

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par :

YAMANI HANAA
SADIK AMEL

Sujet du mémoire

**ANALYSE THERMOMECHANIQUE D'UNE PLAQUE FGM
IMPARFAITE BASEE SUR LA THEORIE D'ORDRE ELEVEE**

Soutenu publiquement le ... juillet 2021 devant le jury composé de :

Mr M. AIT AMAR MEZIANE	Président
Mr R. BENFERHAT	Rapporteur
Mr K. BOUAKKAZ	Examineur
Mr H.H. ABDELAZIZ	Examineur

Promotion 2020/2021

REMERCIEMENT

Notre remerciement s'adresse en premier lieu à Allah le tout puissant pour la volonté, la santé et la patience qu'il nous a donné durant toutes ces longues années.

Ainsi, nous tenons également à exprimer nos vifs remerciements à notre encadreur Mr BNFRRHATE RABIA qui nous a apporté une aide précieuse. Nous lui exprimons notre gratitude pour sa grande disponibilité ainsi que pour sa compréhension et les encouragements qu'il nous a apportés...

Nos remerciements vont aussi aux membres du jury qui ont accepté d'examiner notre travail.

Enfin, nous tenons à exprimer notre reconnaissance à tous nos amies et collègues pour leur soutien .

DÉDICACES

Je dédie Ce modeste travail:

*A ma mère source de respect, en témoignage de ma profonde reconnaissance
pour tout l'effort et le soutien incessant qui m'a toujours apporté.*

*A mon cher parent, et mes sources d'affectation de courage et d'inspiration
qui a autant sacrifié pour me voir atteindre ce jour.*

*A tous mes amies, SABRIN – AMINA – ASMA- IKRAM- HABIBA- ZOULIKHA- FATIMA –
NASIRA- SIHAM- ACHWAK- IMAN- SOAAD- BOUCHRA- HALIMA*

*A toute la famille « YAMANI / bensasi » (frère selyman / cousine (MALIKA /FATIMA)
/GRAND MERE /MADAM DALAL /ACGRAF/DOAA*

*A Ma consœur et binôme Sadik Amel et sa famille pour laquelle je souhaite
une vie pleine de joie et de réussite.*

A toute la promo 2021, et à tous mes amies sans exception.

A tous ceux qui mes sont chers.

Yamani H

DÉDICACES

Je dédie Ce modeste travail:

*A ma mère et ma grand-mère source de respect, en témoignage de ma
profonde reconnaissance pour tout l'effort et le soutien incessant qui m'a
toujours apporté.*

*A mes chers frères Kadda - Hadje kourak -Saad -Ahmed -Aziz Karim et mes
sœurs Fatima, Moukhtaria, Ayada d'affection de courage et d'inspiration
qui a autant sacrifié pour me voir atteindre ce jour.*

A tous mes amies BOUCHERA- NADJAT-SABRIN -IKRAM -ASMA –AMINA- zoulikha.

A toute la famille Nasri.

*A Ma consœur et binôme Yamina hanaa et sa famille pour laquelle je
souhaite une vie pleine de joie et de réussite.*

A toute la promo 2021, et à tous mes amies sans exception.

A tous ceux qui mes sont chers.

Sadik A

RÉSUMÉ

L'objectif de ce mémoire est de présenter une solution analytique basée sur une théorie raffinée à quatre variables pour étudier le comportement thermomécanique des plaques FGM reposée sur une fondation élastique. Durant le processus de fabrication des FGM, des défauts peuvent apparaître sous forme de porosité qui peuvent remettre en cause le comportement global de la plaque FGM. La répartition uniforme et non-uniforme de porosité est prise en compte dans ce travail par l'utilisation des lois de mélanges modifiées. La fondation élastique est décrite par le modèle de Winkler-Pasternak. Les équations d'équilibre pour la plaque FGM reposant sur une fondation élastique est obtenue par le principe des travaux virtuels. Les présents résultats sont vérifiés par rapport à ceux publiés dans la littérature. Les rôles joués par l'indice de la variation du taux de distribution de porosité, le chargement thermique, les paramètres de rigidité de la fondation et la géométrie de la plaque sont également étudiés.

Mots Clés: Plaques FGM, Chargement thermomécanique, fondation élastique.

ABSTRACT:

The objective of this work is to present an analytical solution based on a refined four-variable theory to study the thermomechanical behavior of FGM plates resting on an elastic foundation. During the FGM manufacturing process, defects can appear in the form of porosity which can affect the overall behavior of the FGM plate. The uniform and non-uniform distribution of porosity is taken into account in this work by the use of modified power law formulation. The elastic foundation is described by the Winkler-Pasternak model. The equilibrium equations for the FGM plate resting on an elastic foundation is obtained by the principle of virtual work. The present results are verified against those published in the literature. The roles played by the gradient index, the variation of distribution rate of porosity, the thermal loading, the stiffness parameters of the foundation and the geometry of the plate are also studied.

Keywords: FGM plates, thermomechanical loading, elastic foundation.

ملخص

الهدف من هذه الأطروحة هو تقديم دراسة تحليلية تعتمد على نظرية من أربعة متغيرات لدراسة السلوك الحراري الميكانيكي للألواح مكونة من مادة متدرجة الخصائص المستندة على أساس مرن. أثناء عملية تصنيع المواد المتدرجة الخصائص، يمكن أن تظهر عيوب على شكل مسامات يمكن أن تؤثر على السلوك العام لصفحة من المواد المتدرجة الخصائص. يؤخذ التوزيع المنتظم وغير المنتظم للمسامات في عين الاعتبار في هذا العمل من خلال استخدام قوانين الخلط المعدلة. تم وصف الأساس المرن بواسطة نموذج Winkler-Pasternak. تم الحصول على معادلات التوازن لصفحة المواد المتدرجة الخصائص القائمة على أساس مرن من خلال مبدأ العمل الافتراضي. تم التحقق من النتائج الحالية مقابل تلك المنشورة في الدراسات السابقة. تمت دراسة الأدوار التي يلعبها كلا من مؤشر التباين، معدل توزيع المسامات، الحمل الحراري، معاملات الصلابة للأساس و شكل اللوحة كذلك في هذا العمل.

الكلمات المفتاحية: ألواح مكونة من مادة متدرجة الخصائص، تحميل ميكانيكي حراري ، أساس مرن

Table des matières

Résumé

Abstract

Table des matières

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des Notations

Introduction générale..... 1.

Chapitre I Généralité sur les matériaux composites.

I.1.Introduction..... :3

I.2. Définition d'un matériau composite :.....3

I.3. Qu'appelle-t-on matériaux composites ?.....4

I.4.Constituants des matériaux composites :..... 4

I.5. Géométrie des renforts.....5

I.6. Les Renforts.....6

I.7. Renforts et propriétés mécaniques :.....7

I.8. Les Fibres:.....8

I.8.1.Fibre de verre :8

I.8.2.Fibre de Bore :9

I.8.3.Fibre céramique :9

I.8.4.Fibres aramides :9

I.8.5. Fibres de céramiques :10

I.9. Propriétés mécaniques des composites :11

I.10.Les Matrices :.....11

I.10.1.Les Matrices Organiques (MO) :.....12

I.10.2. Les Matrices Carbonées (MCa):..... 12

I.10.3.Les Matrices Céramiques (MC):.....12

I.10.4.Les Matrices Métalliques (MM):.....12

Les résines thermoplastiques:.....13

Les résines thermodurcissables :.....13

I.11. Additifs :	14
I.12. L'interface :	14
I.13. Les charges :	14
I.14. L'aspect des Matériaux Composites:	14
I.14.1- En Monocouches:	14
I.14.2-Composites stratifiés :	15
I.15. Propriétés mécaniques des composites :	17
I.16. Classification des matériaux composites :	17
I.16.1 Classification suivant la forme des constituants :	17
I.16.2 Classification suivant la nature de la matrice :	18
I.16.3 La Conception des Matériaux Composites :	18
I.17. Applications des matériaux composites au génie civil :	18
I.18. Les Avantages et Inconvénients des Matériaux Composites :	19
I.19. La Mise en œuvre des Matériaux composite :	19
I.19.1. Moulage au contact :	20
I.19.2. Moulage par projection simultanée :	20
I.19.3. Injection thermodurcissable BMC: (Bulk Molding Compound).	21
I.19.4. Compression thermodurcissable SMC: (SHEET MOLDING Compound)	21
I.19.5. Enroulement filamentaire (ou bobinage): Technologie pour les HP	22
I.20. Conclusion :	<u>22</u>

Chapitre II : Généralité sur les Matériaux Fonctionnellement Gradués (FGM)

II.1 Introduction :	23
II.2. Définition des FGM :	23
II.3. Histoire sur les matériaux à gradient de propriétés (FGM) :	24.
II.4. Concept des matériaux a gradient de propriétés :	25.
II.5. Types de matériaux fonctionnellement gradués :	28
II.5.1. Gradient de composition chimique des Matériaux FGM :	28.
II.5.2. Gradient de porosité des Matériaux FGM :	29.
II.5. 3. Gradient de la microstructure des Matériaux FGM :	30
II.6. Comparaison des matériaux types FGM et les matériaux composites traditionnels :	30
II.7. Classification des FGM :	30
II.8. Lois régissant la variation des propriétés matérielles des structures FGM :	31
II.8 .1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :	32

II.8.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM :	33
II.8.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM :	34
II.9.Méthode d'élaborations des FGM :	35
II.9.2- Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting) :	37
II.9.3- Compaction Sèche des Poudres :	37
II.9.4- Projection Plasma :	38
II.9.5- Frittage Laser Différentiel :	38
II.9.6- Dépôt par Centrifugation :	39
II.10. Avantages et inconvénients des FGM :	39
II.10.1 - Avantages de la FGM :	39
II.10.2- Inconvénients de la FGM :	40
II.11.Domaine d'applications desFGM	40
II.12Conclusion :	41

Chapitre III : Théories des plaques

III.1 Introduction :	43
.III.2 Les Lois de Comportement dans un Milieu Composite :	43
III.3 Loi de comportement des matériaux anisotrope :	44
III.4 Loi de comportement orthotrope :	44
III.5 Loi de comportement des matériaux isotropes :	45
III.6 Matériaux unidirectionnel ou isotrope transverse :	46
III.7 Les modèles des plaques pour les matériaux fonctionnellement graduées :	46
III.8 Les différents modelés des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelle:.....	47
III.8.1 Approche monocouche équivalente :	47
III.8.2 Le modèle classique des plaques de Kirchhoff-Love (théorie classique des plaque stratifiées CLPT).....	47
III.8.3 Le modèle de Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT).....	47
III.8.4 La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT)	49
III.9 Revue sur les différents modèles de la théorie d'ordre élevé	51
III.10 Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques :	54
III.11Conclusion :	54.

Chapitre IV: Résultat et discussions

VI.1.Introduction55
VI. 2. Résultats numériques et discussions56
IV.3. Conclusion80
Conclusion générale82
Références bibliographiques84

Liste des figures

Figure I.1. Présentation d'un composite.....	4
Figure I.2: Exemples de multi-matériaux : (a) un composite carbone/époxy, (b) un béton armé, (c) du bois vu au microscope optique, (d) une lame d'acier de Damas.....	5
Figure I.3: Les structures géométriques des composites	6
Figure I.4: Exemples de renforts en verre	8
Figure: I.5.Ensemble de Fibres de Verre.....	9
Figure: I.6- Tissu de Fibre de Carbone	9
Figure I.7 : Fibres d'Aramide.....	10
Figure. I.8: exemples des fibres céramiques.....	10
Figure I.9 : Matériau Composite Monocouche. [Bahlouli, 1993].	15
Figure I.10: Dispositions possibles des fibres dans un pli :	15
(a)tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel.	15
Figure I.11 : Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (en degrés) par rapport à une direction de référence. Image Laurent Gornet.	16
Figure I.12: Exemples de multi-matériaux stratifiés.....	16
(a) contreplaqué (b) GLARE (aluminium et composite verre/époxy	16
Figure I-12- différent type des matériaux composites	17
Figure I.14 : Moulage par contact	20
Figure I.15 : Moulage par projection simultanée	21
Figure I.16 : Injection thermodurcissable.....	21
Figure I.16 : Compression thermodurcissable SMC.....	22
Figure I.18 :Enroulement filamentaire(oubobinage).....	22
Figure II.1 : Variation continue des propriétés.....	24
Figures II.2 : Variation discrète des propriétés.....	24
Figure II.3 : Microstructure de FGM céramique-métal [Nguyen 2008].....	26
Figure II.4 : Schéma présente Les deux phases de FGM [Shen 2011].....	26
Figure II.5 : Matériaux FGM pore.....	29
Figure. II.6 : Caractéristiques des Matériaux Composites FGM en Comparaison avec les Matériaux Composites Conventionnels [KOIZ, 1996]	30
Figure II.7 : Classification des matériaux FGM.....	31
FigureII.8 : Géométrie d'une plaque FGM.....	32

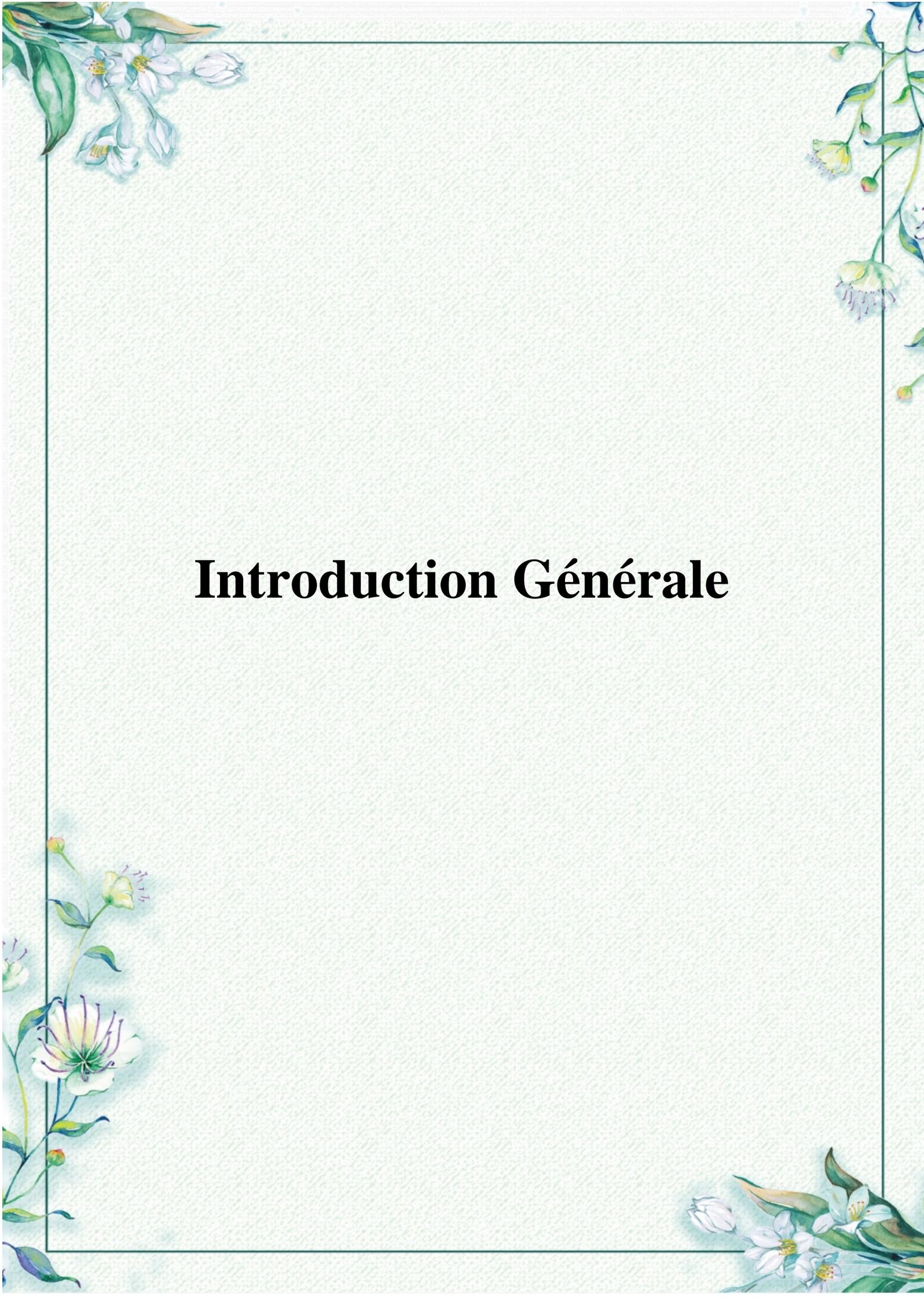
Figure II.8.1: La variation de la fraction volumique dans le cas d'une plaque P-FGM	33
Figure II.8.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM :	33
Figure II.8.2: La variation de la fraction volumique dans le cas d'une plaque S-FGM	34
Figure II.8.3:Variation du module de Young dans une plaque E-FGM	35
Figure. II.9: Principe de la Méthode de Coulage en Bande (d'après Runk et Andrejco) [Will, 1976].	36
FigureII.9.1 montre schématiquement la disposition du procédé utilisé. [YUKI et al, 1990].....	39
Figure. II.9.2: Schéma du Procédé Dépôt par Centrifugation [ABDI, 1997].....	39
Figure: III.1- Matériau Composite unidirectionnel.....	45
Figure III.2 :Schéma d'un élément de plaque.....	46
Figure III.3: Cinématique de la plaque de Love-Kirchhoff [Reddy 1997]	48
Figure III.4: Cinématique de Reissner-Mindlin [Reddy 1997].	49
Figure III.5: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques.....	49
Figure IV.1, 2, 3,4 la variation de la flèche adimensionnelle des plaques sandwiches en FGM ($k= 2$) en fonction du rapport a/h	56

Liste des tableaux

Tableau I.1:des types de renforts.....	6
Tableau I.2 : Les Propriétés Mécaniques de Différentes Fibres [Bahlouli, 1993].....	11
Tableau I.3 : des types de matrices.....	12
Tableau II.1: Comparaison entre les propriétés de céramique et du métal. [Nguyen 2008].....	27
Tableau II.2: Les principaux domaines d'application des FGM. [Miyamoto 2013].....	41
Tableau III.1 : Différentes fonctions de cisaillement utilisées dans les théories des plaques isotrope et FGM.....	54
Tableau IV- 1 : Effet de la porosité sur la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque carrées en FGM ($a = 10h, b = a, q_0 = 100, T_1 = T_3 = 0, T_2 = 10$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	57
Tableau IV- 2 :Effet de l'exposant de la porosité et de fraction volumique sur l'adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM ($a = 10h, b = 2a, q_0 = 100, T = 0, K_0 = 100, J_0 = 100$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	65
Tableau IV- 3 : Effet de l'exposant de la porosité et de fraction volumique sur l'adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_3 = 0, T = 10, q_0 = 100, K_0 = 100, J_0 = 100$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	66
Tableau IV- 4 : Effet de la porosité et du rapport latéral a épaisseur sur la flèche sans dimension \hat{w} d'une plaque carrée FG ($b = a, T_2 = T_3 = 10, T_1 = 10, K_0 = 100, J_0 = 100$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	67
Tableau IV- 5: Effet de l'exposant de la porosité et de fraction volumique sur l'adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM soumise a un chargement mécanique et thermomécanique ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_3 = 0, K_0 = 0, J_0 = 0$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	69
Tableau IV- 6: Effet de porosité et parametre de fondation elastique sur centre de déviation ans dimension w sur plaque carrée FGM soumise a un chargement mécanique ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_2 = T_3 = 0$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	69
Tableau IV- 7: Effet de porosité et des paramètres de fondation elastique sur la flèche centrale sans dimension \hat{w} d'une plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_3 = 0, T_2 = 10$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	70
Tableau IV-8: Effet de porosité et des paramètres de fondation élastique sur la flèche centrale sans dimension \hat{w} d'une plaque carrée FG soumise à un chargement thermomécanique ($b = a, T_2 = T_3 = 10, T_1 = 0$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	68
Tableau IV.9: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_2 = T_3 = 0$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	69
Tableau IV.10: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque carrée FG soumise à un chargement thermomécanique ($b = a, T_1 = T_2 = T_3 = 0$) $E_m = 66.2, E_c = 117$	70

Liste de notation

E_c	Module de Young de la céramique
E_m	Module de Young du métal
$E(z)$	Module de Young en fonction de « z »
$V(z)$	Fraction volumique
k	Paramètre du matériau
a	Longueur de la plaque
b	Largeur de la plaque
h	Epaisseur de la plaque
u_0, v_0, w_0	Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque
u, v, w	Les déplacements dans les directions x, y et z
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Contraintes normales
τ_{xz}, τ_{yz}	Contraintes de cisaillement
$\{ \}$	Vecteur colonne
$[]$	Matrice
$\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$	Les rotations autour des axes x, y et z,
q	La charge transversale appliquée
q_0	L'intensité de la charge au centre de la plaque



Introduction Générale

Introduction Général

Introduction :

Les matériaux composites ne sont pas une nouveauté, ils ont tous temps été utilisé par l'homme, par exemple le bois, le torchis sont également des matériaux composites de la vie quotidienne. Encore on utilise des matériaux composites pour optimiser les performances de certaines armes par exemple, les arcs mongols, dans lesquels les parties comprimées sont en corne, et les parties tendues en bois, soies collées et tendons de bœuf ; béton et le béton armé.

Un matériau composite est un matériau généralement constitué de deux ou plusieurs matériaux de natures différentes dont l'association confère à l'ensemble des performances supérieures à celles des composants pris séparément. Il est constitué d'une matrice dans laquelle sont enrobées des particules ou des fibres qu'on appelle « renfort ». Ainsi, des propriétés telles que la rigidité, la résistance à la fatigue, la résistance à la corrosion, la résistance à l'usure, la réduction de poids, et bien d'autres sont améliorées. Cependant, les matériaux composites conventionnels généralement constitués de couches ont un problème majeur : la discontinuité des propriétés et des contraintes au niveau des interfaces. Cette discontinuité provoque de fortes concentrations de contraintes, des fissurations de matrice ainsi qu'un grave problème de délaminage dus à la transition brutale de composition, en particulier dans un environnement à haute température.

Viennent alors les matériaux à gradient fonctionnel ou les matériaux fonctionnellement gradués (en anglais : Functionally Graded Materials) qui s'inscrivent dans une tendance relativement nouvelle de la science des matériaux.

Ce sont des matériaux composites sophistiqués ayant une variation graduelle et continue des fractions volumiques de chaque constituant, générant des changements en conséquence des propriétés des matériaux, éliminant les discontinuités au niveau des interfaces alors que les caractéristiques des matériaux constituants sont préservées. Ils peuvent donc allier entre les propriétés des deux constituants totalement différents sans que l'un fasse des concessions au profit de l'autre. C'est ainsi qu'un FGM constitué de métal et de céramique combinera la dureté et l'usinabilité du métal à la résistance à la chaleur, à l'usure et à l'oxydation de la céramique. Ce sont donc des matériaux émergents capables de répondre à des cahiers des charges multicritères, permettant d'allier de bonnes propriétés thermiques et mécaniques.

L'objectif de cette investigation est de présenter l'effet du taux de distribution de porosité sur le comportement statique thermomécanique des plaques FGM reposant sur une fondation

Introduction Général

élastique en utilisant une théorie raffinée de forme hyperbolique. Cette théorie ne nécessite pas de facteurs de correction de cisaillement et seulement quatre fonctions de déplacements inconnus sont utilisées contre cinq ou plusieurs fonctions de déplacements inconnues utilisées dans celles correspondantes. Ce nouveau modèle satisfait la nullité des contraintes de cisaillement transverse aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque. La distribution parabolique des contraintes de cisaillement transverse suivant l'épaisseur de la plaque est prise en considération dans cette analyse, les propriétés matérielles de la plaque FGM varient selon une distribution de loi de puissance en termes de fraction volumique des constituants.

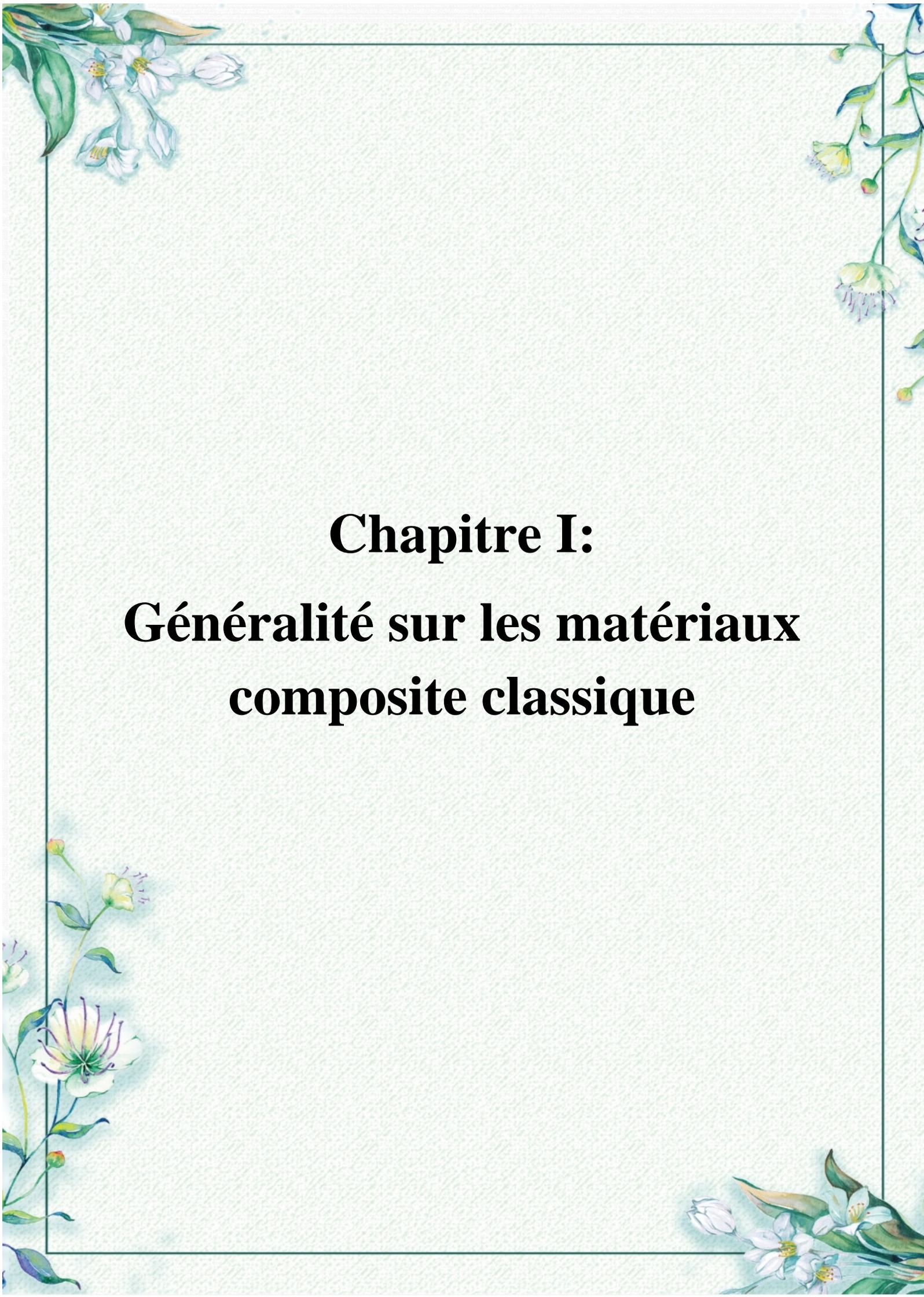
Le premier chapitre présente une étude bibliographique les matériaux composites et ses caractéristiques avantageux ainsi que leur utilisation dans les différents domaines.

Le chapitre II présente un état de connaissance et un aperçu historique sur les matériaux à gradient de propriétés. Cette partie présente aussi les différentes lois possibles qui servent à décrire la variation des propriétés matérielles du FGM suivant l'épaisseur de la plaque.

Dans le chapitre III, on a présenté une revue bibliographique sur les différentes théories des plaques utilisées.

Le chapitre IV consiste à présenter l'effet du taux de distribution de porosité sur le comportement thermomécanique des plaques FGM en utilisant une théorie raffinée de forme hyperbolique. La loi du mélange modifiée couvrant les phases de porosité est utilisée pour décrire approximativement les propriétés des plaques FGM poreuses. Les plaques sont fabriquées d'un matériau isotrope ayant des propriétés matérielles différentes dans seulement la direction d'épaisseur. Les propriétés matérielles de la plaque FGM composée de deux matériaux différents: céramique et métal varient selon une distribution de loi de puissance en termes de fraction volumique des constituants.

L'étude se conclura par une conclusion relative à ce travail.



Chapitre I:
Généralité sur les matériaux
composite classique

I.1.Introduction :

Les matériaux composites très importants par rapport aux matériaux traditionnelles ; ils apportent des plusieurs avantage fonctionnelle, résistance mécanique et chimique liberté de la forme, légèreté, il est riche aussi de conception en permettant d'alléger les structure et de réalise des formes complexes aptes à remplir plusieurs fonctions.

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux au plus de matériaux de nature défèrent se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont l'ensemble des performances est supérieur à celui des composants pris séparément un matériaux constitué dans le cas générale d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue ,la phase discontinue est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures celles de la phase à continue ,la phase continue est appelée la matrice la phase discontinue est appelée le renfort.

