

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par :

OUAZHENE FATIHA

SOFRANI KALTOUM

Sujet du mémoire

**Modélisation numérique par
méthode élément finis en 3-D des
dalles pleines en béton armés :
étude comparative**

Soutenu publiquement le 15 / 07 / 2021 devant le jury composé de :

M.r A. KRIM
M.r B. DJEBLI
M.r A. RABAHI
M.r N. KERROUM

Président
Rapporteur
Examinateur
Examinateur

PROMOTION :2020/2021

Remerciement

Avant tout, louange à " الله " notre créateur et mètre de l'univers, de toutes ces bontés, s'avoir envoyer à nous tous le prophète " محمد صلى الله عليه و سلم " qui doit être notre premier éducateur

Particulière que nous remercions notre encadreur **Mr DJEBLI Benyagoub** pour son soutien, ses conseils judicieux et sa bienveillance durant l'élaboration de ce projet.

Un très grand merci à:

- nos parents qui nous ont suivis pendant nos études.
 - Nous adressons nos remerciements chaleureusement tous les professeurs qui nous ont enseignés au cours des études primaires jusqu'aux années de cursus universitaire pour l'obtention du diplôme d'ingénieur.
- Sans oublier notre meilleure ami Hamza pour toute l'aide.
- Et bien sûr, nos remerciements aux membres de jury et à son président avec qui nous allons soutenir ce mémoire et juger de sa qualité.
- Et pour finir, un dernier remerciement à toute la promotion 2020-2021 de génie civil de l'université **Ibn khaldoune**, tout en leurs souhaitons un avenir plein de réussite.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Dédicace

الحمد لله qui a éclairé mon chemin et m'a bien aidé. Au meilleur de ce que j'ai dans ce monde à celui qui était la raison de mon existence sur cette terre, à celui qui a mis le ciel sous ses pieds, à qui je m'incline avec respect et appréciation, à qui j'espère être satisfaite de ma chère maman que *الله* prolonge sa vie.

A qui je devais la vie, qui me soutenait était une bougie allumée pour éclairer mon chemin. A qui j'ai des sentiments d'appréciation, de respect et de gratitude, Abou , que, *الله* lui fasse miséricorde, "Je demande à *الله*" d'habiter son vaste paradis.

A tous les membres de ma famille, en particulier mon frère "Mohammad" et mes sœurs, filles et à tous mes amis sans exception, au professeur mentor "Mr djebel ibenyagoub" et à tous les professeurs qui nous ont aidés. Je demande à *الله* Tout-puissant pour nous guider vers ce qui est bon pour nous et pour notre pays, car il est le meilleur Seigneur et le meilleur aide .

Dédicace

A ceux qui, à cause d'eux et pour eux, je suis ici, mon père, ma mère et mes frères, à ceux qui, depuis le début de mon parcours académique, m'ont appris tout ce que je sais aujourd'hui, à ceux qui ont fait de moi la personne que vous voyez devant vous.

A vous, mes chers professeurs, et surtout à vous, vous êtes le professeur Mr "Djebli benyagoub"

Je sais que ce sont mes paroles et que cet humble don de moi ne remplira pas vos droits sur moi et votre grâce sur moi après la grâce de Dieu le Puissant et Sublime.

A vous tous, mes plus hautes expressions de remerciement, d'appréciation et de gratitude. Je demande à Dieu de vous accorder, à vous et à moi, le succès.

