14] Chataigner S., Caron J.-F., Duong V.A., Diaz Diaz A, (2011) – Experimental investigation of shear strain along an elasto-plastic bonded lap joint – Construction and Building Materials 25, pp. 432-441.

[15] Daouadji TH, Benyoucef S, Tounsi A, et al. (2008). Interfacial stress concentrations in FRP-damaged RC hybrid beams. Compos Interf 2008; 15: 425–440.

[16] Deloye F.X, (1989) Identification rapide des ciments sur chantier, Bulletins liaison Laboratoire des ponts et chaussées, Mai-Juin 1989, p. 65-70.

[17] Dhatt G. (1969) *"Numerical analysis of thin shells by curved triangular elements based on discrete Kirchoff hypothesis*.Proc. ASCE Symp. On Application of FEM in civil engineering, Vanderbilt Univ., Nashville, Tenn., P. 255-278.

[18] Eurocode 8 (1998) « Conception et dimensionnement des structures pour leur résistance aux séismes et document d'application nationale », norme Européenne disponible à l'AFNOR – 2000. Normes XP ENV 1998-1-1, XP ENV 1998-1-2, ENV 1998-1-4, ENV 1998-2, ENV.

[19] F. Seible, M. J. N. Preistley, G. A. Hegermier and D. Innamorato (1997) « Seismic retrofit of RC columns with continuous carbon fiber jackets ». *Journal for composite in construction, ASCE*, Vol 1, No2, pp 52-62. ISSN 1090-0268/97/0002.

[20] Ferrier E,(1999), Comportement de l'interface composite-béton sous des sollicitations de fluage thermostimulé et en fatigue oligocyclique. Application au calcul prévisionnel de la durabilité de poutres BA renforcées, thèse de doctorat, Université Lyon1.

[21] FIB bulletin14 (2001), « Externally bonded FRP reinforcement for RC structures. », Technical report, Fédération internationale de béton, Bulletin 14.

[22] Foure, B. (1985) « Prise en compte du comportement du béton – cas particulier des voiles plans en béton armé », en Génie Parasismique, Presse de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, pp. 605-616.

[23] Giorgio Monti, **(2003)**, Seismic upgrade of reinforced concrete columns with FRP, Technical report, Teheran, 22 July 2003.

[24] Hassaine Daouadji T, Ait Amer M, Tounsi A, Adda Badia E A, (2009), 1^{er} symposium méditerranéen de geoingeneering SMGE 09 « Réparation des ouvrages en béton armé par collage des plaques en matériaux composites » 20 et 21 juin 2009 faculté de génie civil, université des sciences et technologie USTHB Alger, Algérie.

[25] Hau K.M, (1999) « Experiments on concrete beams strengthened by bonded fiber reinforced plastic sheets », Master of Science in civil engineering thesis, the Hong Kong polytechnic university.

[26] Hermite R.L. et al,(1967), Concrete reinforced with glued plates, RILEM, International Symposiumon synthetic resin in building constructions, p. 175-203.

[27] Hiroshi Fukuyama, Shunsuke Sugano,(2000). Studies Japanese seismic rehabilitation of concrete buildings after the Hyogoken-Nanbu Earthquake, Cement & Concrete Composites 22 (2000), p. 59-79, Elsevier Science Ltd.

[28] Hollaway, L.C et Leening, M.B. (2001). « strengthening of reinforced concrete structures using externally bonded FRP composite in structural and civil engineering », Wood head Publishing Limited, Cambridge England.

[29] J.G.Teng, J.F.Chen, S.T.Smith, L.Lam, (2002). « FRP strengthened RC structures ». Chapters 1, 6 and 7. *John Wiley & Sons, Ltd.* ISBN 0-471-48706-6.

[30] J.M, Berthelot, (1992). « Matériaux composites-comportement mécanique et analyse des structures », Masson, paris.

[**31**] Jacobs, J et Vyncke, J, (1993). « Pathologie du Béton Comment y Faire face ? ». CSTC-Magazine, Belgium, p. 37-45.

[**32**] Jean Armand Calgaro et Roger Lacroix, (1997), Maintenance et réparation des ponts, Presse de l'école nationale des ponts et chaussées. ISBN : 2-85978-278-8.

[33] K. Galal, A.Arafa, A. Ghobarah (2005) « Retrofit of RC square short columns », *Engineering Structures* 27 (2005), pp 801–813. *Elsevier Science Ltd.*

[**34**] **Kwan A.K.H.**, "Reformulation of frame method», Journal of structural Engineering, paper 9809, 1992, p.103-116.

