

République Algérienne Démocratique Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

**Université d'Ibn Khaldoun – Tiaret**

Faculté des Mathématiques et de l'Informatique

**Département Informatique**

Thème

**Intégration des arbres de solution dans la résolution des problèmes mathématiques par la stratégie de Polya**

Pour l'obtention du diplôme de Master II

**Spécialité** : Génie Informatique

**Option** : Systèmes d'information et technologies web

**Réalisé par** : RAHMANI Hadjer

**Dirigé par** : Mr CHADLI Abdelhafid

**Année universitaire 2013-2014**

# Dédicace

*A cœur vaillant rien d'impossible*

*A conscience tranquille tout est accessible*

*Quand il y a la soif d'apprendre*

*Tout vient à point à qui sait attendre*

*Quand il y a le souci de réaliser un dessein*

*Tout devient facile pour arriver à nos fins*

*Malgré les obstacles qui s'opposent*

*En dépit des difficultés qui s'interposent*

*Les études sont avant tout*

*Notre unique et seul a tout*

*Ils représentent la lumière de notre existence*

*L'étoile brillante de notre réjouissance*

*Comme un vol de gerfauts hors du charnier natal*

*Nous partons ivres d'un rêve héroïque et brutal*

*Espérant des lendemains épiques*

*Un avenir glorieux et magique*

*Souhaitant que le fruit de nos efforts fournis*

*Jour et nuit, nous mènera vers le bonheur fleuri*

*Aujourd'hui, ici rassemblés auprès des jurys,*

*Nous prions dieu que cette soutenance*

*Fera signe de persévérance*

*Et que nous serions enchantés*

*Par notre travail honoré*

Je dédie ce modeste travail :

À Ma très chère mère :

Tu représentes pour moi le symbole de la bonté Par excellence, la source De tendresse et l'exemple du dévouement qui n'a pas cessé de m'encourager et de prier pour moi. Ta prière et Ta bénédiction m'ont été d'un grand secours pour mener à bien mes études. Puisse Dieu, le tout puissant, te préserver et t'accorder santé, longue vie et bonheur.

À la mémoire de mon père ;

À mon mari ;

À ma sœur et son mari ;

À mes proches de mes frères chacun à son nom sans oublier la dédicace particulière à mon frère Fateh ;

À toute la famille ;

À tous mes camarades de master de ma promotion ;

À tous mes amis.

# Remerciement

Tout d'abord, je remercie le **Dieu**, notre créateur de m'avoir donné la force, la volonté et le courage afin d'accomplir ce modeste travail.

J'adresse le grand remerciement à mon encadreur **Mr. CHADLI Abdelhafid**, qui a proposé le thème de ce mémoire, et la confiance qu'il m'a accordé, et accepté d'être mon tuteur.

Je tiens également à remercier les membres de jury pour l'honneur qu'ils m'ont fait en acceptant de siéger à ma soutenance, tout particulièrement :

**Mr. Boudaa Boujemaa** président de jury d'examen de notre mémoire.

**Mr. Boumedian Chikh** examinateur de jury d'examen de notre mémoire.

Ainsi tous les enseignants de l'université Ibn Khaldoun Département Informatique et tous les administrateurs.

Enfin, je tiens à exprimer ma profonde gratitude à ma famille qui m'ont toujours soutenue et à toute personne ayant contribué de près ou de loin à l'élaboration de ce travail..

## Résumé

La littérature montre que beaucoup d'élèves ont des difficultés dans la résolution de problèmes écrits de mathématique et qu'une bonne façon d'intervenir serait d'agir sur la compréhension de ces problèmes. Pour améliorer cette compréhension, certains auteurs proposent de développer l'habileté à reconnaître le schéma de problèmes mathématiques.

En plus de favoriser la compréhension, il semble que cette habileté influencerait le rendement en résolution de problèmes écrits de mathématique. Toute fois, le nombre d'études qui se sont intéressées à l'habileté à reconnaître le schéma de problèmes mathématiques est limité, et ce, particulièrement au primaire. Dans cette étude exploratoire, les liens entre l'habileté à reconnaître le schéma de problèmes, la compréhension et le rendement en résolution de problèmes écrits d'arithmétique chez les élèves de primaire sont étudiés.

Les précédents systèmes de résolution de problèmes assistés par ordinateur ont intégré toutes les étapes de résolution de problèmes au sein d'une seule étape, ce qui rend difficile à diagnostiquer les étapes au cours desquelles les erreurs se sont produites quand un élève rencontre des problèmes.

Dans ce mémoire, nous nous intéressons à développer un système de résolution de problèmes mathématiques assisté par ordinateur pour les élèves de primaire dont la conception est basée sur quatre étapes de résolution de problèmes proposé par Polya : (1) la compréhension du problème, (2) faire un plan, (3) l'exécution du plan et (4) l'examen de la solution. Le système aide à réaliser un résultat positif à chaque étape. Les techniques de la représentation schématique du plan de résolution et de l'arbre de solution sont utilisées comme assistants à l'étape 3.

La représentation schématique du plan de résolution permet de visualiser les concepts dans les problèmes. Les schémas sont combinés, un par un, pour former une structure en arbre appelé arbre de la solution. Cette arborescence élucide en détail le chemin parcouru pour résoudre le problème, et fournit ainsi aux étudiants avec un suivi de leurs procédures de résolution de problèmes.

**Mots –clé :** apprentissage par problème, stratégie de Polya, la résolution des problèmes écrits, systèmes de résolution des problèmes mathématiques assistés par ordinateur, instruction à base de schémas, les arbres de solution.

## Table des matières

Introduction générale.....	1
Chapitre1 : Apprentissage par problème (APP) .....	3
Introduction.....	4
I.    Qu'est-ce que l'APP? .....	4
1.    Définitions .....	4
2.    Pourquoi utiliser l'APP?.....	5
3.    Comment utiliser l'apprentissage par problèmes? .....	5
4.    Objectifs visés par l'APP .....	6
5.    Avantages de l'APP.....	6
II.   Le déroulement d'un APP.....	7
III.  Exemples d'environnements en ligne utilisant l'APP .....	8
IV.  Le rôle de l'APP dans la résolution des problèmes mathématiques pour les élèves de primaire .....	10
Conclusion .....	11
Chapitre2 : Description de la stratégie de POLYA .....	12
Introduction.....	13
I.    LES STRATÉGIES GÉNÉRALES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES .....	13
1.    Le modèle de Newman .....	13
2.    Le modèle de Mayer et ses collègues .....	14
3.    Le modèle d'Audy.....	14
4.    Modèle de résolution de problème basé sur un schéma .....	14
II.   La Stratégie de Polya .....	15
III.  Système d'enseignement assisté par ordinateur .....	16
1.    L'ordinateur pour l'enseignement, aspects historiques.....	16
2.    Enseignement Assisté par Ordinateur (E.A.O.) .....	17
3.    Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (E.I.A.O.) et Système Tuteur Intelligent (STI) .....	17
4.    Les Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur (EIAO).....	18
IV.  Exemple de système utilisant la stratégie de polya .....	19
Conclusion.....	20
Chapitre 3 : La résolution des problèmes écrits .....	21
Introduction.....	22
I.    Les types de problèmes écrits .....	22
1.    Typologie de VERGNAUD (types de problème).....	22
II.  L'instruction à base de diagrammes schématiques .....	27

1.	Pourquoi utiliser la schématisation pour résoudre les problèmes ? .....	27
2.	Rôle du diagramme d'un schéma? .....	28
3.	En quoi consiste l'aide par les schémas? .....	29
III.	Les arbres de solutions .....	29
1.	Exemple d'un arbre de solution .....	30
	Conclusion .....	32
	Conclusion générale de l'état de l'art .....	33
	Chapitre 4 : Conception et réalisation .....	34
	Introduction .....	35
I.	Structuration des connaissances du domaine .....	35
1.	Diagramme de classe .....	35
2.	Exemple de problème avec les instances .....	37
II.	Aperçu globale du système .....	39
1.	Les quatre phases de résolution du problème .....	39
a.	La phase de compréhension du problème .....	39
b.	La phase de l'élaboration d'un plan .....	40
c.	La phase de l'exécution du plan .....	41
d.	La phase de révision de la solution .....	43
	Conclusion .....	44
	Conclusion générale .....	45
	Bibliographie .....	46

## Liste des figures

Figure1 : Capture d'écran du logiciel Scratch.....	9
Figure2 : Capture d'écran du logiciel LEGO Education WeDo.....	10
Figure 1 : Capture d'écran de MathCal .....	19
Figure 2 : Schéma représentant le problème de type « composition d'état » .....	23
Figure 3 : Schéma représentant le problème de type « transformation d'état» .....	23
Figure 4 : Schéma représentant le problème de type « comparaison d'états» .....	24
Figure 5 : Schéma représentant le problème de type « composition de transformations» .....	25
Figure 8 : Schéma représentant le problème de type «comparaison multiplicative de grandeurs» ...	25
Figure 9 : Schéma représentant le problème de type «La proportionnalité simple» .....	26
Figure10 : Exemples de diagrammes schématiques pour chaque type de problème écrit .....	28
Figure11 : Une branche schématique d'un arbre de solution.....	30
Figure12: Capture d'écran de la phase de compréhension du problème .....	40
Figure13 : Capture d'écran de la phase de l'élaboration d'un plan .....	41
Figure14 : Capture d'écran de la phase de l'exécution du problème .....	42
Figure15 : Capture d'écran de la phase de l'exécution du problème .....	42
Figure16 : Capture d'écran de la phase de révision de la solution .....	43

## Liste des tables

<b>Table 1</b> : Symboles utilisés dans la classification des problèmes .....	22
<b>Table 2</b> : Valeurs recherchées selon le type de la transformation .....	24
<b>Table 3</b> : Etats recherchés selon le type de comparaison.....	24

## Introduction générale:

Aujourd'hui les compétences de résolution de problèmes sont devenues un objectif pédagogique majeur, mais les enseignants trouvent souvent des difficultés à enseigner aux élèves la façon d'aborder un obstacle cognitif pendant la résolution de problèmes. Il n'est pas surprenant que de nombreux élèves trouvent qu'il est difficile de résoudre de nouveaux problèmes, en particulier les problèmes à contexte (Harskamp & Suhre, 2006).

La méthode la plus commune pour enseigner les problèmes écrits additifs et soustractifs ignore les besoins de l'élève pour représenter la situation du problème et se concentre plutôt sur la stratégie de solution : les élèves apprennent à écrire une phrase de solution de l'addition ou de la soustraction (par exemple,  $7 + 4 = ?$ ) pour un problème et ensuite à écrire la réponse à la phrase. L'inconvénient de cette approche est qu'elle réduit fortement la capacité des élèves à résoudre des problèmes écrits de types plus complexes, pour atteindre cet objectif, les élèves n'ont pas besoin de seulement représenter le problème mais aussi qu'ils réfléchissent sur cette représentation du problème afin de sélectionner une stratégie de solution (Briars & Larkin, 1984 ; Riley et al, 1983). Dans le même contexte, certaines approches pédagogiques directes de résolution de problème utilisent des indices superficiels tels que des mots clés (par exemple, "plus que" suggère l'addition et "moins que" la soustraction, et "la part" indique la division ; Lester, Garofalo, et Kroll, 1989) que les élèves sont encouragés à utiliser pour sélectionner une opération ou une procédure de solution. Les méthodes utilisant les mots clés se focalisent sur les caractéristiques de niveau surface et ne soulignent pas le sens et la structure du problème et donc ne peuvent pas aider les élèves à raisonner et à donner un sens à des situations du récit du problème pour être en mesure de résoudre avec succès de nouveaux problèmes (Ben - Zeev & Star, 2001; Van de Walle, 2007).

Pour ces raisons, certains chercheurs ont déclaré que les élèves ne parviennent pas à résoudre certains problèmes, car ils ne possèdent pas les connaissances conceptuelles nécessaires pour les résoudre correctement (**Cummins, 1991**). Par conséquent, notre approche s'écarte de l'utilisation des mots-clés et des caractéristiques superficielles de problèmes, plus précisément, elle vise à aider les élèves à explorer la structure mathématique sous-jacente des problèmes et de construire un modèle mental concret du problème qui met en évidence les relations mathématiques entre les quantités et les valeurs.

les chercheurs pensent que les stratégies d'enseignement les plus efficaces pour les élèves qui éprouvent des difficultés d'apprentissage en mathématiques sont celles qui permettent de représenter visuellement et graphiquement les problèmes, d'enseigner les concepts et principes mathématiques à l'aide de l'enseignement explicite, et au moyen d'activités d'apprentissage assisté par les pairs durant l'enseignement des mathématiques (Jitendra, Griffin, Deatline-Buchman, et al, 2007; Kroesbergen, Van Luit, et Maas, 2004; Van Garderen et Montague, 2003). En effet les théories de schéma de la psychologie cognitive sont utiles dans la compréhension et l'évaluation de la solution des enfants pour la résolution des problèmes écrits (Briars & Larkin, 1984; Carpenter & Moser, 1984; Riley, Greeno, et Heller, 1983). Les chercheurs ont généralement identifié cette approche comme " basée sur le schéma " (Riley et al, 1983. Marshall, 1995). Un schéma sera défini comme un cadre pour discriminer entre l'application des procédures de solution à diverses situations problématiques et permettant à l'apprenant de classer différents types de problèmes afin de déterminer les actions les plus appropriées pour résoudre le problème.

## Problématique et objectifs de notre travail

Les systèmes de résolution de problèmes mathématiques assistée par ordinateur se développent rapidement et font partie prenante dans le monde de l'éducation. Ces systèmes aident les élèves à mieux faire face aux difficultés rencontrées, en termes de résolution des problèmes et l'apport de la rétroaction immédiate. Certains de ces systèmes sont basés sur les quatre étapes de résolution des problèmes citées par Polya : (I) Compréhension du problème, (II) Etablissement d'un plan, (III) Exécution du plan et (IV) Le passage en revue la solution. Cependant, ces systèmes de résolution des problèmes assistée par ordinateur ont incorporés toutes les étapes de résolution des problèmes dans une seule étape, rendant difficile le diagnostic des étapes pendant lesquelles les erreurs se produisent et à quel niveau l'élève rencontre des difficultés en imposant une charge cognitive trop élevée aux élèves dans leurs méthodes de résolution des problèmes.