Sommaire

Sommaire

المخلص.....	I
Résumé.....	II
Abstract.....	III
Liste des figures et des tableaux	IV
Introduction générale	2
Chapitre1 Revue Littérature	
1.1 .Introduction :.....	5
1.2 Bilon des études effectués.....	5
1.3. Conclusion	11
Chapitre 2 Présentation de logiciel Cast3M	
2.1. Introduction.....	13
2.2. Présentation de logiciel.....	13
2.2.1. Introduction.....	13
2.2.2. Environnement Et Langage.....	14
2.2.3. Organisation d'un calcul	14
2.2.3.1. Préparation du modèle de calcul	14
2.2.3.2. Résolution du système d'équation	15
2.2.3.3. Traitement des résultats	15
2.2.4. Possibilité offertes par Cast3m	17
2.3. Modélisation	18
2.3.1. Introduction.....	18
2.3.2. Comportement mécanique élastique	18
2.3.2.1. Calcul mécanique linéaire d'une poutre	19

Sommaire

2.3.2.1.1. Etapes de calcul.....	19
2.3.2.1.2. Caractéristique du matériau	20
2.3.2.1.3. Résultats.....	20
2.4. Conclusion	21

Chapitre 3 Modèle numérique de référence

3.1.Introduction.....	23
3.2.Conditions aux limites et chargement.....	23
3.3.Modélisation linéaire	23
3.3.1.comportement linéaire de la dalle	24
3.3.2.Loi de comportement	24
3.3.3. Choix du modèle de référence	25
3.4. Modélisation non linéaire	38
3.4.1de Lois comportement du béton.....	38
3.4.2. Calibrage des résultats	39
3.5. Conclusion	41

Chapitre 4 Etude comparative et présélection du support numérique adéquat

4.1. Introduction.....	42
4.2. Etude élastique :.....	42
4.2.1. Étude des contraintes normales :.....	43
4.2.2. Étude de la flèche.....	58
4.3. Etude plastique.....	66
4.4. Conclusion	69

الملخص

تتطلب النمذجة العددية لمادة الخرسانة المسلحة نمذجة مناسبة لمكوناتها المأخذين بشكل منفصل بالإضافة الى الواجهة بينهما.

تم تصميم التعزيزات في كتلة الخرسانة باستخدام قضبان مأخوذة كعناصر منفصلة في الاتجاهين ، وهذا النموذج يجعل من الممكن إجراء حسابات شاملة ولكن في الكثير من الأحيان على حساب وقت الحساب التالي و في بعض الاحيان تكون معقدة للغاية من وجهة نظر رقمية بحتة .

لهذا الغرض ، تم تسليط الضوء على نموذج رقمي مرجعي في العناصر محدودة صلابة في ثلاثة ابعاد أقل جشعا مقارنة بالنموذج السابق من حيث وقت الحساب باستخدام برنامج CAST3M، حيث تم اخذ نمذجة التعزيزات كطبقة من فولاذ بسماكة مكافئة .

سيكون هذا بمثابة أساس للمقارنة لنتائج النماذج العددية الجديدة في أغلقة العناصر المحدودة ؛ الهدف منه هو ان تكون قادرا على ابراز تأثير مرونة الدعم المحدد مسبقا من حيث وقت البناء و التنفيذ لإجراء تحليل عددي على السلوك الخطي و الغير الخطي للبلطات الخرسانة المسلحة مكافئة .

سيكون هذا بمثابة أساس لمقارنة لنتائج النماذج العددية الجديدة في اغلقة العناصر المحدودة ؛ الهدف منه هو ان تكون قادرا على إبراز تأثير مرونة الدعم المحدد مسبقا من حيث وقت البناء و التنفيذ لإجراء تحليل عددي السلوك الخطي و الغي الخطي للبلطات الخرسانية المسلحة .

كلمات المفتاحية

النمذجة العددية ، الخرسانة المسلحة ، النموذج العددي المرجعي ، العناصر المحدودة ، السلوك الخطي ، السلوك الغير الخطي .