[35] Kwan A.K.H., «Analysis of coupled shear walls/frame structures by frame method with shear deformation allowed», Journal of Structural Engineering, part2, 1991, p.273-297

[36] L. Lam, J.G. Teng (2003) « Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete », *Construction and Building Materials* 17 (2003), pp 471–489. *Elsevier Science Ltd.*

[**37**] Luyckx J, (**1999**). Composites à fibres de carbone dans le génie civil, Techniques de l'Ingénier, traité de construction, C5 440.

[38] M. Shahawy, A. Mirmiran, T. Beitelman (2000) « Tests and modeling of carbonwrapped concrete columns », *Composites: Part B* 31, pp 471-480. *Elsevier Science Ltd.*

[**39**] **Meier U**.(**1995**). Strengthening of structures using carbon fibre/epoxy composites.Constr Build Mater,9(6):341–51.

[40] Milan Zacek. (1996) « Construire Parasismique – Risque Parasismique, Conception parasismique des bâtiments, règlementation », *Editions Parenthèses*, ISBN 2-86364-054-2.

[41] Mohamed I, (2004). Contribution à l'étude du confinement du béton alcali-réactif par matériaux composites carbone époxy, thèse de doctorat, Université Lyon1.

[42] Mukhopadhyaya P, Swamy N et Lynsdale C, (1998) « Optimizing structural response of beams strengthened with GFRP plates » ASCE, Journal of Composites for Construction, Vol.2, N°.2, pp.87-95.

[43] Nicolae Ile (2000) « Contribution à la compréhension du fonctionnement des voiles en béton armé, sous sollicitation sismique : Apport de l'expérimentation et de la modélisation à la conception », *Thèse de doctorat*, soutenue le 18 décembre 2000 devant l'INSA de Lyon.

[44] Patrice Hamelin, Renforcement des ouvrages d'art par matériaux composites, Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites. AM 5 615.

[45] R. Ma, Y. Xiao, K.N. Li (2000) « Full-scale testing of a parking structure column retrofitted with carbon fiber reinforced composites », *Construction and Building Materials* 14, 2000. pp 63-71. *Elsevier Science Ltd*.

[46] R. Yeghnem, S.A. Meftah, A. Tounsi, E. Adda Bedia, «Earthquake response of RC coupled shear walls strengthened with thin composite plates», Journal of Vibration and Control, 2009.

[47] Rabahi abdezazak, Hassaine Daouadji Taher, Selma Chergui, Belkacem Adim,
(2014) 1^{ere} rencontres Nationales de Génie Civil, RNGC2014 « Analyse des contraintes d'interface dans les poutres en béton armé renforcées par collage des startifiées composite »
22 et 23 octobre 2014, Faculté de Technologie, Université Abderahmane Mira de Bejaia, Algérie.

[48] Resse C. et Venaut M, (1981). Projection des mortiers béton et plâtres, Techniques et applications bâtiment et TP,

[49] Rizard F., (2010) – Etude du transfert et de la répartition des efforts dans un système d'ancrage innovant pour renfort en composite collé sur substrat béton – Rapport de stage scientifique de fin d'études, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, 94p. Encadrement de R. Sadone et M. Quiertant.

[50] Roberts T.M. (1898), Approximate analysis of shear and normal stress concentrations in adhesive layer of plated RC beams.TheStructEngr, London, 67(12), 229 – 233.

[51] Roberts, T, Haji,Kazemi, H. A.(1989) Theoretical study of the behaviour of reinforced concrete beams strengthened by externally bonded steel plates. Proc. Institution of Civil Engineers, Part 2, 87, 39 – 55.

[52] S.A. Meftah, R. Yeghnem, A. Tounsi, E. Adda Bedia, «Lateral stiffness and vibration characteristics of composite plated RC shear walls with variable fibers spacing», Materials & Design, Vol. 29, Issue 10, 2008, p. 1955-1964.

[53] Sebastian W.M. (2001) « Significance of midspan debonding failure in FRP-plated concrete beams », ASCE Journal of Composites for Construction, pp792-798.

[54] Selma Chergui, Rabahi abderazak, Hassaine Daouadji Taher, Belkacem Adim, (2014), 3^{eme} conférence internationale sur les matériaux et les structures en composites. CIMSC'14«Analyse et dimensionnement des poutres en béton armé renforcées par collage externe des composites à fibre de carbone» 02 et 03 décembre 2014.