Lorsque le matériau composite est non endommagé, les renforts et la matrice sont parfaitement liés et il ne peut pas y avoir ni glissement ni séparation entre les différents les renforts se présentent sous la formes de fibres continues et discontinues, le rôle du renforts la cohésion entre les renforts de manière à repartir les sollicitations mécanique.

L'arrangement des fibres, leur orientation permettent de renforcer les propriétés mécaniques de la structure.

Nous étudions plus particulièrement les matériaux composites a renforts utilises dans l'industrie nautique, automobile, aéronautique et spatiale.

Les pièces structurelles sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts s'en fonction des charges qu'elles doivent subir .La nature de la racine ou du renfort sont choisie en fonction de l'application finale visée. Nous présentons les différents types de matrices et renforts classiquement employés dans l'industrie. Les propriétés mécaniques de l'interface entre fibres et matrice sont très importantes dans la réalisation d'une structure composite.

En effet il ne doit y avoir ni glissement ni séparation entre les différente phases de la structure pour obtenir de bonnes caractéristiques mécaniques élastiques.

I.2. Définition d'un matériau composite :

Un matériau composite est constitué de différentes phases nommées renforts et matrice. Les renforts se présentent sous forme de fibres continues ou discontinues. Le rôle du renfort

Est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques.

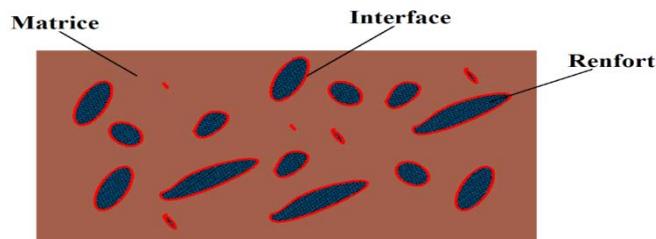


Figure I.1. Présentation d'un matériau composite.

I.3. Qu'appelle-t-on matériaux composites ?

Il n'existe malheureusement pas de définition unique des matériaux composites. Dans cette ressource, nous retenons les deux critères suivants :

1. Un composite est un matériau hétérogène, formé d'au moins deux constituants qui occupent des phases différentes ;
2. Ces constituants sont disposés selon une organisation géométrique, qui confère au composite des propriétés supérieures à celles des constituants pris séparément.

I.4. Constituants des matériaux composites :

Le terme « propriétés supérieures » englobe deux notions distinctes. Premièrement, les composites sont généralement conçus de sorte à combiner judicieusement les propriétés de leurs constituants ; par exemple, un vêtement imperméable constitué d'une doublure isolante (destinée à protéger du froid) recouverte d'une matière étanche (destinée à protéger de l'eau) est, du fait de cette disposition,

À la fois étanche et isolant. Deuxièmement, l'organisation géométrique des composites peut parfois faire émerger, au niveau global, des propriétés que leurs constituants n'ont pas. Par exemple, certains composites à base de céramiques sont ductiles, alors que les céramiques

Elles-mêmes sont fragiles ; cela est dû à leur structure spatiale, qui gêne la propagation des fissures.

Il existe d'autres définitions plus restrictives. Ainsi, dans l'industrie, le terme « composites » n'est utilisé que pour quelques familles de matériaux modernes (*voir la ressource « Les grandes familles de matériaux composites »*) à base de résines plastiques, de céramiques, de carbone ou de métaux, renforcés par des fibres (figure I.2-a). Cependant, la définition ci-

dessus peut s'appliquer à des « multi-matériaux » plus anciens comme le torchis (un des premiers matériaux de construction utilisé par l'homme) ou le béton armé (figure I.2-b), et même à des matériaux naturels comme le tissu osseux ou le bois (figure I.2-c) qui, bien que n'étant pas fabriqués par l'homme, répondent aux deux points clés ci-dessus. En revanche, les alliages métalliques ne peuvent généralement pas être qualifiés de composites : même lorsqu'ils sont hétérogènes, leur structure ne participe habituellement pas à la sélection ou à l'émergence de propriétés particulières. Il existe toutefois quelques exceptions, comme l'acier de Damas (figure I.2-d) utilisé depuis l'antiquité pour la fabrication des armes blanche

Les lames forgées dans cet acier sont constituées d'une alternance de couches fragiles (dures) et ductiles (résistantes aux chocs), ce qui leur permet de conserver leur tranchant.

Une telle structure « par couches », dite stratifiée, se retrouve dans de nombreux composites.

Pour éviter toute ambiguïté, certains auteurs emploient parfois le terme multi-matériaux pour désigner les composites « au sens large du terme » (*i.e.* selon la définition du début de ce paragraphe). Dans cette ressource, les deux termes sont synonymes ; bien que de nombreux exemples soient empruntés aux composites « modernes », les concepts présentés dans cette ressource ont globalement une portée plus large.

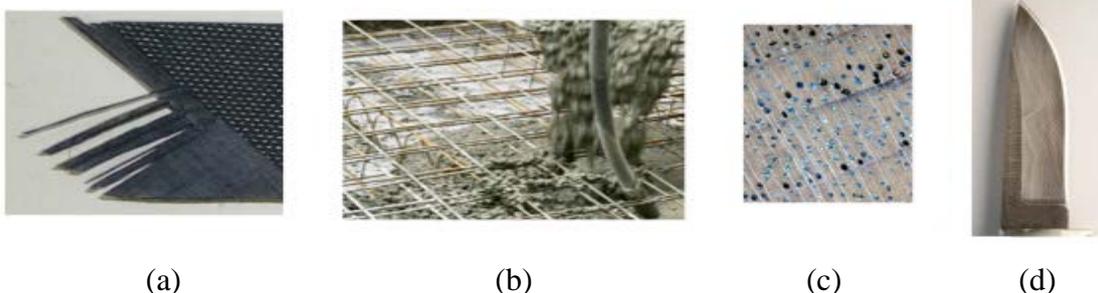


Figure I.2: Exemples de multi-matériaux : (a) un composite carbone/époxy, (b) un béton armé, (c) du bois vu au microscope optique, (d) une lame d'acier de Damas (image de Ralf Pfeiffer).

I.5. Géométrie des renforts :

D'un point de vue géométrique, on peut distinguer trois grands types de renforts :

- Les fibres longues (*i.e.* longueur comparable aux dimensions de la pièce, (figure I.3-a);
- Les fibres courtes (*i.e.* de longueur faible devant les dimensions de la pièce, (figure I.3-b).
- Les particules, ou charges renforçâtes (figure I.3-c).

Tous ces renforts sont inclus au sein d'une matrice qui répartit les efforts entre eux et les protège des agressions extérieures, comme indiqué ci-dessus. En outre, lorsque les renforts sont des fibres, celles-ci peuvent être soit orientées dans une direction précise, soit disposées aléatoirement.

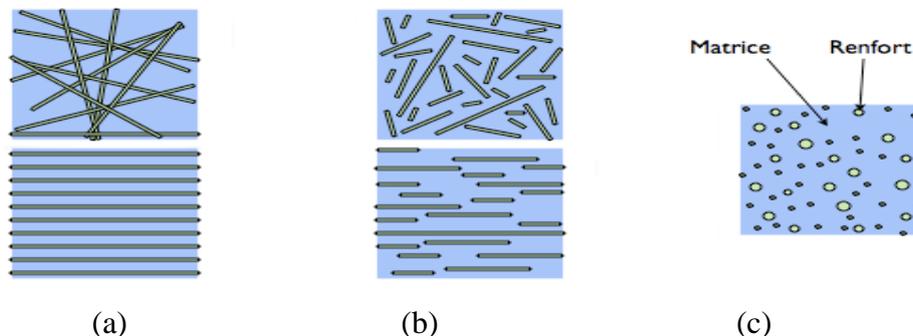


Figure I.3: Les structures géométriques des composites

I.6. Les Renforts :

Le renfort est le squelette supportant les efforts mécaniques. Son rôle principal est d'assurer la résistance mécanique du matériau composite

Le renfort assure des propriétés mécaniques des matériaux composites. Il se présente un grand nombre de fibres, elle constituées de fibres se la forme suivant : tissus surfaciques, multidirectionnelle, linéique.

Les fibres présentent une bonne résistance à la traction mais une résistance à la compression faible.

On a deux types des renforts : renforts inorganique et renforts organique chacune d'entre elle s'impose dans une application particulière en raison de sa propriété spécifique et de son prix. Il existe plusieurs types.

Renforts fibreux les types de renfort présentent par le tableau suivant :

Tableau I.1: Les types de renforts

Organiques		Inorganique	
Polyester	Aramide	Minéraux	Végétaux
Verre	Céramique	Bore	Métal

I.7. Renforts et propriétés mécaniques :

Les renforts sont généralement conçus de sorte à avoir des propriétés mécaniques optimales (notamment la résistance et la rigidité). Ceci passe naturellement par le choix d'un matériau adéquat, mais pas seulement : dans le cas des composites modernes, le caractère particulaire ou filamentaire des renforts fait qu'il est généralement possible de les fabriquer avec très peu de défauts, alors qu'une pièce massive du même matériau en contiendrait beaucoup plus, ce qui nuirait à sa résistance mécanique (c'est pourquoi le verre, peu résistant sous forme massive, peut être employé comme renfort lorsqu'il est sous forme de fibres).

Sauf cas particuliers, les renforts sont donc beaucoup plus rigides et plus résistants que la matrice (souvent d'un facteur 10, voire 100 ou plus). Par conséquent, les propriétés mécaniques du composite dépendent fortement de la forme et de l'orientation des renforts:

- Les composites à fibres longues présentent un meilleur comportement mécanique que les composites à fibres courtes ou à particules, du moins dans les directions renforcées par les fibres ;
- Les composites à fibres parallèles présentent un comportement mécanique anisotrope (voir la ressource « *Modélisation du comportement des composites : l'élasticité anisotrope* »), tandis que les composites à fibres orientées aléatoirement ou à particules présentent un comportement à peu près isotrope.

Ainsi, pour des applications structurelles, c'est-à-dire des pièces devant résister à des efforts importants, on utilise généralement des fibres longues, dont on adapte l'orientation aux sollicitations subies par la pièce, et les composites ainsi conçus ont généralement des comportements anisotropes. En revanche, pour des applications non structurelles, on utilise généralement des fibres courtes ou des particules, dont le coût de mise en œuvre est moins élevé. Cette distinction vaut aussi bien pour les composites modernes que pour les « multi-matériaux » traditionnels. Par exemple :

- Le verre, associé à des matrices de résine, est utilisé sous forme de microbilles (figure I.4-a) ou de fibres courtes (figure I.4-b) pour réaliser des plastiques renforcés ou des isolants thermiques. Sous forme de fibres longues (figure I.4-c), il peut servir à des applications structurelles comme les coques des bateaux ;



(a)



(b)



(c)

Figure I.4: Exemples de renforts en verre

(a) *microbilles creuses,*

(b) *fibres courtes (image RTP Company),*

(c) *fibres longues.*

I.8. Les Fibres:

La rupture des matériaux hautes résistance au hauts modules élastique est généralement provoquée par la propagation des défauts les matériaux en forme de fibre sont intrinsèquement plus résistants à la rupture qu'en forme massive car la taille des défauts est limitée faible par le diamètre dans un composite fibreux ta tenue mécanique est assurée

Principalement par les fibres, les fibres les plus souvent rencontrée dans les composites sont les suivants :

I.8.1.Fibre de verre :

Les fibres de verre sont un filament de verre extrêmement fin. Par extension, les matériaux composites renforcés de cette fibre sont généralement associés à des polymères. Ils sont utilisés dans les bâtiments et infrastructures (notamment dans les piscines) (29%), les transports (30%), l'électricité (16%), les sports et loisirs (14%) et pour les équipements industriels (11%). Leur coût de production est peu élevé, ce qui en fait l'une des fibres les plus utilisées à l'heure actuelle. Elle permet par exemple un allègement des structures d'environ 30% par rapport à l'acier et une réduction de poids en améliorant les performances, pour un prix compétitif: on peut en faire une fabrication en séries.

Parmi ses propriétés; l'inertie chimique, la résistance au choc, l'isolation, etc.Il existe une multitude de fibres de verre (figure I.5) dont les propriétés dépendent de leur composition.

Actuellement, trois types de fibres de verre sont commercialisés sous forme de files. Ce sont les variétés E, S et R.

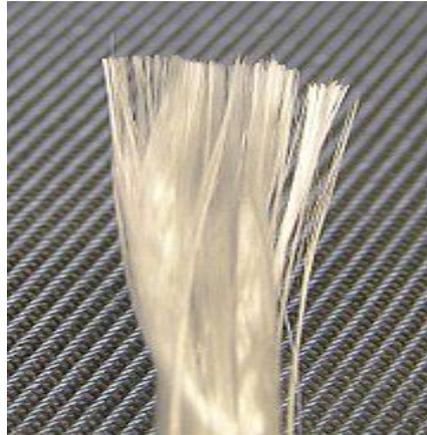


Figure: I.5. Ensemble de Fibres de Verre.

I.8.2. Fibre de carbone :

Les fibres de carbone ont de très fortes propriétés mécaniques et sont élaborées à partir d'un polymère de base appelé précurseur la fibre précurseur les fibres précurseur

Utilisées dans l'abortion la qualité des fibres de carbone finales dépend fortement des qualités du précurseur

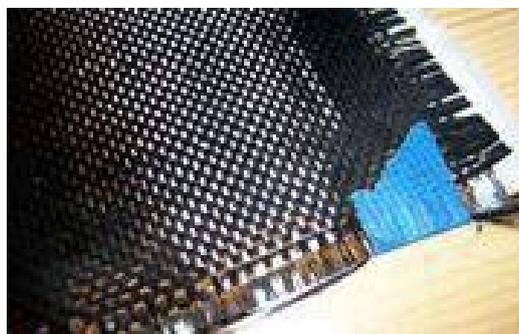


Figure: I.6- Tissu de Fibre de Carbone

I.8.3. Fibre de Bore :

IL S'agit de gros filaments (diamètre : $d \geq 100\mu\text{m}$) formés d'une âme en tungstène ou en carbone de $10\mu\text{m}$ recouverte d'une couche de bore d'épaisseur $40\mu\text{m}$

I.8.4. Fibres aramides :

Les fibres aramides ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les carbones mais leurs résistances à la compression est faible.

La faible tenue mécanique en compression est généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite. Pour y remédier, des en images des fibres peuvent être utilisé.

L'utilisation de composites à fibres hybrides permet également de remédier aux faiblesses des composites à fibres aramides. Les polymères ou aramides sont une classe de matériaux résistants à la chaleur avec de bonnes propriétés mécaniques.

Ils ne peuvent être utilisés que comme fibres, qui sont principalement utilisées pour fabriquer des matériaux composites, et améliorer les matrices.



Figure I.7 : Fibres d'Aramide.

I.8.5. Fibres de céramiques :

Les matériaux composites de type céramiques sont souvent constitués de renforts et de matrice en céramique. Les fibres sont élaborées par dépôt chimique en phase vapeur sur un fil support. Ces fibres sont rencontrées dans des applications où la température est très élevée. Entre 500°C et 2 000°C. Ces matériaux sont utilisés notamment dans les parties chaudes des moteurs d'avions. Quelques exemples de fibres céramiques :

- Fibres de Carbure de Silicium
- Fibres de Bore
- Fibres de Bore carbure de silicium



Figure. I.8: Exemples des fibres céramiques

I.9. Propriétés mécaniques des composites :

Les propriétés mécaniques des matériaux composites varient considérablement. Ces propriétés dépendent des fibres contenues dans le composite (type, quantité et direction), de la matrice utilisée, et du rapport volume-fibre, c'est à dire le ratio du volume des fibres par rapport au volume total du composite. Elles sont aussi affectées par le volume ou la dimension du composite lui-même. En général, les composites de fibres de carbone sont plus Solides et plus rigides que les composites de fibres de verre. Le Tableau I.2 résume les propriétés mécaniques

Principales des matériaux composites couramment utilisés dans le domaine génie civil.

Le tableau suivant regroupe les propriétés mécaniques des différentes fibres:

Tableau I.2 : Les Propriétés Mécaniques de Différentes Fibres [Bahlouli, 1993]

Fibre	Densité gr/cm ³	Résistance à la rupture en	Résistance à la rupture en	Allonge ment à la	Module d'élasticité	Diamètre De filament élémentaire (mm)	Prix indicatif Eu/kg)
		traction (MPa)	compression (MPa)	Rupture en %	longitudinal (MPa)		
Verre E	2.54	3400	1200	4.8	73000	3-30	1.83
Verre R	2.48	4400	1300	5.4	86000	3-30	7.26
Aramide	1.44	3600	500	4.0	83000	12	22.87
BM 29	1.45	3600-4100	500	2.8	131000	12	30.50
Aramide							
HM 49	1.47	3400	500	2.0	186000	12	---
Aramide							
UHM149							
Carbone	1.78	2800	1800	0.5	200000	8	45/152
HT	1.80	2200	1300		400000	8	45/152
Carbone HM							
Bore	2.63	3500	3500	0.8	400000	100-200	450

I.10. Les Matrices :

Dans un grand nombre de cas, la matrice constituant le matériau composite est une résine polymère. Les résines polymères existent en grand nombre et chacune à un domaine particulier d'utilisation. Dans les applications où une tenue de la structure aux très hautes températures est requise, des matériaux composites à matrice métallique, céramique ou carbone sont utilisés. Dans le cas des matériaux en carbone des températures de 2200°C

peuvent être atteintes. La classification des types de matrices couramment rencontrées est donnée dans le tableau suivant :

Tableau I.3 :des types de matrices

Organique		Minérale	
Thermodurcissable	thermoplastique	Céramique	Métallique

I.10.1. Les Matrices Organiques (MO) :

Qui constitue les volumes les plus importants aujourd'hui à l'échelle industrielle, elles sont faites de matière plastique. Il convient de distinguer les matrices thermoplastiques et les polymères thermodurcissables (ou résine) de propriétés mécaniques très élevées. Dans ces derniers, on trouve les résines de polyester, les résines époxydes qui peuvent être utilisées jusqu'à une température de 2000C. Les résines phénoliques ou les résines poly imides peuvent supporter une température de 4000C.

I.10.2. Les Matrices Carbonées (MCA):

Sont fabriquées par décomposition d'une matière organique à haute température. Celle-ci, peut être un liquide (imprégnation en phase liquide), ou un hydrocarbure gazeux (décomposition chimique en phase vapeur). Le carbone se dépose en grains sur les fibres en leur assurant une bonne liaison.

I.10.3. Les Matrices Céramiques (MC):

Elles sont particulièrement intéressantes en raison de leur caractère réfractaire. Elles sont réservées aux applications de très haute technicité travaillant à haute température comme la tuile de protection thermique, les brûleurs. Elles sont utilisées dans le spatial, le nucléaire et militaire. Leur seul inconvénient c'est qu'elles résistent mal à la rupture à la traction qui est partiellement masqué et compensé par l'introduction des fibres. Les techniques de fabrication les plus courantes sont l'imprégnation en phase liquide.

I.10.4. Les Matrices Métalliques (MM):

Elles ont une bonne ductilité, une bonne résistance à certains solvants, une meilleure tenue en température que les résines, une meilleure usinabilité. A l'inverse, elles sont difficiles à mettre en œuvre à cause de leur densité élevée et la réactivité des matériaux pouvant créer des problèmes au niveau de l'interface (fibres-matrice). La technique de leur fabrication, peut être effectuée par imprégnation en phase liquide, décomposition chimique en phase vapeur et

encore par Co- extrusion ou par Co-laminage. Les plus répandus actuellement sont les matériaux composites à matrice organique (MO), l'emploi de composites à matrice métallique ou céramique reste très limité.

La matrice permet de lier les fibres du renfort fibreux entre elles, ainsi que de répartir les efforts (résistance à la compression ou à la flexion). La matrice est facilement déformable et assure la protection chimique des fibres, et lie les fibres du renfort entre eux et assure la répartition de la contrainte c'est « l'emballage ». Les matrices doivent présenter une bonne compatibilité avec le renfort. En outre, elles doivent avoir une masse volumique faible de manière à conserver aux matériaux composites des caractéristiques mécaniques spécifiques élevées. Les résines les plus utilisées dans les matériaux composites sont :

- Les résines thermodurcissables.
- Les résines thermoplastiques.

Ces deux types de polymères diffèrent en leur structure moléculaire aussi bien que leur comportement.

Les résines thermoplastiques:

Les résines thermoplastiques ont des propriétés mécaniques faibles. Ces résines sont solides et nécessitent une transformation à très haute température. Les polychlorures de vinyle (PVC), les polyéthylènes, polypropylène, polystyrène, polycarbonate polyamide sont quelques exemples de ces résines thermoplastiques. Les résines thermoplastiques classiquement rencontrées sont PEEK, K3B. De même que pour les résines thermodurcissables, les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible.

Les résines thermodurcissables :

Les résines thermodurcissables ont des propriétés mécaniques élevées. Ces résines ne peuvent être mises en forme qu'une seule fois. Elles sont en solution sous forme de polymère non réticulé en suspension dans des solvants. Les résines polyesters insaturées, les résines de condensation (phénoliques, aminoplastes, furaniques) et les résines époxydes sont des résines thermodurcissables. Les exemples de résines thermodurcissables classiquement rencontrées sont 914, 5208, 70, LY556. Les matériaux les plus performants ont des caractéristiques mécaniques élevées et une masse volumique faible.

I.11. Additifs :

Des produits peuvent être incorporés à la résine pour renforcer les propriétés mécaniques (charges renforçantes, ex : charges sphériques creuses 5 à 150 μm). Des charges non renforçantes peuvent être également utilisées pour diminuer le coût des matrices en résine. Des additifs, de type colorant ou agent de démoulage sont largement utilisés lors de la conception des structures constituées de matériaux composites.

I.12. L'interface :

En plus de ces fibres et la matrice, il faut rajouter : une interface qui assure la compatibilité renfort/matrice, qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif. Bonne adhérence en couche fine. Des produits chimiques entre aussi dans la composition du composite, l'interphase etc. ... qui peut jouer sur le comportement mécanique, mais n'interviennent pratiquement jamais dans le calcul de structure composite.

I.13. Les charges :

L'objet de la charge renforçant est d'améliorer les caractéristiques mécaniques de la résine, ou diminuer le coût des résines en conservant les performances des résines. En générale ces charges sont des microbilles ou des particules (poudre). Les principales charges utilisées sont microbille en (verre, carbone, époxyde, phénolique, polystyrène, etc. ...) - des poudres ou paillettes métalliques : (cuivre, fer, aluminium, etc. ...) - des particules de carbone (noir de carbone).

I.14. L'aspect des Matériaux Composites:

Les matériaux composites peuvent se présenter soit:

I.14.1- En Monocouches:

Les monocouches (figure I.9) représentent l'élément de base de la structure composite. Les différents types de monocouches sont caractérisées par la forme du renfort: à fibres longues (unidirectionnelles UD, réparties aléatoirement), à fibres tissées, à fibres courtes

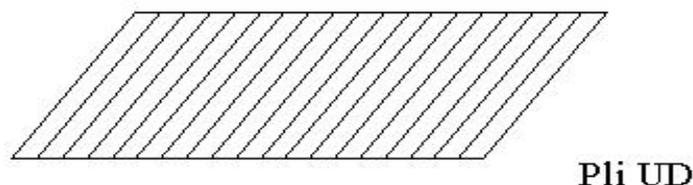


Figure I.9 : Matériau Composite Monocouche. [Bahlouli, 1993].

I.14.2-Composites stratifiés :

La stratification est une autre structure couramment rencontrée dans les pièces composites. Dans un stratifié, les fibres sont agencées en couches fines (quelques dixièmes de millimètre) nommées plis, qui sont empilées les unes sur les autres ; après la mise en forme, ces couches seront liées entre elles par l'intermédiaire de la matrice. Au sein d'un pli, les renforts peuvent avoir n'importe quel type de disposition, pourvu qu'elle soit plane :

- Soit l'un des tissus plans décrits ci-dessus (figure I.10.a), ce qui donne un comportement plus ou moins anisotrope selon la proportion de fils dans les deux directions ;
- Soit un mat : les fibres sont disposées « en vrac » sans orientation privilégiée sur quelques couches (figure I.10.b), ce qui donne un comportement quasi-isotrope dans le plan ;

Soit un tissu unidirectionnel : les fibres sont disposées parallèlement les unes aux autres sur quelques couches (figure I.10.c) et uniquement maintenues dans cette disposition par quelques fils de trame, ce qui donne un comportement fortement anisotrope.

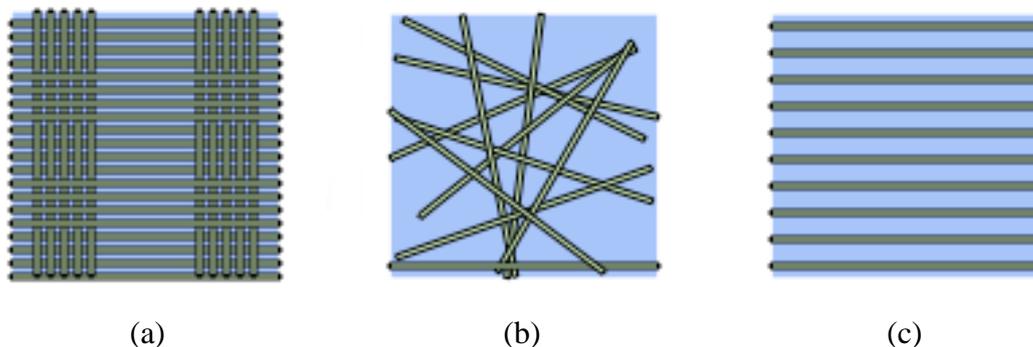


Figure I.10: Dispositions possibles des fibres dans un pli : (a) tissu plan (ici non équilibré), (b) mat, (c) unidirectionnel.

En jouant sur l'ordre et l'orientation des plis (figure I.11), il est possible d'adapter finement les propriétés mécaniques du stratifié aux sollicitations extérieures, et donc d'atteindre un haut niveau d'optimisation en mettant la matière là où elle est le plus utile. A l'échelle de la structure, les comportements mécaniques ainsi obtenus peuvent être très complexes, et vont du quasi-isotrope à une anisotropie marquée lorsque l'application le nécessite (voir ressource : Modélisation du comportement des composites : les poutres stratifiées). Les stratifiés sont globalement moins coûteux à fabriquer que les tissus 3D : en contrepartie, ils

Sont sujets au délaminage (c'est-à-dire que les plis peuvent se décoller les uns des autres, lorsque la matrice qui les relie se fissure).

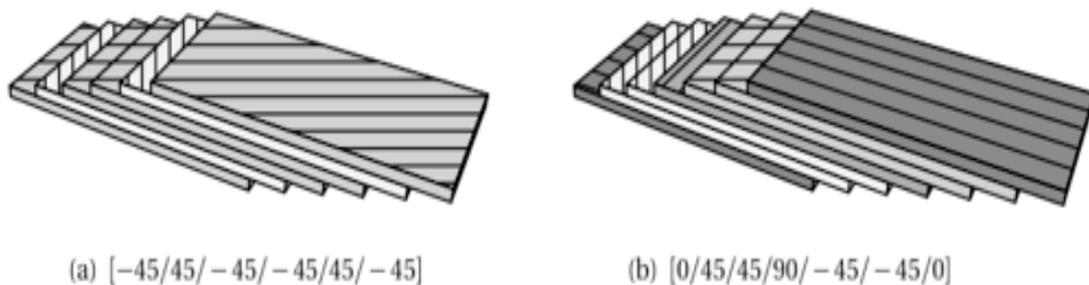


Figure I.11 : Exemples de stratifiés à base de plis unidirectionnels. Les nombres entre crochets désignent l'angle de chaque pli (en degrés) par rapport à une direction de référence. Image Laurent Gornet

Notons que là encore, cette structure n'est pas spécifique aux composites modernes : les dérivés du bois comme le contreplaqué possèdent souvent une structure stratifiée (figure I.12). Il existe également des stratifiés hybrides tels que le GLARE (GLASSREINFORCED) utilisé dans l'A380, constitué d'un empilement de fines feuilles d'aluminium alternées avec des plis unidirectionnels de fibres de verre et matrice époxy (figure I.12).

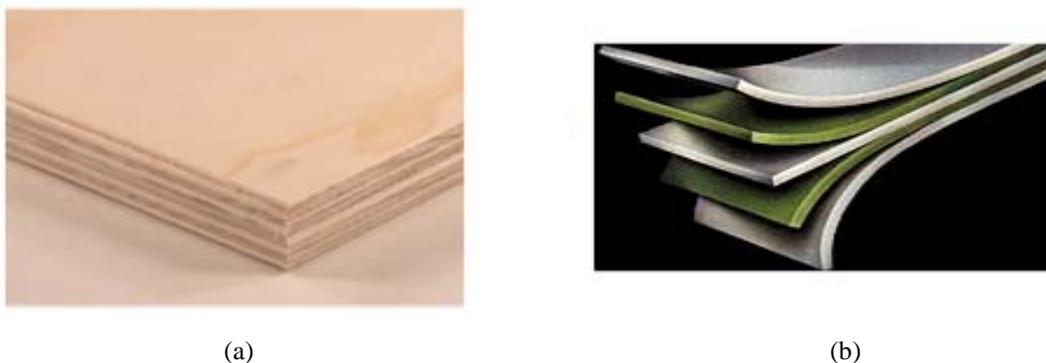


Figure I.12: Exemples de multi-matériaux stratifiés. (a) contreplaqué (b) GLARE (aluminium et composite verre/époxy).