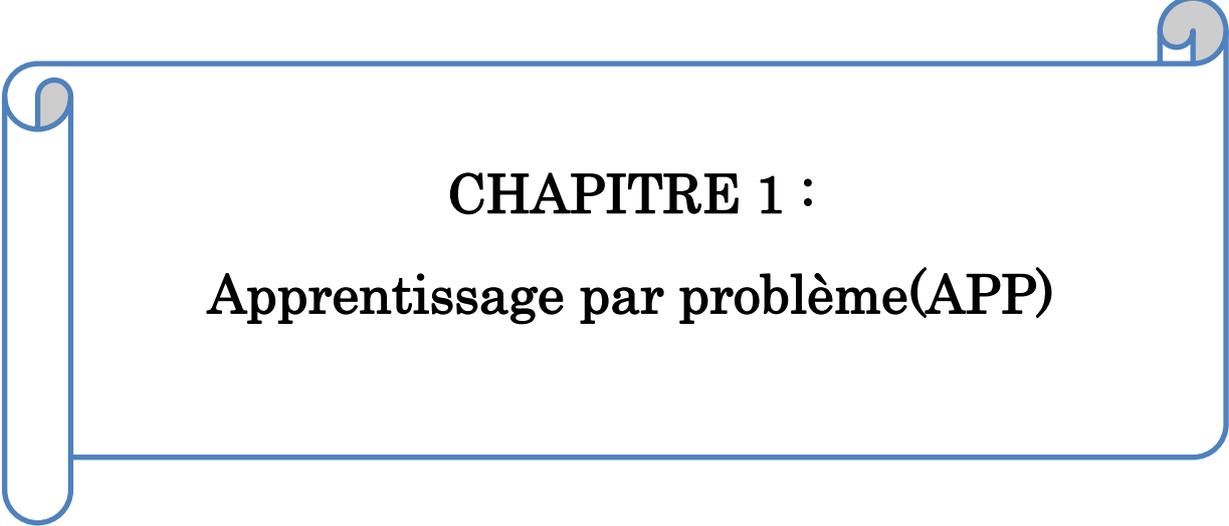
Le but de notre travail est de proposer un nouveau système basé sur les quatre étapes de résolution des problèmes mentionnées par Polya. Ce système aide les élèves à l'apprentissage de résolution des problèmes mathématiques à plusieurs étapes et les problèmes multiplicatifs pour les élèves du primaire en utilisant les arbres de solution.

Notre mémoire est organisé comme suit:

**Partie 1** : présente notre état de l'art, elle contient les trois premiers chapitres:

- Le premier chapitre s'intéresse à l'approche : « Apprentissage par problème (APP) » et les environnements d'apprentissage en ligne.
- Le deuxième chapitre : « Description de la stratégie de Polya », définit le processus de résolution de problèmes proposé par Polya. Nous nous basons sur cette stratégie pour développer notre système.
- Le troisième chapitre : « Résolution des problèmes écrits », énumère d'abord les types de problèmes additifs et multiplicatifs, ensuite il détaille l'instruction à base de diagrammes schématiques et enfin il décrit l'usage des arbres de solution que nous utilisons dans notre système pour aider les élèves à mieux appréhender la résolution des problèmes mathématiques à plusieurs étapes.

**Partie 2** : c'est la partie de la conception et de la réalisation. Elle présente notre démarche pour le développement d'un système de résolution des problèmes mathématiques à l'aide des arbres de solution.



**CHAPITRE 1 :**  
**Apprentissage par problème(APP)**

## Chapitre1 : Apprentissage par problème (APP)

### Introduction :

L'apprentissage par problèmes (APP) s'inscrit dans les courants de la psychologie cognitive et du constructivisme. Certains estiment que l'APP trouve sa source dans les travaux de (**Dewey**) qui, au début du 20e siècle, insista sur le fait que les connaissances ne se transfèrent pas directement et que l'apprentissage requiert une participation active de l'apprenant. Il développa une approche pédagogique où des problèmes, tels qu'on peut les rencontrer dans la vie réelle, étaient le point de départ à partir duquel l'apprentissage se réalisait. Il insista aussi sur le développement de la capacité d'apprentissage autonome des élèves.

Plus près de nous, au milieu des années 60, l'université McMaster en Ontario innova en développant une démarche d'apprentissage utilisant des situations problèmes afin de favoriser le développement des habiletés de résolution de problèmes et de permettre l'intégration des sciences fondamentales aux sciences cliniques. Cette approche nommée *problem-based-learning* (PBL) a été traduite par apprentissage par problèmes (APP) en français. On souhaitait placer l'étudiant au centre du processus d'apprentissage en faisant de lui un partenaire actif, responsable de ses apprentissages, et l'orienter vers une compréhension approfondie, conceptuelle plutôt que faisant appel uniquement à la mémorisation.

### I. Qu'est-ce que l'APP?

#### 1. Définitions :

L'APP en bref

La formule pédagogique de l'apprentissage par problèmes ou *problem-based-Learning* (PBL) est une formule centrée sur l'élève où le problème sert de prétexte à l'apprentissage d'une nouvelle matière. L'élève doit chercher, organiser et synthétiser les informations concernant le problème à l'étude non pas dans la perspective de résoudre le problème mais plutôt de «faire le tour» du problème. L'APP est, de plus, centrée sur les interactions des élèves entre eux, généralement en équipe. (**Guilbert et Ouellet, 1997**).

C'est une approche inductive (**Mauffette, 1995**) qui permet aussi de mettre en lumière les conceptions initiales des élèves sur certains concepts. En APP, les élèves, regroupés en équipe, travaillent à résoudre un problème (plus ou moins complexe), problème pour lequel ils n'ont reçu aucune formation préalable. L'APP permet à l'élève de construire son savoir tout en traversant les frontières traditionnelles des disciplines. Les apprentissages de contenu et le développement des compétences dans la résolution de problèmes se font pendant le processus d'apprentissage par problème. Tout au long de la démarche, il y a une redéfinition du problème et une prise de conscience des limites (**Guilbert, 1996**). L'APP fait ainsi appel à la prise de décision s'appuyant sur une pensée articulée et critique (**Guilbert et Ouellet, 1997**).

En sciences, cette démarche itérative permet à l'élève de reconstituer, dans l'action, la fameuse démarche scientifique. En effet, si on identifie les grandes tendances des étapes réalisées par les élèves, on arrive à une démarche qui peut s'apparenter à une démarche type telle que Problème, Hypothèse, Données, Traitement et Conclusion ou encore à Observation, Hypothèse, Expérimentation, Résultats, Interprétation et Conclusion. On peut facilement

établir un parallèle entre la démarche APP et la démarche scientifique. Ainsi, l'élève découvre que cette démarche dite scientifique n'est pas le propre des sciences mais bien à l'esprit humain en quête de connaissances.

L'APP est une situation d'apprentissage organisée autour de la recherche, de l'explication et de la résolution de problèmes signifiants (**Hmelo-Silver, 2004**). Cependant, le problème est défini de manière qu'il n'y ait pas qu'une seule solution (**Hmelo-Silver, 2004; MacKinnon, 1999**). Les étudiants travaillent en petits groupes pour désigner les connaissances à acquérir de façon à résoudre le problème. Le processus d'autorégulation est important pour fixer les objectifs d'apprentissage, planifier le travail, sélectionner les stratégies pédagogiques appropriées, mettre en œuvre le plan de travail, suivre et évaluer le processus ainsi que l'atteinte des objectifs (**Moust et coll., 2005**). L'enseignant joue un rôle de « facilitateur » et guide les étudiants à travers un cycle d'analyse et de synthèse des apprentissages.

## 2. Pourquoi utiliser l'APP?

Si l'on conçoit que l'expansion des connaissances puisse rendre impossible d'inclure dans un programme tout le savoir d'un domaine ou requis pour pratiquer une profession, il est particulièrement important pour les étudiants d'être capables d'apprendre rapidement, efficacement et de façon autonome quand ils en ont besoin, plutôt que d'avoir assimilé, à la fin de leurs études, toute l'information que les enseignants pourraient croire désirable de leur faire acquérir. L'un des principaux avantages de l'apprentissage par problèmes est qu'il permet de développer la capacité d'apprentissage autonome.

De plus, l'une des principales attentes de la société à l'égard de l'école est à l'heure actuelle la formation d'individus qui puissent travailler en équipe et s'adapter à l'évolution des rôles. L'apprentissage par problèmes, tout comme d'autres approches par problèmes, fait ressortir la nécessité d'assumer conjointement la tâche de résoudre un problème, ce qui amène les étudiants non seulement à prendre la responsabilité de leur propre apprentissage, mais aussi à contribuer de façon significative à l'apprentissage de leurs pairs.

## 3. Comment utiliser l'apprentissage par problèmes?

### ❖ L'enseignant comme facilitateur

Le facilitateur joue un rôle critique dans la mise en œuvre de l'APP. En plus d'être un expert du contenu, il doit posséder une expérience de cette approche pédagogique et avoir une bonne connaissance des méthodes en matière de réflexion, de communication en groupe, d'écoute, de résolution de problèmes et de processus d'apprentissage individuels et collectifs (**Lohman, 2002**). Un facilitateur expérimenté utilise une gamme de stratégies selon les différentes phases du processus de l'APP. Globalement, le rôle du facilitateur est de s'assurer du bon déroulement du processus et de faire en sorte que les étudiants s'engagent dans la tâche. Il agit essentiellement à titre d'observateur et n'intervient qu'en cas de besoin pour ramener la discussion sur le problème à l'étude ou pour rappeler aux étudiants où ils en sont dans la démarche et ce qu'il leur reste à faire avant de passer à la prochaine étape.

L'enseignant doit considérer des stratégies qui permettent aux étudiants de voir ce que donne une intervention par l'APP (situation avant et après). Au fur et à mesure qu'ils avancent dans le processus, les étudiants prennent conscience de ce qu'ils ont à apprendre et de leurs accomplissements (**MacKinnon, 1999**). Comme facilitateur, l'enseignant se charge de diriger les étudiants à travers les étapes de l'APP et de gérer le progrès du groupe. Lorsqu'un facilitateur soutient les processus d'apprentissage et de collaboration, les étudiants sont capables de construire des connaissances flexibles (**Hmelo-Silver, 2004**).

### 4. Objectifs visés par l'APP

L'APP a non seulement pour objectif l'apprentissage de connaissances spécifiques disciplinaires, mais il se distingue en visant à rendre opérationnelles ces connaissances en ciblant différents objectifs de formation fondamentale :

- Favoriser l'autonomie dans l'apprentissage.
- Développer des stratégies de recherche documentaire efficaces.
- Améliorer la capacité à résoudre des problèmes complexes tirés de la vie réelle.
- Apprendre à travailler en équipe efficacement.
- Développer des capacités de communication.
- Favoriser les transferts et l'intégration des connaissances.

### 5. Avantages de l'APP :

L'apprentissage par problèmes (APP) est une méthode qui présente de nombreux avantages pour les étudiants. Plusieurs études démontrent que l'APP favorise la pensée réflexive, la communication en groupe, l'apprentissage tout au long de la vie (**Pastirik, 2006**), la résolution de problèmes (**Hmelo-Silver, 2004; Pastirik, 2006**), l'autorégulation et la collaboration, un facteur clé de motivation chez les étudiants (**Hmelo-Silver, 2004; MacKinnon, 1999**). Les résultats de l'analyse de (**Dochy et coll., 2003**) indiquent que les étudiants se rappellent davantage les connaissances qu'ils ont acquises en se penchant sur le processus d'élaboration des connaissances. Les connaissances acquises au moyen de cette méthode permettent aux étudiants d'appliquer les compétences de résolution de problèmes à d'autres situations (**Dochy et coll., 2003; Lohman, 2002**). De plus, l'APP serait plus efficace que les méthodes traditionnelles pour préparer les étudiants au milieu du travail (**Lohman, 2002; Pastirik, 2006**).

Les étudiants observent qu'ils sont plus motivés et plus satisfaits avec l'APP qu'avec la méthode de l'exposé, surtout pour ce qui est de leur expérience de formation, de leur compétence en communication et de l'apprentissage autonome (**Cockrell et coll., 2000; Hwang et Kim, 2006**). Ils améliorent leur compréhension des contenus étudiés et leur capacité à appliquer de nouvelles connaissances en plus de développer une pensée réflexive (**Dochy et coll., 2003**).

## II. Le déroulement d'un APP

**Étape 1.** Objectifs : identifier et clarifier à l'aide du dictionnaire les termes inconnus. Repérer dans l'énoncé du problème les éléments significatifs. Compétences à acquérir selon la taxonomie de (**Gagné**) : apprentissage d'informations verbales (vocabulaire), apprentissage d'habilités intellectuelles (discrimination).

**Étape 2. Objectifs :** il s'agit tout d'abord de donner un titre au problème, une description synthétique de la situation. Ensuite il faut repérer les phénomènes et les mécanismes qui demandent une explication et une interprétation. C'est aussi important encore une fois de trier les informations et donner un ordre d'importance.

Compétences à acquérir : apprentissage d'habilités intellectuelles (discrimination, concepts), stratégies cognitives (résumer).

**Étape 3.** Objectifs : analyser le problème à partir de la liste faite au point 2. L'étudiant doit mobiliser les connaissances préalables pour raisonner et proposer des explications aux phénomènes repérés dans l'étape 2. Ce travail va amener les étudiants à établir une liste d'hypothèses qui doivent être logiques mais pas nécessairement vraies. Compétences à acquérir : apprentissage d'habilités intellectuelles (discrimination, concepts, stratégies), stratégies cognitives (résumer, confronter, critiquer).

**Étape 4.** Objectifs : organiser les explications sous forme d'un schéma ou d'un arbre de concepts. Les étapes 3 et 4 sont souvent superposées. Au fur et à mesure que les hypothèses sont formulées le schéma se construit, par exemple autour d'un dessin ou simplement en faisant une répartition sur le tableau. Compétences à acquérir : apprentissage d'informations verbales (faire un schéma) d'habilités intellectuelles (discrimination, concepts), stratégies cognitives (résumer, confronter, critiquer).

**Étape 5.** Objectifs : établir une liste des questions, des sujets d'apprentissage. Dans cette démarche c'est important de délimiter les objectifs d'étude et de les définir précisément. Discuter brièvement les ressources à consulter. Compétences à acquérir : apprentissage d'habilités intellectuelles (discrimination, préparer un plan d'étude), stratégies cognitives (résumer, confronter, critiquer).

**Étape 6.** Objectifs : réaliser individuellement les objectifs d'apprentissage : il s'agit de recueillir et maîtriser les informations pour expliquer le problème et d'apprendre les attitudes et les comportements qui favorisent l'apprentissage autonome efficace.

Compétences à acquérir : apprentissage d'informations verbales (reformuler précisément les objectifs d'apprentissage, préparer un schéma d'explications, un arbre de concepts), d'habilités intellectuelles (identification, discrimination), stratégies cognitives (faire une synthèse, confronter, critiquer), attitudes (gérer le temps).

**Étape 7a.** Objectifs : mettre en commun les connaissances acquises, vérifier leur compréhension et expliquer le problème. Compétences à acquérir : apprentissage d'habilités intellectuelles (appliquer les règles et les principes appris au problème), stratégies cognitives (résumer, confronter, critiquer, intégrer, corriger et compléter ses propres connaissances).

**Étape 7b.** Objectifs : évaluer la dynamique du groupe, son efficacité, identifier les points à améliorer. Faire aussi un bilan individuel identifier les objectifs bien maîtrisés et les lacunes.

Compétences à acquérir : attitudes (analyser les points négatifs et positifs du dispositif en rapport au groupe et à soi même)

### III. Exemples d'environnements en ligne utilisant l'APP

#### ❖ Scratch :

Scratch est un logiciel de développement gratuit et accessible aux enfants, qui peut être utile pour les enseignants et les enseignantes au primaire qui souhaitent intégrer de la nouveauté dans leurs périodes d'informatique avec leurs élèves. Il est conseillé aux enfants de 8 ans et plus, mais des essais révèlent qu'il pourrait être accessible aux plus jeunes élèves.