Résumé

La modélisation numérique du matériau béton armé nécessite une modélisation adéquate de ses deux constituants pris séparément ainsi que l'interface entre eux. Les armatures dans la masse du béton sont modélisées à des barres prises comme des éléments discrets dans les deux directions, ce modèle permet de réaliser des calculs exhaustifs mais souvent au détriment d'un temps de calcul conséquent et par fois, être trop complexe d'un point de vue purement numérique. A cet effet, un modèle numérique de référence en éléments finis massifs en trois dimensions moins gourmand par rapport au précédent en termes de temps de calcula été mis en évidence en utilisant le logiciel CAST3M, dont la modélisation des armatures est prise comme une couche d'acier d'épaisseur équivalente. Celui-ci, servira de base de comparaison pour les résultats de nouveaux modèles numériques en éléments finis coques; dont le but de pouvoir mettre en évidence l'influence de la souplesse du support présélectionnée termes de temps de construction et d'exécution en vue d'une analyse numérique sur les comportement linéaire et non linéaire des dalles en béton armé

MOT CLES

Modélisation numérique, Béton armé, modèle numérique de référence, éléments finis, comportement linéaire, comportement non linéaire.

Abstract

Numerical modeling of the reinforced concrete material requires adequate modeling of its two constituents taken separately as well as the interface between them .The reinforcement in the mass of the concrete are modeled with bars taken as discrete element in the two directions, this model makes it possible to carry out exhaustive calculation but often to the detriment of a consequent calculation time, to be too complex of a purely digital point of view.

For this purpose , a digital model of reference in solid finite elements in three dimensions less greedy compared to the preceding one in time was highlighted by using the software CQST3M, of which the modeling of the reinforcement is taken as a layer of steel of equivalent thickness. The one will be as a basis of the results of new, numerical model in finite elements shells; the aim of which is to be able to highlight the influence of the flexibility of the preselected support in terms of construction and execution time for a numerical analysis on the linear and non-linear behavior of reinforced concrete slabs.

KEYWORDS

Numerical modeling, Reinforced concrete, numerical model of reinforced, finite elements linear behavior, non-linear behavior.

Liste des figures et des tableaux

- **Liste des figures et des tableaux**

- **Liste des figures**

Fig .2.1 Organigramme du modèle de calcul	14
Fig. 2.2 Noyau de calcul, pré et post traitements du noyau de calcul	17
Fig. 2.3 Maillage de la poutre.....	19
Fig. 2.4 Chargement de la poutre.	20
Fig.2.5 Champ de contrainte.	20
Fig.2.6 Déformation de la poutre.	21
Fig.3.1 Hypothèses cinématiques de Kirchhoff-Love.....	24
Fig.3.2 Évolution contrainte – déformation	24
Fig.3.3 Géométrie de la dalle	25
Fig.3.4. Partie du modèle de la dalle en éléments finis	26
Fig. 3.5.Partie du modèle de la dalle en éléments finis« Armatures en couches d’acier Equivalentes »	27
Fig .3.6 Evolution Linéaire Charge-Déplacement.....	27
Fig. 3.7 Champ de déplacements verticaux.....	29
Fig.3.8 Champ de contraintes normales selon XX.....	30
Fig. 3.9 Champ de contraintes normales selon YY.....	31
Fig .3.10 Evolution Linéaire Charge-Déplacement	33
Fig.3.11 Champ de déplacements verticaux.....	34
Fig.3.12 Champ de contraintes normales selon XX.....	35
Fig.3.13 Champ de contraintes normales selon YY	37
Fig .3.14 Loi de comportement du béton	37
Fig .3.15 Loi de comportement idéalisé du béton	39
Fig.3.16 Précision du modèle numérique de la dalle à deux nappes d’acier.....	40
Fig.3.17 Précision du modèle numérique de la dalle à une seule nappe d’acier	40

Fig.4.1 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	43
Fig.4.2 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	44
Fig.4.3 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	44
Fig.4.4 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	45
Fig .4.5 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	46
Fig.4.6 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	46
Fig.4.7 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	47
Fig.4.8 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	47
Fig.4.9 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	48
Fig.4.10 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	49
Fig.4.11 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	49
Fig . 4.12 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	50
Fig. 4.13 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	51
Fig .4.14 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	51