[55] Shamim A. Sheikh (2002) « Performance of concrete structures retrofitted with fibre reinforced polymers », *Engineering Structures* 24 (2002), pp 869–879. *Elsevier Science Ltd.*

[56] Smith S.T, and Teng J.G. (2001), Interfacial stresses in plated RC beams. Engineering Structures, 23(7), 857 – 871.

[57] Spadea G, Benchardino F et Swamy R.N,(1998) « Structural Behavior of composite RC beams with externally bonded CFRP ».ASCE, Journal of composites for construction,Vol.2,N°.3,pp.132-137.

[58] Steiner W, (1996) « Strengthening of structures with FRP Strips », In: EI-Badry, MM. (Ed), Advanced composite materials in bridges and structures, Canadian Society for Civil Engineering, Montreal, pp.407-417.

[59] T. Paulay, M. J. N. Priestely (1992) « Seismic design of reinforced concrete and masonry buildings », *Editions John Whiley and Sons inc*, Novembre 1992, ISBN: 978-0-471-54915-4.

[60] T. Yamakawa, A. Zhang et H. Satoh (2001) « Effect of fiber reinforcement quantity and chamfering raduis on seismic performance of RC columns retrofitted with aramid fiber sheets », *Proceedings of the Fifth International Symposium on Fiber Reinforced Polymer for Reinforced Concrete Structures* (FRPRCS-5), Cambridge, UK, July 16-18, 2001, pp. 803-812, ISBN: 07277-3009-6.

[61] Tahar Hassaine Daouadji, Abderezak Rabahi, Boussad Abbes, Belkacem Adim (2016) «Theoretical and finite element studies of interfacial stresses in reinforced concrete beams strengthened by externally FRP laminates plate»Journal of adhesion science and Technology, 10.1080/01694243.

[62] Taljsten B. (1997) Strengthening of beams by plate bonding. J Mater Civil Eng ASCE;9(4):206–12.

[63] Tania Croston, **(2006).** étude expérimentale du comportement d'une poutre en béton arme en flexion 3 points réparée par matériaux composites (approche probabiliste), Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, Centre de Bordeaux.

[64] Teng J.G, Chen J.F, Smith S.T et Lam L, (2002) « FRP Strengthened RC Structures » John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 245p.

[65] The Japan Building Disaster Prevention Association (1999): « Seismic retrofit design and guidelines for existing RC buildings and steel encased RC buildings using continuous fiber reinforced materials ». Published by *The Japan Building Disaster Prevention Association*, Toranomon YHK Bldg.8F 2-3-20 Toranomon, Minato-ku, Tokyo 105-0001, Japan. Edited by the Building Guidance, Division, Housing Bureau, Ministry of Construction.

[66] Theillout J. N,(1997), Le projet de renforcement ou de réparation des ponts en béton, Presses de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, p. 425-459.

[67] Tounsi A, Daouadji TH, Benyoucef S, et al. (2009), Interfacial stresses in FRP-plated RC beams: effect of adherend shear deformations. Int J Adhes Adhes; 29: 343–351.

[68] Tounsi.A, (2005), "Improved theoretical solution for interfacial stresses in concrete beams strengthened with FRP plate" International Journal of Solids and Structures.

[69] V.V._Vasiliev,_E. (2001)_Morozov_Mechanics_and_Analysis of composite materials. Russian state University of technology. Moscow.

[70] Vénuat M, (1989). La pratique des ciments mortier et béton, Moniteur technique, éditions du moniteur.

[71] Victor Davidovici (1999). « La construction en zone sismique », *Moniteur Référence Technique, Editions Le Moniteur*, ISBN 2.281.11180.6.

[72] Vilnay O. (1988). The analysis of reinforced concrete beams strengthened by epoxy bonded steel plates. Int. Journal of Cement Composites Lightweight Concrete, 10(2), 73 - 78.

[73] Weiss. J. et C. Bord.(1983), les matériaux composites. Publication du ministère de l'industrie et de la recherche, et de CETIM.

[74] Y. Xiao, H. Wu, and G. R. Martin (1999) « Prefabricated composite jacketing of RC columns for enhanced shear strength », *Journal of Structural Engineering*, *ASCE*. Vol. 125, No.3, March 1999, pp 0255–0264, ISSN 0733-9445/99/0003.

[75] Ze He Wu, (2004), « étude expérimentale du comportement des Poutres courtes en béton arme pré-fissurées et Renforcées par matériaux composite sous Chargement statique et de fatigue ». Thèse doctorat, l'école nationale des ponts et chaussées.