À ses débuts, le logiciel Scratch a été utilisé dans des centres extrascolaires, en milieux défavorisés. Les enfants de ce milieu ont démontré qu'il était très accessible et même bénéfique pour eux, malgré leurs difficultés scolaires. C'est un logiciel qui permet de développer la créativité ainsi que la curiosité intellectuelle chez les enfants. Il leur permet de développer le goût d'apprendre, puisque les apprentissages réalisés sont utiles et ont du sens. Ce logiciel fait en sorte de placer l'élève en contexte d'apprentissage/enseignement. Il doit d'abord définir ce qu'il veut créer, puis trouver et imaginer des stratégies pour faire comprendre au logiciel ce qu'il souhaite faire. Il peut ensuite partager sa création. L'enfant construit donc ses savoirs en interagissant avec le logiciel. Un enfant, même jeune, utilise facilement ce logiciel pour créer ses commandes, puisque les contrôles se distinguent par leurs différentes couleurs.

Le slogan de Scratch est «Imagine Programme Partage». Ainsi, l'enfant choisit les actions voulues, met les actions en application et partage ensuite son résultat. Le partage motive l'enfant dans son travail. De plus, les travaux partagés peuvent être réutilisés et retravaillés. Ce logiciel développé par le Massachusetts Institute of Technology permet de faire de l'animation, mais il a aussi plusieurs autres fonctions. Les enfants peuvent créer des formes géométriques en choisissant les angles voulus, des histoires interactives, des dessins animés, des jeux, des compositions musicales, et plus encore. À l'aide de ce logiciel libre, les élèves côtoient des concepts mathématiques et informatiques en lien avec leur cheminement scolaire. Il est plus facile d'apprendre ces concepts avec un tel logiciel, car les élèves apprennent plus facilement en jouant. Cette approche ludique de l'algorithmique aide le raisonnement et la coopération.



Figure1 : Capture d'écran du logiciel Scratch

### ❖ LEGO Education WeDo :

LEGO Education WeDo est une plate-forme de robotique que les enfants âgés de 7 à 11 ans peuvent facilement utiliser afin de construire des modèles lego simples et de les programmer de façon à ce qu'ils effectuent certaines tâches. En utilisant le logiciel WeDo, les élèves du primaire découvrent les fondements de la programmation et se familiarisent avec la robotique ainsi que les systèmes automatisés et leurs différentes composantes. Tout en découvrant la robotique de manière simple et intuitive, les élèves construisent des modèles simples, activent des moteurs et programment l'utilisation de capteurs de base

### Développement de compétences et de connaissances chez l'élève :

Les enseignants peuvent introduire le concept WeDo à plusieurs disciplines telles que les sciences, les technologies, les mathématiques et l'acquisition du langage. De plus, les activités WeDo permettent aux enseignants d'intégrer les technologies de l'information et de la communication. La plate-forme de robotique WeDo a pour objectif de stimuler:

- la création et la réalisation;
- la réflexion pour trouver des solutions créatives alternatives;
- l'apprentissage de la communication, du partage d'idées et du travail collectif.

Par ces activités de robotique, les élèves apprennent notamment la programmation à l'aide de logiciels, la conception et la création d'un modèle de travail, à utiliser un logiciel pour obtenir des informations, à mesurer le temps et des distances et à travailler avec des machines simples, des engrenages, des leviers et des poulies. Le concept WeDo offre une expérience qui implique activement les élèves dans leur propre processus d'apprentissage et encourage l'esprit créatif, le travail d'équipe et les capacités de résolution de problèmes. En effet, «travaillant en équipe, les enfants élaborent leurs propres solutions en construisant des modèles LEGO et en les programmant de façon à ce qu'ils effectuent certaines tâches. L'apprentissage de cause à effet est possible, car les modèles LEGO sont reliés à un ordinateur; ainsi, les enfants peuvent tester et modifier leur programme en temps réel. Après avoir réfléchi à ce qui fonctionne et ce qui ne fonctionne pas, ils peuvent discuter entre eux, adapter la programmation, modifier les modèles ou recommencer».



Figure2 : Capture d'écran du logiciel LEGO Education WeDo.

#### IV. Le rôle de l'APP dans la résolution des problèmes mathématiques pour les élèves de primaire :

Cinq objectifs différents peuvent être dégagés :

- La pratique de « l'apprentissage par problèmes » développe la capacité de l'élève à faire face à des situations inédites.
- Dans la résolution de ces problèmes, l'élève prend conscience de la puissance de ses connaissances, même si celles-ci sont modestes. Il existe en effet toujours plusieurs moyens d'élaborer une réponse, faisant appel à des registres de connaissances différentes : ainsi, dans le problème des cartes, certains élèves peuvent dessiner les figures et dénombrer, d'autres n'utiliser que l'addition et certains combiner toutes les opérations étudiées.
- L'activité de l'élève dans la résolution d'un « problème pour chercher » valorise des comportements et des méthodes essentiels pour la construction de leurs savoirs : prendre des initiatives (tenter, faire des essais...), être critique vis-à-vis de son travail (contrôler, analyser ses erreurs...), s'organiser, être méthodique (réduire la part du

hasard, le nombre de cas à envisager), communiquer (par oral, dans le groupe et face à la classe, par écrit pour rendre compte de sa recherche).

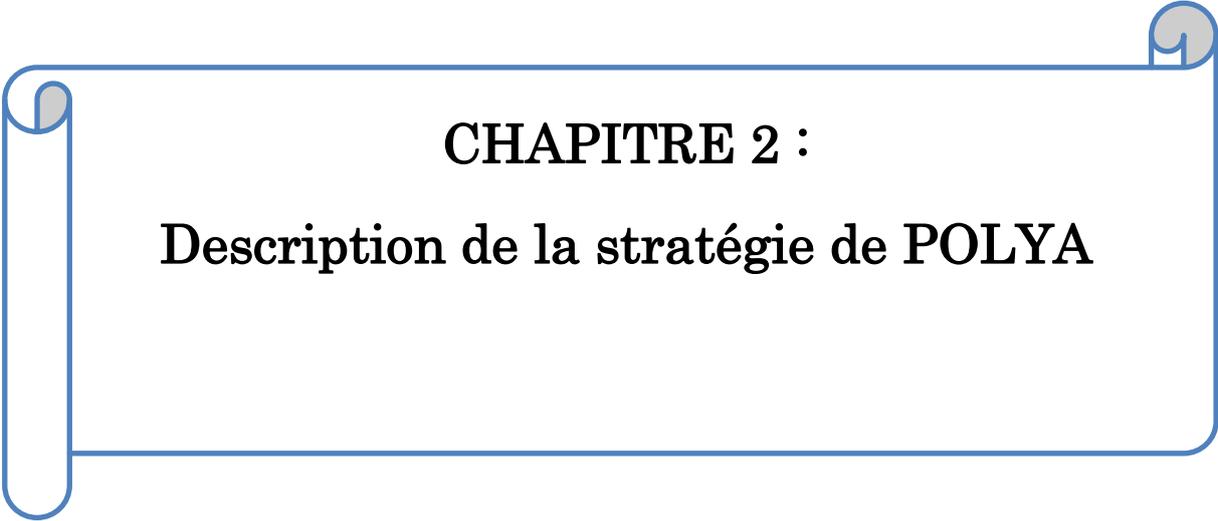
- Les phases d'échanges et de débats développent les capacités argumentatives de l'élève. Les débats qui s'instaurent soit dans les groupes, soit dans la classe conduisent les élèves à valider ou réfuter une proposition. Un élève qui est persuadé du bien-fondé de son idée, de l'intérêt de la piste qu'il veut explorer ou de la solution qu'il a trouvée, devra convaincre ses camarades. La raison doit l'emporter sur la passion. Pour cela, le maître gère les débats afin que ce soit la valeur de l'argument qui l'emporte. Ni la force de conviction de celui qui le défend, ni le fait que cet argument soit accepté par la majorité des élèves ne doivent être décisifs quant à la validité d'un argument : en mathématiques, l'accord du plus grand nombre sur une proposition ne constitue pas un critère de sa validité.
- Ce type d'activité contribue à l'éducation civique des élèves. Les moments de recherche sont plus efficaces si l'on s'entraide : les idées proposées par les uns, même erronées, alimentent celles des autres. Les moments de débat offrent également l'occasion de travailler l'écoute, la prise en compte et le respect d'autrui.

### Conclusion

L'APP est devenue populaire dans plusieurs universités, car c'est une méthode d'apprentissage active, efficace et collaborative. L'étudiant est le centre du processus d'apprentissage alors que l'enseignant est identifié comme un guide. Les élèves s'intéressent beaucoup à cette méthode car les connaissances et les compétences obtenues seront appliquées dans leur carrière future.

Dans un environnement d'APP en ligne, les élèves sont plus indépendants et libres dans leurs études. Par ailleurs, l'environnement d'APP en ligne leur fournit des outils, des moyens de communication et des ressources disponibles sur le web. Cela les aide à améliorer leur capacité d'apprentissage, de recherche d'information et d'utilisation des nouvelles techniques. Cependant, les étudiants doivent accorder plus d'intérêt à leurs études, vu le manque de contact direct entre eux et les tuteurs.

L'APP à évoluer rapidement et dans de nombreux domaines, dans le cas de notre étude il s'agit d'utiliser une des stratégies d'instruction de l'APP qui est la stratégie de résolution de problèmes mathématiques de Polya. Notre but est de développer un système d'aide à la résolution de problèmes mathématiques basé sur cette stratégie destiné aux élèves de quatrième et cinquième année primaire en vue d'améliorer les capacités de résolution des problèmes mathématiques de chaque élève.



**CHAPITRE 2 :**  
**Description de la stratégie de POLYA**

## Chapitre2 : Description de la stratégie de POLYA

### Introduction :

La résolution d'un problème fait appel à quatre grandes habiletés : opérer, mathématiser, raisonner et structurer. Des déficiences en rapport avec l'une ou l'autre de ces habiletés entraînent des difficultés importantes dans la démarche.

Dans le domaine des mathématiques, l'une des principales approches de la résolution de problèmes fut celle du mathématicien **Polya (1965)**. Selon lui, « la résolution de problèmes est basée sur des processus cognitifs qui ont pour résultat de trouver une sortie à une difficulté, une voie autour d'un obstacle, de manière à atteindre un objectif qui n'était pas immédiatement atteignable » (**Polya, 1965**). Dans ce chapitre il s'agit de mettre la lumière sur les stratégies de résolution de problèmes et en particulier la stratégie de Polya ainsi que l'évolution des systèmes d'apprentissage assisté par ordinateur.

### I. LES STRATÉGIES GÉNÉRALES DE RÉOLUTION DE PROBLÈMES :

La recherche dans le domaine de la résolution de problèmes a mis en lumière certains éléments. D'abord, il s'agit d'un processus qui se déroule par étapes, qui se succèdent dans un ordre plus ou moins variable. De plus, au cours de ces étapes, on remarque que, dans un domaine donné, les experts recourent davantage à des stratégies pour aider les moins habiles. Selon les différents auteurs on distingue quatre ou cinq étapes principales. Ainsi, (**Polya, 1968**), un précurseur dans ce domaine, identifie les étapes suivantes pour la résolution des problèmes en mathématiques: 1) comprendre le problème; 2) élaborer un plan de résolution; 3) exécuter le plan et 4) évaluer les résultats.

Les étapes proposées présentent en effet l'avantage d'être simples et transférables à divers domaines d'application. Les personnes expérimentées n'appliquent pas nécessairement ce processus à la lettre, mais elles ont tendance plus que les autres à s'engager spontanément dans des activités métacognitives. Ces personnes sont par exemple plus enclines que les novices à planifier et à évaluer en cours de route l'efficacité de leur action. Avant de décrire de stratégie de Polya nous allons présenter d'autres stratégies de résolution de problèmes :

#### 1. Le modèle de Newman :

**Newman (1977)** a analysé les erreurs commises par les élèves lors de la résolution des problèmes écrits. Elle a développé un modèle de classement des erreurs. Elle a identifié une séquence d'étapes dans le modèle d'analyse d'erreurs. Ce modèle est appelé «modèle d'analyse d'erreur de Newman ». La séquence des étapes du modèle postulat est: Lecture, compréhension, Transformation, Processus et encodage. Les étapes sont élaborées comme suit:

- 1- les capacités de lecture ; l'élève peut-il effectivement décoder la question ? Est-ce que l'enfant reconnaît les mots ou les symboles dans la question ?
- 2- Compréhension : une fois que l'élève a décodé les mots ou les symboles, peut-il comprendre la question :

- a- En ce qui concerne la compréhension générale de thème mathématique et
  - b- En ce qui concerne les expressions et les symboles mathématiques spécifiques ?
- 3- la transformation : l'élève peut-il choisir un procédé ou un algorithme approprié pour résoudre le problème ?
- 4- des compétences de processus : l'élève peut-il faire exactement l'opération (s) qu'il ou elle a choisi au stade de la transformation ?
- 5- Codage : l'élève peut-il rapporter sa réponse, revenir à la question originale pour enregistrer la réponse sous une forme appropriée? Adapté de **(Dickson, Brown et Gibson, 1984)**

### 2. Le modèle de Mayer et ses collègues :

Mayer et ses collègues ( **Mayer , 1985; Mayer , Larkin et Kadane , 1984** ) ont identifié quatre phases de résolution de problèmes mathématiques : (1) traduction de problème , (2) l'intégration de problème , (3) planification de la solution , et (4) l'exécution de la solution.

- Pendant la phase de traduction, l'élève construit une représentation mentale individuelle pour chaque phrase du problème.
- Au cours de la phase d'intégration, l'élève intègre l'information à travers des phrases.
- Au cours de la phase de planification, l'élève élabore un plan pour résoudre le problème.
- Enfin, pendant la phase d'exécution, l'élève se focalise sur les calculs préconisés dans le plan.

### 3. Le modèle d'Audy :

Dans une approche de pédagogie, (**Audy, 1989**) découpe le processus de résolution de problèmes en trois phases séquentielles : input (stratégies d'observation), élaboration (stratégies de recherche de solution) et output (stratégies de réponse). Chaque phase regroupe un ensemble de stratégies en plus d'être surplombée de 4 stratégies métacognitives.

### 4. Modèle de résolution de problème basé sur un schéma :

S'appuyant sur les travaux de (**Marshall, 1995**), (**Mayer, 1999**), et **Riley et al. (1983)**, un autre modèle de résolution de problème est décrit. Cette stratégie est appelée instruction à base de schéma (Schema Based Instruction –SBI- en anglais). Les éléments essentiels de ce modèle sont quatre étapes de résolution de problèmes distincts, mais liés. Les quatre étapes sont : (1) l'identification du schéma du problème (i.e. chaque problème est décrit par un schéma), (2) la représentation, (3) la planification, et (4) la solution. La connaissance conceptuelle correspondante pour chaque étape inclut la connaissance du schéma, la connaissance de l'élaboration, la connaissance stratégique, et la connaissance de l'exécution.

**-Connaissance de schéma et identification du schéma du problème:** Une fonction critique de l'instruction à base de schéma est le modèle ou la reconnaissance du schéma, qui implique la connaissance schématique pour l'identification des problèmes (Mayer, 1999). L'élève doit identifier le schéma conceptuel du problème (voir figure 11.... chapitre 3). Ce schéma décrit la situation du problème.