Il existe trois types de matériaux composites stratifiés:

- Un stratifié équilibré: C'est un stratifié comportant autant de couches orientées suivant la direction $+\theta$ que de couches orientées suivant la direction $-\theta$.
- Un stratifié symétrique: est un stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
- Un stratifié orthogonal: c'est un stratifié qui comporte autant de couches à 0° que de couches à 90° .

I.15. Propriétés mécaniques des composites :

Les propriétés mécaniques des matériaux composites varient considérablement. Ces propriétés dépendent des fibres contenues dans le composite (type, quantité et direction), de la matrice utilisée, et du rapport volume-fibre, c'est à dire le ratio du volume des fibres par rapport au volume total du composite. Elles sont aussi affectées par le volume ou la dimension du composite lui-même. En général, les composites de fibres de carbone sont plus solides et plus rigides que les composites de fibres de verre. Le Tableau I.2 résume les propriétés mécaniques.

I.16. Classification des matériaux composites :

Les composites peuvent être classés suivant la forme des constituants ou suivant la nature des composants.

I.16.1 Classification suivant la forme des constituants :

En fonction de la forme des constituants, les composites sont classés en deux grandes classes :
Composites à fibres : On appelle composite à fibre, si le renfort se trouve sous forme de fibre (soit fibres continues, soit fibres discontinues, coupées ou courtes).

Composites à particules : On appelle composite à particule, lorsque le renfort se trouve sous forme de particule. Au contraire à une fibre, la particule n'a pas de dimension privilégiée. Les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux ou des matrices, comme la rigidité, la tenue à la température, la résistance à l'abrasion...etc. mais dans de nombreux cas, les particules sont simplement utilisées comme charges pour réduire le coût du matériau, sans diminuer les caractéristiques. Ce type de composite recouvre un domaine étendu dont le développement s'accroît sans cesse.

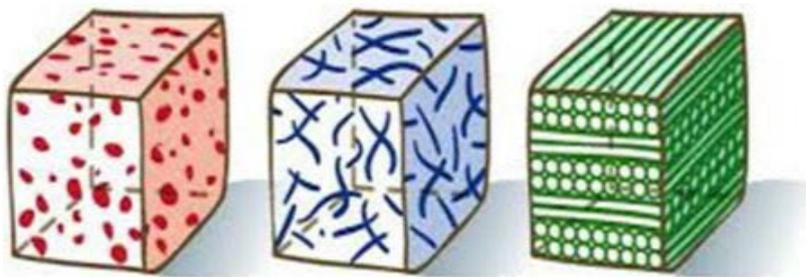


Figure I-12- différent type des matériaux composites

I.16.2 Classification suivant la nature de la matrice :

Selon la nature de la matrice, les matériaux composites sont classés :

- Composites à matrice organique (résine, charges) : peuvent être utilisés dans le domaine des températures ne dépassant pas 300°C.
- Composites à matrice métallique : (alliages légers et ultra légers d'aluminium, de magnésium, de titane) : domaine des températures jusqu'à 600°C.
- Composites à matrice minérale (céramique) : domaine des températures jusqu'à 1000°C. Ce type de composite (matrice) peut être associé à divers renforts

I.16. La Conception des Matériaux Composites :

On conçoit un composite en fonction du type d'application, de chargement ce qui est différent des matériaux classiques où on adapte la conception d'une structure en fonction du matériau constitutif. Pour les composites [Bahais, 2005], on construit sa structure à la demande:

- La nature, la texture et la forme du renfort,
- Le taux de renforcement,
- La nature de la résine et des charges ou additifs,
- La qualité de l'interface renfort-matrice,
- La géométrie de la pièce à réaliser
- Le procédé de mise en œuvre utilisé

On cherchera toujours à orienter au mieux les renforts en fonction des efforts auxquels la structure est soumise.

I.17. Applications des matériaux composites au génie civil :

En raison de leurs hautes propriétés mécaniques et de tous les avantages déjà exposés précédemment par rapport aux matériaux traditionnels, les matériaux composites sont de plus en plus utilisés dans le génie civil. Ces nouveaux matériaux de hautes performances, font aussi bien leur apparition dans la réhabilitation que dans la conception et la réalisation de nouvelles structures. Parmi les multiples applications des matériaux composites dans l'ingénierie civile, nous pouvons citer:

- Construction d'édifices et d'ouvrage d'art léger.
- Renforcement structurel d'édifices existants, afin de respecter de nouvelle norme ou en prévision d'utilisation nouvelle d'un bâtiment (ajout d'étage, changement du type

d'exploitation). Utilisation principalement dans ce cas de la fibre de carbone pour le renforcement de poutres, poteaux et dalles sous flexion et cisaillement

- Réalisation de formes complexes de grande portée.
- Utilisation de produits dérivés du béton avec ajouts de fibre, béton armé avec renfort en fibre de verre ou de carbone.
- Elaboration de matériaux hybrides avec des matériaux traditionnels.
- Transmission et distribution d'électricité temporaire et durable, pylônes électriques modulables et déplaçables.
- Structures destinées aux réservations d'eau.
- Panneaux pour murs et planchers.
- Produits dérivés du bois : bois aggloméré, lamellé collé, panneaux OSB, etc.
- Géotextiles: pour les opérations de drainage, stabilisation de sol, construction de barrages.

I.18. Les Avantages et Inconvénients des Matériaux Composites :

- Une grande résistance à la fatigue,
- Une faible vieillissement sous l'action de l'humidité, de la chaleur, de la corrosion (sauf alu- carbone),
- Sont insensibles aux produits chimiques "mécaniques " comme les graisses, huiles, liquides hydrauliques, peintures, solvants, pétrole,
- Attention aux décapants de peinture qui attaquent les résines époxydes !
- Les composites sont très anciens : bois (composite naturel), torchis, béton (agrégats et pâte de ciment), béton armé, bois contre-plaqué (sandwichs), lamifiés décoratifs par exemple.
- Coût parfois prohibitifs (temps, coût, étude et mise en œuvre),
- Grande concentration de contraintes dans les composites stratifiés et les sandwichs,
- Problèmes aux niveaux : manipulation, compatibilité chimique, mouillage.

I.19. La Mise en œuvre des matériaux composite :

Généralement le choix d'un procédé de moulage se fait en fonction de certains paramètres à savoir:

- Imprégnation du renfort par le système résineux.
- Mise en forme à la géométrie de la pièce
- Durcissement du système :

- Soit par polycondensation et réticulation pour les matrices thermodurcissables,
- Soit par simple refroidissement pour les matières thermoplastiques.

Les procédés les plus importants sont :

- Moulage par contact.
- Moulage par projection simultanée.
- Injection thermodurcissable BMC.
- Compression thermodurcissable SMC.
- Enroulement filamentaire (ou bobinage).

I.19.1. Moulage au contact :

Le principe consiste à disposer dans un moule les renforts (sous forme de mat ou de tissu) imprégnés manuellement d'une matrice thermodurcissable. Les pièces de formes quelconques peuvent être réalisées avec une cadence très faible.

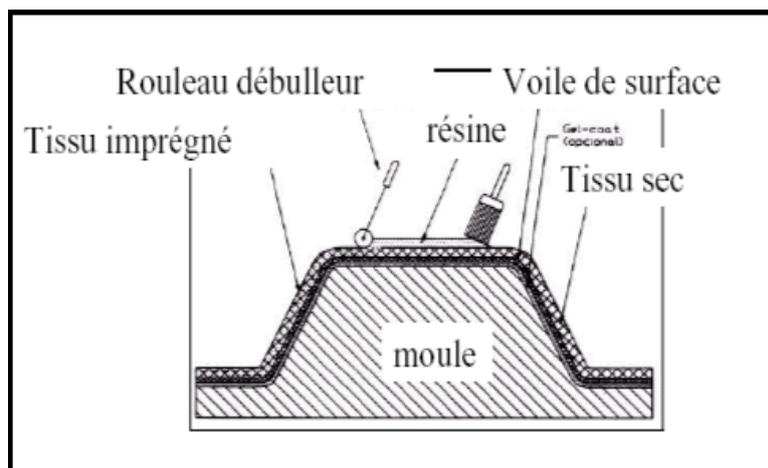


Figure I.14 : Moulage par contact

I.19.2. Moulage par projection simultanée :

Le moulage est effectué par projection simultanée de fibres coupées et résine catalysée sur un moule. L'équipement à projeter est constitué d'une machine à couper le stratifié et d'un pistolet projetant la résine et les fibres coupées, l'ensemble fonctionnant par air comprimé. La couche de fibres imprégnées de résine est ensuite compactée et éboulée au rouleau cannelé. Le moulage par projection permet d'obtenir de grandes séries de pièces, avec un bas prix de revient.

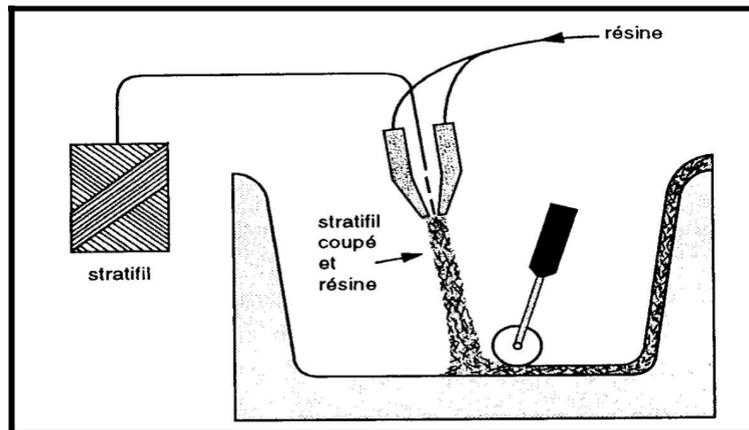


Figure I.15 : Moulage par projection simultanée

I.19.3. Injection thermodurcissable BMC: (Bulk Molding Compound).

Le moulage du compound est réalisé entre moule et contre moule chauffé à température entre 140 à 170°C sous une pression de 50 à 100 bars. Les avantages : réalisation de grandes séries, peu de finition. Le compound : c'est de la résine, de la fibre coupée et de la charge

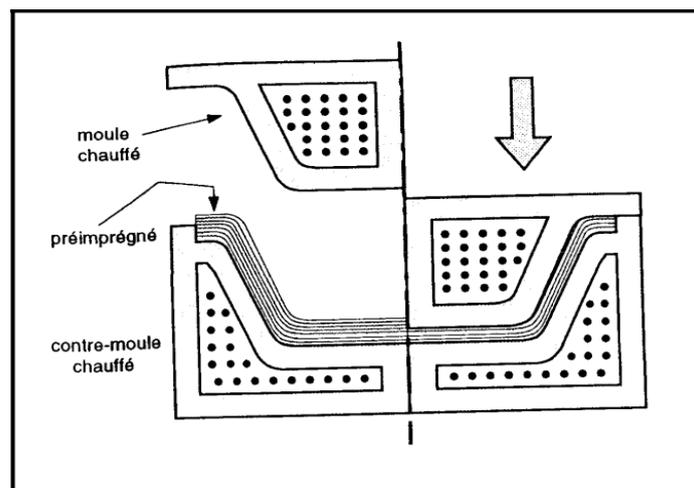


Figure I.16 : Injection thermodurcissable

I.19.4. Compression thermodurcissable SMC: (SHEET MOLDING Compound)

Le principe consiste à déposer des feuilles de pré imprégnés dans un contre moule chauffé, de comprimer le matériau avec un moule chauffé, polymérisation puis éjection de la pièce. Les avantages : coût matière, propriétés mécaniques et thermiques. Les limites sont l'aspect, le dimensionnement des presses et la finition.

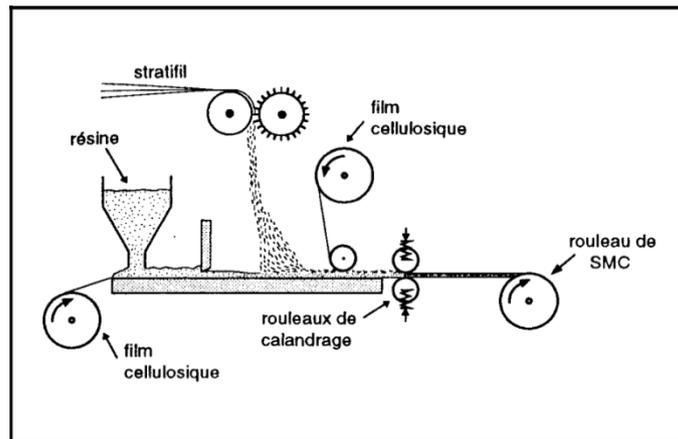


Figure I.17 : Compression thermosable SMC

I.19.5. Enroulement filamentaire (ou bobinage): Technologie pour les HP

Le principe consiste en un enroulement sous tension sur un mandrin tournant autour de son axe de fibres continues préalablement imprégnées d'un liant. Les avantages sont la disposition optimale des renforts, les très bonnes propriétés mécaniques, possibilité de réaliser des pièces de grandes Dimensions avec des surfaces internes lisses.

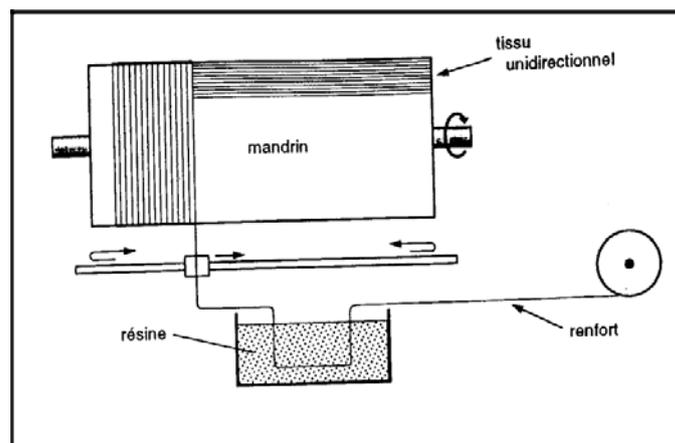
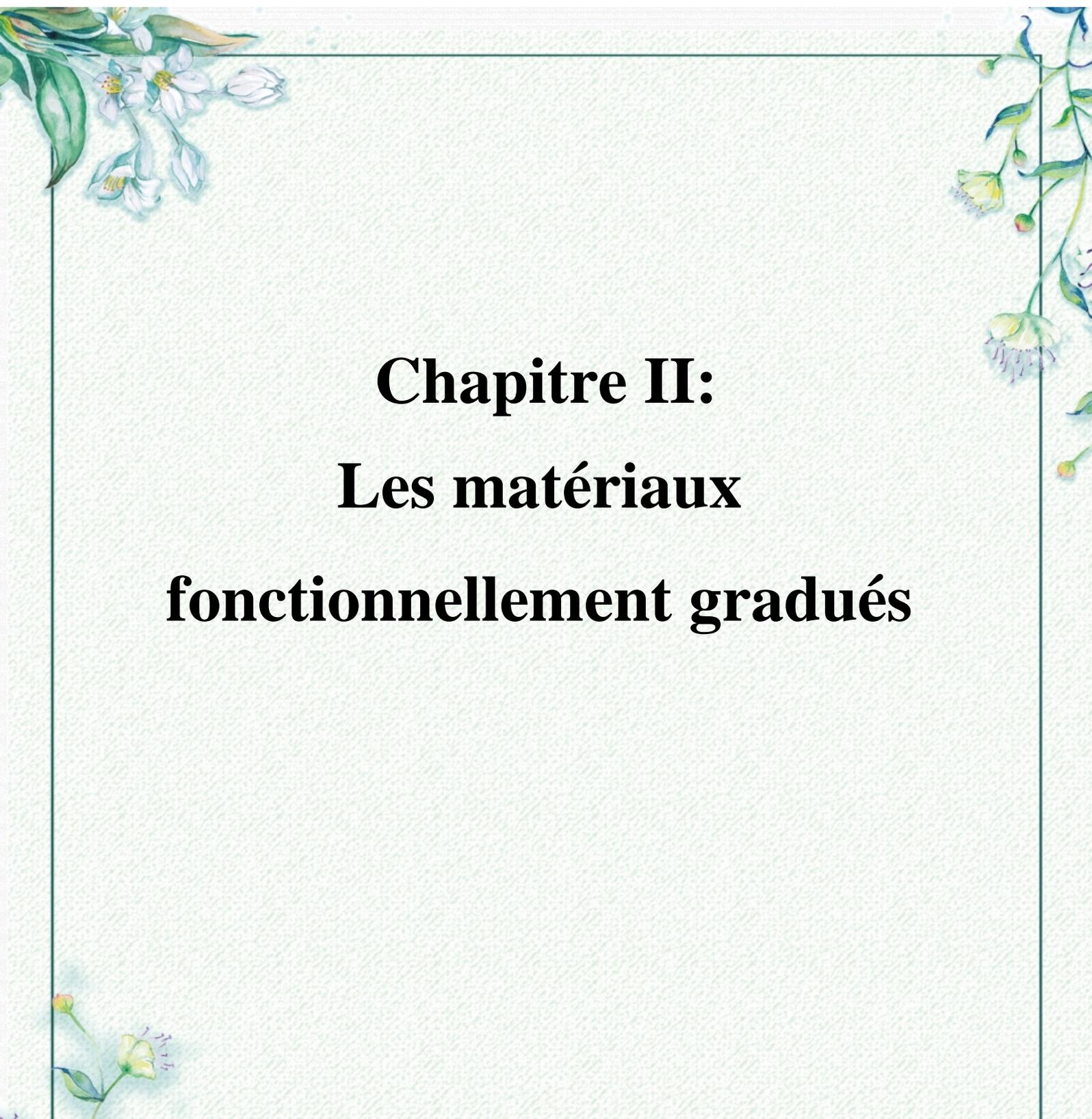


Figure I.18 : Enroulement filamentaire (ou bobinage)

I.20. Conclusion :

Cette revue de la littérature nous a permis d'avoir une vision d'ensemble sur les caractéristiques des matériaux composite, et leur principales techniques permettant d'étudier le comportement mécanique des composites aux différentes échelles .nous avons accordé une attention particulière la caractérisation de la zone interrassiale et l'interface de la résistance fibre – matrice sur la propriété macroscopique des composite.



Chapitre II:
Les matériaux
fonctionnellement gradués

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

II.1 Introduction :

Les matériaux avec gradient sont considérés comme des matériaux composites. Depuis le début du 20ème siècle, l'utilisation de matériaux composites s'est développée ces dernières années: la fabrication de matériaux composites s'est développée dans l'industrie automobile, la construction et enfin dans le domaine aéronautique, avec une résistance mécanique, chimique et de vie élevée.

Les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) sont des composites spéciaux dont les propriétés varient de façon continue grâce à leur épaisseur. Les FGM sont habituellement faits de mélange de céramique et de métal et peuvent donc résister à des environnements de haute température tout en maintenant leur ténacité. La technologie de la FGM était celle des matériaux de fabrication originale proposée au Japon en 1984 par Sendai Groupe Ils sont utilisés dans des applications très différentes, telles que les cuves de réacteur, les appareils de l'énergie de fusion, les secteurs biomédicaux, les avions, les véhicules spatiaux, les industries de la défense et d'autres ouvrages d'art. En effet, le comportement mécanique des éléments de structure avec les FGM est d'une importance considérable dans les domaines à la fois de recherche et d'industrie.

Le matériau à gradient fonctionnel (FGM) est un matériau composite avancé, qui est produit par une variation graduelle des fractions volumiques des constituants. De nombreuses applications de structures fonctionnelles (FG) ont conduit au développement de diverses théories de plaques pour prédire avec précision leurs comportements statiques.

L'avantage d'utiliser les FGM est pour la raison de leur aptitude de résister à des environnements à haut gradient de température, tout en conservant leur intégrité structurale.

II.2. Définition des FGM :

Un matériau fonctionnellement gradué est un matériau composite qui a des propriétés mécaniques variables en suivant une fonction dans une direction donnée, en général c'est l'épaisseur de la poutre. Il est fabriqué en mélangeant les particules des phases de deux matières différentes, par exemple, métal et céramique. Autrement dit, un FGM est une classe des composites qui ont une variation continue des propriétés matériels d'une surface à une autre.

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

Une poutre fonctionnellement graduée est définie comme une poutre dont les fractions volumiques de deux ou trois matériaux varient continuellement avec une fonction à travers une épaisseur (William G.C, 2005).

Le concept des matériaux à gradient de propriétés (FGM) est caractérisé par une propriété sans interruption changeante due à un changement continu de la composition, dans la morphologie et effectivement dans la structure cristalline, il représente un saut technologique rapide à travers les différents domaines d'application potentiels.

Des recherches ont été établis afin de préparer des matériaux de barrière thermique performants à longue durée de vie, Leurs but principal est d'améliorer la résistance à l'usure ou à l'oxydation, et avoir un matériau blindé léger avec une haute efficacité balistique (navettes aérospatiales) qui peut résister au milieu à haute température (turbomachines aéronautiques ou terrestres). Ould Larbi, L., (2013).

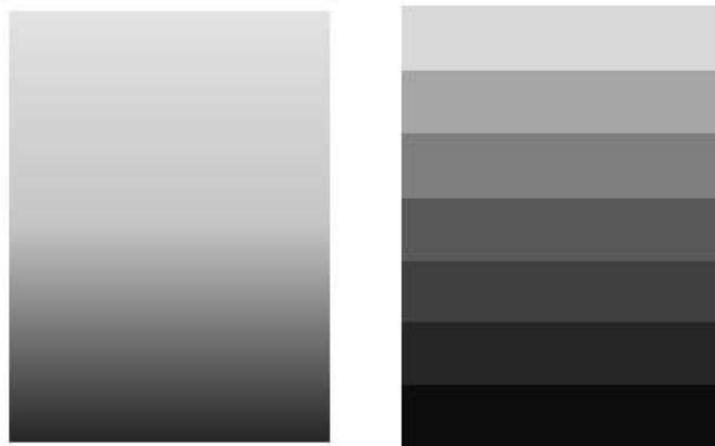


Figure II.1 : Variation continue et discrète des Propriétés

II.3.Histoire sur les matériaux à gradient de propriétés (FGM) :

Dans les années quatre-vingts, un concept de matériaux à gradient de propriété a vu le jour au niveau du laboratoire national d'aérospatial au Japon, élite dans ce vaste domaine.

À partir de 1984, les chercheurs Niino et ses collègues [Niino et al. 1988], ont eu l'intelligence de développer des matériaux qui ont une grande résistance thermique pour les Structures spatiales et les propulseurs à fusion [Koizumi, M.1992]. Les changements des Propriétés matérielles mécaniques et thermiques sont induites par les changements continus

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

Dans la microstructure et même dans la porosité de ces matériaux [Koizumi, M.1997]. Plusieurs domaines d'application comme les moteurs et les turbines font appel à cette catégorie de matériaux [T. K. Nguyen et al. 2007].

Un vaste programme de développement des matériaux à gradient de propriétés a été lancé par le gouvernement japonais en 1987, il s'est focalisé sur le développement de cette technologie de matériaux à gradient de propriétés et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques. Plusieurs laboratoires de recherche ont imprégné dans ce programme dans le but de développer des matériaux dans leurs structures, servants comme barrières thermiques dans le domaine de l'aérospatial [Koizumi. M. 1997].

Pendant la période de 1987 jusqu'à 1989, c'est née la première innovation des pièces expérimentales d'une section de 10 mm d'épaisseur et 30 mm de diamètre qui peuvent résister à des températures de surface de 2000 K avec un gradient de température de 1000 K [H.Okamura, 1991].

Durant la deuxième période de 1990 jusqu'à 1991 c'est la phase où ils ont peu conçu des pièces de sections plus grandes avec des formes plus complexes qui induisent un champ d'application plus vaste [H. Okamura, 1991].

Ce n'est qu'en 1992 qu'un nouveau projet de recherche a été né, dans un but de développer les matériaux fonctionnellement gradués afin d'améliorer leur efficacité dans la conservation d'énergie dont l'intitulé est : « recherche sur les matériaux pour une conservation d'énergie en tenant compte de la structure à gradient de propriété ».

II.4. Concept des matériaux a gradient de propriétés :

L'invention du matériau à gradient de fonction (FGM) est attribuée à KOIZUMI en 1984 dans le cadre de son travail sur les attribuée thermique [Yamanouchi, M.,et al. 1990]. Il s'agit d'une classe de composites constituée de deux matériaux ou plus se avec des propriétés physico-chimique différente un FGM est caractérisé par un changement graduelle contenu des propriétés des matériaux [Bohidar, S., et al. 2014]. Ils présentent donc une microstructure hétérogène et contrôles modulée par un gradient de composition, de porosité, de distribution de phase ou de test conduit des différences de propriété (densité, dureté, conductivité thermique, conductivité électrique...).

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

Dans l'absolu, un FGM peut être fabriqué avec n'importe quelle combinaison des matériaux adaptés à l'application visée. Les FGM sont classés en deux catégories : les FGM continus et les FGM discontinus sous la forme de couches.

Les matériaux fonctionnellement gradués FGM sont l'un des matériaux avancés résistants à haute température, capables de résister aux températures extrêmes. Les FGM sont de nouveaux matériaux macroscopiquement hétérogènes dans lesquels les propriétés mécaniques varient régulièrement et de façon continue d'une surface à l'autre. Ceci est réalisé par la variation progressive de la fraction volumique des matériaux constitutifs. [SamsamShariat 2005] En réalité, la microstructure des FGM est discrète et disposée de façon aléatoire comme illustré dans les figures (II.1) et (II.2). La microstructure des FGM se distingue par trois zones différentes : deux zones avec une faible concentration de phases représentent les parties particules-matrice, tandis que la zone intermédiaire est une transition dans laquelle il existe une interface de phases. [Nguyen 2008].

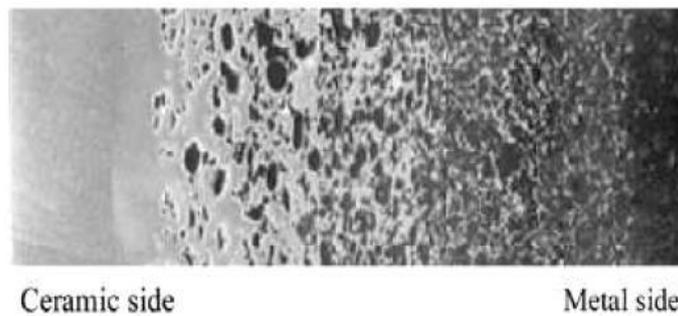


Figure II.2 : Microstructure de FGM céramique-métal [Nguyen 2008]

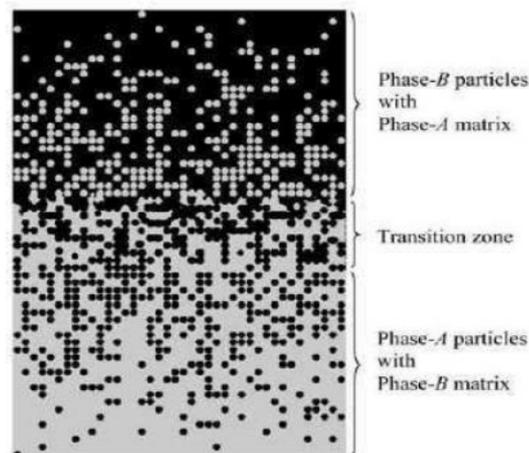


Figure II.3 : Schéma présente Les deux phases de FGM [Shen 2011]

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

La plupart des FGM sont composés de céramiques et métaux dont les propriétés mécaniques sont comparées dans le tableau (II.1). Les vides sont également considérés comme une composante de la FGM. Ils peuvent être distribués sur la surface ou à l'intérieur de la structure pour assurer une résistance aux chocs mécaniques derrière l'isolation thermique. [Nguyen 2008].

Tableau II.1 : Comparaison entre les propriétés de céramique et du métal. [Nguyen 2008]

Face à haut température	Céramique	Bonne résistance thermique bonne résistance à l'oxydation faible conductivité thermique
Les couches intermédiaires	Céramique-métal	Élimination des problèmes d'interface
Face à basse température	métal	Bonne résistance mécanique haute conductivité thermique élevée très bonne ténacité

II.5. Types de matériaux fonctionnellement gradués :

Au début du développement des matériaux FGM, le concept était de éliminer l'interface nette qui existait dans le matériau composite traditionnel et de la remplacer par une interface progressivement variable, qui se expliquait par la composition chimique changeante de ce composite dans cette région d'interface.

L'intérêt progressif pour ce type de matériaux a conduit à la mise au point de différents types de FGM. Le type d'application étudiée détermine généralement le type de FGM à utiliser. Les différents types des matériaux FGM en cours de production comprennent à présent le gradient de composition chimique, le gradient de porosité et le gradient de la microstructure. Chacun de ces types des matériaux FGM est décrit en détail dans les sections suivantes.

II.5.1. Gradient de composition chimique des Matériaux FGM :

Il s'agit d'un type des matériaux FGM, dans lesquels la composition chimique varie progressivement en fonction de la position spatiale dans le matériau. Cela pourrait être sous la forme d'une seule phase, ou dans un matériau multi phase. Une FGM monophasée est

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

produite lorsque le composite est fabriqué à partir d'une seule phase, en raison de la solubilité des éléments chimiques d'une phase dans l'autre phase. Cela se produit généralement lors du processus de frittage [Bharti, I. et al. 2013]. Le changement graduel de la répartition des éléments chimiques dans la phase unique entraîne la formation du matériau fonctionnellement gradué. Selon le diagramme de phase et les limitations thermodynamiques, lorsque certains matériaux sont ajoutés à un autre matériau, le matériau qui a été ajoutée à l'autre matériau serait soluble dans ce matériau sur une gamme de composition et des conditions de mélange. Ce matériau deviendrait ce qu'on appelle un matériau monophasé mais de composition chimique variable en raison de la solubilité. Ce type de FGM est moins habituel.