Fig.4.15 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	52
Fig.4.16 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	52
Fig.4.17 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	53
Fig.4.18 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	54
Fig 4.19 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	55
Fig.4.20 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	56
Fig.4.21 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	56
Fig.4.22 Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	57
Fig.4.23 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	5
Fig.4.24 Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	58
Fig.4. 25 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	58
Fig.4. 26 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	59
Fig.4.27 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	59
Fig.4 . 28 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	60
Fig.4. 29 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	61
Fig. 4.30 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	61
Fig .4.31 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	62
Fig.4. 32 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	62

Fig.4. 33 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	63
Fig.4. 34 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	64
Fig.4. 35 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré	65
Fig.4. 36 Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti	65
Fig.4.4.37 Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 1nappe d'armatures simplement appuyée sur son pourtour	66
Fig.4.38.Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 2nappes d'armatures simplement appuyée sur son pourtour.....	67
Fig.4.39 Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 1nappe d'armatures encastree sur son pourtour	67
Fig.4.40 Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque	68
Fig.4.41.Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque isolée à 1nappe d'armatures	68
Fig.4.42 Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque isolée à 1nappe d'armatures e.....	69

- **Liste des tableaux**

Tableau.3.1. Caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier.....	26
Tableau.3.2. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CU	32
Tableau.3.3. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CC	32
Tableau.3.4. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CU	37
Tableau.3.5. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CC	37
Tableau 3.6. Caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier.....	39

Introduction générale

Introduction générale

1. Contexte de l'étude

La prise en considération de l'ensemble des facteurs pouvant mener à la ruine et de prédire leurs effets tant sur la structure elle-même que sur les conséquences qui pourraient s'ensuivre, est nécessaire du moment de la conception des ouvrages de génie civil.

Vu que les expérimentations à l'échelle de l'ouvrage étant très limitées, il est souvent nécessaire d'avoir recours à la modélisation numérique. Ces modélisations doivent être en mesure de prédire le comportement de ces structures pour les différents cas de chargement qui sont susceptibles de se produire au cours de la durée de vie de l'ouvrage.

Parmi les nombreux cas de simulation à traiter, nous nous intéressons au comportement mécanique des ouvrages en béton armé. Le type d'applications visées est la prédiction du comportement d'une structure soumise à un impact localisé. Nous entendons par ouvrage ou structure, tout type de construction de grande taille en béton armé. La prédiction porte sur deux aspects principaux : la capacité du modèle à prédire le comportement de la structure au niveau de l'impact et le comportement de l'ensemble de l'ouvrage. Localement, il ne s'agit pas seulement d'avoir un indicateur de l'état d'endommagement, mais aussi d'être en mesure de connaître l'étendue des zones fissurées, ou encore d'estimer l'état des armatures.

En plus de cette réponse locale, la prédiction porte sur le comportement de l'ensemble de l'ouvrage (réponse globale). Pour savoir s'il y a des risques d'arrachement d'éléments fixés sur la structure, ou des risques de contact avec une autre structure, il est nécessaire de connaître les déplacements et les contraintes en tous points du modèle au cours de la simulation.

L'objectif de ce travail est de réaliser une étude comparative entre des modèles numériques afin de choisir le support le plus souple pour l'étude du comportement des dalles pleines en béton armé, tout en veillant à ce que ce modèle ne soit pas trop complexe au détriment du temps de calcul . Cette comparaison a été effectuée en premier lieu, entre un modèle massif en éléments cubiques représentant le modèle réel

(*modélisation des armatures est faite à l'aide des barres discrètes*) dit le **modèle discret** et un modèle massif multicouche en éléments volumiques cubiques (*modélisation des armatures en couches d'acier équivalentes*) dit le **modèle de référence**. Ce modèle de référence qui par la suite et en deuxième lieu, servira de base de comparaison pour les résultats de deux nouveaux modèles numériques proposés à savoir le modèle coque multicouche et le modèle coque à une seule couche ; dont le but de pouvoir mettre en évidence l'influence de la souplesse du support présélectionné en termes de temps de construction et d'exécution en vue d'une analyse numérique sur le comportement des dalles en béton armé, car le modèle **de référence**, bien que pertinent pour caractériser le comportement des dalles en béton armé, ne permet pas de réaliser des calculs à l'avantage d'un temps de calcul conséquent.