**-Connaissance d'élaboration et représentation du problème :** La deuxième étape consiste à élaborer un schéma ou un modèle qui correspond à la représentation du problème identifié dans la première étape. Plus précisément, cette étape implique l'élaboration sur les "principales caractéristiques de la situation ou d'un événement autour duquel le schéma a été élaboré " (Marshall, 1995). La compréhension est démontrée par la façon dont l'élève reproduit les détails du problème sur le diagramme de schéma.

**-Connaissance stratégique et planification de la solution du problème :** La troisième étape se réfère à la planification , ce qui implique ( a ) la mise en place des objectifs et sous-objectifs , ( b ) sélectionner l'opération appropriée (par exemple , l'addition ) , et ( c ) écrire l'équation mathématique . Un élève peut réussir à identifier et élaborer un schéma spécifique à un problème, mais peut aussi ne pas démontrer une connaissance stratégique pour planifier la solution.

**-Connaissance d'exécution et solution du problème :** La dernière étape de la résolution de problèmes est d'exécuter le plan. Les connaissances d'exécution consistent en des techniques qui conduisent à la solution du problème, comme par exemple l'exécution d'un algorithme.

## II. La Stratégie de Polya :

Savoir résoudre un problème, cela s'apprend ! C'était le credo du mathématicien hongrois George Polya quand il publia en 1945 son livre « *How to solve it* », en Français « Comment le résoudre ». Traduit dans plus de 17 langues et vendu à l'époque à plus d'un million d'exemplaires, le livre de George Polya est vite devenu la bible des étudiants en science. Brillant pédagogue, Polya avait identifié les quatre principes élémentaires à respecter pour se donner un maximum de chances de résoudre un problème posé :

### 1. Comprendre le problème :

En premier lieu, il faut comprendre le problème et son énoncé. La plupart du temps, le simple fait de ne pas bien maîtriser la signification d'une partie même infime du problème empêche de poursuivre le raisonnement. Aux yeux de Polya, il faut se poser certaines questions références ayant pour objet de vérifier que l'on a bien tout compris.

### 2. Concevoir un plan :

L'apprenant dans cette étape doit se poser toutes ces questions avant de concevoir son plan de résolution. Dans le cas de la résolution des problèmes mathématiques écrits, l'apprenant doit

dégager un plan de résolution lui permettant d'utiliser les données du problème pour en produire le résultat escompté. Dans notre cas nous proposons aux apprenants d'utiliser les arbres de solution pour trouver la solution du problème posé. A cet effet, l'apprenant doit être capable de reconnaître les opérandes et les operateurs à utiliser dans l'arbre de solution. Cette approche est une variante de l'apprentissage à base de schéma appelé en anglais (schema based Instruction).

### **3. Mettre le plan à exécution :**

Dans ce contexte, l'apprenant doit mettre en application le plan de résolution établi dans l'étape précédente, il s'agit dans le cas de résolution de problèmes mathématiques de mettre en œuvre les compétences procédurales et les compétences cognitives (raisonnement) se rapportant respectivement à la connaissance des techniques de l'addition et de la soustraction et l'ordonnancement des opérations dans le cas des problèmes à plusieurs phases de résolution.

### **4. Revenir sur sa solution**

Pour ce qui est de la résolution des problèmes mathématiques, cette étape sert à vérifier le résultat obtenu. Cette vérification consiste à proposer à l'apprenant une reformulation du même problème afin de valider sa solution.

## **III.Système d'enseignement assisté par ordinateur**

Les années soixante sont les années d'apparition des premiers systèmes d'enseignement informatique, ils consistaient tout simplement à présenter à l'apprenant une notion particulière et ensuite à l'interroger et lui posant différentes questions. Dès ces années l'évolution des systèmes d'enseignement est très importante jusqu'à l'apparition d'hypertexte et d'hypermédia, dans une tentative d'exploiter ces technologies dans l'éducation, sont apparus les hypermédias éducatifs et l'enseignement à distance.

### **1. L'ordinateur pour l'enseignement, aspects historiques**

La période antérieure à 1970 a vu l'émergence des systèmes d'Enseignement Assisté par Ordinateur (EAO). A partir du constat de certaines limites de ces systèmes, les recherches se sont appuyées sur les techniques d'Intelligence Artificielle (IA) pour concevoir des systèmes plus souples, plus interactifs, s'adaptant mieux à l'utilisateur pour l'aider à apprendre. C'est ainsi que ce domaine de recherche s'est développé depuis 1970 environ aux Etats-Unis, et depuis le début des années 80 en France, sous l'appellation initiale d'Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (EIAO). La décennie 80-90 a été marquée par les Systèmes Tutoriels Intelligents (STI), en très forte liaison avec le développement en IA des systèmes à base de connaissances. Elle s'est terminée en 1990 par un changement d'appellation pour le sigle EIAO, signifiant Environnement Interactif d'Apprentissage avec Ordinateur évoquant la volonté de concevoir des systèmes interactifs d'aide à la résolution de problèmes en recherchant la coopération des différents acteurs du système.

### 2. Enseignement Assisté par Ordinateur (E.A.O.)

Les premiers systèmes d'enseignement assisté par ordinateur sont nés au début des années soixante (**Merlet, 1994**). C'est une démarche de formation utilisant des méthodes, des techniques et des moyens informatiques comme outils de création et de présentation du cours dans une session d'EAO. Elle se déroule de manière cyclique : présentation d'informations et d'une question, réponse de l'apprenant, analyse de la réponse puis continuation ou branchement à une autre partie du cours. De façon générale, ces logiciels sont assimilables à des automates d'états finis déterministes

L'EAO a réalisé le passage de cours magistraux présentés par l'enseignant à des systèmes plus riches et plus performants utilisant différents outils d'enseignement. Contrairement au cours magistral, dans lequel l'apprenant reçoit passivement l'information, l'EAO permet d'introduire un genre d'interactivité dans l'enseignement, tel que l'utilisation des moyens multimédias (images fixes ou animées et son aux côtés de texte écrit).

Les didacticiels de l'EAO sont incapables de résoudre eux-mêmes les problèmes qu'ils posent, d'organiser ou de diriger un dialogue correspondant au profil d'un apprenant et d'effectuer des rétroactions. Ce manque de flexibilité dans l'interaction homme-machine ne permet pas d'ajouter de nouvelles notions au sujet d'enseignement ou nouvelles tâches pédagogiques. Ils ne permettent pas à un enseignant ou un expert du domaine de modifier la manière à enseigner sans réimplanter le système à chaque étape (**Laffi, 2000**).

### 3. Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur (E.I.A.O.) et Système Tuteur Intelligent (STI)

Les applications des techniques et des principes de l'intelligence artificielle (IA) à l'enseignement par ordinateur ont donné une naissance à un certain nombre de dénominations pour caractériser les produits qui en sont issus. Parmi les plus fréquemment utilisés, on peut citer les termes « Enseignement Intelligemment Assisté par Ordinateur » (Intelligent Computer Aided Instruction), "Système Tuteur Intelligent" (Intelligent Tutoring System) et "Environnement Intelligent d'Apprentissage" (Intelligent Learning Environment)

L'EIAO (**Bertrand, 2001**) est une reprise de la problématique de l'EAO par l'intelligence artificielle. Avec le progrès des outils de représentation et de traitement des connaissances, des interfaces homme-machine et des systèmes experts ; l'espoir de développer des tutoriels réellement intelligents a vu le jour, ces systèmes sont caractérisés par :

- Une modélisation des connaissances du domaine et des mécanismes de raisonnement, qui dote les systèmes de la capacité de résoudre des problèmes et de répondre à des questions non explicitement prévues.
- Une modélisation (ou prise en compte) de l'apprenant pour permettre au système de s'adapter dynamiquement et de façon individualisée à son interlocuteur, connaissant son degré de maîtrise des connaissances du domaine et son comportement.
- Une modélisation des stratégies tutoriels, qui autorise le système à intervenir en fonction de la situation, d'objectifs pédagogiques ou du modèle de l'apprenant

- Des capacités de communication souples et variées, avec des possibilités d'intervention et de prise d'initiative de l'apprenant.

Ces idées justifient l'adverbe « intelligemment » ajouté au sigle EAO, à la fois en terme d'intelligence du système et en terme de problématique et de techniques relevant de l'IA.

En très forte liaison avec le développement en IA des systèmes à base de connaissances et en particulier des premiers systèmes experts, les STI (Intelligent Tutoring Systems - ITS) sont nés dans les années 90 à partir d'une idée simple : on dispose d'un système expert pour la résolution de problèmes, d'une base de connaissances pour un domaine, on ajoute un module pour assurer le transfert de connaissances du système vers l'utilisateur et on obtient un système d'apprentissage individualisé qui va servir à former les étudiants en complément à un enseignement classique dispensé par exemple sous forme de cours magistraux.

Généralement, l'architecture des STI comporte quatre composants indépendants : le module « expert du domaine », le module « modèle de l'élève », le module « tuteur » et le module « interface » (**Baron, 1994**). L'expert possède la maîtrise du domaine à enseigner, le tuteur surveille et dirige l'acquisition des connaissances et des raisonnements, le modèle de l'apprenant permet d'intégrer le comportement de ce dernier dans le STI et l'interface assure le dialogue entre l'apprenant et le système.

#### **4. Les Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur (EIAO)**

C'est aux environs de 1990 que s'opère un changement dans la vision de l'apprentissage. On passe d'une vision qui était jusqu'alors centrée sur le transfert de connaissances à une vision selon laquelle l'apprenant construit son apprentissage en interagissant avec un environnement (**Bruillard, 1994**). Il s'agit de confronter l'apprenant à un environnement dont le niveau de connaissances est supérieur au sien, provoquant ainsi un écart qu'il va essayer de combler en acquérant et remettant en cause ses connaissances, au fur et à mesure de ses interactions avec le système. Ainsi, l'appellation Environnements Interactifs d'Apprentissage avec Ordinateur (EIAO) est proposée pour se démarquer de l'ancien sigle, trop limité aux travaux concernant les STI, et concevoir des environnements d'apprentissage (Interactive Learning Environments - ILE) regroupant également les approches du type micro monde.

A l'opposé des systèmes « tuteurs », un système de type « micro monde » laisse toute l'initiative à l'élève. Ce type de système fournit un certain nombre d'objets ou primitives de base que l'élève utilise pour concevoir des objets plus complexes au fur et à mesure de l'exploration. Une illustration de ce type de système est donnée par le logiciel Cabri-Géomètre, un micro monde pour expérimenter la géométrie. Il permet à son utilisateur de construire des figures géométriques possédant certaines propriétés à partir d'objets élémentaires comme des points, droites, etc. Ces figures peuvent ensuite être déformées tout en conservant leurs caractéristiques géométriques.

L'évolution rapide des matériels, des logiciels et interfaces de communication homme-machine ont permis d'accroître fortement l'interactivité pour concevoir des systèmes interactifs d'aide à la résolution de problèmes avec une forte communication tout au long du processus d'apprentissage, tout en assurant des tâches de guidage tutoriel et de contrôle des activités de l'apprenant pour favoriser son apprentissage.

### IV.Exemple de système utilisant la stratégie de polya :

#### ❖ MATHCAL

(Chang et ses collègues 2006) ont proposé un système assisté par ordinateur appelé MathCAL, basée sur les quatre étapes de résolution des problèmes mentionnées par Polya: (I) la compréhension du problème, (II) L'élaboration du plan, (III) l'exécution du plan et (IV) l'évaluation de la solution. Le système aide à améliorer les compétences de la résolution des problèmes des étudiants dans chaque étape. Par exemple, la représentation du schéma est utilisée comme solution d'assistance à l'étape III. Le système proposé a été évaluée en procédant à une expérience utilisant les élèves de cinquième année à l'école primaire. Les deux questions suivantes ont été explorées dans cette étude:

- Comparer la capacité de résolution de problèmes avant et après l'expérience.
- Est-ce que l'assistance fournie à divers stades de la résolution aidé les élèves dans leur résolution de problèmes.

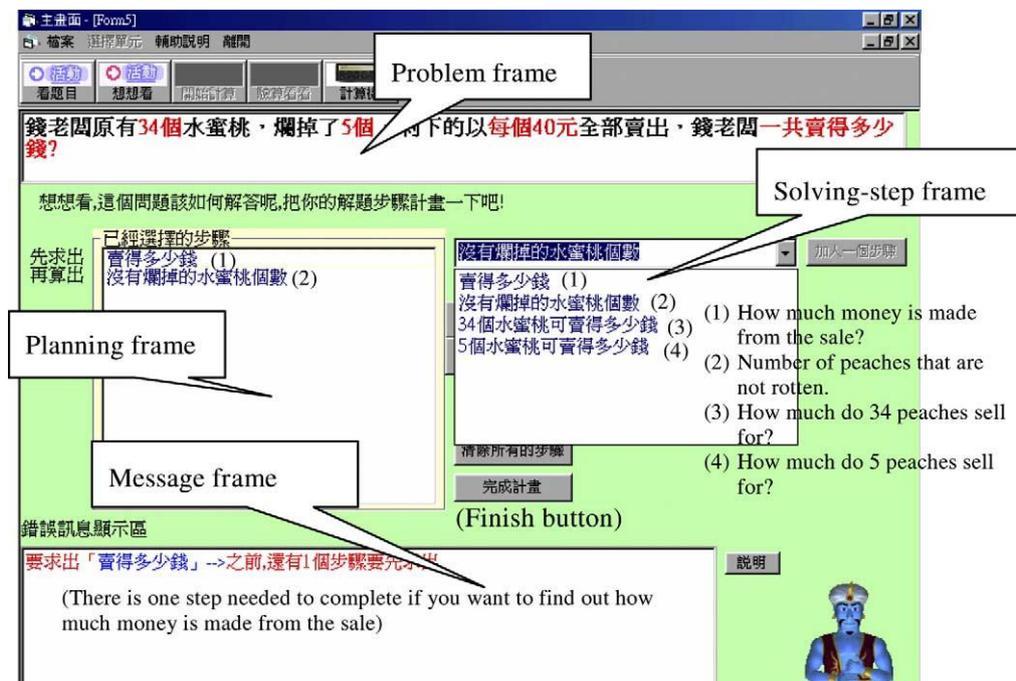
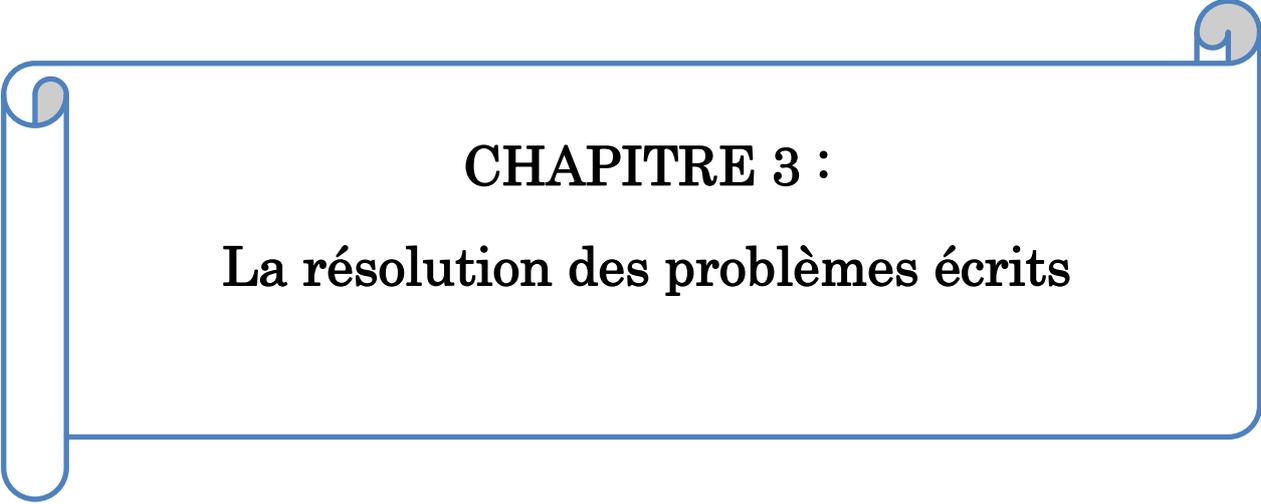


Figure 6 : Capture d'écran de MathCal

### **Conclusion :**

Dans ce chapitre nous avons étudié rapidement la stratégie de résolution de problème par le didacticien **George polya**, qui présente une importance particulière, car elle permet aux élèves d'évaluer leurs capacités de résolution des problèmes en instaurant une technique qui repose sur quatre étapes différentes lors desquelles l'élève arrive par sa façon de traiter le problème à une solution qui est elle-même analysée pour s'assurer de l'efficacité du résultat obtenu.