Les matériaux FGM les plus couramment conçus et les plus habituellement utilisés sont ceux qui ont une composition chimique multi phase [Mahmoud, R.M. et al. 2012,2015]. Les phases et la composition chimique on fait varier à travers le volume apparent du matériau. Comme la composition du matériau varie d'un matériau à l'autre, il en résultera différentes phases avec différentes compositions chimiques qui permettraient de réaliser l'application souhaitée, pour laquelle la FGM a été conçue.

Les différentes phases produites dépendent de la quantité de composition du matériau de renforcement et des conditions de fabrication, telles que la vitesse de refroidissement et le traitement thermique appliqué à ce matériau. Dans la métallurgie des poudres, le procédé de production de FGM est en plaçant la couche par couche de composition de poudre requise, et cela est suivi par le compactage et le frittage de la poudre par la suite. Au cours du processus de frittage, certaines poudres métalliques vont réagir pour former différents composés et phases chimiques. Celles-ci varieraient en fonction de la position spatiale dans le matériau fonctionnellement gradué.

II.5.2. Gradient de porosité des Matériaux FGM :

Le Gradient de porosité des matériaux fonctionnellement gradués est un autre type de FGM, dans lequel la porosité dans le matériau est amenée à changer avec le changement de la position spatiale dans le matériau composite.

Le diagramme schématique du gradient de porosité typique d'un matériau fonctionnellement gradué est représenté sur la Figure (II.4).

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

Ce type de matériau à gradation fonctionnelle est très important pour les applications biomédicales, car le matériau naturel qu'elles entendent remplacer consiste en une porosité à gradation fonctionnelle, laquelle faciliterait également l'intégration de l'implant et des tissus environnants. La porosité est importante pour le processus de guérison de cet implant et contribue également à la circulation sanguine vers les tissus intégrés. La porosité graduée contribue également à réduire le poids total de l'implant et à améliorer le module d'élasticité du matériau de l'implant pour correspondre à celui du tissu humain. La porosité graduée contribue à réduire la densité du bio-implant. Cela est nécessaire pour éviter la protection contre les contraintes qui se produit lorsque le module d'élasticité de l'implant est supérieur à celui de l'os humain. Les matériaux à gradient de porosité sont produits par dépôt de poudre avec un mélange varié de formes et de tailles de particules différentes, ce qui aiderait à produire la porosité variable nécessaire en fonction de la forme et de la taille des pores.

Les matériaux à gradient de porosité peuvent être un gradient de densité de porosité ou un gradient de taille de pores. La densité de porosité est produite lorsque la densité de porosité change en fonction de la position spatiale à travers le volume du matériau.

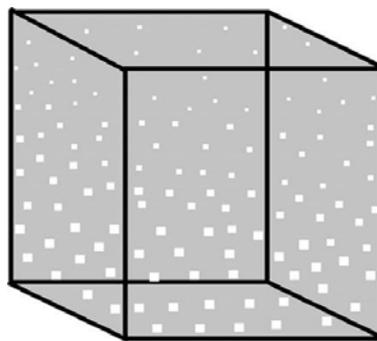


Figure II.4 : Matériaux FGM pur

II.6. 3. Gradient de la microstructure des Matériaux FGM :

Un matériau fonctionnellement gradué de gradient microstructural est un autre type de FGM, dans lequel la microstructure est conçue de manière à produire différentes microstructures dans le matériau, qui sont amenées à changer progressivement, de manière à obtenir les propriétés requises du matériau. La gradation microstructurale peut être obtenue pendant le processus de solidification, de sorte que la surface du matériau est trempée, par exemple lors de la production d'une propriété de surface très dure du matériau. Le noyau du même matériau est laissé refroidir lentement, ce qui aiderait à produire des microstructures différentes de

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

celles situées à la surface du matériau et partie la plus interne. De plus, la gradation microstructurale peut être obtenue par un processus de traitement thermique contrôlé.

II.6. Comparaison des matériaux types FGM et les matériaux composites traditionnels :

Généralement, les F.G.M sont des matériaux constitués de plusieurs couches contenant des composants différents tels que les céramiques et les métaux. Ils sont donc des composites présentant des caractéristiques macroscopiquement inhomogènes. Le changement continu dans la composition et donc dans la microstructure du matériau distingue les F.G.M des matériaux composites conventionnels comme illustré sur la (figure I.5) (Koizumi 1996). Il en résulte un gradient qui déterminera les propriétés matérielles des FGM. Dans certains cas, on peut avoir un FGM constitué d'un même matériau mais de microstructure différente (Bochet *al.* 1986).

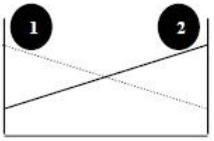
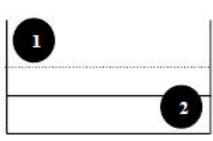
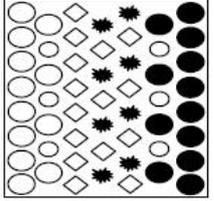
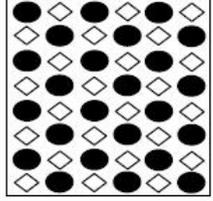
Propriétés	<p>1 Résistance mécanique</p> <p>2 Conductivité thermique</p>		
Structure	<p>Eléments constitutifs:</p> <p>céramique ○</p> <p>métal ●</p> <p>microporosité ◊</p> <p>fibre *</p>		
Matériaux	exemple	FGM	NON-FGM

Figure. II.5: Caractéristiques des Matériaux Composites FGM en Comparaison avec les Matériaux Composites Conventionnels [KOIZ, 1996]

II.7. Classification des FGM :

Peut-être les FGM sont mieux classifiés selon le traitement, comme illustré dans figure II-6, qui sépare les FGM en deux catégories : ceux par des processus constructifs et ceux produits par les processus transporter-basés . En résumé, les processus constructifs se fondent sur le placement des phases dans une structure par l'ingénieur des méthodes. Les processus Transporter-basés se fondent sur des réactions ou des processus welltimed et sont conçus pendant la fabrication matérielle. Beaucoup de revêtements de protection (par

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

exemple, revêtements d'isolation thermique) se rangent dans l'ancienne catégorie. La carburation de l'acier se range dans la dernière catégorie. Naturellement, une approche de conception dans laquelle une gradation est formée in situ, par un processus transporter-basé, serait plus simple et généralement plus souhaitable qu'une approche constructive.

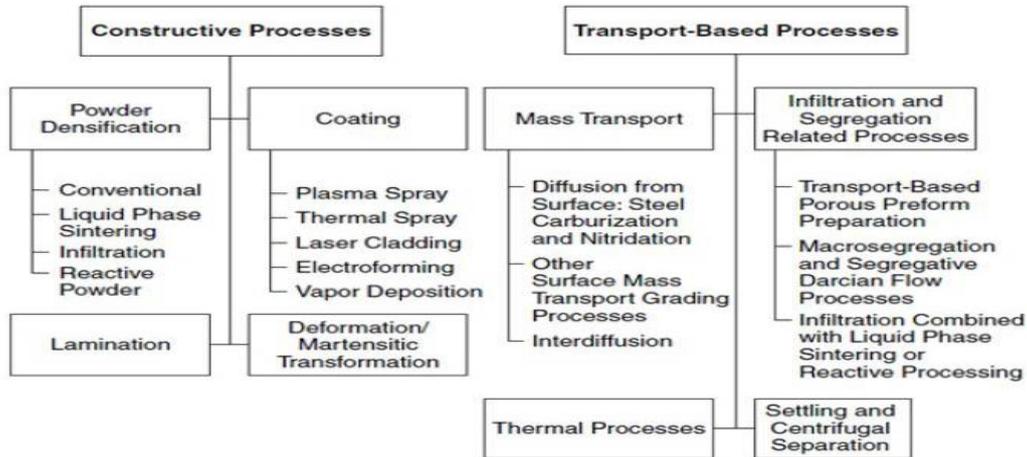


Figure II.6 : Classification des matériaux FGM.

II.8. Lois régissant la variation des propriétés matérielles des structures FGM :

Un matériau à gradient de propriétés est un matériau fonctionnel. La combinaison de matériaux distincts permet d'améliorer les propriétés électriques, magnétiques, mécaniques, thermiques du système global.

Les propriétés mécaniques sont intimement liées à la microstructure sollicitée. La nature des phases, leurs pourcentages, leurs morphologies sont des paramètres qui vont jouer sur les propriétés mécaniques. Différentes voies peuvent être utilisées pour modéliser le comportement de matériaux multi-phases : Loi de mélange ou modélisation numérique de la microstructure [Texier D, 2013]. Différentes lois de mélange existent et découlent des travaux menés sur composites. Nous citons à titre d'exemple : le modèle de Voight, Reuss, Hirsch-Dougill, Les approches de Tsai-Pagano ou de Popovics qui sont des cas particuliers du modèle de Hirsch- Dougill, Modèle de Hashin-Shtrikman,..etc

La dépendance des propriétés de la position se traduit par la prise en compte de la loi des mélanges correspondant au modèle de Voigt [Shen, 2009]

Avec $i P$ et $i V$ sont respectivement la propriété mécanique et la fraction volumique du constituant i , avec:

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

$$\sum_{i=1}^n V_i = 1 \quad (\text{II.1})$$

Dans la pratique, la plupart des structures FGM sont à deux constituants : de la céramique et du métal inoxydable en général. Dans ce cas, la loi de Voigt se réduit à :

$$P_1 = P_1 V_1 + P_2 V_2 \quad (\text{II.2})$$

Avec:

$$V_1 + V_2 = 1 \quad (\text{II.3})$$

Un FGM peut être définie par la variation des fractions de volume. La plupart des chercheurs emploient la fonction de puissance, la fonction exponentielle, ou la fonction sigmoïde pour décrire les fractions de volume. Les liaisons entre les particules doivent être assez dures à l'intérieur pour résister à la rupture, et également assez dures à l'extérieur pour empêcher l'usure.

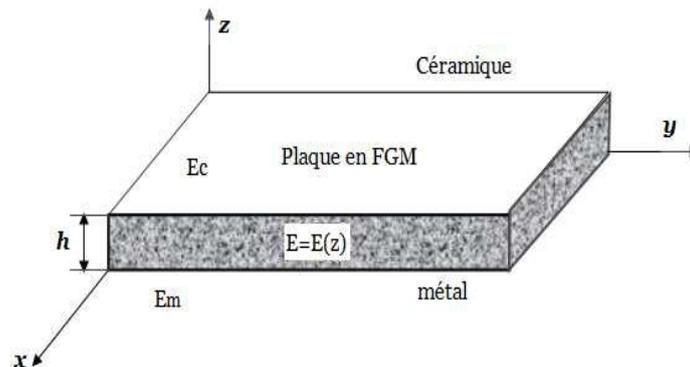


Figure II.7 : Géométrie d'une plaque FGM

Les coordonnées x et y définissent le plan de la plaque, tandis que l'axe z est perpendiculaire à la surface moyenne de la plaque et dans la direction de l'épaisseur. Les propriétés du matériau dont le module de Young et le coefficient de Poisson sur les faces supérieures et inférieures sont différentes. Ils varient de façon continue, suivant l'épaisseur (l'axe z) soit [Jin et Batra, 1996] indiquent que l'effet du coefficient de poisson sur les déformations est négligeable comparativement à celui du module de Young. Par conséquent, le coefficient de Poisson peut être supposé comme constant. Cependant, Le module de Young dans la direction de l'épaisseur de la plaque FGM varie en fonction de la loi de puissance (P-FGM), la fonction exponentielle (E-FGM) ou avec la fonction sigmoïde (S-FGM).

II.8 .1 Propriétés matérielles de la plaque P-FGM :

La fraction volumique de la classe P-FGM obéit à une fonction en loi de puissance :

$$v(z)=\left(\frac{z+h/2}{h}\right)^k \quad (\text{II.4})$$

Où k est un paramètre matériels et h est l'épaisseur de la plaque. Une fois la fraction volumique locale $v(z)$ à été définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges [Houari 2011] :

$$E_m+(E_c-E_m)V(z) \quad (\text{II.5})$$

Où : E_m et E_c sont respectivement les modules de Young de la surface inférieure ($z= -h/ 2$) et de la surface supérieure ($z= h/ 2$) de la plaque FGM, la variation du module de Young dans la direction d'épaisseur de la plaque P-FGM est représentée sur la figure (III.8), il apparait clairement que la fraction volumique change rapidement près de surface inférieure pour $k<1$, et augmenté rapidement près de la surface supérieure pour $k>1$.

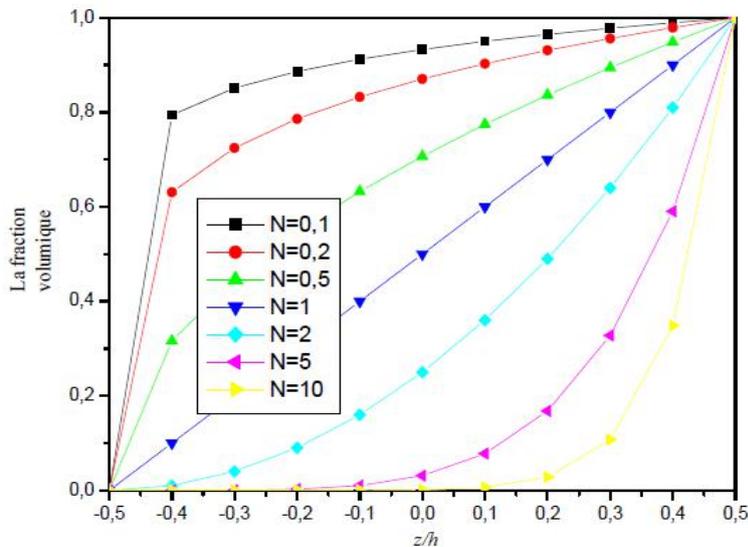


Figure II.8: La variation de la fraction volumique dans le cas d'une plaque P-FGM

II.8.2 Propriétés matérielles de la plaque S-FGM :

Dans le cas d'ajouter une plaque P-FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une plaque composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interfaces où le matériau est continu mais change rapidement [Houari 2011]. Par conséquent, Chung et chi [Chi . Shyang-ho. 2003] ont défini la fraction de volume de la plaque FGM en utilisant

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définis par :

$$V_1(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h/2+z}{h/2} \right)^k \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0$$

$$V_2(z) = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{h/2-z}{h/2} \right)^k \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.6})$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la plaque S-FGM peut être calculé par :

$$E(z) = V_1(z)E_c + [1 - V_1(z)]E_m \text{ Pour } -h/2 \leq z \leq 0$$

$$E(z) = V_2(z)E_c + [1 - V_2(z)]E_m \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{II.7})$$

La figure (II.9) montre que la variation de la fraction volumique dans l'équation (II.4) représente la distribution sigmoïde, et cette plaque FGM est appelée (Plaque S-FGM).

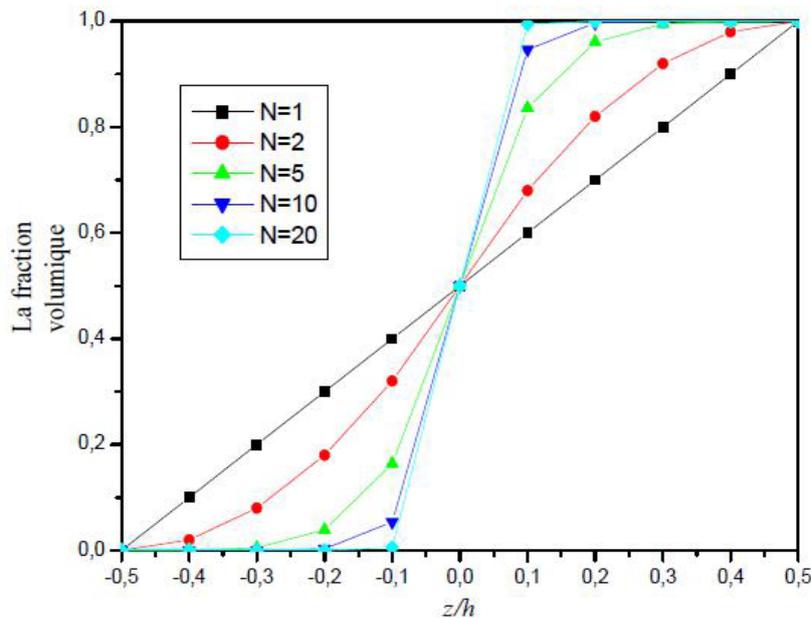


Figure II.9: La variation de la fraction volumique dans le cas d'une plaque S-FGM

II.8.3 Propriétés matérielles de la plaque E-FGM :

Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM, la plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle qui s'écrit sous la forme :

$$E(z) = E_2 e^{B(z + \frac{h}{2})}$$

Avec :

$$B = \frac{1}{h_1} \ln\left(\frac{E}{E_2}\right)$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la plaque E-FGM est représentée dans la figure (II.10).

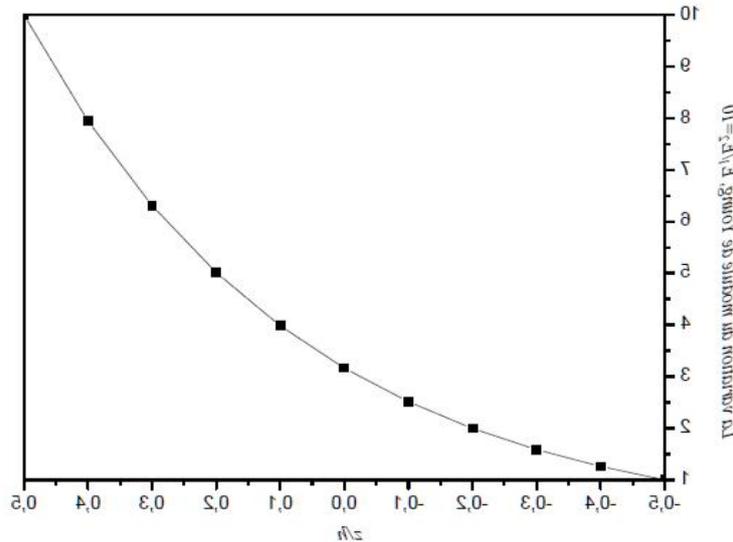


Figure II.10: Variation du module de Young dans une plaque E-FGM

II.9.Méthode d'élaborations des FGM :

Les procédés de fabrication d'un matériau à gradient de propriétés (FGM) peuvent habituellement être divisés en construisant la structure dans un espace hétérogène (mélange graduel) et transformation de cette structure en matériau en bloc (solidification).

Les processus de mélange graduel peuvent être classés dans les constituants, l'homogénéisation et la ségrégation. Les procédés élémentaires sont basés sur la fabrication par étape de structure en matériaux graduels précurseurs ou poudres. Les avancés en technologie d'automatisation pendant les dernières décennies ont rendu des processus élémentaire de progression technologiquement et économiquement durable.

Dans la procédure d'homogénéisation qui traite une interface pointue entre deux matériaux est convertie dans un gradient par transport matériel. Les procédés d'homogénéisation et de ségrégation produit un gradient continu, mais ont des limitations au sujet des types de gradients qui peuvent être produits.

Habituellement le séchage et la solidification suivent les étapes du mélange graduel. Le besoin de ces processus de consolidation doit être adapté à FGM: les conditions de ces

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

procédures doivent être choisies pour que le gradient ne soit détruit ou altéré en mode non contrôlée. L'attention doit être également prêtée au rétrécissement inégal de FGM pendant la consolidation Kieback (2003).

Ces dernières années, les travaux menés au laboratoire ont permis de développer une méthode originale pour élaborer des composites à gradient continu de composition. Cette méthode est basée sur une technique de Co-sédimentation de poudres en milieu aqueux. Chaque particule élémentaire de poudre sédimente avec une vitesse proportionnelle à la densité du matériau et au carré du diamètre de la particule (relation de Stokes). En contrôlant et en adaptant les répartitions granulométriques de chaque poudre, il est possible d'obtenir différents gradients de concentration dans le dépôt formé à l'issue de la sédimentation.

Il existe de nombreuses méthodes d'élaboration des matériaux à gradient de propriétés, les techniques les plus employées sont brièvement expliquées ci-après:

II.9.1- Coulage en Bande (Tape Casting ou Doctor-Blade) :

Le coulage en bande consiste à couler une barbotine de poudres fines en suspension aqueuse ou non-aqueuse (la plupart des travaux commerciaux utilisent le procédé non Aqueux) sur un support plan en couches minces et régulières. Selon les cas, c'est soit la lame (Doctor Blade) qui est animée d'un mouvement de translation, soit le support qui se déplace sous la lame (figure. II.11).

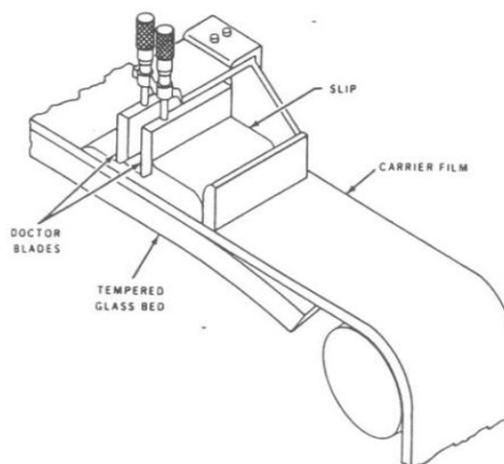


Figure. II.11: Principe de la Méthode de Coulage en Bande (d'après Runk et Andrejco) [Will, 1976].

Les produits obtenus sont des feuillets avec des épaisseurs contrôlées (25-1000 μ m). Après un raffermissement de la pâte, les feuillets sont démoulés et ensuite découpés.

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

Le solvant doit avoir un point d'ébullition très bas et une viscosité faible. Il doit être soluble avec le liant, le plastifiant et les autres ajouts mais ne doit être ni soluble ni réactif avec la poudre céramique.

Le liant donne une grande résistance mécanique au produit cru en permettant son maniement. Généralement un plastifiant est ajouté au liant pour baisser sa viscosité.

Le liant, le plastifiant et le dé flocculant doivent être totalement dégagés pendant le déliantage. L'un des plus anciens travaux sur l'étude de cette technique a été publié par Howatt et al. En 1947 (voir WILL, 1976)], et depuis d'autres travaux ont été réalisés [BOCH, 1986 et 1987].

Ce procédé est devenu une technique économique pour la production des substrats céramiques de type Al_2O_3 et surtout pour les condensateurs à base de $BaTiO_3$.

II.9.2- Coulage Séquentiel en Barbotine (Slip Casting) :

Le coulage en barbotine (slip casting) consiste à couler une suspension dans un moule poreux qui va drainer le liquide grâce aux forces capillaires, laissant un tesson (couche de poudre compacte) sur la surface du moule. Après séchage, on obtient le corps en cru. Donc le coulage se décompose en deux étapes essentielles:

- Formation du tesson ou "prise". Consolidation du tesson ou "raffermissement".
- La filtration, c'est à dire la formation du tesson lors du coulage, peut être considéré comme un processus d'élimination d'une partie de l'eau de la barbotine;

Cette eau migre à travers la couche de tesson déjà formée, sous l'effet:

- Du pouvoir de succion du plâtre (coulage classique [Moya, 1992]).
- D'une pression appliquée sur la barbotine (coulage sous pression).

Dans le cas de la fabrication de multicouches, après la formation du premier tesson, le dépôt de la deuxième couche s'effectue de manière telle que la barbotine ne pénètre pas dans le tesson formé. Ce procédé est successivement reproduit pour les autres couches.

II.9.3- Compaction Sèche des Poudres :

Dans cette technique les poudres sont successivement versées dans un moule en acier. Chaque fois qu'une poudre est versée, une faible compression est exercée. Ensuite, la compaction de l'ensemble des couches sera effectuée. Ce procédé est suivi, généralement, par

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

une pression isostatique et un déliantage. La densification sera enfin l'étape finale [BISH,1993].

Ce procédé peut être envisagé pour la fabrication de pièces de formes complexes. En effet il s'applique aussi avec la technique du pressage isostatique, et de façon industrielle.

II.9.4- Projection Plasma :

Un gaz soumis à une forte température (par exemple celle d'un arc électrique), se transforme en un état ionisé (plasma). Cette transformation est accompagnée d'un dégagement de chaleur important. Si une particule de céramique se trouve dans cet environnement, elle se fond totalement ou superficiellement, ce qui permet de la situer sur un substrat.

La projection plasma des particules des divers matériaux est devenue une méthode très utilisée pour fabriquer des F.G.M L'équipement relativement simple, le rendement élevé du dépôt des particules sur des substrats à géométrie compliquée, les performances des surfaces en fonctionnement et la compatibilité des céramiques avec les métaux sont les avantages essentiels de cette technique [STEF, 1990].

II.9.5- Frittage Laser Différentiel :

Cette technique est constituée de deux étapes et convient à la fabrication d'un composite à gradient de fonction composé de deux matériaux dont les températures de fusion sont très différentes. La première étape est de fabriquer une matrice frittée du matériau à haute température de fusion avec un gradient de porosité. La seconde est de remplir ces porosités avec le deuxième matériau fondu par infiltration. Le résultat est excellent pour la diminution de la contrainte thermique [Takahashi, 1990]. Cette technique peut être généralement appliquée pour plusieurs combinaisons de matériaux qui sont chimiquement inertes et qui ont des points de fusion bien différents les uns par rapport aux autres.

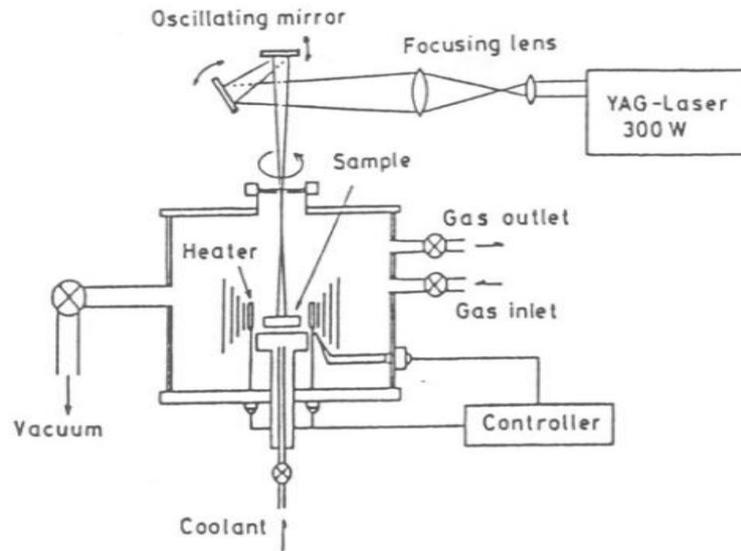


Figure II.12 montre schématiquement la disposition du procédé utilisé. [YUKI et al, 1990]

II.9.6- Dépôt par Centrifugation :

La technique consiste à verser une suspension colloïdale relativement diluée dans des flacons cylindriques, le tout est soumis à une centrifugation. La sédimentation s'opère et le liquide surnageant est retiré. Ce procédé est répété pour obtenir des multicouches Figure. II.13 [ABDI, 1997].

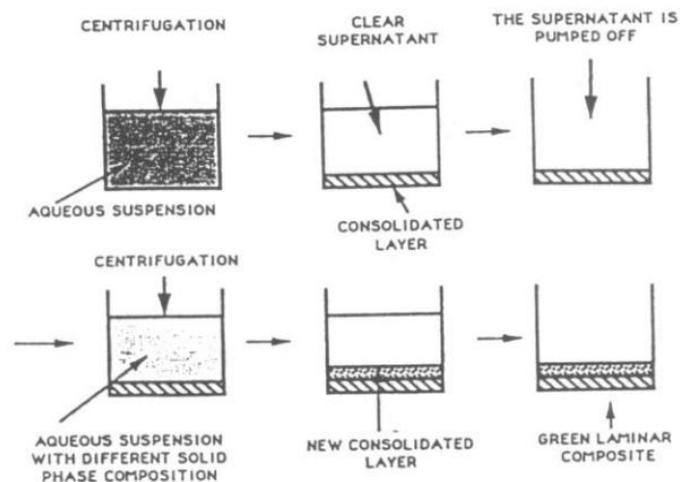


Figure. II.13: Schéma du Procédé Dépôt par Centrifugation [ABDI, 1997]

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

II.10. Avantages et inconvénients des FGM :

Les matériaux fonctionnellement gradués présentent des avantages et des inconvénients:

II.10.1 - Avantages de la FGM :

Outre l'accomplissement de son objectif principal, c'est à dire de fournir les différents requis des propriétés en divers points et des surfaces du futur produit qui, pourrait être réalisé par un simple revêtement et beaucoup d'autres soulignent divers avantages supplémentaires de la FGM. Ils énumèrent Certains avantages qui en résultent principalement de la non-existence d'une interface forte FGM, tels que:

- Diminuer les contraintes thermiques causées par les différences de coefficients de dilatation thermique des matériaux utilisés.
- Absence d'une interface nette devrait conduire à un contrôle d'ensemble mieux des contraintes
- Meilleure cohésion entre différents matériaux, par exemple un métal et une céramique.
- Extension de la région fonctionnelle avant d'atteindre la valeur limite de la déformation plastique.
- Suppression de délaminage.
- Augmentation de la ténacité à la rupture.
- Elimination des singularités des contraintes à divers endroits, tels que les surfaces libres, des coins, des racines de fissures, etc.