Il est à noter que dans le domaine non linéaire, notre étude s'intéresse uniquement l'état d'endommagement.

2. Plan général

Afin de démontrer la faisabilité et l'intérêt de cette étude numérique en éléments finis, nous proposons de rentrer dans les points essentiels au travers de quatre chapitres.

Le premier chapitre propose une revue de littérature sur les travaux de recherche rapportés sur la modélisation des structures (systèmes) en béton armé.

Le deuxième chapitre porte sur la présentation et la description du logiciel Cast3m utilisé dans notre travail pour la modélisation en éléments finis.

Le troisième chapitre met en évidence un modèle numérique de référence au travers d'une comparaison par rapport au modèle numérique réel porté sur l'étude du comportement des dalles en béton armé .

Le quatrième chapitre décrit la souplesse du support numérique présélectionné en termes de temps de construction et d'exécution en vue d'une analyse numérique sur l'étude du comportement des dalles en béton armé.

Enfin, on achève ce travail par une conclusion générale portant sur les différents aspects traités dans ce mémoire.

Chapitre 1

Revue de La littérature

1.1 Introduction

La complexité du calcul des structures en béton armé a conduit les ingénieurs dans le passé à appuyer fortement sur les formules empirique (dérivées de nombreuses expériences) pour la conception de ce type de structures. Avec l'apparition des ordinateurs numériques et des méthodes d'analyse puissants, tels que la méthode des éléments finis, beaucoup d'efforts ont été menées par des chercheurs pour développer des solutions adéquates, permettant d'aborder, et de résoudre le problème des structures en béton armé afin de prédire leur comportement.

La méthode des éléments finis est ainsi devenue un outil de calcul puissant, qui permet des analyses complexes de la réponse non linéaire de structures en béton armé à effectuer d'une manière systématique. Avec cette méthode, l'importance et l'interaction de différents effets non linéaires sur la réponse des structures en béton armé peut être étudié analytiquement.

La présente étude fait partie de cet effort continue l'analyse des poutres en béton armé, des dalles, sous charges monotones.

1.2. Bilans des études effectués

Plusieurs travaux de recherches ont fourni des informations sur le comportement et le calcul des structures en béton armé. Ces travaux se sont basés sur l'analyse numérique par la méthode des éléments finis. Plus de détails sur la description de la théorie fondamentale et l'application de la méthode des éléments finis dans le comportement linéaire (analyse élastique) et le comportement non-linéaire (analyse sur la résistance ultime) des structures en béton armé, La première publication de l'analyse numérique par la méthode des éléments finis des structures en béton armé a été présentée par Ngo and Scordelis (1967) [1]. Dans leur étude, des poutres simples ont été analysées en modélisant les armatures par des éléments triangulaires, et un élément de liaison spécial a été utilisé pour la modélisation de l'interaction béton-acier (adhérence) et décrire la contrainte d'adhérence-glissement. Une analyse linéaire(élastique) a été réalisée sur des poutres avec des fissures prédéfinis pour déterminer les contraintes principales dans le béton, les contraintes dans l'acier et les contraintes d'adhérence. L'analyse par éléments finis d'un solide axisymétrique sous chargement axisymétrique peut être facilement réduite à une analyse bidimensionnelle. Bresler et Bertero (1968) [2] ont utilisé un modèle axisymétrique pour étudier la distribution des contraintes dans un échantillon en béton cylindrique renforcé (armé) avec une simple barre. L'échantillon a été chargé en appliquant des charges de traction aux extrémités de la barre.