Cette stratégie s'est répondeu par l'utilisation d'autres moyens et systèmes de résolution de problèmes tels que l'enseignement assisté par ordinateur, qui a pu créer un environnement avec lequel l'apprenant devait se familiariser pour une prise en charge des problèmes et leur résolution par l'exploitation et l'utilisation des techniques d'intelligence artificielles, des systèmes plus souples, plus interactifs, s'adaptent mieux à leur utilisateur.



**CHAPITRE 3 :**  
**La résolution des problèmes écrits**

### Chapitre 3 : La résolution des problèmes écrits

#### Introduction :

La résolution de problèmes est une activité essentielle dans le domaine des mathématiques. En effet, ces activités permettent d'apporter du sens aux apprentissages faits en classe. Ils permettent également de faire des liens entre les différents apprentissages.

Cette activité pose beaucoup de difficultés aux élèves et donc aux enseignants qui ne savent pas comment aider les élèves, puisque jusqu'ici, les programmes officiels ne proposent pas de solutions même s'ils remarquent que c'est une activité essentielle et complexe.

La résolution de problème mathématiques nécessite de se représenter l'énoncé mentale de manière experte. La finalité de l'apprentissage consiste à aider les élèves à approcher cette représentation mentale qui n'est pas innée chez l'enfant de cycle 3. L'aide par les schémas consiste à inciter les élèves à schématiser différents problèmes pour ensuite comparer les schématisations obtenues et enfin, leur permettre de s'en approprier certaines. Dans ce chapitre nous nous intéressons aux types de problèmes écrits, à l'instruction à base de schémas et aux arbres de solution.

#### I. Les types de problèmes écrits :

##### 1. Typologie de VERGNAUD (types de problème) :

Le didacticien **G. Vergnaud** distingue deux types de problèmes numériques, les « problèmes de type additif », dont la résolution met en jeu des additions ou des soustractions, opérations mathématiques appartenant au même champ conceptuel et les « problèmes de type multiplicatif », mettant en jeu des multiplications ou des divisions..

**Vergnaud** distingue quatre catégories de problèmes additifs, étant étudiées à l'école primaire, dans chaque cas, on connaît deux informations sur les trois. Le problème consiste donc à rechercher la valeur de l'information manquante.

Le tableau suivant donne la signification des symboles utilisés pour décrire les classes de problèmes.

**Table 1 :** Symboles utilisés dans la classification des problèmes

Symbole	Signification
○	représente une transformation positive ou négative.
□	représente un état
{	représente la composition d'états
→	représente la transformation
↑	représente la relation entre états

### 1. 1. Les problèmes additifs :

a. **La composition d'états:** deux états se composent pour donner un troisième état.



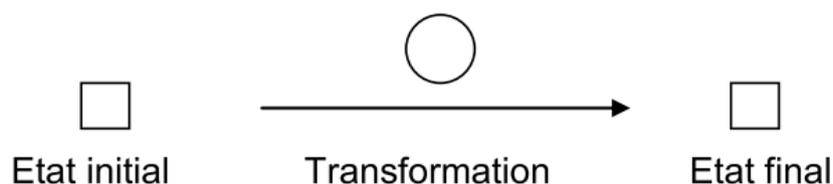
**Figure 7 :** schéma représentant le problème de type « composition d'état ».

**Exemple :** Dans une classe, il y a 15 filles (état 1) et 12 garçons (état 2). Il y a en tout 27 élèves dans cette classe (composée des deux états).

Selon la valeur à chercher dans le problème, on peut distinguer deux types de questions relatives à cette catégorie de problèmes : recherche de l'un des états, ou recherche de la composée des deux états.

b. **La transformation d'état :** une transformation opère sur un état initial pour donner un état final.

Le problème consiste à rechercher la valeur de l'état initial (si on connaît les valeurs de la transformation et de l'état final), ou la valeur de la transformation qui peut être négative ou positive (si on connaît les valeurs des états initial et final), ou encore la valeur de l'état final (si on connaît les valeurs de l'état initial et celle de la transformation).



**Figure 8 :** schéma représentant le problème de type « transformation d'état ».

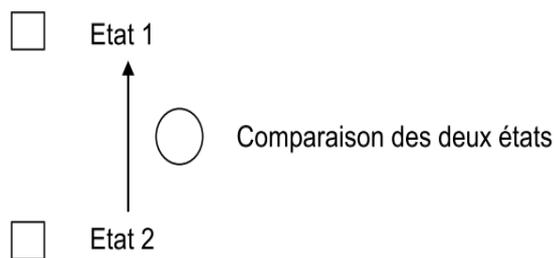
**Exemple :** Avant la récréation, Asma avait 15 billes (état initial). Elle en a gagné 6 pendant la récréation (transformation, positive ici). Elle en a maintenant 21 (état final). Selon la valeur manquante que l'on cherche, on peut imaginer six types de questions pour ce problème présenté dans la table 3 suivante :

## Chapitre 3: La résolution des problèmes écrits

**Table 2 :** Valeurs recherchées selon le type de la transformation.

	Recherche de l'état final	Recherche de la transformation	Recherche de l'état initial
Transformation positive	$e_i \xrightarrow{t^+} E_F$	$e_i \xrightarrow{T^+} e_f$	$E_i \xrightarrow{t^+} e_f$
Transformation négative	$e_i \xrightarrow{t^-} E_F$	$e_i \xrightarrow{T^-} e_f$	$E_i \xrightarrow{t^-} e_f$

**c. La comparaison d'états :** on quantifie l'écart entre deux états.



**Figure 9 :** schéma représentant le problème de type « comparaison d'états ».

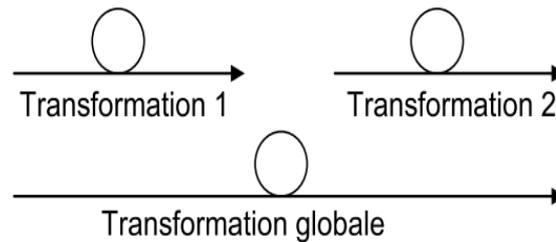
**Exemple :** Ali à 12 billes (état 1), Omar en a 19 (état 2). Omar a 7 billes de plus que Ali (comparaison des deux états).

Là encore, six types de questions relatives à cette catégorie de problèmes peuvent être proposés en fonction de l'information cherchée.

**Table 3 :** Etats recherchés selon le type de comparaison.

	Recherche de l'état 1	Recherche de la comparaison	Recherche de l'état 2
Comparaison positive	$E_1 \uparrow c^+$ $e_2$	$e_1 \uparrow C^+$ $e_2$	$e_1 \uparrow c^+$ $E_2$
Comparaison négative	$E_1 \uparrow c^-$ $e_2$	$e_1 \uparrow C^-$ $e_2$	$e_1 \uparrow c^-$ $E_2$

**d. La composition de transformations :** deux transformations se composent pour en donner une troisième. On ne connaît pas la valeur des états initial, intermédiaire et final.



**Figure 10 :** schéma représentant le problème de type « composition de transformations ».

Exemple : Ali a perdu 6 billes à la récréation ce matin (transformation 1). A la récréation de cet après-midi, il en a gagné 13 (transformation 2). Sur toute la journée, il en a gagné 7 (transformation globale).

Pour ce type de problèmes, un grand nombre de questions peut être posé. Elles dépendent de ce qui est cherché (transformation globale ou l'une des deux transformations), du signe des transformations (négatives ou positives, de même sens ou de sens contraire).

### 1. 2. Les problèmes multiplicatifs

Contrairement aux problèmes de type additif, les problèmes de type multiplicatif sont souvent quaternaires et non ternaires, c'est à dire qu'ils mettent en jeu quatre nombres, dont l'un peut être égal à 1 (problème de division classique)

Ils peuvent être schématisés par un tableau de nombres, appelé tableau de proportionnalité.

L'utilisation de ces tableaux de nombres peut se faire très tôt : dès l'approche de la multiplication au CE1.

Elle permettra une bonne approche des fractions et des décimaux en liaison avec les fonctions numériques, la simplification de la résolution des problèmes multiplicatifs, ainsi que la modélisation de ces derniers par des phrases mathématiques, notamment si l'on remplace le ?, nombre cherché, par X.

Les représentations symboliques, les modélisations mathématiques, constituent des traces écrites favorisant chez les enfants la mise en œuvre de procédures de vérification et de contrôle, aussi bien pour les problèmes additifs que multiplicatifs. Cet aspect important ne saurait être négligé.

- a. **La comparaison multiplicative de grandeurs :** cette catégorie ressemble à la comparaison d'état des problèmes additifs. La différence, importante, est qu'on ne va pas quantifier l'écart entre les deux états mais trouver le rapport entre les deux grandeurs.

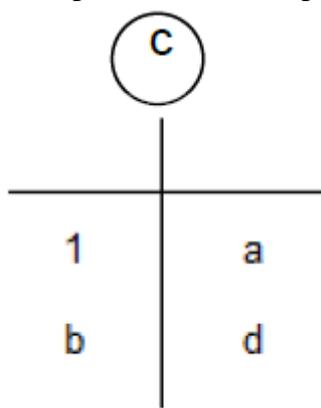


**Figure 8 :** schéma représentant le problème de type «comparaison multiplicative de grandeurs».

**Exemple :** Asma a six billes (état 1). Omar en a 18 (état 2). Il en a 3 fois plus que Asma (rapport entre les deux états).

Le problème peut porter sur la recherche du rapport entre les deux états si on connaît leurs valeurs, ou sur la recherche de la valeur de l'un des deux états connaissant la valeur de l'autre et la valeur du rapport entre les deux états.

- b. La proportionnalité simple :** il s'agit d'une relation entre deux grandeurs, par exemple entre un nombre d'objets et son prix. Il est possible que ce type de problèmes mette en jeu un coefficient de proportionnalité, mais ce n'est pas forcément le cas. On schématise ce type de problème par un tableau de proportionnalité.



**Figure 9 :** schéma représentant le problème de type «La proportionnalité simple».

**Exemple :** Asma achète 4 (= b) kilogrammes de bananes à 150 (= a) Dinars le kilogramme. Elle paie donc 600 (= d) Dinars.

La question du problème peut porter sur la valeur d'une part c'est-à-dire la partition (a), le nombre de parts c'est-à-dire la quotients (b), ou la valeur (d) d'un certain nombre de parts (b) connaissant également la valeur d'une part (a). Si on ne connaît pas la valeur d'une part (le chiffre 1 n'apparaît alors pas dans le tableau), la question peut alors porter sur le coefficient de proportionnalité (c).

- c. La proportionnalité simple composée :** il s'agit ici de deux relations entre des grandeurs. Un schéma n'apporterait pas plus d'informations.

**Exemple :** Dans l'immeuble d'Asma, l'escalier comporte 18 marches entre chaque étage. Elle habite au 3<sup>e</sup> étage (elle descend donc 54 marches à chaque fois qu'elle sort de chez elle : relation 1). Si elle sort 4 fois de chez elle dans la journée, elle descendra 216 marches (relation 2 entre le nombre de marches qu'elle descend et le nombre de fois où elle les descend).

- d. La proportionnalité double :** catégorie de problèmes difficile à distinguer de la précédente, elle diffère par le fait que l'on recherche une grandeur-produit en partant de deux domaines de grandeurs indépendants.

**Exemple :** Dans un hôtel, une chambre coûte 500 Dinars par personne et par nuit. La famille d'Asma, qui comporte 7 membres, passe 5 jours dans cet hôtel. Si chacun prend une chambre, la famille paiera 17500 Dinars.

Il existe deux cas particuliers à cette catégorie de problèmes :

**-Le produit cartésien de deux ensembles :**

**Exemple :** Ali possède 5 tee-shirts et 3 pantalons. Il peut ainsi s'habiller de 15 manières différentes.

**- Les configurations rectangulaires :**

**Exemple :** Une tablette de chocolat comporte 4 carrés dans une dimension et 7 dans l'autre. Il y a donc 28 carrés de chocolat sur cette tablette.

## II. L'instruction à base de diagrammes schématiques:

Ce type d'instruction utilise la représentation de schéma pour visualiser des concepts dans les problèmes. La représentation de schéma est très utile pour structurer la sémantique du problème.

### 1. Pourquoi utiliser la schématisation pour résoudre les problèmes ?

Pour résoudre un problème, l'élève a d'abord besoin de le comprendre. Or, la compréhension d'un problème passe par la construction de sa représentation. Ainsi, l'aide apportée par l'enseignant à l'élève, devra lui permettre de se construire une bonne représentation du problème traité. D'après (**Monnier, 2003**), le schéma peut aider l'enfant à se construire une représentation du problème traité en se servant de support au raisonnement et en participant au processus d'opérationnalisation.

(**Alain Descaves, 1992**) quant à lui, propose dans son ouvrage des situations didactiques dont l'objectif est d'aider les élèves à donner du sens aux problèmes additifs et multiplicatifs. Parmi ces situations, nous retrouvons la schématisation. D'après lui, il s'agit d'une étape essentielle dans le processus de résolution de problèmes. Les représentations schématiques vont permettre d'alléger la mémoire de travail mais aussi faciliter la construction d'une représentation ainsi que le passage de la représentation à celle de la solution. Et pour finir, la schématisation doit faire l'objet d'un apprentissage spécifique pour les élèves.