II.10.2- Inconvénients de la FGM :

Le principal obstacle à une application plus large de la FGM est leur fabrication compliquée en raison de l'inadéquation des propriétés différentes, par exemple, la température de fusion, des affinités différentes pour divers autres éléments, la taille des particules, la morphologie, etc. Un exemple type est un mélange d'un métal avec la température de fusion (T_1) et une céramique avec une température de fusion (T_2). Dans la plupart des cas, un tel couple est habituellement ($T_1 \ll T_2$). Puis, si la température de fabrication est d'environ (T_1), la céramique est encore non fondue et la structure finale contient des particules de céramique non fondue dans une matrice métallique. Dans de nombreux cas, une telle structure présente une grande porosité et une petite adhérence entre les différents composants et son application générale est limitée. Cependant, pour des applications spéciales, la présence de particules très dures (carbures) dans une matrice solide peut être souhaitable. D'autre part, travailler autour

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

(T2) va certainement entraîner une oxydation rapide et de l'évaporation de nombreux métaux. La formation de phases indésirables, etc. Les matériaux doivent être fabriqués dans une atmosphère protectrice ou à une basse pression et ces deux technologies sont très coûteuses.

II.11. Domaine d'applications des FGM :

Le concept des matériaux à gradient de propriétés est applicable dans des nombreux domaines, comme il est illustré dans le tableau (II.2). Il a été initialement conçu pour l'industrie de l'aéronautique, où les FGM ont fournis deux propriétés contradictoires telles que la conductivité thermique et d'isolation thermique dans un matériau.

Actuellement, elles permettent la production des matériaux légers, forts et durables, et elles sont applicables dans un large intervalle des domaines tels que les matériaux de construction, matériaux de conversion d'énergie, nucléaire et semi-conducteurs conversion d'énergie, nucléaire et semi-conducteurs.

Tableau II.2: Les principaux domaines d'application des FGM. [Miyamoto 2013]

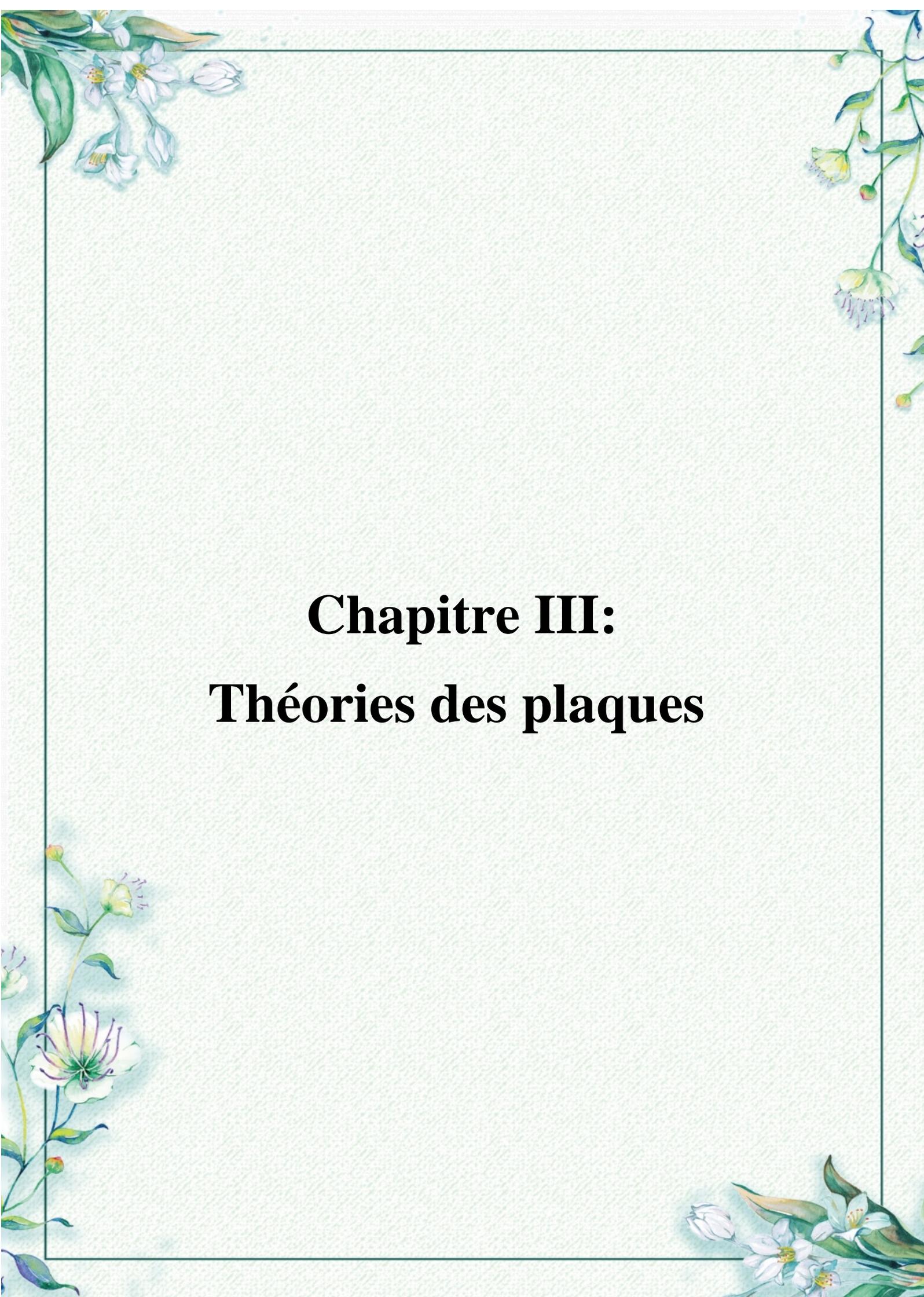
Domaine l'utilisation	D'applications
Ingénierie	Outils de coupe. Éléments de moteur.
Chimique	L'échangeur de chaleur. Tube de chaleur Récipient de réaction.
Matières biologiques	Peau artificielle. Implants.
L'énergie nucléaire	Composants des réacteurs nucléaires. Pastilles de combustible.
Électronique	Semi-conducteur à bande graduée Capteurs.
Optiques	Fibres optiques. Lentilles.
Produits	Matériaux de constructions. Corps de voiture.

Chapitre II: Les matériaux fonctionnellement gradués

	Verres de fenêtre.
--	--------------------

II.12. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons défini les matériaux à gradient de propriétés « FGM », l'histoire de leur développement, leurs propriétés, leurs principales méthodes de fabrication et leurs domaines d'application. La variation spatiale et progressive des propriétés des matériaux à gradient de propriétés permet de créer des structures innovantes qui peuvent être exploitées dans de nombreux domaines d'application à savoir les structures spéciales et de génie civil.



Chapitre III: Théories des plaques

Chapitre III : Théories des plaques

III.1. Introduction :

Afin de résoudre les problèmes des structures ayant comme éléments structuraux des poutres et des plaques FGM dans le domaine élastique, il est nécessaire de choisir la bonne théorie décrivant correctement le comportement statique et dynamique de la structure ainsi que la méthode de résolution à appliquer.

C'est en 1888 que Love utilisa les hypothèses de Gustav Kirchhoff, elles-mêmes inspirées des théories des plaques d'Euler Bernoulli pour fonder une théorie des plaques minces (également appelées théories classiques ou théorie de Kirchhoff-Love).

La théorie des plaques semi-épaisses (théorie des déformations du premier ordre) a été consolidée par Mindlin à partir des travaux de Rayleigh (1877), Timoshenko (1921), Reissner (1945) et Uflyand (1948). Ensuite, des théories d'ordre supérieur sont venues améliorer les hypothèses des théories classiques et du premier ordre lorsque l'épaisseur de la plaque devient importante. Il existe aussi la théorie basée sur l'élasticité tridimensionnelle (théorie 3-D) qui ne fait aucune hypothèse restrictive sur les déplacements de la plaque. Nous présentons dans ce chapitre quelques modèles sur théories des plaques développées dans la littérature pour améliorer l'évolution de la variation du champ des déplacements à travers l'épaisseur des plaques.

III.2. Les Lois de Comportement dans un Milieu Composite :

Les lois empiriques de comportement sont des lois dérivées des observations et de l'expérience, qui décrivent les déformations ou les contraintes en fonction des sollicitations (vitesse de déformation, température...).

Les champs des déformations et des contraintes dans un milieu composite, sont liés par ces lois caractérisant le comportement mécanique du matériau. À chaque catégorie de matériau correspond un type de loi. Si on s'intéresse au cas d'un matériau élastique linéaire et donc à la loi de Hooke généralisée [Tounsi, 2008], qui peut s'écrire sous la forme:

$$\{\sigma\} = [c]\{\varepsilon\} \quad \text{III. 1.}$$

La nouvelle forme du tenseur de raideur permet de lui associer une matrice carrée (6x6).

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \sigma_4 \\ \sigma_5 \\ \sigma_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \varepsilon_5 \\ \varepsilon_6 \end{bmatrix} \quad \text{III. 2}$$

C'est une matrice de rigidité qui est symétrique et qui réduit le nombre de coefficient à 21.

III.3. Loi de comportement des matériaux anisotrope :

Lorsque le matériau est quelconque et ne présente pas de symétrie élastique, il est dit anisotrope. La prise en compte de l'anisotropie est essentielle pour la conception et le dimensionnement d'une structure en matériaux composites car son comportement sera très différent de celui d'une structure isotrope de géométrie identique.

Les matériaux composites sont la plupart du temps anisotropes par opposition aux matériaux métalliques qui sont isotropes. Un matériau anisotrope est caractérisé par 21 constantes élastiques indépendantes, ce qui implique qu'il n'y'a aucune propriété de symétrie. Un tel matériau est appelé "matériau triclinique». C'est la relation de comportement (I.2) qui lie les contraintes aux déformations. L'anisotropie; est le contraire de l'isotropie, une qualité d'un milieu dont les propriétés varient suivant la direction. Grâce à l'anisotropie, on peut disposer les matériaux en fonction des états de chargement en chaque point, ce qui permet une réduction importante de la quantitative matière et donc du poids, critère vital en aéronautique et dans le domaine spatial.

III.4. Loi de comportement orthotrope :

Un matériau présentant deux directions perpendiculaires pour ses caractéristiques est dit "orthotrope". Il a deux plans de symétrie de comportement mécanique, il y a donc trois axes d'orthotropes. Dans ce cas, il y a neuf (9) constantes mécaniques pour définir la loi de comportement. On remarque alors que la symétrie par rapport au troisième plan orthogonal est automatiquement acquise. Ce mode de comportement est relativement bien réalisé pour le bois (dans certains cas), les composites unidirectionnels et les produits métalliques laminés.

La forme de la matrice de rigidité devient:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{III. 3}$$

Le nombre de constantes indépendantes d'élasticité se réduit à 9.

III.5. Loi de comportement des matériaux isotropes :

Un matériau est dit matériau isotrope lorsque, en un point quelconque, les composantes du tenseur $C_{ij\ kl}$ sont identiques dans toutes les directions. Dans le cadre de l'élasticité linéaire, un tel matériau est fonction uniquement de deux paramètres caractéristiques indépendants. On peut démontrer que un matériau isotrope correspond en fait à un matériau orthotrope possédant de plus une symétrie de révolution autour de chacun de ces axes d'orthotropes.

On considère généralement les métaux comme étant isotropes statistiquement, c'est-à-dire à l'échelle macroscopique. Cependant après certains procédés de fabrication comme le laminage ou le forgeage, un acier devient anisotrope. Le bois est par contre anisotrope : ses propriétés mécaniques dépendent de la direction d'application des contraintes en raison de sa constitution fibreuse. Les matériaux composites sont parfois volontairement rendus anisotropes par l'ajout de fibres pour améliorer leurs propriétés dans une seule direction. Par exemple, pour une nappe unidirectionnelle, la résistance et la rigidité sont beaucoup plus grandes dans le sens des fibres que dans les autres directions. Aussi, un matériau est isotrope si ses propriétés sont indépendantes du choix des axes de référence. Il possède donc un nombre infini de plan de symétrie. La matrice de rigidité doit être invariante dans tout changement de bases orthonormées. L'application de cette propriété dans un matériau unidirectionnel conduit aux relations suivantes [Tounsi, 2008]:

$$C_{22} = C_{11} \quad , \quad C_{23} = C_{12} \quad , \quad C_{66} = \frac{1}{2}(C_{11} - C_{12}) \quad \text{III. 4}$$

Le nombre de constantes d'élasticité indépendantes est donc réduit à deux (2):

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{12} & C_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{11}-C_{12}) \end{bmatrix} \quad \text{III. 5}$$

III.6. Matériaux unidirectionnel ou isotrope transverse :

Un matériau unidirectionnel peut être considéré comme une fibre noyée dans un cylindre de matrice (figure III.1), il se comporte comme un matériau orthotrope possédant un axe de symétrie qui est l'axe de la révolution. L'exploitation de cette propriété a conduit à :

$$C_{13}=C_{12} \quad , \quad C_{33}=C_{22} \quad \text{III. 6}$$

$$C_{55}=C_{66} \quad , \quad C_{44}=\frac{1}{2}(C_{22}-C_{23})$$

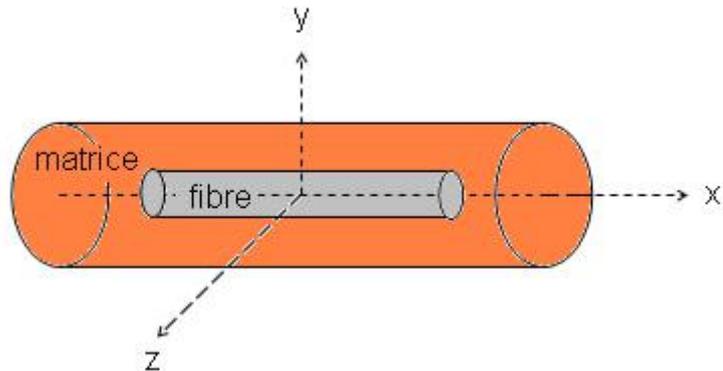


Figure: III.1: Matériau Composite Unidirectionnel.

La matrice de rigidité a donc cinq constantes et s'écrit sous la forme [Tounsi, 2008]:

$$\begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{12} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{23} & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \quad \text{III. 7}$$

III.7. Les modèles des plaques pour les matériaux fonctionnellement gradués :

Une plaque est un solide limité par deux plans parallèles, avec des dimensions en plan qui sont grandes par rapport à son épaisseur. Il est alors possible de définir un plan de référence

Chapitre III : Théories des plaques

entre les deux plans extrêmes qui est pris comme plan Oxy, et L'axe Oz correspond à la direction suivant l'épaisseur (figure III.2).

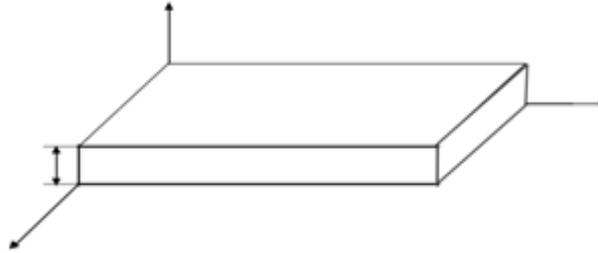


Figure III.2:Schéma d'un élément de plaque.

III.8. Les différents modèles des structures composites dans l'élasticité bidimensionnelle:

III.8.1. Approche monocouche équivalente :

Dans l'approche monocouche équivalente, le nombre d'équations ne dépend pas du nombre de couche, la plaque multicouche est homogénéisée et est donc considérée comme une seule couche. Depuis le premier travail de Sophie Germain en 1815 sur les plaques minces en passant par les modèles du premier ordre de Love-Kirchhoff et de Reissner-Mindlin, de nombreux auteurs ont développé des théories de plaques à partir de cinématiques ou champs de contraintes plus raffinés. Nous passons en revue, dans ce qui suit, les principaux modèles.

III.8.2. Le modèle classique des plaques de Kirchhoff-Love (théorie classique des plaque stratifiées CLPT) :

En commence par le model le plus simple est le plus général appelé model de Love-Kirchhoff. Ce modèle est basé sur une distribution linéaire des déplacements suivant l'épaisseur [Reissner 1961]. Elle est basée sur l'hypothèse de conservation des normales en négligeant ainsi le cisaillement transverse. La normale à la surface moyenne de la plaque reste perpendiculaire et droite à celle-ci après déformation figure III.3. Elle est basée sur l'hypothèse de conservation des normales en négligeant ainsi le cisaillement transverse

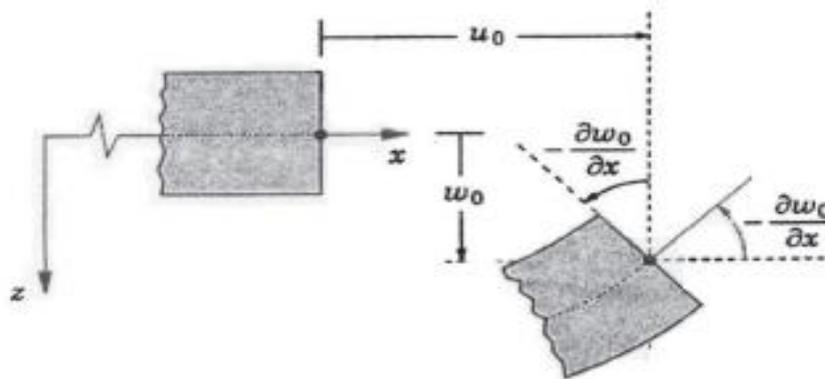


Figure III.3: Cinématique de la plaque de Love-Kirchhoff [Reddy 1997]

Le champ de déplacements de Love-Kirchhoff s'écrit alors,

$$U(x, y, z, t) = U_0(x, y, t) - z \frac{\delta W_0}{\delta x}$$

$$V(x, y, z, t) = V_0(x, y, t) - z \frac{\delta W_0}{\delta y}$$

$$W(x, y, z, t) = W_0(x, y, t) \quad \text{III.8}$$

Avec, U_0 , V_0 , W_0 sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z=0$).

III.8.3. Le modèle de Reissner-Mindlin (théorie de déformation en cisaillement du premier ordre FSDT) :

Le cisaillement transverse ne peut être négligé; sa prise en compte est adoptée par Mindlin dont l'hypothèse cinématique est la suivante :

La normale reste droite mais non perpendiculaire à la surface moyenne (à cause de l'effet du cisaillement transverse) dans la configuration déformée (figure III.4). Le champ de déplacements de Reissner-Mindlin s'écrit :

$$U(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z\varphi_x(x, y, t)$$

$$V(x, y, z, t) = V_0(x, y, t) - z\varphi_y(x, y, t)$$

$$W(x, y, z, t) = W_0(x, y, t) \quad \text{III.9}$$

Avec U_0 , V_0 , W_0 sont les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque ($z=0$).

δ_x, δ_y La rotation normale au plan moyen autour des axes y et x respectivement.

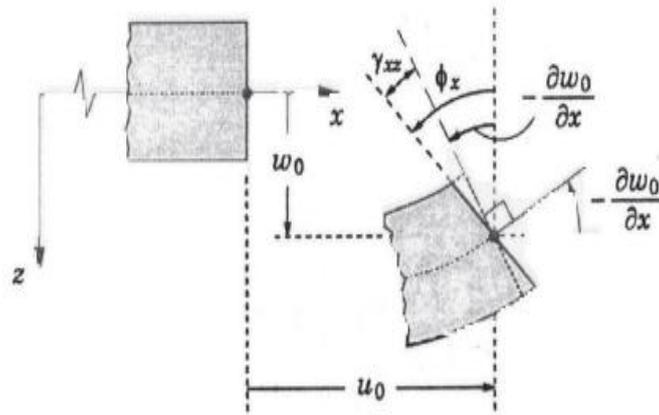


Figure III.4: Cinématique de Reissner-Mindlin [Reddy 1997].

Avec ce choix de la forme des champs de déplacements, les déformations transversales δ_{α}^0 sont constantes en z . Les contraintes de cisaillement sont donc uniformes à n'importe quel point suivant l'épaisseur et ça évite la discontinuité entre les couches dans les composites conventionnels. Cette mauvaise description d'uniformité de distribution des contraintes oblige à introduire des coefficients correcteurs pour mieux prendre en compte, dans l'écriture de l'énergie, les effets du cisaillement transversal [Whitney 1973]. Les résultats obtenus dépendent essentiellement du choix empirique dans des situations complexes des coefficients correcteurs et l'étude des plaques épaisses reste aléatoire par ce type d'approche cinématique.

III.8.4. La théorie de déformation en cisaillement d'ordre élevé (HSDT) :

A la différence de la théorie classique des plaques (CPT) et la théorie du premier ordre (FSDT) avec les hypothèses de la distribution linéaire du déplacement à travers l'épaisseur, la théorie d'ordre élevé est basée sur une distribution non linéaire des champs à travers l'épaisseur. Par conséquent, on tient compte des effets de la déformation transversale de cisaillement et/ou de la déformation normale transversale.

Ces modèles n'exigent pas des facteurs de correction. Les références sur de tels modèles peuvent être trouvées dans (Hildebrand et *al.* 1949; Naghdi 1957; Reissner, 1975; Reddy 1984; Kantet Swaminathan 2002).

Nous avons introduit ici quatre modèles de plaque utilisés pour analyser le comportement des plaques matériaux à gradient de propriétés.

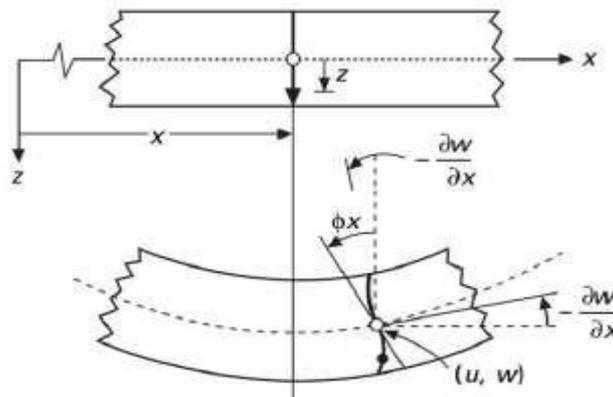


Figure III.5: Schématisation des déformations dans le cas de la théorie d'ordre supérieur des plaques

Le champ de déplacement est généralement écrit comme suit:

$$\begin{aligned}
 U(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \frac{\partial w_0(x, y)}{\partial x} + f(z)\phi_x(x, y) \\
 V(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \frac{\partial w_0}{\partial y} + f(z)\phi_y(x, y) \\
 W(x, y, z) &= W_0(x, y) \quad \text{III. 10}
 \end{aligned}$$

Avec : (u_0, v_0, w_0) et (ϕ_x, ϕ_y) sont les déplacements en membrane et les rotations autour des axes y et x , respectivement $(\phi_x = \frac{\partial w_0}{\partial x} + \phi_x, \phi_y = \frac{\partial w_0}{\partial y} + \phi_y)$, $f(z)$ est une fonction de cisaillement transverse caractérisant les théories correspondantes.

En effet, les déplacements de la théorie classique des plaques (CPT) est obtenue en prenant $f(z)=0$, alors que la théorie de premier ordre (FSDT) peut être obtenue par $f(z) = z$.

Le champ de déplacement de la théorie de déformation de cisaillement du troisième ordre (TSDT) de Reddy (1997,1999) est obtenu par la prise de la fonction suivante:

$$f(z) = z \left(1 - \frac{4}{1 - 3h^2} z^2 \right) \quad \text{III. 11}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement

Chapitre III : Théories des plaques

transverse est parabolique à travers l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites. Touratier (1991) propose le modèle sinus (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suite:

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad \text{III. 12}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique. Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution d'élasticité tridimensionnelle. La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique à travers l'épaisseur. Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites.

Touratier (1991) propose le modèle sinus (SSDT) qui est différent des autres modèles d'ordre supérieurs puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale.

Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur. La fonction de cisaillement transverse s'écrit comme suite:

$$f(z) = \frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \quad \text{III. 13}$$

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par le modèle (sinus) prennent une forme sinusoïdale à travers l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy. La version exponentielle de la théorie de déformation de cisaillement d'ordre élevé (The exponential shear deformation plate théorie ESDPT) développée par Karama et al.(2003) est obtenue en prenant :

$$f(z) = \frac{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi}{2} - 1\right)} z - \frac{\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi}{h}\right)}{\cosh\left(\frac{\pi}{2}\right) - 1} \quad \text{III. 14}$$

III.9. Revue sur les différents modèles de la théorie d'ordre élevé :

Pour franchir les limites des théories du premier ordre, plusieurs auteurs ont proposé quelques contributions importantes pour le développement de modèles d'ordre élevé qui se sont distingués dans la littérature par l'expression de la fonction de cisaillement $f(z)$. Les modèles sont basés sur une distribution non linéaire des champs de déplacement à travers l'épaisseur, et qui permettent de représenter le gauchissement de la section transversale dans la configuration déformée (Figure III.5) (Whitney, 1973 ; Nelson, 1974 ; Lo, 1977 ; Touratier, 1991). Nous citons en particulier :

L'approche d'Ambartsoumian Ambartsoumian (1969) avec ;

$$f(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right) \quad \text{III. 15}$$

L'approche de Reissner Reissner (1945) avec ;

$$f(z) = \frac{5}{4} \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{III. 16}$$

L'approche de Levinson, MurthyMurthy (1981) et Reddy Avec ;

Les contraintes de cisaillement transverses déterminées par le modèle (sinus) prennent une forme cosinusoidale à travers l'épaisseur de la plaque. La précision de ce modèle par rapport à la solution exacte est meilleure que la théorie de Reddy (1984). En se basant sur les travaux de Touratier, un **élément fini triangulaire** à six nœuds, est construit pour les structures multicouches non linéaires géométriques par Polit (1997) et Daum (2006).

Récemment, Afaq et *al.* (2003) proposent un modèle exponentiel avec une cinématique plus riche. La fonction de distribution de cisaillement transverse est de la forme Suivante:

$$f(z) = \left(1 - \frac{4z^2}{3h^2} \right) \quad \text{III. 17}$$

Dans le modèle de Reddy, le champ de déplacement membranaire est cubique et le déplacement normal w , est constant (Reddy, 1984). Ce modèle donne une bonne approximation pour les contraintes de cisaillement transverse par rapport à la solution élastique tridimensionnelle dans le cas homogène (Duong, 2008).

Chapitre III : Théories des plaques

La distribution des contraintes de cisaillement transverse est parabolique à travers l'épaisseur (elle doit être parabolique par couche pour un multicouche). Les conditions aux limites sur les surfaces libres sont satisfaites. Les résultats du modèle de Reddy sont également très proches des deux modèles d'ordre élevé proposés par Kant (2002).

Touratier propose le modèle (sinus) qui est différent des autres modèles d'ordre élevés puisqu'il n'utilise pas de fonction polynomiale. Une fonction trigonométrique sinusoïdale est donc introduite pour modéliser la répartition des contraintes de cisaillement à travers l'épaisseur (Touratier, 1991). La fonction de cisaillement transverse :

$$\begin{aligned} f(z) &= \frac{h}{\pi} \sin \frac{\pi \cdot z}{h} \\ &= \frac{h}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n+1)_i} \left(\frac{\pi \cdot z^{2n+1}}{h} \right) \\ &= Z \cdot \left(1 - \frac{\pi^2}{3_i} \cdot \frac{z^2}{h^2} + \frac{\pi^4}{5_i} \cdot \frac{z^4}{h^4} - \frac{\pi^6}{7_i} \cdot \frac{z^6}{h^6} + \dots \right) \end{aligned} \quad \text{III. 18}$$

Le choix de la fonction exponentielle permet un développement en puissance pair et impair de la variable z , alors que la fonction (sinus) de Touratier (1991) ne permet qu'un développement en puissance impair.

Malgré le fait que les modèles d'ordre élevé assurent une continuité de déplacement et de déformation à l'interface, les contraintes de cisaillement Inter-laminaire et les contraintes d'interface, restent discontinues. Ceci présente un inconvénient lors de l'analyse locale de l'interface des structures multicouches dont les propriétés des couches sont très différentes (Duong, 2008). Nous regroupons dans le tableau suivant les différentes fonctions de cisaillement.

Chapitre III : Théories des plaques

Tableau III.1: Différentes fonctions de cisaillement utilisées dans les théories des plaques isotrope et FGM

Théorie	Intitulé	Fonction de cisaillement	Distribution de Y_{XZ} et Y_{YZ} suivant z	Coefficient de correction de cisaillement	Domaine de validité
CPT. Kirchoff [Kirchoff, 1850a] et [kirchoff,1850b]	Théorie classique des plaques	0	Plaques minces
FSDT Midlin[Midlin, 1951]	Théorie de déformation des plaques du 1er ordre	z	constante	Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Ambartsumian, [Ambartsumian, 1958]	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right)$	Quadratiques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
Reissner [Reissner, 1975]	Théorie d'ordre supérieur	$\frac{5}{4}z \left(1 - \frac{4z^2}{3h} \right)$	Paraboliques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
TSDPT, Touratier [Touratier, 1991]	Théorie déformation trigonométrique des plaques	$\frac{h}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right)$	Paraboliques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
ESDPT Karama et al. [Karama, 2003]	Théorie déformation exponentielle des plaques	$ze^{-2\left(\frac{z}{h}\right)^2}$	Paraboliques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
PSDPT, Levinson [Levinson, 1980],	Théorie déformation parabolique des plaques	$z \left(\frac{1 - 4z^2}{3h^2} \right)$	Paraboliques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses
[Levinson, 1980], Reddy[Reddy, 1984]		$z \left(\frac{1 - 4z^2}{3h^2} \right)$	Paraboliques	Non Requis	Plaques minces et moyennement épaisses

Chapitre III : Théories des plaques

III.10. Nouvelle théorie raffinée de déformation des plaques :

C'est un modèle raffiné pour les plaques isotropes (RPT : Refined Plate Théorie). Shimpi (2002) a développé ça. Les caractéristiques les plus intéressantes de cette méthode et qu'elle ne contient que deux variables qui donne seulement quatre inconnus à trouvés au lieu des cinq dans le cas classique le modèle raffiné n'exige pas de facteur de correction de cisaillement et donne une distribution parabolique de cisaillement à travers l'épaisseur de la plaque.