Dans l'une des premières études, Rashid (1968) [3] a introduit le concept de la fissure permanente "smeared" dans l'étude de la réponse axisymétrique des structures en béton précontraint. Rashid a pris en compte la fissuration et les effets de la température, le fluage et de la charge dans ses analyses. Aujourd'hui, l'approche de la fissure permanente utilisée dans la modélisation du comportement du béton fissuré est presque exclusivement utilisé par les chercheurs dans l'analyse non linéaire des structures en béton armé, depuis, sa mise en œuvre dans un programme d'analyse par éléments finis est plus simple que celle du modèle de fissure discrète. Selna (1969) [4] ont fait une analyse par éléments finis sur des poutres et des portiques constituées d'éléments unidimensionnelles avec des sections multicouches, qui représente la fissuration progressive en changeant les propriétés des matériaux à travers la hauteur de la section transversale en fonction de la charge et le temps.

Franklin (1970) [5] a évolué les méthodes analytiques par l'élaboration d'une analyse numérique non linéaire en éléments finis qui représente automatiquement l'étude de la fissuration et de la redistribution des contraintes dans la structure. Cela a permis de tracer la réponse de la charge de fissuration initiale des systèmes bidimensionnels. Afin d'estimer la charge de fissuration, le calcul a été effectué d'une façon incrémental (chargement incrémental) avec itérations dans chaque incrément en tenant compte du comportement de la non linéarité matérielle. Franklin a utilisé des éléments quadratiques de contraintes planes, éléments barres axiales, et des liens d'attache pour étudier des portiques en béton armé. Cervenka (1970) [6] a analysé les murs de contreventement et les poutres de rive en utilisant une approche de contrainte initiale dans laquelle la matrice de rigidité élastique est utilisée au début de l'analyse dans toutes les itérations. Cervenka a proposé une relation constitutive pour le matériau composite béton -acier à travers les étapes de comportement non fissurées, fissurées et en plastique.

Des études expérimentales et analytiques de dalles en béton armé ont été menées par Joffri et Mc Neice (1971) [7]. Les analyses ont été basées sur une relation bilinéaire moment courbure qui a été dérivé d'un moment effectif déterminé empiriquement d'inertie de la dalle fissurée, y compris l'effet de ferrailage. La variation de la rigidité à la flexion des éléments dus à la fissuration normale à la direction de moment principal est représenté par la réduction de la rigidité en flexion de l'élément correspondant.

Nilson (1972) [8] a introduit les propriétés du non linéarité matériel pour le béton et l'acier et une relation adhérence – glissement (bond-slip) non linéaire dans l'analyse en utilisant la méthode incrémentale non linéaire. Quatre éléments triangulaires sont combinés pour former

un élément quadrilatéral en condensant le nœud central. La fissuration a été comptabilisée une fois que la résistance à la traction est atteinte. La méthode a été appliquée aux barres d'armatures concentrique et excentrique qui ont été soumises à leurs tours à des charges appliquées à leurs extrémités. Les résultats obtenus en suite ont été comparés avec les résultats expérimentaux.

Les éléments de contraintes planes ont été utilisés par de nombreux chercheurs pour étudier le comportement des armatures du ferrailage (treillis) des dalles en béton armé. Nayak et Zienkiewicz (1972) [9] ont mené des études de contraintes bidimensionnelles qui comprennent la fissuration à la traction et le comportement élasto-plastique du béton en compression à l'aide d'une approche de contraintes initiale Dotroppe et al. (1973) [10] ont utilisé une procédure des éléments finis en couches dans le quel des éléments de dalles ont été divisés en couches pour tenir compte de la fissuration progressive à travers l'épaisseur de la dalle . Hand et al. 1973 [11].(1973) [12] furent les premiers à étudier le comportement des poutres avec des éléments finis iso paramétriques à 20 nœuds en trois dimensions. Le comportement du béton en compression a été supposé élasto-plastique sur la base du critère de plasticité Von-Mises. Un maillage en élément fini grossier a été utilisé dans ces analyses pour des raisons de coûts.