(**Willis et Fuson, 1989**) ont rapporté l'utilisation réussie avec les élèves de deuxième année primaire d'une approche soulignant la structure sémantique de la situation de problème : les enfants ont choisi un dessin schématique qui correspond à la structure de problème écrit donné, puis, ont rempli les nombres donnés dans le problème aux emplacements appropriés dans le diagramme schématique, et ont utilisé le diagramme pour décider la procédure de résolution (voir la figure 10). Tous les nombres étaient des nombres de trois chiffres nécessitant une seule opération (regroupement).

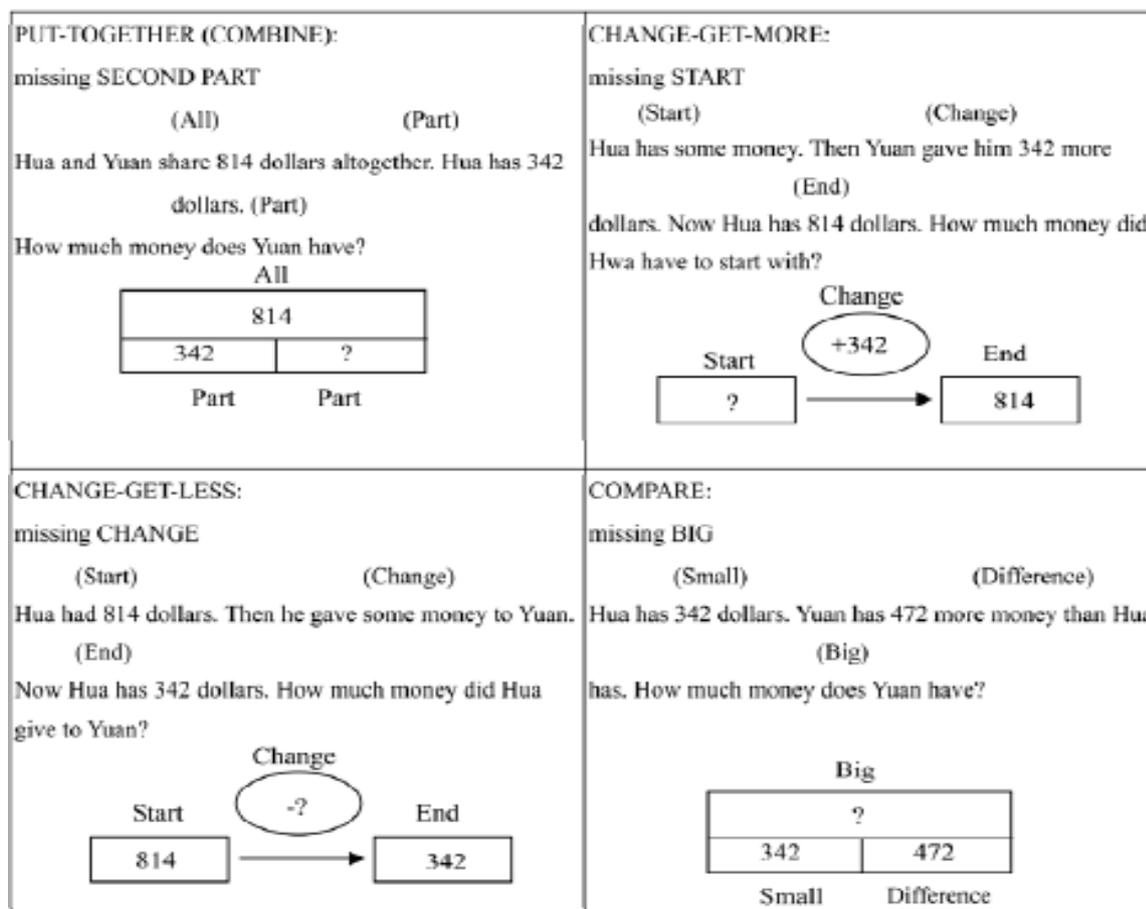


Figure 10 : Exemples de diagrammes schématiques pour chaque type de problème écrit.

## 2. Rôle du diagramme d'un schéma?

Le schéma est un outil qui peut, premièrement, apporter une aide à l'élève dans la construction de sa représentation. En effet, illustrer l'énoncé d'un problème au moyen d'un schéma va permettre de faire ressortir les données essentielles présentes dans l'énoncé afin de les rendre plus accessibles et ainsi soulager la mémoire. Mais cela va aussi permettre d'aider dans la mise en relation des données et à trouver la bonne opération. Cependant, il faut que le schéma traduise avec exactitude la situation proposée dans l'énoncé et qu'il soit maîtrisé. En effet le schéma ne deviendra réellement une aide qu'à partir du moment où l'enfant sera capable de le réutiliser dans un autre contexte que celui dans lequel il l'a appris, c'est-à-dire lorsque l'outil sera maîtrisé. Deuxièmement, le schéma va également pouvoir être utilisé comme un outil de vérification des résultats. Et finalement, le schéma peut également servir pour présenter une solution.

Pour tirer profit de cet outil, nous préconisons fournir une représentation schématique à l'élève dans notre environnement d'apprentissage à base de problèmes.

### 3. En quoi consiste l'aide par les schémas?

Afin que les étudiants puissent développer avec succès des stratégies de résolution de problèmes, ils doivent développer un mécanisme de réflexion sur les catégories de problèmes plutôt que d'attaquer chaque problème comme une tâche distincte. Les chercheurs ont généralement identifié cette approche comme l'instruction "à base de schéma" (**Riley et al, 1983**); Et élaboré par (**Marshall, 1995**). Pour plus de simplicité ici, un schéma est défini comme un cadre pour discriminer entre et l'application des procédures de solution à diverses situations problématiques.

Pour l'addition et la soustraction, les situations problématiques ont été bien définies (voir figure 11). Fuson reconnaît qu'ils ont des noms légèrement différents, mais elle les identifie succinctement composition, transformation, et comparaison (**Fuson, 2003**).

Plusieurs études de recherche, avec un éventail d'auditoires d'étudiants, ont démontré l'utilisation réussie des diagrammes pour soutenir l'instruction basée sur les schémas autour des situations décrites dans les problèmes additifs. Willis et Fuson ont mené des études avec des élèves de deuxième année sur l'utilisation des diagrammes schématiques dans la résolution des problèmes écrits. Ils ont constaté que les élèves qui ont créé un schéma de problème correct ont presque toujours choisis une bonne stratégie de solution. Et les résultats suggèrent que les schémas étiquetés (i.e. ceux qui portent des étiquettes pour chaque partie du problème) aideraient les élèves à mieux identifier le type de problème et de résoudre les problèmes les plus difficiles (**Willis et Fuson, 1988; Fuson et Willis, 1989**).

En outre, les chercheurs ont constaté que les élèves ayant suivis une instruction à base de schémas (i.e. stratégie de résolution de problèmes à base de schémas) ont été en mesure de généraliser l'utilisation de la stratégie à un ensemble de nouveaux problèmes écrits (**Jitendra et al, 1998**). Plus récemment, Jitendra et ses collègues ont étendu leurs recherches en collège, en mettant l'accent sur les situations de multiplication et de division. Encore une fois, les premiers résultats confortent l'hypothèse de l'aide des diagrammes de représentation dans la résolution des problèmes (**Jitendra, 2002**).

L'aide par les schémas est un domaine très vaste. En effet, on peut proposer aux élèves des schémas tout prêts, ou leur demander d'en imaginer, il y a également d'autres possibilités.

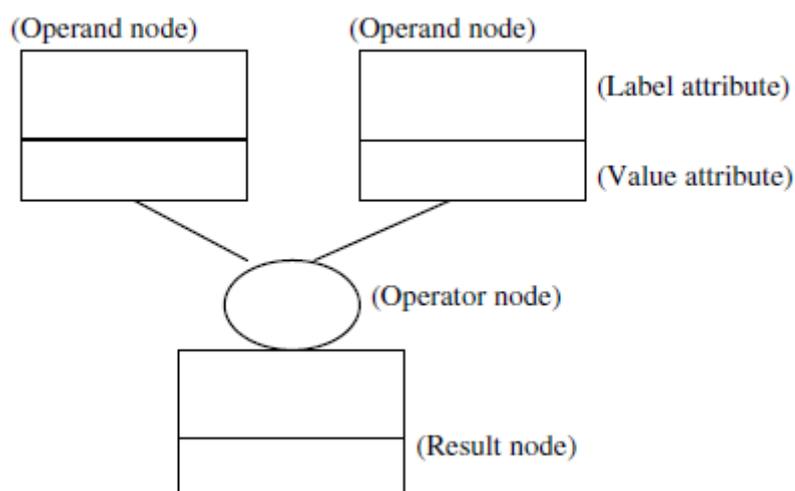
La mise en place de l'aide à la résolution de problèmes mathématiques consiste à enseigner aux élèves les différentes situations rencontrées dans les problèmes mathématiques (voir les types de problèmes de la figure 11) afin qu'ils se font des représentations mentales pour chaque type de problème.

### III. Les arbres de solutions :

Un schéma est une représentation graphique composé (1) de deux nœuds d'opérande ; (2) d'un nœud d'opération et (3) un nœud de réponse. Chaque nœud de l'opérande (les 2 opérandes impliqués dans une opération) possède deux attributs, l'étiquette et la valeur, ce qui représente le sens du nœud (le sens de l'opérande) et sa valeur numérique, respectivement. Les valeurs pour les deux nœuds d'opérande et le nœud d'opération correspondent aux deux opérandes et un opérateur dans l'expression mathématique. La valeur du nœud de résultat est le résultat de l'expression. Par conséquent, on peut

correspondre au schéma une expression, qui à son tour correspond à une étape de résolution de problème.

Les schémas sont combinés, un par un pour former une structure en arbre appelé arbre de solution. Cette arborescence élucide en détail le chemin parcouru pour résoudre le problème, et donc fournit aux étudiants un relevé de leurs procédures de résolution de problèmes.



**Figure11** : Une branche schématique d'un arbre de solution

L'arbre de la solution est une structure arborescente, comprenant les schémas (comme illustré dans la figure 11) qui sont interconnectés par l'intermédiaire de nœuds ayant des étiquettes identiques. Cette structure peut non seulement décrire toute la procédure de résolution de problème en détail, mais peut également aider les élèves à exécuter un plan pour résoudre le problème. En outre, les étudiants peuvent l'utiliser pour exprimer leur compréhension du problème.

### 1. Exemple d'un arbre de solution :

#### Enoncé du problème :

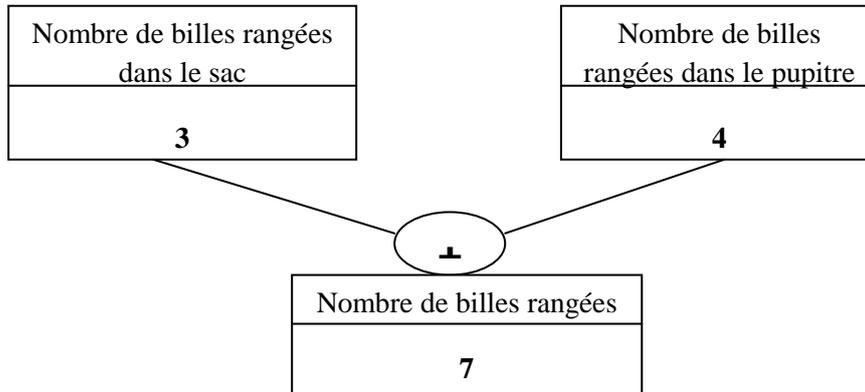
Karima a 9 billes dans ses mains. Elle en range 3 dans son sac et 4 dans son pupitre. Combien lui en reste-t-il dans les mains?

Ce problème est un problème à 2 phases : (1) calcul du nombre de billes rangées par Karima et (2) le nombre de billes restant dans la main de Karima.

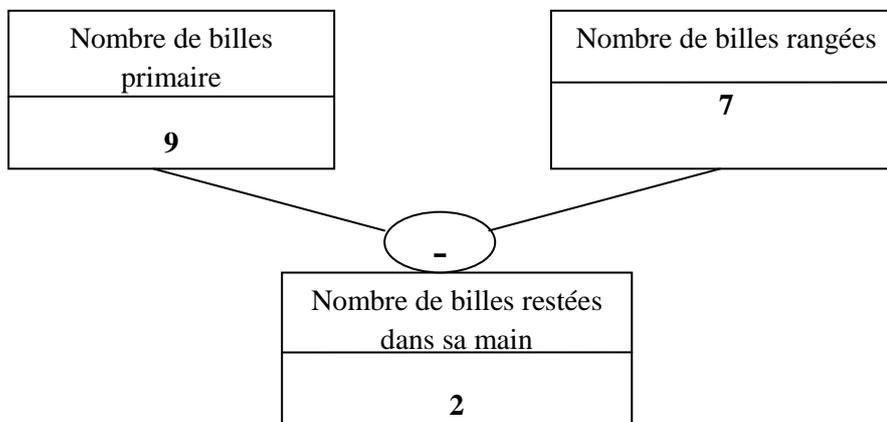
## Chapitre 3: La résolution des problèmes écrits

Voici les étapes de résolution de ce problème :

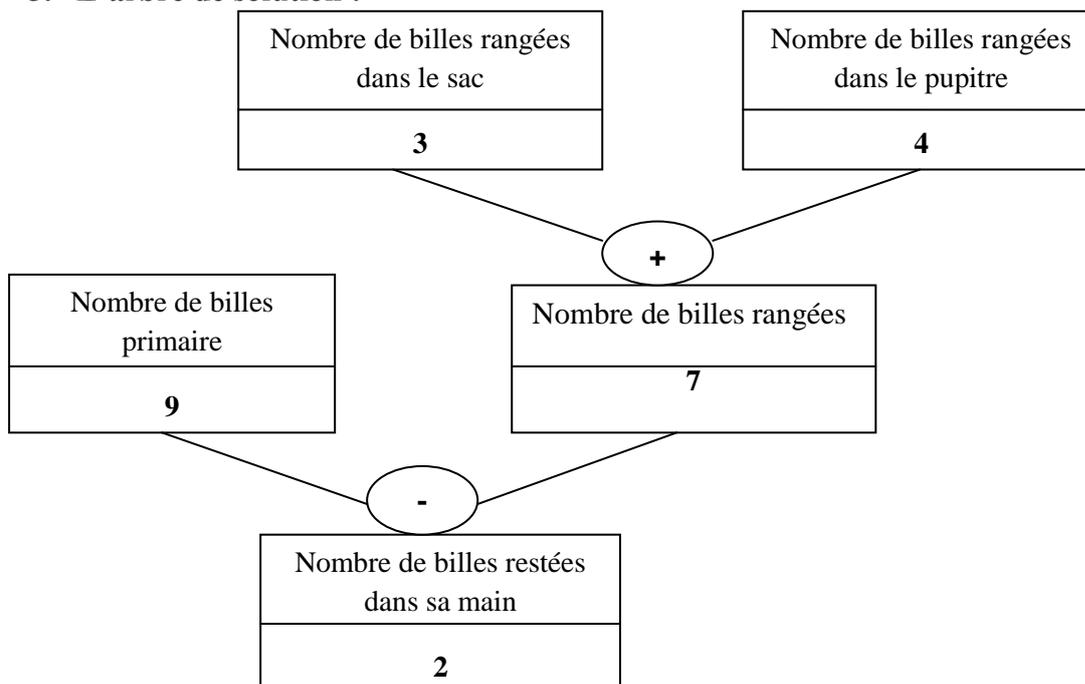
### 1. Calculer combien Karima a rangé de billes en tout :



### 2. Calculer combien de billes reste dans la main de Karima :



### 3. L'arbre de solution :



### **Conclusion :**

La résolution de problèmes est une activité très riche de sens et d'enjeux. Elle tient une place très importante dans l'enseignement des mathématiques car elle permettra aux élèves de construire, d'utiliser et de donner du sens aux connaissances mathématiques.