Elle présente beaucoup de similitudes avec la théorie classique des plaques quant aux équations du mouvement, les conditions aux limites et les expressions des moments. Ait Atman et al. (2010) ont adaptée cette théorie pour la flexion des plaques FGM. On l'utilisation cette théorie raffinée pour l'étude de l'instabilité thermique des plaques FGM avec ou sans la présence de fondations élastique. En plus la position exacte de la surface neutre de telle plaque sera déterminée.

Le champ de déplacement de telle théorie s'écrit de la façon suivante :

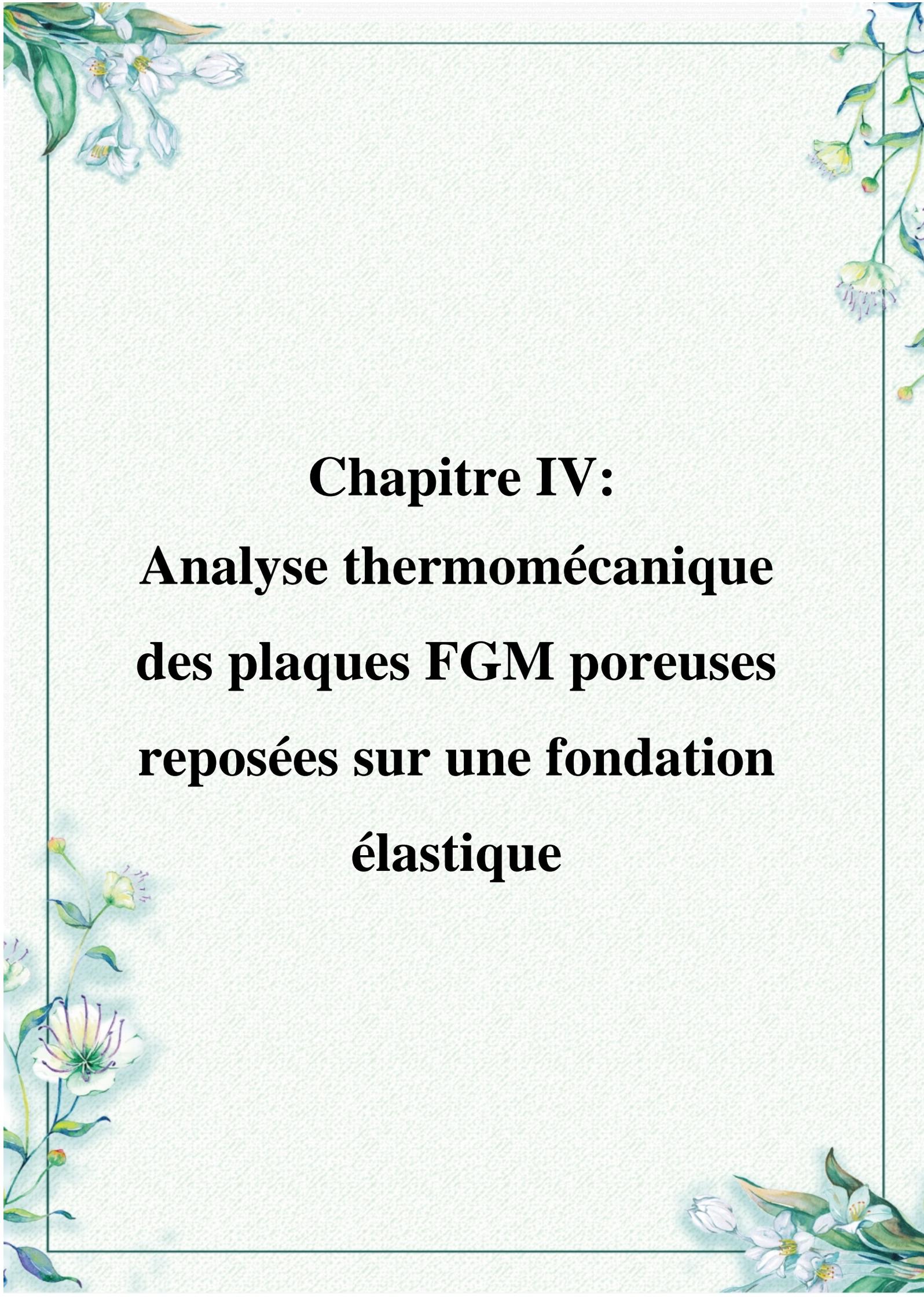
$$U(x, y, z) = U_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial x}$$

$$V(x, y, z) = V_0(x, y) - z \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \frac{\partial w_s}{\partial y}$$

$$W(x, y, z) = W_B(x, y) + W_S(x, y) \quad \text{III. 20}$$

III.11. Conclusion :

Dans ce chapitre, nous avons présenté un aperçu général sur les différents modèles théoriques des plaques à savoir la théorie classique CPT de love Kirchhoff utilisé pour l'étude des plaques minces, la déformation en cisaillement d'ordre un (FSDT) qui prene en considération l'effet de cisaillement transverse. Afin avoir des résultats précises pour cette théorie le plus souvent un coefficient de correction est utilisé.



Chapitre IV:
Analyse thermomécanique
des plaques FGM poreuses
reposées sur une fondation
élastique

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

VI.1. Introduction :

Actuellement, les matériaux à gradient de propriétés (FGM) sont des matériaux alternatifs couramment utilisés dans de nombreux types de structures d'ingénierie : industries aérospatiale, nucléaire, civil, automobile, biomécanique, électronique, chimique et mécanique. En fait, les FGM ont été développées et utilisées avec succès dans des applications industrielles depuis les années 1980 (Koizumi 1993). Le FGM le plus connu est gradué en composition d'une céramique à un métal pour incorporer des propriétés aussi diverses que la résistance à la chaleur, à l'usure et à l'oxydation des céramiques avec la ténacité, la résistance, l'usinabilité et la capacité de flexion des métaux.

Les plaques sous différentes applications mécaniques peuvent être soumises à différentes charges. Par conséquent, la connaissance des caractéristiques des plaques FGM est d'une grande importance pratique pour la conception des plaques. De la littérature, il est à noter que le comportement des plaques reposant sur la fondation Winkler-Pasternak soumises à un chargement thermo-mécanique a suscité l'intention de nombreux chercheurs. Les plaques supportées par une fondation élastique sont très courantes en génie des structures.

Pour décrire l'interaction entre la plaque et la fondation, plusieurs modèles de fondation ont été proposés. Le plus simple est le Winkler ou modèle à un paramètre (Winkler 1867). Dans ce modèle, on suppose qu'il existe une interaction proportionnelle entre la pression et la déflexion du point appliqué dans la fondation. Ce modèle a été amélioré par Pasternak (1954) en ajoutant un ressort de cisaillement pour simuler les interactions entre les ressorts séparés dans le modèle de Winkler. Le modèle Pasternak ou à deux paramètres est largement utilisé pour décrire le comportement mécanique des interactions structure fondation et sera utilisé ici pour simuler les interactions entre la plaque et la fondation.

Aucun chercheur n'a accordé beaucoup d'attention au chargement thermomécanique des plaques FGM contenant des porosités reposant sur des fondations élastiques. Ces porosités peuvent apparaître dans les plaques FGM pendant le processus de frittage. Cela est dû à la grande différence de températures de solidification entre les constituants du matériau (Zhu 2001).

L'objectif de ce chapitre est de présenter l'effet de la variation du taux de distribution de porosité sur le comportement thermomécanique des plaques FGM reposées sur une fondation

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

de type Winkler-Pasternak en utilisant une théorie raffinée à ordre élevée. La variation du taux de distribution de porosité est pris en compte dans ce travail en utilisant une loi de mélange modifiée. Cette théorie est assez simple à utiliser et tient compte d'une fonction de forme de déformation de cisaillement transversal parabolique et satisfait les conditions aux limites sans utiliser de facteurs de correction de cisaillement. La solution Navier est utilisée pour obtenir les solutions exactes pour les plaques graduées fonctionnellement et simplement appuyées. Des études comparatives sont réalisées pour vérifier la validité des présents résultats. L'influence de plusieurs paramètres sont également discutées.

VI.1. Formulation théorique :

Une plaque à gradient de propriétés contenant des porosités est illustrée à la figure IV.1. Dans cette figure, la couche supérieure est composée à 100 % de céramique et graduée à 100 % de métal en bas. Les porosités à l'intérieur de la plaque se dispersent de manière égale et inégale le long de la direction de l'épaisseur. Une plaque FGM carrée simplement supportée avec une longueur de côté a dans la direction x , b dans la direction y et une épaisseur totale h est considérée dans ce travail.

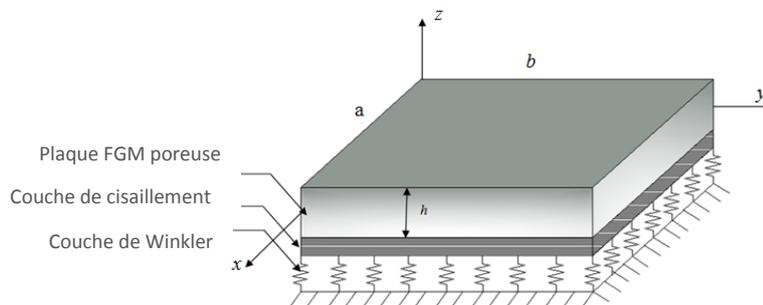


Figure IV.1: Plaque FGM poreuse reposée sur une fondation élastique.

Par conséquent, le module d'Young de la plaque FGM imparfaite peut être écrit comme l'équation (Type I). Wattanasakulpong al. (2014) ont considéré que les pores sont répartis de manière identique dans la céramique et le métal (50%-50%). Pour une distribution de porosité non identique, les équations du module d'Young deviennent comme les équations (Types: II, III, IV, V et VI).

Où P est les propriétés effectives du matériau, k est l'indice de loi de puissance et α est le paramètre de porosité. Les indices c et m désignent la céramique et métal, respectivement.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Tableau IV.1: Lois de mélanges décrivant les différentes variations du taux de distribution de porosité

Type	Taux de distribution de porosité		Module de Young
	Céramique	Métal	
Type-I	Sans porosité		$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m$
Type-II	50%	50%	$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m - (E_c + E_m) \frac{\alpha}{2}$
Type-III	60%	40%	$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m - (3E_c + 2E_m) \frac{\alpha}{5}$
Type-IV	40%	60%	$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m - (2E_c + 3E_m) \frac{\alpha}{5}$
Type-V	75%	25%	$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m - (3E_c + E_m) \frac{\alpha}{4}$
Type-VI	25%	75%	$E(z) = (E_c - E_m) \left(\frac{z_p}{h_p} + \frac{1}{2} \right)^k + E_m - (E_c + 3E_m) \frac{\alpha}{4}$

Sur la base de la théorie de la plaque de déformation de cisaillement d'ordre supérieur, les composants de déplacement sont supposés être :

$$\begin{aligned}
 u(x, y, z_{ns}) &= u_0(x, y) - z_{ns} \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z_{ns}) \frac{\partial w_s}{\partial x} \\
 v(x, y, z_{ns}) &= v_0(x, y) - z_{ns} \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z_{ns}) \frac{\partial w_s}{\partial y} \\
 w(x, y, z_{ns}) &= w_b(x, y) + w_s(x, y)
 \end{aligned} \quad (IV.1)$$

où u_0 et v_0 sont les déplacements dans le plan du plan neutre dans les directions x et y respectivement. Le déplacement transversal dans la direction de l'épaisseur est séparé en composantes de flexion (w_b) et de cisaillement (w_s). $f(z)$ est la fonction de forme. Dans ce travail, la fonction hyperbolique utilisée est de forme :

$$f(z) = z \left[1 + \frac{3\pi}{2} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{1}{2} \right) \right] - \frac{3\pi}{2} h \tanh \left(\frac{z}{h} \right) \quad (IV.2)$$

L'origine des coordonnées du matériau se trouve à la surface médiane de la plaque. La déformation linéaire peut être obtenue à partir de relations cinématiques telles que :

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z k_x^b + f(z) k_x^s \\
 \varepsilon_y &= \varepsilon_y^0 + z k_y^b + f(z) k_y^s \\
 \gamma_{xy} &= \gamma_{xy}^0 + z k_{xy}^b + f(z) k_{xy}^s \\
 \gamma_{yz} &= g(z) \gamma_{yz}^s \\
 \gamma_{xz} &= g(z) \gamma_{xz}^s \\
 \varepsilon_z &= \mathbf{0}
 \end{aligned} \tag{IV.3}$$

Où:

$$\begin{aligned}
 \varepsilon_x^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial x}, \quad k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}, \quad k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2} & \varepsilon_y^0 &= \frac{\partial v_0}{\partial y}, \quad k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}, \quad k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2} \\
 \gamma_{xy}^0 &= \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}, \quad k_{xy}^b = -2\frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}, \quad k_{xy}^s = -2\frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y} & \gamma_{yz}^s &= \frac{\partial w_s}{\partial y}, \quad \gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}, \quad g(z) = 1 - f'(z), \quad f'(z) = \frac{df(z)}{dz}
 \end{aligned} \tag{IV.4}$$

Les relations constitutives élastique linéaire pour la plaque à gradient de propriétés peuvent être données :

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha \Delta T \\ \varepsilon_y - \alpha \Delta T \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} \\
 \begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}
 \end{aligned} \tag{IV.5}$$

Où:

$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}, \quad Q_{12} = \frac{\nu E(z)}{1-\nu^2}, \quad Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \tag{IV.6}$$

Où $\Delta T = T - T_0$ est l'élévation de température à partir de la température de référence T_0 . Où la distribution de température $T(x, y, z)$ à travers l'épaisseur est supposée être:

$$T(x, y, z) = T_1(x, y) + \frac{z}{h} T_2(x, y) + \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) T_3(x, y) \tag{IV.7}$$

Pour la plaque FGM poreuse, les équations d'équilibre sont dérivées en utilisant le principe des travaux virtuels, peuvent être écrites sous la forme:

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

$$\int_{-h/2}^{h/2} \int_{\Omega} [\sigma_x \delta \varepsilon_x + \sigma_y \delta \varepsilon_y + \tau_{xy} \delta \gamma_{xy} + \tau_{yz} \delta \gamma_{yz} + \tau_{zx} \delta \gamma_{zx}] d\Omega dz - \int_{\Omega} (q - f_e) \delta w d\Omega = 0 \quad (\text{IV.8})$$

Où Ω est la surface supérieure, q est la charge transversale répartie et f_e est la densité de force de réaction de la fondation. Pour le modèle de fondation Pasternak:

$$f_e = K_w w - J_1 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - J_2 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \quad (\text{IV.9})$$

Où K_w est le module de réaction du sol de fondation (coefficient d'élasticité de la fondation) et J_1 et J_2 sont les modules de cisaillement du sol de fondation (rigidité de la fondation de la couche de cisaillement). Si la fondation est homogène et isotrope, nous obtiendrons $J_1 = J_2 = J_0$. Si la rigidité de la fondation de la couche de cisaillement est négligée, la fondation Pasternak devient une fondation Winkler.

En remplaçant les équations. (7) et (10) dans l'Eq. (13) et intégrant à travers l'épaisseur de la plaque, l'Eq. (13) peut être réécrit comme:

$$\int_{\Omega} [N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \varepsilon_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + S_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^s + S_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^s] d\Omega - \int_{\Omega} (q - f_e) (\delta w_b + \delta w_s) d\Omega = 0 \quad (\text{IV.10})$$

Les résultantes des contraintes N, M et S sont définies par :

$$\begin{Bmatrix} N_x & N_y & N_{xy} \\ M_x^b & M_y^b & M_{xy}^b \\ M_x^s & M_y^s & M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} (\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}) \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (\text{IV.11})$$

$$(S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \int_{-h/2}^{h/2} (\tau_{xz}, \tau_{yz}) g(z) dz \quad (\text{IV.12})$$

En substituant l'éq. (10) dans l'Éq. (16) et intégrant à travers l'épaisseur de la plaque, les résultantes des contraintes sont données par :

**Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses
reposées sur une fondation élastique**

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ A & D & D^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ k^b \\ k^s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^{bT} \\ M^{sT} \end{Bmatrix}, \quad S = A^s \gamma \quad (\text{IV.13})$$

Où:

$$N = \{N_x, N_y, N_{xy}\}^t, \quad M^b = \{M_x^b, M_y^b, M_{xy}^b\}^t, \quad M^s = \{M_x^s, M_y^s, M_{xy}^s\}^t$$

$$\varepsilon = \{\varepsilon_x^0, \varepsilon_y^0, \varepsilon_{xy}^0\}^t, \quad k^b = \{k_x^b, k_y^b, k_{xy}^b\}^t, \quad k^s = \{k_x^s, k_y^s, k_{xy}^s\}^t$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.14})$$

$$B^s = \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s \end{bmatrix}, \quad D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix}, \quad H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix}$$

$$S = \{S_{xz}^z, S_{yz}^s\}^t, \quad \gamma = \{\gamma_{xz}, \gamma_{yz}\}^t, \quad A^s = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix}$$

Où A_{ij} , B_{ij} , etc., sont la rigidité de la plaque, définie par:

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} Q_{11}(1, z, z^2, f(z), zf(z), f^2(z)) \begin{Bmatrix} 1 \\ \nu \\ \frac{1-\nu}{2} \end{Bmatrix} dz \quad (\text{IV.15})$$

Et:

$$(A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) = (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s)$$

$$Q_{11} = \frac{E(z)}{1-\nu^2}; \quad A_{44}^s = A_{55}^s = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{2(1+\nu)} [g(z)]^2 dz \quad (\text{IV.16})$$

La contrainte et le moment résultants, $N_x^T = N_y^T$, $M_x^{bT} = M_y^{bT}$, $M_x^{sT} = M_y^{sT}$ dus au chargement thermique sont définis respectivement par:

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

$$\begin{Bmatrix} N_x^T \\ M_x^{bT} \\ M_x^{sT} \end{Bmatrix} = \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu} \alpha(z) T \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (\text{IV.17})$$

Les équations régissant l'équilibre peuvent être dérivées de l'Eq. (15) en intégrant les gradients de déplacement par parties et en fixant les coefficients δu_0 , δv_0 , δw_b and δw_s à zéro séparément. Ainsi on peut obtenir les équations d'équilibre associées à la théorie actuelle de déformation de cisaillement.

$$\begin{aligned} \delta u_0 : \frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} &= 0 \\ \delta v_0 : \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_y}{\partial y} &= 0 \\ \delta w_b : \frac{\partial^2 M_x^b}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^b}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^b}{\partial y^2} - f_e + q &= 0 \\ \delta w_s : \frac{\partial^2 M_x^s}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^s}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y^s}{\partial y^2} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} - f_e + q &= 0 \end{aligned} \quad (\text{IV.18})$$

En remplaçant l'Éq. (17) dans l'Éq. (21), on obtient l'équation suivante:

$$\begin{aligned} A_{11}d_{11}u_0 + A_{66}d_{22}u_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}v_0 - B_{11}d_{111}w_b - (B_{12} + 2B_{66})d_{122}w_b - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)d_{122}w_s \\ - B_{11}^s d_{111}w_s = p_1 \\ A_{22}d_{22}v_0 + A_{66}d_{11}v_0 + (A_{12} + A_{66})d_{12}u_0 - B_{22}d_{222}w_b - (B_{12} + 2B_{66})d_{112}w_b - (B_{12}^s + 2B_{66}^s)d_{112}w_s - B_{22}^s d_{222}w_s = p_2 \\ B_{11}d_{11}u_0 + (B_{12} + 2B_{66})d_{122}u_0 + (B_{12} + 2B_{66})d_{112}v_0 + B_{22}d_{222}v_0 - D_{11}d_{1111}w_b - 2(D_{12} + 2D_{66})d_{1122}w_b - D_{22}d_{2222}w_b - D_{11}^s d_{1111}w_s \\ - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)d_{1122}w_s - D_{22}^s d_{2222}w_s = p_3 \\ B_{11}^s d_{111}u_0 + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)d_{122}u_0 + (B_{12}^s + 2B_{66}^s)d_{112}v_0 + B_{22}^s d_{222}v_0 - D_{11}^s d_{1111}w_b - 2(D_{12}^s + 2D_{66}^s)d_{1122}w_b - D_{22}^s d_{2222}w_b - H_{11}^s d_{1111}w_s \\ - 2(H_{12}^s + 2H_{66}^s)d_{1122}w_s - H_{22}^s d_{2222}w_s + A_{55}^s d_{11}w_s + A_{44}^s d_{22}w_s = p_4 \end{aligned} \quad (\text{IV.19})$$

Où $\{p\} = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}^t$ est un vecteur de force généralisé, d_{ij} , d_{ijl} and d_{ijlm} sont les opérateurs différentiels suivants :

$$d_{ij} = \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j}, \quad d_{ijl} = \frac{\partial^3}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l}, \quad d_{ijlm} = \frac{\partial^4}{\partial x_i \partial x_j \partial x_l \partial x_m}, \quad d_i = \frac{\partial}{\partial x_i}, \quad (i, j, l, m = 1, 2) \quad (\text{IV.20})$$

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Les composantes du vecteur force généralisé $\{p\}$ sont données par:

$$p_1 = \frac{\partial N_x^T}{\partial x}, \quad p_2 = \frac{\partial N_y^T}{\partial y}, \quad p_3 = f_e + q - \frac{\partial^2 M_x^{bT}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_y^{bT}}{\partial y^2}, \quad p_4 = f_e + q - \frac{\partial^2 M_x^{sT}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 M_y^{sT}}{\partial y^2} \quad (\text{IV.21})$$

Pour résoudre ce problème, Navier a présenté la force externe uniforme et les charges thermiques uniformes transversales sous la forme d'une double série trigonométrique:

$$\begin{Bmatrix} q \\ T_1 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} q_0 \\ t_1 \end{Bmatrix} \sin(\lambda x) \sin(\mu y), \quad (i = 1, 2, 3) \quad (\text{IV.22})$$

Où $\lambda = \pi/a$, $\mu = \pi/b$, q_0 et t_i sont des constantes.

De toute évidence, la solution Navier peut être considérée comme:

$$\begin{Bmatrix} \mu_0 \\ \nu_0 \\ w_b \\ w_s \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} U \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_b \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ W_s \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} \quad (\text{IV.23})$$

Où U , V , W_b et W_s sont des paramètres arbitraires à déterminer soumis à la condition que la solution dans l'Eq. (25) satisfait aux éq. (22). On obtient l'équation d'opérateur suivante:

$$[K]\{\Delta\} = \{P\} \quad (\text{IV.24})$$

Où $\{\Delta\} = \{U, V, W_b, W_s\}^t$ and $[K]$ est la matrice symétrique donnée par:

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{12} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{13} & k_{23} & k_{33} & k_3 \\ k_{14} & k_{24} & k_{34} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (\text{IV.25})$$

Les composantes du vecteur de force généralisé sont données par:

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

$$\begin{aligned}
 P_1 &= \lambda(A^T t_1 + B^T t_2 + {}^\alpha B^T t_3) \\
 P_2 &= \mu(A^T t_1 + B^T t_2 + {}^\alpha B^T t_3) \\
 P_3 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)(B^T t_1 + D^T t_2 + {}^\alpha D^T t_3) \\
 P_4 &= -q_0 - h(\lambda^2 + \mu^2)({}^s B^T t_1 + {}^s D^T t_2 + {}^s F^T t_3)
 \end{aligned} \tag{IV.26}$$

Où:

$$\begin{aligned}
 \{A^T, B^T, D^T\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu} \alpha(z) \{1, \bar{z}, \bar{z}^2\} dz \\
 \{{}^\alpha B^T, {}^\alpha D^T\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu} \alpha(z) \bar{\Psi}(z) \{1, \bar{z}\} dz \\
 \{{}^s B^T, {}^s D^T, {}^s F^T\} &= \int_{-h/2}^{h/2} \frac{E(z)}{1-\nu} \alpha(z) \bar{f}(z) \{1, \bar{z}, \bar{\Psi}(z)\} dz
 \end{aligned} \tag{IV.27}$$

Dans lequel:

$$\bar{z} = z/h, \quad \bar{f}(z) = f(z)/h \quad \text{and} \quad \bar{\Psi}(z) = \frac{1}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{h}\right) \tag{IV.28}$$

VI. 2. Résultats numériques et discussions :

La procédure décrite dans les sections précédentes est utilisée ici pour analyser l'effet thermomécanique sur la flexion des plaques poreuses à gradient de propriétés reposant sur des fondations Winkler-Pasternak. Une étude de comparaison est présentée entre les résultats de la présente étude et ceux donnés par Boudierba et al, Thai H-T et al, et Taibi et al. Ici, le titane, le Ti-6Al-4V et la zircone, le ZrO₂ sont utilisés comme constituants métalliques et céramiques. Les propriétés matérielles des FGM utilisées sont répertoriées dans le tableau IV.1. Pour tous les calculs, le coefficient de Poisson est pris égal à 0,3 et la température de référence est prise par T₀ = 25°C (température ambiante).

Tableau IV.2. Propriétés des matériaux (Ti-6Al-4V / ZrO₂)

Matériaux	E	ν	α
Ti-6Al-4V	66.2 GPa	1/3	$10.3 \times (10^{-6}/\text{C}^\circ)$.
ZrO ₂	117.0 GPa	1/3	$7.11 \times (10^{-6}/\text{C}^\circ)$.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Le tableau IV.3 sert à prouver la validité de cette théorie raffinée des plaques à quatre variables. Les comparaisons sont faites entre les résultats obtenus à partir de la théorie actuelle, ceux obtenus de la théorie de déformation en cisaillement hyperbolique et de la théorie d'ordre supérieur comme indiqué dans les tableaux (VI-1 à VI-8). Il est à constater que les présents résultats sont en accord avec les résultats publiés pour des plaques sandwich en FGM simplement appuyées.

Tableau IV.3: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque carrées en FGM ($a = 10h$, $b = a$, $q_0 = 100$, $T_1 = T_3 = 0$, $T_2 = 10$) $E_m = 66.2$, $E_c = 117$

K	Théories	Porosité	w
2	Thai H- T et al	$a=0$	0.3737
	Taibi et al.	$a=0$	0.3734
	Présente	Type-I	0.37954
		Type-II	0.49092
		Type-III	0.51200
		Type-IV	0.47157
		Type-V	0.49912
Type-VI	0.51877		
5	Thai H- T et al	$a=0$	0.4101
	Taibi et al.	$a=0$	0.4094
	Présente	Type-I	0.40368
		Type-II	0.53008
		Type-III	0.55437
		Type-IV	0.50790
		Type-V	0.53953
Type-VI	0.56221		
10	Thai H- T et al	$a=0$	0.3988
	Taibi et al.	$a=0$	0.4078
	Présente	Type-I	0.42343
		Type-II	0.56224
		Type-III	0.58916
		Type-IV	0.53772
		Type-V	0.57270
Type-VI	0.59784		

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Tableau IV.3 présente une comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle d'une plaque FGM carrée soumise à un chargement mécanique. L'indice de puissance k est pris égal 2,5 et 10. La variation de du taux de distribution de porosité est pris en considération dans ce tableau. Les paramètres de fondation sont pris égales à $K_0=J_0=0$. A partir des résultats, on peut remarquer que la flèche adimensionnelle calculée à partir de Type I coïncide avec ceux qui se trouvent dans la littérature. La flèche adimensionnelle devient plus importante quand les pores sont distribués selon le type VI.

Les tableaux IV.4 et IV.5 présentent l'effet de l'indice de puissance et des paramètres de fondation élastique sur la flèche adimensionnelle et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM. l'élévation. On voit que les résultats dans ces tableaux sont en excellent accord avec les résultats de Boudarba (2013) lorsque $\alpha =0$ et prennent des valeurs différentes lorsque $\alpha > 0$. Au fur et à mesure que la plaque FGM s'enrichit en métal, la flèche adimensionnel et les contraintes de la plaque FGM augmentent lorsque ($T=0$) et diminuent lorsque ($T\neq 0$). Le tableau IV.5 montre l'effet de la fraction volumique de porosité sur la flèche adimensionnelle w d'une plaque carrée FG ($b=a$) reposée sur la fondation élastique et soumise à un chargement thermomécanique. On peut voir que la flèche adimensionnelle diminue à mesure que le rapport côté/épaisseur augmente (plaque mince).

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Tableau IV.4 : Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM ($a = 10h, b = 2a, q_0 = 100, T = 0, K_0 = 100, J_0 = 100$) $E_m = 66.2, E_c = 117$

k	Théories		\bar{w}	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\tau}_{xz}$
2	Bouderba		0.079758	0.044595	-0.032215
	PSDT		0.079758	0.044574	-0.031170
	TSDT		0.079758	0.044595	-0.032215
	Présente	Type-I	0.079756	0.043748	-0.03190
		Type-II	0.081304	0.036395	-0.024945
		Type-III	0.081526	0.035337	-0.023947
		Type-IV	0.081084	0.037443	-0.025934
Type-V		0.081393	0.035973	-0.024545	
Type-VI	0.081594	0.035013	-0.023642		
5	Bouderba		0.080150	0.045736	-0.029922
	PSDT		0.080150	0.045714	-0.028921
	TSDT		0.080150	0.045736	-0.029922
	Présente	Type-I	0.080149	0.044821	-0.02962
		Type-II	0.081693	0.037354	-0.022645
		Type-III	0.081913	0.036269	-0.021648
		Type-IV	0.081473	0.038423	-0.023636
Type-V		0.081780	0.036921	0.022250	
Type-VI	0.081980	0.035938	-0.021343		

Les tableaux VI.6 et VI.7 montrent l'effet de la fraction volumique de la porosité, l'indice de puissance et les paramètres de fondation élastique sur la flèche centrale adimensionnelle w d'une plaque FGM poreuse soumise à un chargement mécanique et thermomécanique, respectivement. Le rapport côté sur épaisseur est pris égal à $a/h=10$. On peut voir que la flèche centrale adimensionnelle de la plaque FGM diminue avec l'augmentation de la rigidité de la fondation, mais augmente avec l'augmentation de la fraction volumique de porosité et de l'indice de puissance. Comparé au paramètre de Winkler K_0 , le paramètre de fondation de Pasternak J_0 a un effet dominant sur la diminution de la flèche centrale adimensionnelle.

Tableau IV.5 : Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_3 = 0, T = 10, q_0 = 100, K_0 = 100, J_0 = 100$) $E_m = 66.2, E_c = 117$

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

k	Théories	\bar{w}	$\bar{\sigma}_x$	$\bar{\tau}_{xz}$	
1	Bouderba	0.16978	-0.49047	0.37510	
	PSDT	0.16978	-0.49024	0.36342	
	TSDT	0.16978	-0.49047	0.37510	
	Présente	Type-I	0.16817	-0.47455	0.3563
		Type-II	0.15326	-0.40399	0.2976
		Type-III	0.15090	-0.39283	0.2870
		Type-IV	0.15560	-0.41504	0.3080
Type-V		0.15231	-0.39954	0.2933	
Type-VI	0.15018	-0.38944	0.2837		
2	Bouderba	0.16819	-0.48398	0.35985	
	PSDT	0.16819	-0.48375	0.34801	
	TSDT	0.16819	-0.48398	0.35985	
	Présente	Type-I	0.16817	-0.47455	0.3563
		Type-II	0.15071	-0.39501	0.2775
		Type-III	0.14820	-0.38355	0.26623
		Type-IV	0.15319	-0.40636	0.2887
Type-V		0.14971	-0.39044	0.2730	
Type-VI	0.14744	-0.38005	0.26277		
5	Bouderba	0.16719	-0.48223	0.34986	
	PSDT	0.16720	-0.48201	0.33789	
	TSDT	0.16719	-0.48223	0.34986	
	Présente	Type-I	0.16719	-0.47156	0.3462
		Type-II	0.14902	-0.39350	0.26367
		Type-III	0.14642	-0.38214	0.25184
		Type-IV	0.15160	-0.40472	0.2754
Type-V		0.14798	-0.38898	0.25895	
Type-VI	0.14562	-0.37866	0.24825		

La flèche adimensionnelle d'une plaque FGM carrée est présentée dans le tableau VI.8 pour différentes valeurs de rapport d'épaisseur a/h , d'indice de puissance k et de paramètres de fondations (K_0, J_0). Les résultats obtenus sont comparés à ceux donnés par Taibi (2015) pour la plaque FG parfaite. On peut conclure que la fraction volumique de porosité a un effet significatif sur la flèche adimensionnelle w d'une plaque FGM carrée reposée sur les fondations de type Pasternak ou Winkler-Pasternak.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Tableau IV.6 : Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque carrée FGM
(, b =a, $T_2 = T_3 = 10$, $T_1 = 10$, $K_0 = 100$ $J_0 = 100$) $E_m = 66.2$, $E_c = 117$

k	Théories		a/h			
			5	10	20	50
1	Bouderba		0.51374	0.17716	0.077187	0.047836
	Présente	Type-I	0.51424	0.17717	0.077188	0.047837
		Type-II	0.42336	0.15216	0.071569	0.047894
		Type-III	0.41035	0.14857	0.070756	0.047901
		Type-IV	0.43629	0.15572	0.072369	0.047885
		Type-V	0.41816	0.15072	0.071250	0.047896
		Type-VI	0.40637	0.14746	0.070506	0.047904
2	Bouderba		0.49953	0.17443	0.076803	0.048043
	Présente	Type-I	0.50013	0.17445	0.076800	0.048045
		Type-II	0.40400	0.14789	0.070794	0.048061
		Type-III	0.39019	0.14406	0.069931	0.048062
		Type-IV	0.41768	0.15170	0.071656	0.048058
		Type-V	0.39850	0.14636	0.070456	0.048061
		Type-VI	0.38598	0.14289	0.069662	0.048062
5	Bouderba		0.48761	0.17256	0.076639	0.048259
	Présente	Type-I	0.48835	0.17257	0.076638	0.048259
		Type-II	0.38789	0.14489	0.070344	0.048229
		Type-III	0.37349	0.14089	0.069425	0.048224
		Type-IV	0.40219	0.14884	0.071238	0.048234
		Type-V	0.38213	0.14330	0.069981	0.048227
		Type-VI	0.36909	0.13967	0.069150	0.048224

Pour illustrer l'effet de la température (T_2) sur la réponse en flexion des plaques FGM, le tableau IV.9 montre les résultats de la flèche adimensionnelle et des contraintes d'une plaque FGM rectangulaire soumise à des charges mécaniques et thermomécaniques. On peut observer que la flèche adimensionnelle et les contraintes augmentent lorsque la fraction volumique de porosité augmente.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

Tableau IV.7: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} et les contraintes d'une plaque rectangulaire FGM soumise a un chargement mécanique et thermomécanique ($a = 10h, b = 2a, T_1 = T_3 = 0, K_0 = 0, J_0 = 0$) $E_m=66.2, E_c=117$

T_2	Théories		\bar{w}	$\bar{\sigma}_x$
0	Bouderba		0.68131	0.42424
	PSDT		0.68134	0.42408
	TSDT		0.68131	0.42424
	Présente	Type-I	0.68129	0.41725
		Type-II	0.80778	0.41730
10	Bouderba		1.5241	0.34104
	PSDT		1.5243	0.34091
	TSDT		1.5241	0.34104
	Présente	Type-I	1.5241	0.33410
		Type-II	1.6507	0.34710

Tableau IV.8 Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle w sur plaque carrée FGM soumise a un chargement mécanique ($a= 10h, b = 2a, T_1 = T_2 = T_3 = 0$) $E_m=66.2, E_c=117$.

k	Théories		$K_0=0, J_0=0$	$K_0=100, J_0=0$	$K_0=0, J_0=100$	$K_0=100, J_0=100$
1	Taibi et al.		1.003264	0.5008147	0.08708373	0.08010766
	Présente	Type-I	0.89229	0.47154	0.086153	0.079320
		Type-II	1.1315	0.53086	0.087949	0.080840
		Type-III	1.1755	0.54036	0.088207	0.081057
		Type-IV	1.0907	0.52170	0.087694	0.080625
		Type-V	1.1488	0.53461	0.088052	0.080927
		Type-VI	1.1898	0.54332	0.088286	0.081123
2	Taibi et al.		1.109938	0.5260525	0.08781631	0.08072715
	Présente	Type-I	0.95076	0.48739	0.086669	0.079756
		Type-II	1.2298	0.55153	0.088498	0.081304
		Type-III	1.2827	0.56192	0.088763	0.081526
		Type-IV	1.1813	0.54157	0.088239	0.081084
		Type-V	1.2504	0.55564	0.088605	0.081393
		Type-VI	1.2997	0.56516	0.088842	0.081594
5	Taibi et al.		1.181016		0.08823646	0.08108206
	Présente	Type-I	1.0097	0.50243	0.087132	0.080149
		Type-II	1.3250	0.56992	0.088959	0.081693
		Type-III	1.3857	0.58084	0.089221	0.081913
		Type-IV	1.2697	0.55943	0.088699	0.081473
		Type-V	1.3487	0.57424	0.089064	0.081780
		Type-VI	1.4053	0.58424	0.089301	0.081980

Le tableau IV.10 présente l'effet du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle et les contraintes d'une plaque FGM soumise à un chargement

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

thermomécanique. Les différentes taux de distributions de porosité de porosité sont prises en compte. A partir de ce tableau, il a été constaté que le taux de distribution de la porosité influence significativement le comportement thermomécanique des plaques FGM, en termes de flèche et de contraintes.

Tableau IV.9: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique ($a=10h$, $b=2a$, $T_1 = T_3 = \mathbf{0}$, $T_2 = \mathbf{10}$) $E_m=66.2$, $E_c=117$.

k	Théories		$K_0=0, J_0=0$	$K_0=100, J_0=0$	$K_0=0, J_0=100$	$K_0=100, J_0=100$
1	Taibi et al.		2.120839	1.058691	0.1840896	0.1693426
	Présente	Type-I	1.9099	1.0093	0.18440	0.16978
		Type-II	2.1452	1.0064	0.16674	0.15326
		Type-III	2.1886	1.0059	0.16420	0.15090
		Type-IV	2.1050	1.0069	0.16924	0.15560
		Type-V	2.1622	1.0062	0.16573	0.15231
		Type-VI	2.2024	1.0058	0.16344	0.15018
2	Taibi et al.		2.288283	1.084526	0.1810449	0.1664296
	Présente	Type-I	2.0049	1.0278	0.18276	0.16817
		Type-II	2.2796	1.0224	0.16405	0.15071
		Type-III	2.3317	1.0215	0.16135	0.14820
		Type-IV	2.2319	1.0232	0.16671	0.15319
		Type-V	2.2999	1.0220	0.16297	0.14971
		Type-VI	2.3484	1.0212	0.16054	0.14744
5	Taibi et al.		2.394417	1.097845	0.1788923	0.1643874
	Présente	Type-I	2.1063	1.0481	0.18176	0.16719
		Type-II	2.4173	1.0396	0.16228	0.14902
		Type-III	2.4770	1.0383	0.15949	0.14642
		Type-IV	2.3627	1.0409	0.16505	0.15160
		Type-V	2.4404	1.0391	0.16115	0.14798
		Type-VI	2.4963	1.0378	0.15863	0.14562

Les figures 2,3,4 et 5 visent à analyser l'influence de la fraction volumique de la porosité sur la flèche centrale adimensionnelle d'une plaque carrée FGM soumise à un chargement thermomécanique. L'indice de gradient est pris égal à $k=2$. On peut observer que la flèche adimensionnelle diminue lorsque les paramètres de fondation K_0, J_0 augmentent, et le paramètre de Winkler K_0 a plus d'effet sur la réduction de la flèche adimensionnelle que le paramètre Pasternak J_0 . Un tel comportement est dû au fait que l'inclusion de paramètres de

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

fondation augmentera la rigidité de la plaque et entraînera ainsi une réduction de la flèche. On observe également à partir de ces figures que la variation du taux de distribution de porosité a plus d'effet lorsque la plaque repose sur une fondation de type Winkler-Pasternak.

Tableau IV.10: Comparaison des résultats de la flèche adimensionnelle \hat{w} d'une plaque carrée FG soumise à un chargement thermomécanique ($b=a, T_2 = T_3 = 10, T_1 = 0$) $E_m=66.2, E_c=117$.

k	Théories	$K_0=0, J_0=100$			$K_0=100, J_0=100$			
		a/h=5	a/h=10	a/h=20	a/h=5	a/h=10	a/h=20	
1	SPT	0.54641	0.18508	0.08088	0.52261	0.17712	0.07741	
	HPT	0.54593	0.18505	0.08088	0.52214	0.17709	0.07741	
	Taibi et al.	0.54568	0.18503	0.08088	0.52190	0.17707	0.07741	
	Présente	Type-I	0.53744	0.18501	0.08060	0.51424	0.17717	0.07718
		Type-II	0.44294	0.15909	0.07481	0.42336	0.15216	0.07156
		Type-III	0.42936	0.15535	0.07398	0.41035	0.14857	0.07075
		Type-IV	0.45637	0.16279	0.07564	0.43629	0.15572	0.07236
Type-V		0.43754	0.15761	0.07448	0.41816	0.15072	0.07125	
Type-VI	0.42523	0.15422	0.07373	0.40637	0.14746	0.07050		
2	SPT	0.52885	0.18043	0.08005	0.50560	0.17258	0.07658	
	HPT	0.52821	0.18038	0.08005	0.50499	0.17254	0.07658	
	Taibi et al.	0.52783	0.18035	0.08005	0.50461	0.17251	0.07658	
	Présente	Type-I	0.52285	0.18224	0.08021	0.50013	0.17445	0.07680
		Type-II	0.42280	0.15469	0.07403	0.40400	0.14789	0.07079
		Type-III	0.40840	0.15070	0.07314	0.39019	0.14406	0.06993
		Type-IV	0.43706	0.15863	0.07492	0.41768	0.15170	0.07165
Type-V		0.41706	0.15309	0.07368	0.39850	0.14636	0.07045	
Type-VI	0.40400	0.14948	0.07286	0.38598	0.14289	0.06966		

Les figures 6,7,8 et 9 montrent l'effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche centrale adimensionnelle à travers le rapport de géométrie d'une plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique. Le rapport largeur sur épaisseur est pris égal à $a/h=10$, et l'indice de fraction volumique est pris égal à $k=2$. On peut voir que la flèche centrale adimensionnelle diminue lorsque le rapport de géométrie a/b augmente..

Les figures 10,11,12 et 13 présentent la variation de la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur d'une plaque rectangulaire FGM contenant de la porosité et soumise à un chargement thermomécanique. Le rapport largeur-épaisseur est pris égal à $a/h=10$, et le

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

rapport de géométrie est pris égal à $b=2a$. On peut conclure que la variation du taux de distribution de porosité influe sur la variation de la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur. On peut également voir que les contraintes axiales adimensionnelles sont de traction à la surface supérieure et de compression à la surface inférieure lorsque ($K_0=0, J_0=0$) et deviennent compressives à la surface supérieure et de traction à la surface inférieure lorsque la plaque FGM repose sur une base élastique.

Les figures 14,15 et 16 montrent la variation dans l'épaisseur de la contrainte de cisaillement adimensionnelle d'une plaque rectangulaire FGM soumise à un chargement thermomécanique. On peut facilement observer sur les figures que la variation du taux de distribution de la porosité a une plus grande influence sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle lorsque la plaque FGM repose sur une fondation élastique. De plus, on peut voir que le coefficient de rigidité de cisaillement J_0 augmente la contrainte de cisaillement adimensionnelle, en revanche, le coefficient de Winkler K_0 la diminue.

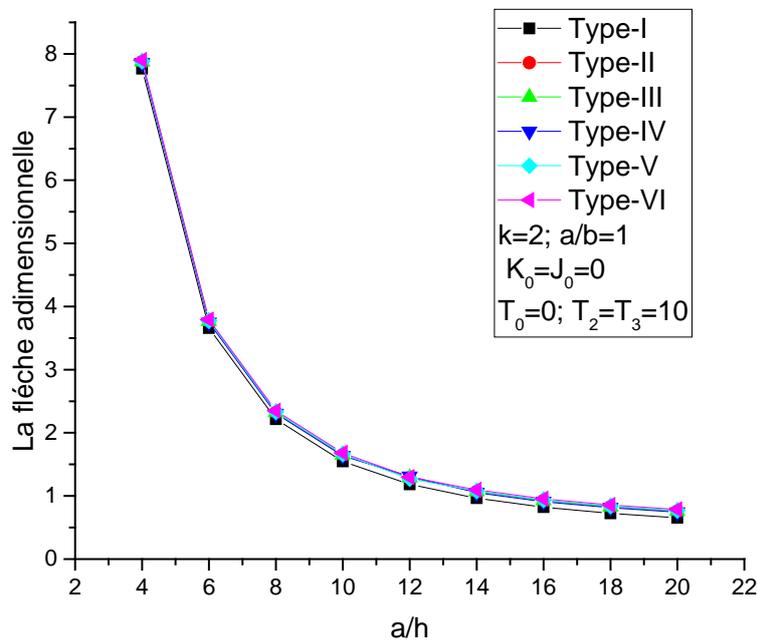


Figure IV.2: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport d'épaisseur a/h d'une plaque FGM sans fondation élastique

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

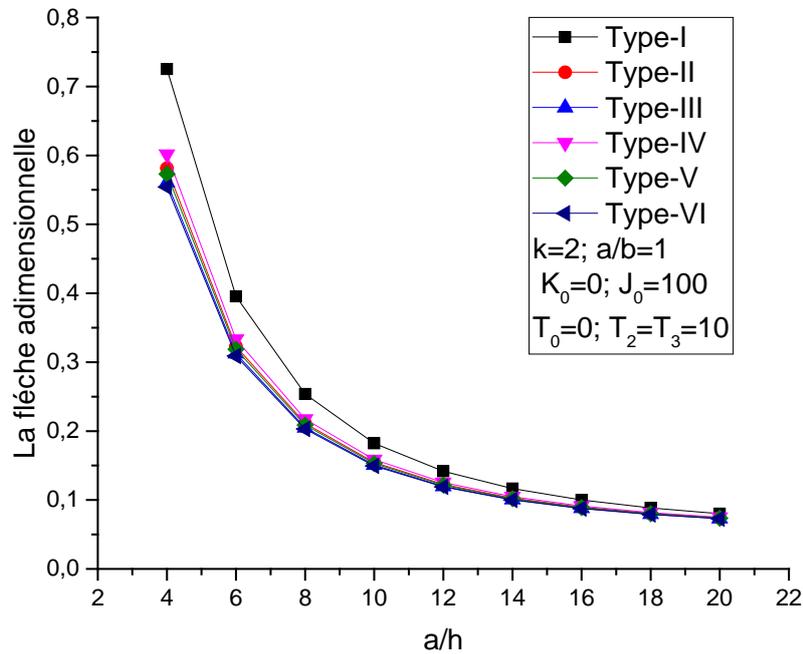


Figure IV.3: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport d'épaisseur a/h d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Pasternak.

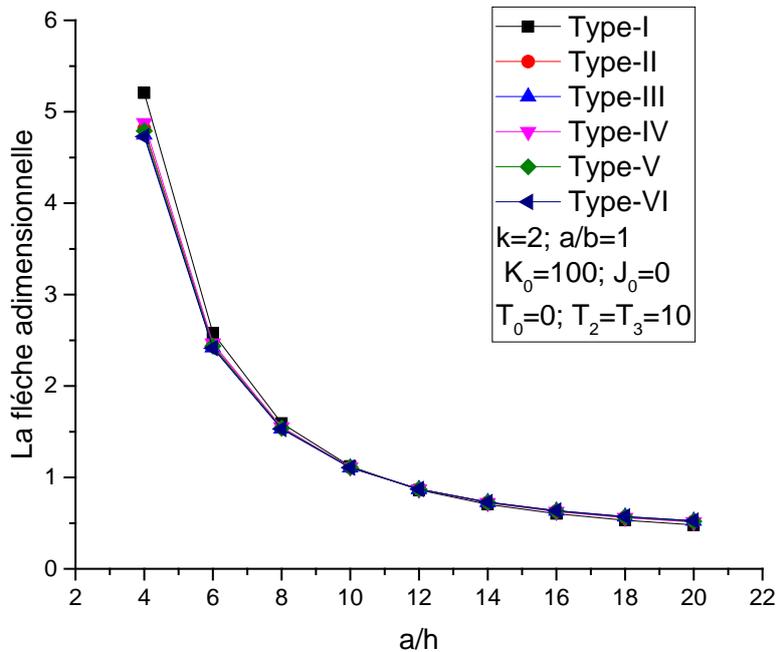


Figure IV.4: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport d'épaisseur a/h d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

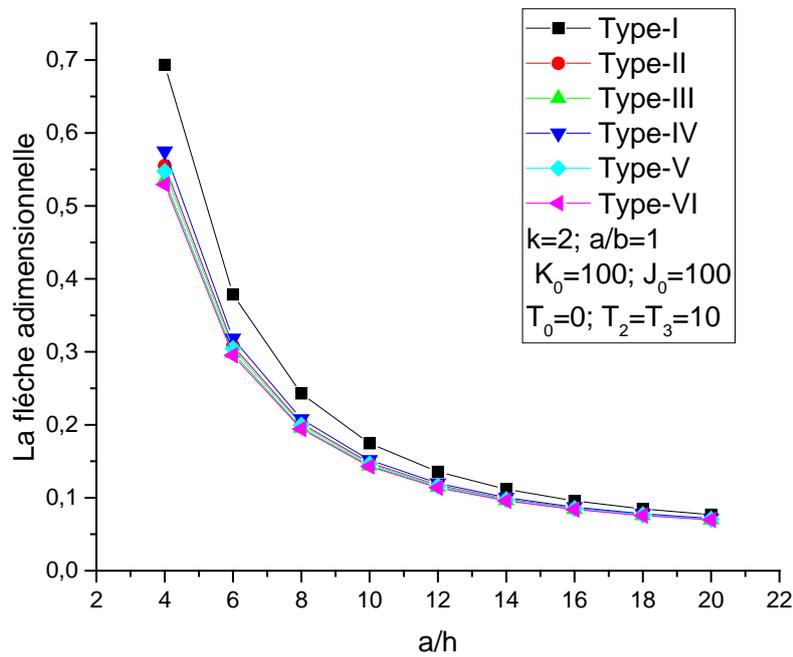


Figure IV.5: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport d'épaisseur a/h d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler-Pasternak.

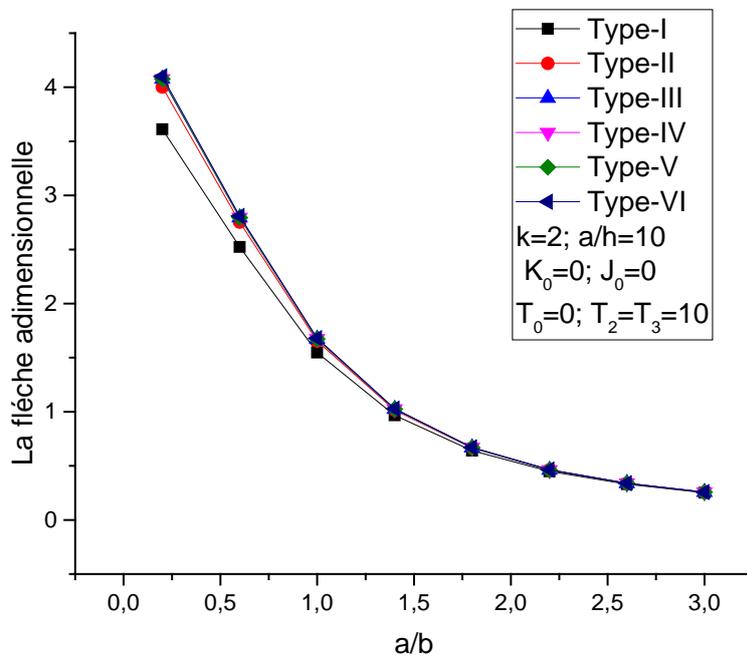


Figure IV.6: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport de géométrie a/b d'une plaque FGM sans fondation élastique

**Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses
reposées sur une fondation élastique**

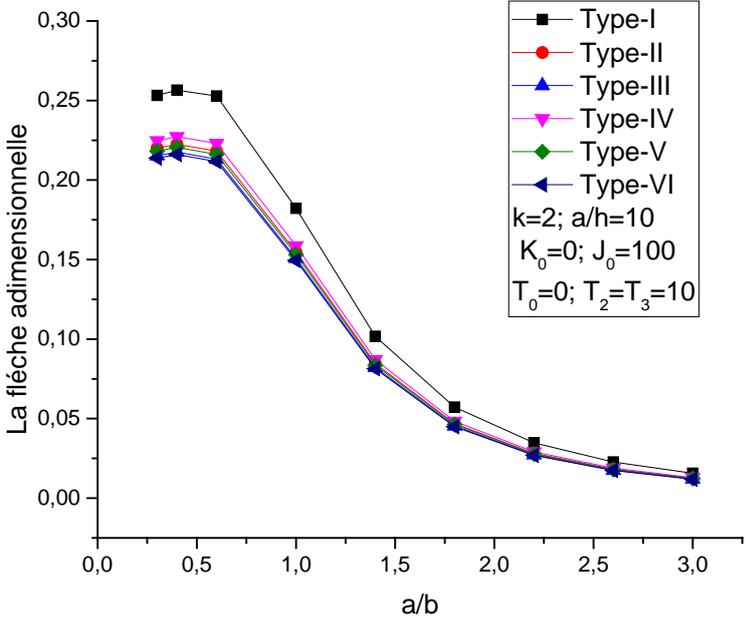


Figure IV.7: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport de géométrie a/b d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Pasternak.

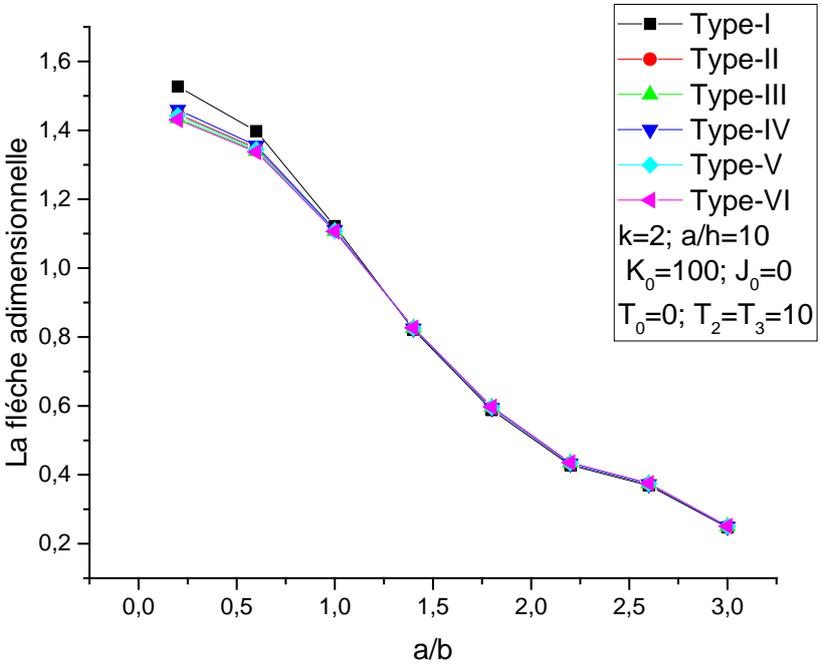


Figure IV.8: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport de géométrie a/b d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

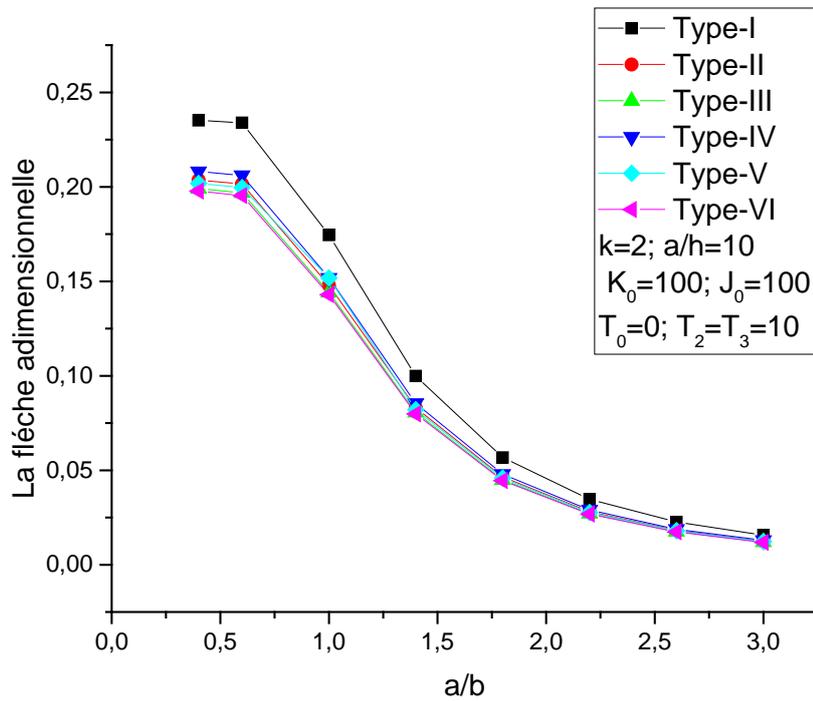


Figure IV.9: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la flèche adimensionnelle en fonction du rapport de géométrie a/b d'une plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler-Pasternak.