Les problèmes additifs et multiplicatifs sont résolus par les élèves à l'aide de stratégies de comptage s'exerçant avec du matériel manipulable.

La schématisation peut apporter une aide aux élèves en échec dans le domaine de la résolution de problèmes. Cependant, elle nécessite un apprentissage spécifique car les outils schématiques ne seront utiles à l'enfant que s'ils sont parfaitement maîtrisés et si ce dernier en a compris l'utilité.

Nous préconisons d'utiliser les arbres de solution dans notre système d'aide à la résolution des problèmes mathématiques à plusieurs phases pour aider les élèves à apprendre à résoudre les problèmes mathématiques en utilisant les arbres de solution.

## Conclusion Générale de l'Etat de l'Art

Notre état de l'art s'inscrit dans le domaine de l'enseignement des mathématiques destiné à des élèves qui ont des difficultés de compréhension et de résolution de problèmes, et il a pour objectif le suivi des réactions et du comportement des différents acteurs opérants dans l'enseignement à savoir, l'apprenant, et l'enseignant après avoir introduit une nouvelle approche pédagogique, de nouvelles techniques, et méthodes, pour engager les élèves dans un processus d'apprentissage en mathématique plus agréable.

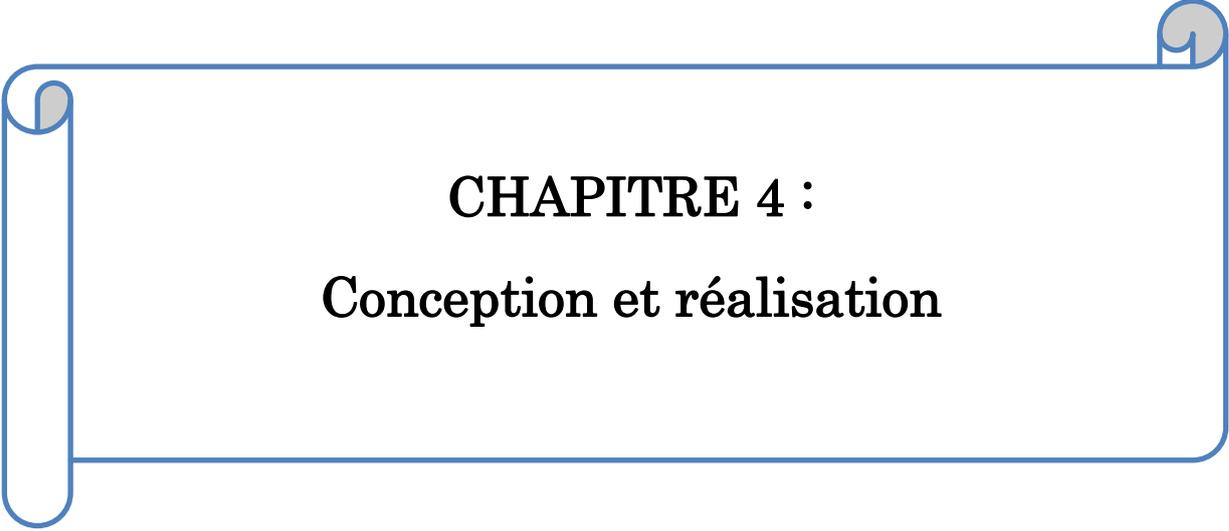
Cette approche appliquée dans les classes du primaire sur des élèves qui utilisaient une méthode traditionnelle mémorisée et passive sans aucun apprentissage dirigé dans la résolution des problèmes de mathématiques.

Les différents chercheurs cités dans ce modeste travail ont mis en œuvre des méthodes qu'ils ont jugées simples, souples, et bénéfiques par rapport aux élèves qui avaient du mal à comprendre et à résoudre les problèmes écrits.

Cette méthode consiste à faire impliquer l'élève dans des situations de résolution de problèmes en suivant plusieurs étapes lui permettant en premier lieu la bonne compréhension du problème, la conception d'un plan de résolution, son exécution, et en fin l'évaluation du résultat obtenu et tout cela en présence de l'enseignant considéré comme dirigeant, afin de diagnostiquer les étapes à laquelle l'erreur s'est produite lorsque l'élève rencontre des difficultés.

La stratégie de Polya est venue en renforcement à cette démarche pour introduire l'outil informatique qu'utilise l'élève pour l'exploitation d'une nouvelle technologie dite apprentissage assisté par l'ordinateur, et qui lui permet l'utilisation de beaucoup de services tels que les moyens multimédias.

Les mots clés qui caractérisent cette approche sont : instruction à base de schémas, stratégie de Polya, les arbres de solution.



**CHAPITRE 4 :**  
**Conception et réalisation**

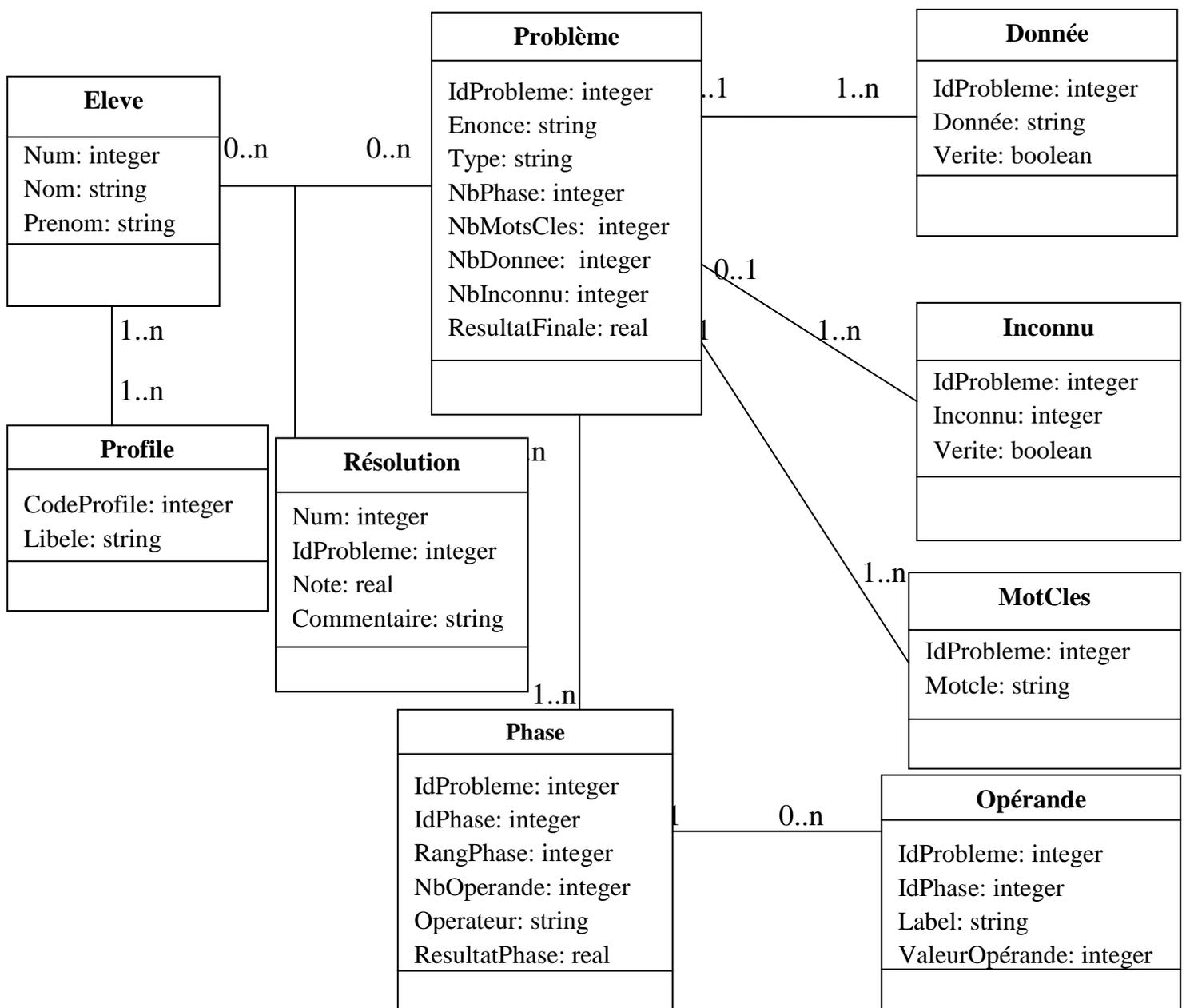
### Introduction :

Ce chapitre est consacré à la partie conception et réalisation de notre travail. Il décrit l'architecture du système réalisé, son fonctionnement, ainsi que l'ensemble des outils utilisés dans la phase d'implémentation.

### I. Structuration des connaissances du domaine :

La conception de notre système nécessite d'abord l'organisation des données concernant les problèmes et leurs solutions. Ces données sont représentées par un diagramme de classe UML comme suit:

#### 1. Diagramme de classe :



### 1. Description :

Le diagramme de classe représente l'organisation globale des données nécessaires au développement de notre application.

- **La table problème** : elle contient :
  - L'identifiant du problème,
  - L'énoncé qui est le texte du problème,
  - Le nombre de phases du processus de résolution,
  - Le nombre de mots clés du problème,
  - Le nombre de données,
  - Le nombre des inconnus du problème
  - Le résultat final.
  
- **La table donnée** : elle contient plusieurs données à afficher sur l'interface de résolution du problème, certaines données sont correctes et d'autres sont fausses présentées à l'élève afin de vérifier s'il reconnaît correctement les données du problème. Les propriétés de cette table sont comme suit :
  - L'identifiant du problème,
  - La donnée du problème,
  - La vérité de la donnée.
  
- **La table inconnue** : elle contient plusieurs inconnus à afficher sur l'interface de résolution du problème, certaines inconnus sont correctes et d'autres sont fausses présentées à l'élève afin de vérifier s'il reconnaît correctement les inconnus du problème. Les propriétés de cette table sont comme suit :
  - L'identifiant du problème,
  - L'inconnu du problème,
  - La vérité de la donnée.
  
- **La table Mots Clés** : représente les mots que l'élève doit sélectionner dans le problème sur l'interface de résolution du problème. Les propriétés de cette table sont comme suit :
  - L'identifiant du problème,
  - Le mot clé du problème.
  
- **La table phase** : représente les phases du problème, chaque phase contient au minimum deux opérande et un opérateur, l'ordonnancement de ces phases s'affiche sur l'interface de l'élaboration du plan, les propriétés de cette table sont comme suit :
  - L'identifiant du problème,
  - L'identifiant de la phase,
  - Le rang de la phase,
  - Nombre d'opérande,

- Opérateur de la phase,
- Le résultat de la phase.
  
- **La table opérande** : cette table contient :
  - L'identifiant du problème,
  - L'identifiant de la phase,
  - Label de l'opérande,
  - Valeur de l'opérande.
  
- **La table élève** : cette table contient :
  - Numéro de l'élève,
  - Nom de l'élève,
  - Prénom de l'élève.
  
- **La table profile** : cette table contient le profile de l'élève {très faible, faible, moyen, bon, excellent} les propriétés de cette table sont comme suit :
  - Code du Profile
  - Libellé du profile
  
- **La table résolution** : cette table contient la solution du problème donné par l'élève avec des commentaires sur les quatre phases, les propriétés de cette table sont :
  - Numéro de l'élève
  - IdProblème
  - Note
  - Commentaire

### 2. Exemple de problème avec les instances :

#### **Problème** :

IdPorobleme : 001

#### **Enoncé du problème** :

Salma a 4 petites poupées. Leila en a une de plus. Combien Salma et Leila ont-elles de poupées ensemble?

NbPhase=2

NbMotsClés=2

NbDonnée=5

NbInconnu=2

RésultFinale=9

Type=facile

## Chapitre4 : Conception et réalisation

---

### **Donnée :**

IdProblème :001

Donnée :

- 1- Nombre de poupées de Salma.
- 2- Nombre de poupée qu'elle a Leila plus que Salma.
- 3- Nombre de poupées de Karima.
- 4- Nombre de balle de Salma.
- 5- Nombre de poupée qu'elle a Salma plus que Leila.

Vérité :

- 1-vrais
- 2-vrais
- 3-fausse
- 4-fausse
- 5-fausse

### **Inconnu :**

Idproblème :001

Inconnu :

- 1- Nombre de poupées de Leila.
- 2- Nombre de poupée de Salma.
- 3- Nombre de robes de Leila
- 4- Nombre de poupée de Salma et Leila ensemble.
- 5- Nombre de robes de Salma et Leila ensemble.

Vérité :

- 1-vrais
- 2-fausse
- 3-fausse
- 4-vrais
- 5-fausse

### **Phase :**

IdProblème : 001

IdPhase : 1

Rang de phase : 1

NbOpérande : 2

Opérateur : +

Résultat de phase : 5

Rang de phase : 2

NbOpérande : 2

Opérateur : +

Résultat de phase : 9

### **Opérande :**

IdProblème : 001

IdPhase : 1

Label de l'opérande 1 : nombre de poupée de Salma.

Valeur de L'opérande 1 : 4

Label de l'opérande 2 : nombre de poupée qu'elle a Leila plus que Salma.

Valeur de L'opérande 2 : 1

IdPhase : 2

Label de l'opérande 1 : nombre de poupée de Salma.

Valeur de L'opérande 1 : 4

Label de l'opérande 2 : nombre de poupée de Leila.

Valeur de L'opérande 2 : 5

### **II. Aperçu globale du système :**

Le but de notre travail, comme annoncé dans la section problématique, est de construire un système didactique ou d'apprentissage de la résolution des problèmes mathématiques à plusieurs étapes pour les élèves de quatrième et cinquième année primaire qui permettra de résoudre différents types de problèmes mathématiques afin, d'une part, aider les élèves à résoudre leurs exercices et d'autre part, les évaluer, pour détecter où réside leur faiblesse.

A cet effet notre système a été fondé sur la base des quatre étapes de résolution de problème de Polya; Lors de la première étape nous avons évalué le degré de compréhension du problème en utilisant les différentes techniques (exemple QCM) et reconnaissance des mot clés du problème, et au cour de la deuxième étape nous avons essayé de savoir si l'élève a pu reconnaître les phases de résolution et leurs rang dans le procédure de résolution de ce problème, ces phases seront utilisées pour établir un plan de résolution sous forme d'une représentation schématique qui sera très utile pour structurer la sémantique du problème. La troisième étape a été consacrée pour exécuter le plan élaboré dans la deuxième étape à l'aide des arbres et enfin lors de la dernière étape l'élève est questionné une dernière fois dans le but d'évaluer et de valider sa réponse.