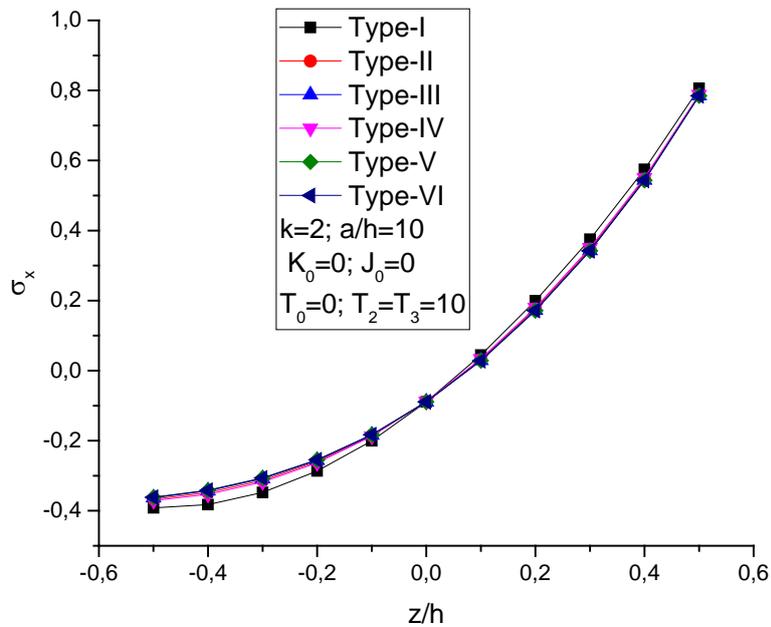


Figure IV.10: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM sans fondation élastique

**Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses
reposées sur une fondation élastique**

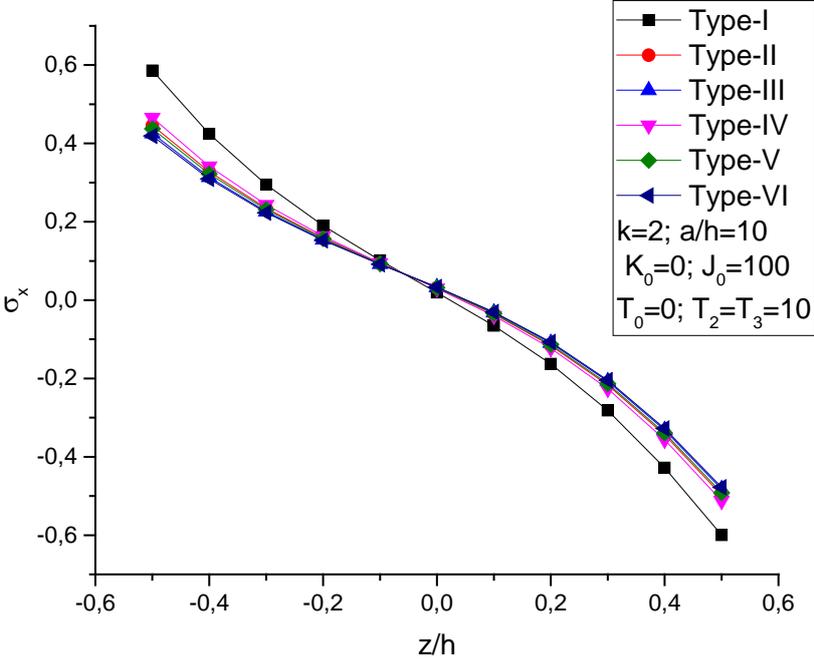


Figure IV.11: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Pasternak.

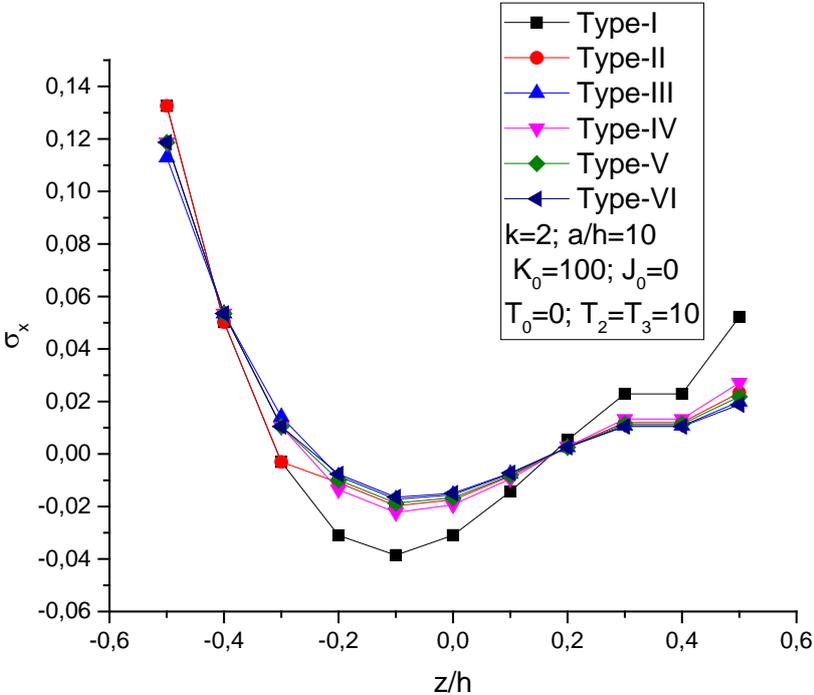


Figure IV.12: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler.

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

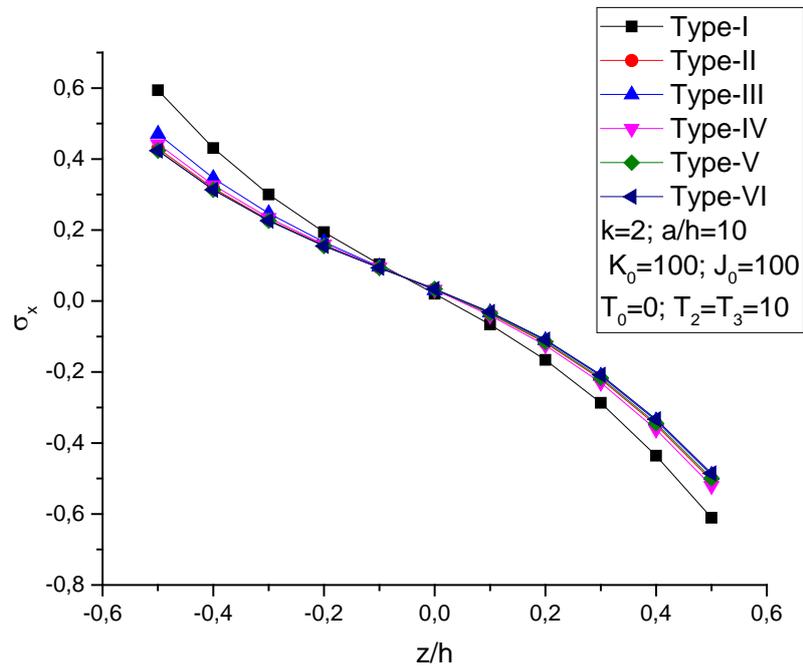


Figure IV.13: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte axiale adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler-Pasternak.

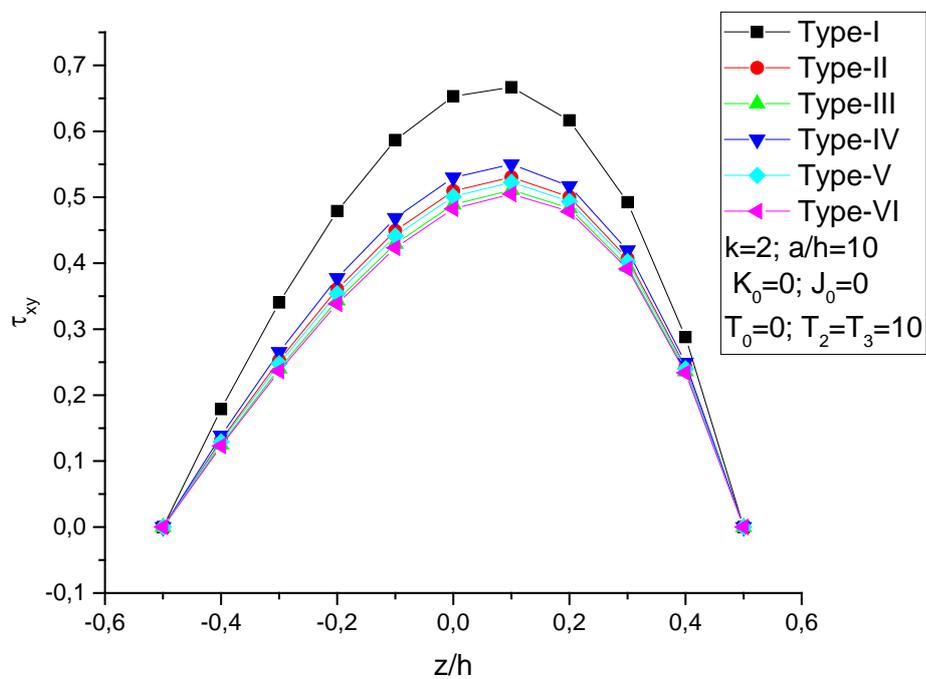


Figure IV.14: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Pasternak

**Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses
reposées sur une fondation élastique**

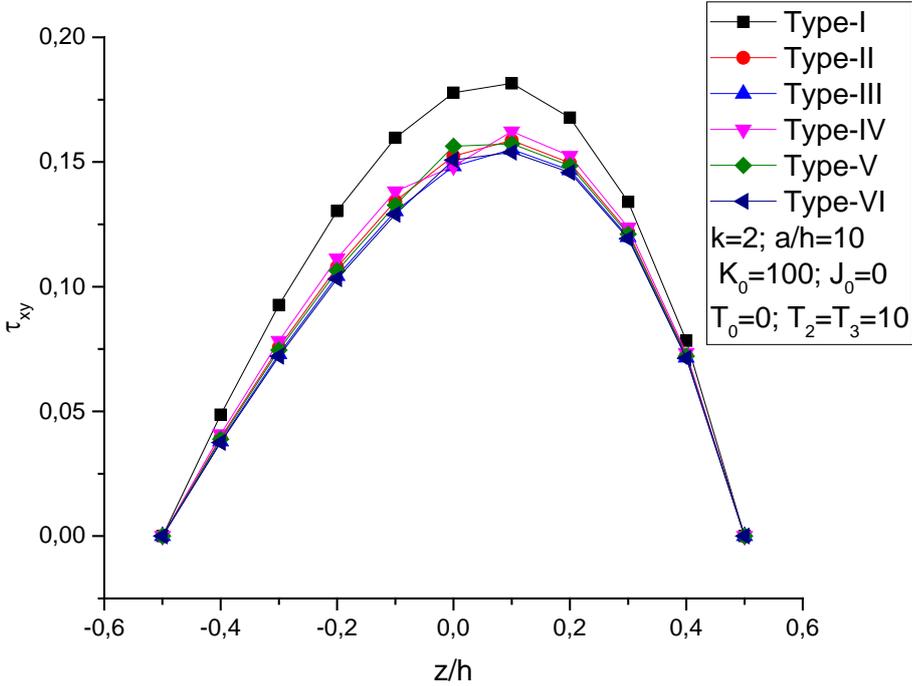


Figure IV.15: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler

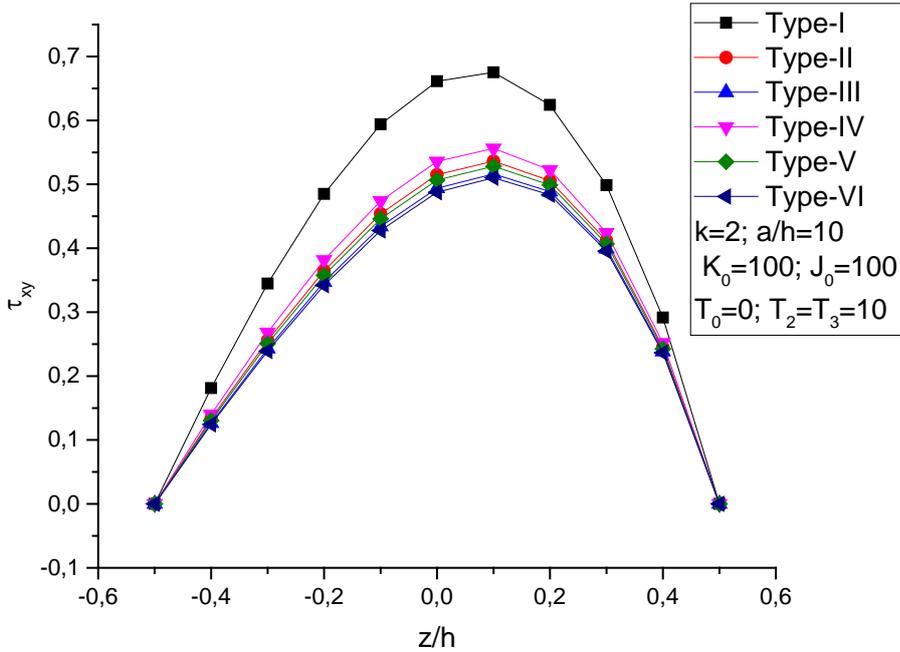


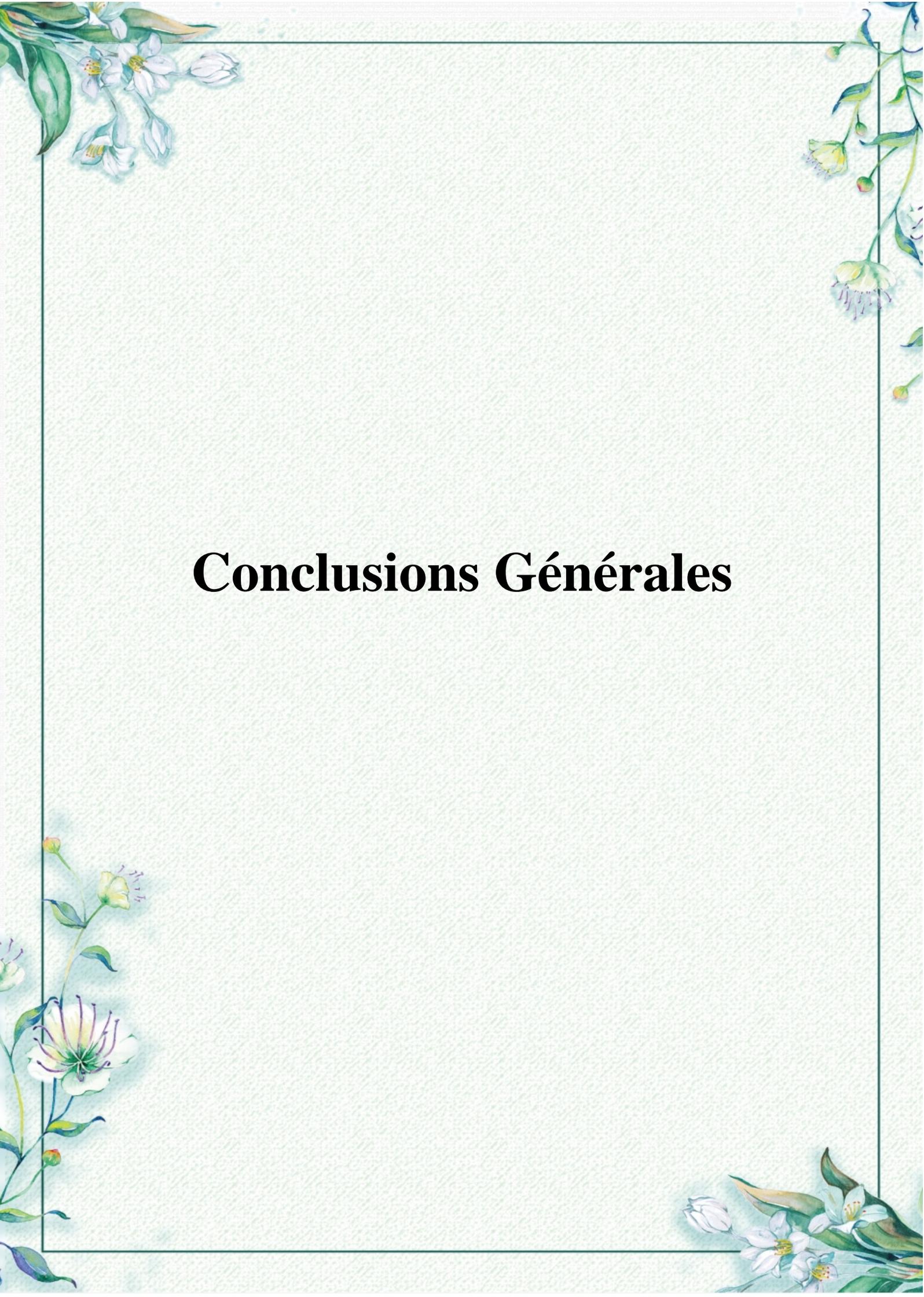
Figure IV.16: Effet de la variation du taux de distribution de porosité sur la contrainte de cisaillement adimensionnelle à travers l'épaisseur de la plaque FGM reposée sur une fondation de type Winkler-Pasternak

Chapitre IV: Analyse thermomécanique des plaques FGM poreuses reposées sur une fondation élastique

IV.3. Conclusion :

Ce chapitre présente une solution analytique pour la flexion thermomécanique des plaques FGM contenant des porosités et reposant sur une fondation élastique en utilisant une théorie raffinée de forme hyperbolique de plaque de déformation de cisaillement. La variation du taux de distribution de porosité est décrite en utilisant des lois de mélanges modifiée. Les équations gouvernantes sont résolues en utilisant les solutions de Navier. Les flèches centrales adimensionnelle ainsi que les contraintes obtenues sont comparées avec d'autres et un très bon accord a été trouvé qui prouve la précision de la méthode. Conformément aux résultats numériques et graphiques, certaines conclusions peuvent être tirées comme suit :

- La variation du taux de distribution de porosité a un effet significatif sur la flèche centrale adimensionnelle et les contraintes de la plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique.
- La flèche adimensionnelle diminue lorsque les paramètres de fondation K_0 , J_0 augmentent, et le paramètre de Winkler K_0 a plus d'effet sur la réduction de la flèche adimensionnelle que le paramètre Pasternak J_0 .
- L'augmentation de la fraction volumique de porosité diminue la contrainte de cisaillement adimensionnelle.
- Les résultats montrent que la plaque FGM imparfaite subira de faibles flèches lorsque la plaque reposera sur la fondation élastique.
- L'augmentation de la charge thermique augmente la flèche adimensionnelle.



Conclusions Générales

Conclusions générales

Les structures en matériaux à gradient de propriétés représentent un domaine de recherche très vaste et des applications immenses tant il est possible de modifier leur composition et leur architecture pour obtenir de ces matériaux les propriétés recherchées. La conception et l'élaboration de ces matériaux nécessitent le développement d'outils d'analyse adaptés à leurs spécificités géométriques et matérielles.

Dans le cadre de ce travail, nous avons étudié l'effet du taux de distribution de porosité sur le comportement thermomécanique des plaques FGM reposées sur une fondation élastique en utilisant une théorie raffinée de forme hyperbolique et qui prend en considération l'effet de cisaillement transverse.

La théorie a pris en considération la distribution parabolique de la déformation de cisaillement transverse et satisfait la nullité des contraintes aux surfaces supérieure et inférieure de la plaque sans d'utiliser le facteur de correction de cisaillement. Le nombre des inconnues dans la présente théorie est quatre tandis que cinq dans le cas des autres théories de déformation de cisaillement. La loi du mélange modifiée couvrant les phases et le taux de distribution de porosité est utilisée pour décrire approximativement les propriétés des plaques FGM imparfaites. L'équation d'équilibre pour les plaques FGM est obtenue par le principe des travaux virtuels. Les propriétés du matériau sont supposées varier selon la direction de l'épaisseur de la plaque et la règle du mélange qui a été reformulée afin d'évaluer les caractéristiques des matériaux avec les phases et le taux de distribution de porosité. La méthode de Navier est utilisée pour les solutions analytiques de la plaque à gradient de propriétés avec des conditions aux limites simplement appuyées.

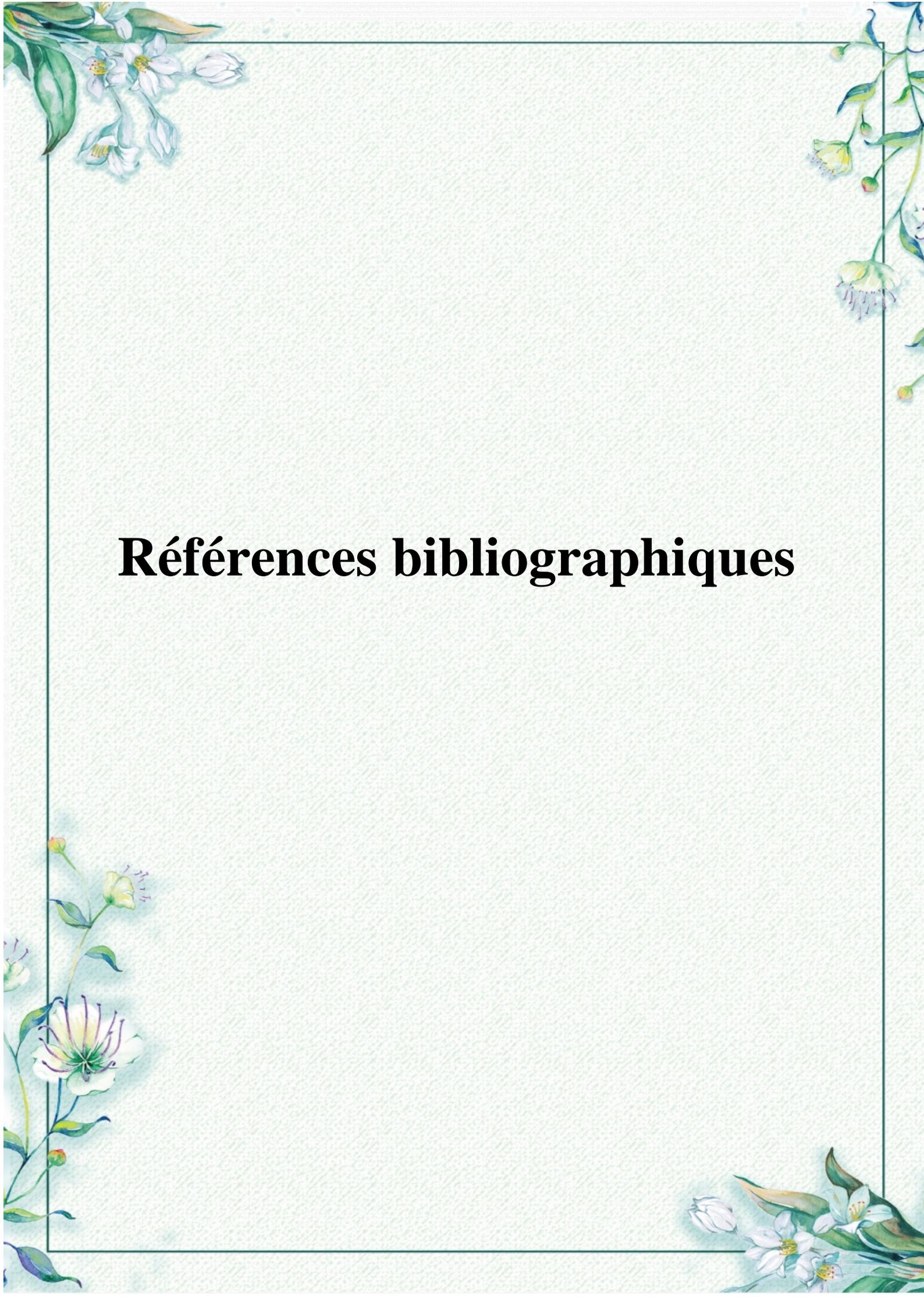
Les résultats qui ont été trouvés dans ce travail ont montrés que le taux de distribution de porosité influe sur la flèche et les contraintes à travers l'épaisseur de la plaque FGM. L'effet des paramètres de fondation sont aussi présentés dans cette investigation sous forme numérique et graphique dans plusieurs combinaisons de matériaux FGM tels qu' Al/Al_2O_3 , Al/ZrO_2 . Les conclusions suivantes ont été observées à partir des résultats typiques obtenus pour les différents indices de fraction de volume, le rapport de géométrie, le rapport d'épaisseur, les paramètres de rigidité de la fondation et le coefficient de porosité.

- la variation du taux de distribution de porosité a un effet significatif sur la flèche centrale adimensionnelle et les contraintes de la plaque FGM soumise à un chargement thermomécanique.

Conclusions générales

- La flèche adimensionnelle diminue lorsque les paramètres de fondation K_0 , J_0 augmentent, et le paramètre de Winkler K_0 a plus d'effet sur la réduction de la flèche adimensionnelle que le paramètre Pasternak J_0 .
- L'augmentation de la fraction volumique de porosité diminue la contrainte de cisaillement adimensionnelle.
- Les résultats montrent que la plaque FGM imparfaite subira de faibles flèches lorsque la plaque reposera sur la fondation élastique.
- L'augmentation de la charge thermique augmente la flèche adimensionnelle.

En perspective à ce travail, nous envisageons d'étudier comportement thermomécanique des plaques FGM à section variable reposée sur une fondation élastique sous la combinaison des différents types de chargement et des conditions aux limites.



Références bibliographiques

Références bibliographiques

- [Abdi, 1997] ABDIZADEH, H, Elaboration Et Caractérisation De Composites Duplex: «Composites Laminaires Tri-Couches à Base D'Alumine», Thèse de Doctorat d'Etat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon et l'Université Claude Bernard Lyon RFrance, 212p.
- [Bathias, 2005] «Matériaux composites» ed.Dunod, L'Usine Nouvelle, ed.e.génierie, 2005.
- [Bahlouli, 1993] N. Bahlouli «Cours Composites sur le site Internet " <http://www-ipst.u-strasbg.fr/cours/matériaux-composites> "».
- [Bishop, 1993] Bishop, A., Lin, C.Y, Navaratnam, M, Rawlings, R.D., & Mc Shane, H.B., «A Functionally Gradient Material Produced by a Powder Metallurgical» Process, Journal of Materials Science Letters, Volume 12, pages: 1516-1518, 1993.
- [Boch, 1986] Boch, P., Chartier, T. & Huttepain, M, «Tape Casting of Al₂O₃/ZrO₂ Laminated Composites», J. Am. Ceram. Soc., Volume 69, pages: 191-192,1986.
- [Boch, 1987] BOCH, P. «Tape Casting of Layered Composites, in processing of Advanced Ceramics». Edited by J. S. Moya and S. de Aza. Sociedad Espanola de Ceramica y Vidrio, Madrid, Spain, pages: 103-112, 1987.
- [Batra, 1996] Batra RC: «Some Basic Fracture Mechanics Concepts in Functionally Graded Materials».Mech. Phys. Solids, 1996.
- [H. Okamura.1991] State of the art of material design projects for severe service applications, Mater. Sci. Eng :A; 143 (1-2): 3-9,1991
- [Houari 2011] : HOUARI Mohammed Sid Ahmed, Analyse des contraintes thermo-élastiques : lois despuissances, thèse de doctorat université djilali liabes ,2011.
- [Koizumi, 1996] Koizumi. M, «FGM Activities in Japan», Department of Materials Chemistry. Ryukoku University, Ohtsu 520-521, Japon.
- [Mahamood 2012] Rasheedat m. Mahamood, esther t.akinlabi member. aeng. mukul shukla and sisapityana ;functionally graded material :an overview ;proceeding of the world congress on engineering 2012
- [Moya et al, 1992] Moya, J. S., Sanchez-Herencia, A. J., Requena, J. & Moreno, R: «Functionally Gradient Ceramics by Sequential Slip Casting», Materials Letters, Volume 14, pages:333-335, 1992.
- [Miyamoto 2013] Y. Miyamoto, W.A. Kaysser, B.H. Rabin, A. Kawasaki, R.G. Ford, Functionally Graded Materials: Design, Processing and Applications, Springer Science & Business Media;2013, p 4-5.
- [Nguyen 2008]: Trung-Kien Nguyen ,quelques méthodes pour l'estimation des propriétés effectives desplaques hétérogènes, thèse de doctorat université paris-est ,2008 page 30-31.

Références bibliographiques

- [Reissner, 1945] E. Reissner: «The Effect of Transverse Shear Deformation on the Bending of Elastic Plates». J. Appl. Mech., Volume 12, pages: 69-77, 1945.
- [Samsam 2005] B.A.Samsam Shariat ,R.Javaheri,M.R.Eslami,buckling of imperfect functionally graded plates under in-plane compressive loading,thin-walled structure 43 (2005) 1020-1036.
- [Shen, H.-S.2009] "Functionally Graded Materials - Nonlinear Analysis of Plates and Shells", New York: CRC Press, Taylor & Francis Group.
- [Taka et al, 1990] Takahashi, M., Itoh, Y. & Kashiwaya, H., «Fabrication and Evaluation of W/Cu Gradient Material by Sintering and Infiltration Technique», in Proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan, pages: 129-134, 1990.
- [Tounsi, 2008] Tounsi Abdelwahed, Cours sur «Théorie d'Elasticité», Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbés, Algérie.
- [Reddy, 1984] J.N. Reddy. «A Simple Higher-Order Theory for Laminated Composite Plates».Journal of Applied Mechanics, Volume 51, pages: 745-752, 1984.
- [Touratier, 1991] M. Touratier. « An Efficient Standard Plate Theory ». Engng Sci, Volume 29, pages: 901-916, 1991.
- [Ould Larbi,2013] Ould Larbi L., Kaci, A., Houari, M.S.A., Tounsi, A. (2013), An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 41, 421 – 433.
- [Will, 1976] Williams, J.C., «Doctor-Blade Process, in Treatise on Materials Science and Technology», New York: Academic Press, pages: 173-198, 1976.
- [Yuki, 1991] Yuki, M., Murayama, T. & Irisawa, T, «Temperature Gradient Sintering of PSZ/Mo Functionally Gradient Material by Laser Beam Heating», in proceeding of The First International Symposium on Functionally Gradient Materials-FGM'90-Sendai-Japan, pages: 203, 1991.