Notre système commence par l'inscription ou l'identification de l'élève, si ce dernier n'est pas déjà inscrit il devra s'inscrire pour accéder au système. Une fois l'élève identifié, le système choisit pour lui un problème selon qu'il soit nouveau ou ayant déjà un profil (i.e. ayant déjà utilisé le système). Afin d'avancer dans la résolution du problème, l'élève devra résoudre toutes les étapes d'une phase donnée. Le système vérifie à la fin de chaque phase les réponses données par l'élève. Le processus de résolution continu de cette façon jusqu'à arriver à la dernière phase après laquelle le système affiche les rétroactions concernant la solution donnée par l'élève.

#### **1. Les quatre phases de résolution de problème :**

##### **a- La phase de compréhension du problème:**

Cette phase est consacrée précisément à la compréhension du problème et elle est divisée en 3 étapes. Dans la première étape, l'élève est sensé identifier les informations importantes du problème. En se servant de la souris, l'élève clique sur les mots clé du problème (mise en surbrillance) cette étape permet ainsi de savoir si l'élève maîtrise la compétence d'identification des mots clés du problème.

La deuxième et la troisième étape testent les capacités de l'élève à distinguer entre ce qui est donné et ce qui a été demandé dans le problème, et pour cela nous utilisons la technique

## Chapitre4 : Conception et réalisation

QCM (questionnaire à choix multiple) afin que les élèves choisissent les réponses appropriées parmi un ensemble de réponses (vraies et fausses).

Ainsi, notre système dispose des techniques pour statuer convenablement sur la compétence de l'élève dans la phase de compréhension du problème.

Figure12: Capture d'écran de la phase de compréhension du problème

### b- La phase de l'élaboration d'un plan :

Dans cette phase il s'agit de classer correctement les phases du problème à résoudre. Afin d'aider l'élève, nous affichons les différentes phases du problème dans une fenêtre à droite et l'élève classe les phases par ordre ordonnancé dans la fenêtre de gauche. Un commentaire est affiché en bas de la fenêtre pour notifier l'élève s'il a réussi cette étape ou au contraire s'il a commis des erreurs.



Figure13: Capture d'écran de la phase de l'élaboration d'un plan

### c- La phase de l'exécution du plan :

Dans cette phase il s'agit d'exécuter le plan élaboré dans la deuxième phase. Afin d'aider l'élève nous affichons un schéma avec une fenêtre à droite et l'élève sélectionne le label des deux opérandes de la phase et saisie leurs valeurs correspondantes, aussi une liste d'opérateurs s'affiche et l'élève doit aussi choisir l'opérateur convenable, lorsque il termine cette étape il clique sur le bouton suivant et un autre schéma de résolution est affiché pour le calcul de la phase suivante du problème jusqu'à ce que toutes les phases du problème soient calculées. A la fin du processus d'exécution du palan, l'arbre de résolution du problème est affiché.



Figure14: Capture d'écran de la phase de l'élaboration d'un plan



Figure15: Capture d'écran de la phase de l'élaboration d'un plan(arbre de solution)

### d- La phase de révision de la solution :

Afin de valider la solution donnée par l'élève dans les étapes précédentes, le système propose des questions qui sont liées au problème (en changeant par exemple la partie du problème à rechercher) et l'élève doit répondre par vrai ou faux. Après avoir terminé cette étape, l'élève appuie sur le bouton « suivant » pour afficher l'interface d'évaluation des résultats. La solution de chaque phase sera affichée en simultané avec la solution donnée par l'élève afin qu'il puisse reconnaître les parties correctes et les parties fausses de sa solution.

Figure16: Capture d'écran de la phase de l'élaboration d'un plan

### **Conclusion :**

Ce chapitre a été consacré à la partie pratique de notre mémoire, pendant laquelle, nous avons présenté la conception de notre système et son fonctionnement, ainsi que les différents outils utilisés pour sa réalisation.

Cette application se résume en la réalisation d'un système didactique qui est basé sur l'approche APP (apprentissage par problème) , et qui a pour but d'aider les élèves de quatrième et cinquième année élémentaire à résoudre les problèmes mathématiques par l'application des notions de base considérées comme la base de tous les math du cycle éducatif; notre système est divisé en phases (selon la stratégie de résolution de problèmes de Polya) qui servent à analyser les réponses de l'élève et détecter où réside les forces et les faiblesses de celui-ci (pendant la compréhension de l'exercice ou lors de l'exécution du plan "calcul"...etc.) pour cette raison on intègre dans notre système différentes techniques utiles comme les QCM, la sélection des mots clés, la conception schématique de la solution...etc.

### Conclusion générale :

Notre mémoire s'inscrit dans le domaine de l'enseignement des mathématiques destiné à des élèves qui ont des difficultés de compréhension et de résolution de problèmes, et il a pour objectif le suivi des réactions et du comportement des différents acteurs opérants dans l'enseignement à savoir, l'apprenant, et l'enseignant suite à l'introduction d'une nouvelle approche pédagogique, de nouvelles techniques, et méthodes, dans l'intention d'engager les élèves dans un processus d'apprentissage en mathématique en adoptant l'approche apprentissage par problème (APP).

Dans un environnement d'APP en ligne, les élèves sont plus indépendants et libres dans leurs études. Par ailleurs, l'environnement d'APP en ligne leur fournit des outils, des moyens de communication et des ressources disponibles sur le web. Cela les aide à améliorer leur capacité d'apprentissage, de recherche d'information et d'utilisation des nouvelles techniques. Cependant, les élèves doivent accorder plus d'intérêt à leurs études, vu le manque de contact direct entre eux et les tuteurs.

L'APP a évolué rapidement et dans de nombreux domaines, dans le cas de notre étude il s'agit d'utiliser une des stratégies d'instruction de l'APP qui est la stratégie de résolution de problèmes mathématiques de Polya. Notre but est de développer un système d'aide à la résolution de problèmes mathématiques basé sur cette stratégie destiné aux élèves de quatrième et cinquième année primaire en vue d'améliorer les capacités de résolution des problèmes mathématiques de chaque élève

La schématisation peut apporter une aide aux élèves en échec dans le domaine de la résolution de problèmes. Cependant, elle nécessite un apprentissage spécifique car les outils schématiques ne seront utiles à l'enfant que s'ils sont parfaitement maîtrisés et si ce dernier en a compris l'utilité.

Nous avons utilisé les arbres de solution dans notre système d'aide à la résolution des problèmes mathématiques à plusieurs phases pour aider les élèves à apprendre à résoudre les problèmes mathématiques en utilisant les arbres de solution.

Pour cela un système de résolution des problèmes mathématiques assisté par ordinateur a été développé pour aider les élèves de quatrième et cinquième année primaire ayant des difficultés dans la résolution des problèmes écrits afin d'améliorer leurs capacités à résoudre les problèmes écrits d'addition, de soustractions, de multiplication et de division et d'augmenter leur volonté de continuer l'apprentissage. Notre système est basé sur les quatre étapes de résolution de problèmes de Polya, l'accent de l'utilisation de ce modèle était sur la division de la procédure de résolution des problèmes en plusieurs étapes afin de diagnostiquer les étapes où l'élève commet des erreurs lorsqu'il rencontre des difficultés.

### Bibliographie :

**(Alain Descaves, 1992) :** DESCAGES, Alain. Paris : s.n., 1992, Comprendre des énoncés, résoudre des problèmes. Hachette Éducation Technique.

**(Audy 1989) :** Audy, P. (1989). Actualisation du potentiel intellectuel (API), les composantes et les méta-composantes de l'efficacité cognitive (rapport). Abitibi Témiscamingue: Université du Québec en Abitibi Témiscamingue.

**(Baron 1994) :** Baron, M. 65, 1994, EIAO, quelques repères. Technologie de l'information, culture et société. Editions Harmattan.

**(Bertrand 2001) :** Claude Bertrand; les enjeux pédagogiques des TICE : questions pour un usage raisonné ; IUFM Aix-Marseille, Septembre 2001.

**(Bruillard 1994) :** Bruillard, E. et Vivet M. (1994). Concevoir des EIAO pour des situations scolaires, approche méthodologique. Didactique et Intelligence Artificielle. La Pensée Sauvage.

**(Chang, 2006):** Chang, Kuo-En, Sung, Yao-Ting et Lin, Shiu-Feng. 2006. Computer-assisted learning for mathematical problem solving., Computers & Education, Vol. 46, pp. 140–151.

**(Cockrell et coll., 2000) :** Cockrell, K. S., Caplow, J. A. H., & Donaldson, J. F. (2000). A context for learning: collaborative groups in the problem-based environment. The Review of Higher Education, 23(3), 347-363.

**(Cummins, 1991) :** Cummins, J. (1991) Language Development and Academic Learning Cummins, J in Malave, L. and Duquette, G. Language, Culture and Cognition Clevedon: Multilingual Matters

**(Dewey, 1910) :** Dewey, J. (1910). How we think. Boston: Heath.

**(Dewey, 1915) :** Dewey, J. (1915). Schools of to-morrow. New York: E. P. Dutton.

**(Dewey, 1926) :** Dewey, J. (1926). Democracy and education. New York: Macmillan.

**(Dewey, 1929) :** Dewey, J. (1929). The quest for certainty. New York: Minton, Balch & Co.

**(Dewey, 1933) :** Dewey, J. (1933). How we think: A restatement of the relation of reflective thinking to the educative process. Boston: Heath.

**(Dewey, 1938) :** Dewey, J. (1938). Logic: The theory of inquiry. New York: Holt.

**(Dewey, 1956) :** Dewey, J. (1956). The child and the curriculum; The school and society.

**(Dickson, Brown et Gibson, 1984) :** Dickson, L., Brown, M., and Gibson, O. (1984). Children Learning Mathematics. Eastbourne, East Sussex : Holt, Rinehart and Winston.

**(Dochy et coll., 2003) :** Dochy, F., Segers, M., Van den Bossche, P., & Gijbels, D. (2003). Effects of problem-based learning: a meta-analysis. Learning and Instruction, 13, 533-568.

**Gagné :** Gagné, The conditions of learning, Holt Rinehart and Winston, New York, 4<sup>e</sup> éd., 1985

## Bibliographie :

---

**(Guilbert 1996) :** Guilbert, L. 1996 La démarche scientifique : fiction ou réalité? Revue Spectre, APSQ. 5 p.

**(Guilbert et Ouellet, 1997) :** Guilbert, L. et L. Ouellet. 1997. Étude de cas et apprentissage par problèmes. Presses de l'Université du Québec, Sainte-Foy. 136 p.

**(Hwang et Kim, 2006) :** Hwang, S. Y., & Kim, M. J. 2006(A comparison of problem-based learning and lecture-based learning in an adult health nursing course. Nurse Education Today, 26, 315-321.

**(Hmelo-Silver, 2004) :** Hmelo-Silver, C. E. (2004). Problem-based learning: what and how do students learn? Educational Psychology Review, 16(3), 235-265.

**(Jitendra et al, 1998) :** Jitendra, A. K., Griffin, C. C., McGoey, K. ; Gardill, M. C., B hat, P. et Riley, T. (1998). Effects of mathematical word problem solving by students at risk or with mild disabilities. Journal of Educational Research, 91(6), 345-355

**(Jitendra, 2002) :** Jitendra, A. (2002) Teaching Math Problème-solving Through Graphic Representations, Teaching Exceptional Children, 34, 4, 34-38

**(Lafifi 2000) :** Lafifi, Y., 2000. Architecture d'un hypermédia éducatif et coopératif. Master thesis, Annaba University, Algeria.

**(Lewis 1989) : Lewis, A. B. (1989).** Training students to represent arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 8, 521-531.

**(Lewis et Mayer 1987) :** Lewis, A.B. & Mayer, R.E. (1987) Students' miscomprehension of relational statements in arithmetic word problems. Journal of Educational Psychology, 79, 363-371

**(Lohman, 2002) :** Lohman, M. C. (2002). Cultivating problem-solving skills through problem-based approaches to professional development. Human Resource Development Quarterly, 13(3), 243-261

**(Mayer, Larkin, Kadane, 1984) :** Mayer, R. , Larkin, J. H. et Kadane, I. B. (1984). A cognitive analysis of mathematical problem-solving. Dans R. J. Sternberg (Dir.), Advances in the psychology of human intelligence (Vol. 2, pp. 231- 273). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

**(MacKinnon, 1999) :** MacKinnon, M. M. (1999). CORE elements of student motivation in problem-based learning. New Directions for Teaching and Learning, 78, 49-58.

**(Mauffette, 1995) :** Yves Mauffette (1995). Présentation du programme expérimental de baccalauréat en biologie en APP. Famille des sciences, module de biologie. (77 p.)

**(Marshall, 1995) :** Marshall, S. P. (1995). Schemas in problem solving. New York: Cambridge University Press.

## Bibliographie :

---

**(Mayer, 1999) :** Mayer, R. E. (1999). The promise of educational psychology: Vol. I. Learning in the content areas. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.

**(Merlet 1994) :** Merlet, Jean François. Elaboration d'une méthode de conception orienté objet de système de formation multimédia : COSYF. L'université des sciences sociales. Toulouse I: s.n. , Avril 1994. Thèse de doctorant d'informatique.

**(Moust et coll., 2005) :** Moust, J. H. C., Van Berkel, H. J. M., & Schmidt, H. G. (2005). Signs of erosion: reflections on three decades of problem-based learning at Maastricht University. Higher Education, 50, 665-683.

**(Nathalie Monnier, 2003) :** MONNIER, Nathalie. 41. Les schémas dans les activités de résolution de problèmes. 2003, Grand N, Vol. 71, pp. 25-47.

**(Newman 1977) :** Newman, M. A. (1977). An analysis of sixth-grade pupils' errors on written mathematical tasks'. Dans J. Foyster (Oir.), Research in Mathematics Education in Australia (pp.239-258). Melbourne, Australie.

**(Pastirik, 2006) :** Pastirik, P. J. (2006). Using problem-based learning in a large classroom. Nurse Education in Practice, 6, 261-267.

**(Polya, 1945) :** Polya, G. (1945). How to solve it. [éd.] Princeton University Press.

**(Polya, 1962) :** Polya, G. (1962). Mathematical discovery: On understanding, learning and teaching problem solving (Vol I). New York.

**(Polya, 1968) :** Polya, G. (1968). Mathematical discovery: Vol. 2. On understanding, learning and teaching problem solving. New York: Wiley.

**Riley et al. (1983) :** Riley, M. S., Greeno, J. G., & Heller, J. I. (1983). Development of Children's problem-solving ability in arithmetic. In H. P. Ginsburg (Ed.), The development of mathematical thinking (pp. 153–196). New York: Academic Press.

**(Vernaud, 1986) :** G., VERGNAUD. Psychologie du développement cognitif et didactique des mathématiques,. Grand N. 1986, 38, p. 22 .

**(Willis et Fuson, 1988) :** Willis G. B. & Fuson K. C. (1988). Teaching children to use Schematic Drawings to solve Addition and Subtraction Word Problem. Journal of Educational Psychology, 80, 2, 192-201.

**(Willis et Fuson, 1989) :** FUSON, Karen C. et WILLIS, Gordon B. 4, 1989, Second graders' use of schematic drawings in solving addition and subtraction word problems. Journal of Educational Psychology, Vol. 81, pp. 514 - 520.