Depuis la publication de ce travail, l'analyse des structures en béton armé a bénéficié d'un intérêt croissant et beaucoup publications ont paru. Scordelis et al. (1974)[13] ont utilisé la même approche pour étudier l'effet de cisaillement dans les poutres avec des fissures traction diagonales et ont représenté l'effet d'étriers (épingle).

Scanlon et Murray (1974) [14] ont développé une méthode de fissuration et intégrant à la fois l'effet de fluage et l'effet de retrait dans les dalles. Ils ont utilisé une dalle en éléments couches rectangulaires qui pourraient être fissurés progressivement couche par couche, et ont supposé que les fissures ne se propagent que parallèlement et perpendiculairement au renforcement (armatures) orthogonal.

Des extensions importantes de l'analyse incluant les effets du transfert de chaleur due au feu, ainsi que les effets dépendant du temps de fluage et le retrait, ont été faites par Becker et Bresler (1974) [15]. Deux approches fondamentalement différentes ont été utilisées jusqu'à présent pour l'analyse des dalles en béton armé par la méthode des éléments finis: l'approche de rigidité modifiée et l'approche de couche. Le première est basée sur une relation moment-courbure qui reflète les différents étapes de comportement des matériaux, tandis que le second subdivise les éléments finis dans les couches de béton et d'acier avec les relations idéalisées

contrainte-déformation pour le béton et l'acier. En outre, l'origine de la fissure prédite par l'analyse en éléments finis montre souvent des écarts considérables de celle observée dans les expériences (Jain et Kennedy 1974) [16].

Deux approches fondamentalement différentes ont été utilisées jusqu'à présent pour l'analyse des dalles en béton armé par la méthode des éléments finis: l'approche de rigidité modifiée et l'approche de couche. La première est basée sur une relation moment-courbure qui reflète les différents étapes de comportement des matériaux, tandis que le second subdivise les éléments finis dans les couches de béton et d'acier avec les relations idéalisées contrainte-déformation pour le béton et l'acier. Lin et Scordelis (1975) [17] ont utilisé des couches triangulaires en béton armé avec des éléments finis de type coques dans leur analyse et ils ont inclus le couplage entre les effets de la membrane et de flexion, ainsi que l'effet de ferrailage du béton entre les fissures dans le modèle. L'analyse par éléments finis d'un solide axisymétrique sous chargement axisymétrique peut-être facilement réduite à une analyse bidimensionnelle.

Rajagopal (1976) [18] ont fait une analyse sur le comportement des poutres en béton armé en tenant compte des non linéarités matérielle et géométrique, en développant un élément de plaque rectangulaire en couches avec une rigidité axiale et de flexion dans lequel le béton a été traité comme un matériau orthotrope.

Les problèmes du modèle de fissure stable peuvent être surmontés par l'introduction d'un module de cisaillement de fissuration, ce qui élimine la plupart des difficultés numériques du modèle et améliore considérablement la précision des prédictions du modèle de fissure. Les résultats ne semblent pas être très sensibles à la valeur du module de cisaillement de fissuration (Vebo Ghali et 1977 [19]; Afin de mieux rendre compte de l'effet de ferrailage de béton entre les fissures certains chercheurs ont artificiellement augmenté la rigidité de l'acier d'armature en modifiant sa relation contrainte déformation. (Gilbert et Warner 1978) [20]. Bashur et Darwin 1978 [21] au. Malgré sa simplicité et sa facilité d'application, cette approche nécessite encore la sélection d'un module de cisaillement de fissuration du béton.

Dans le modèle de fissure pivotant (en rotation) proposé par Copé et al. (1980) [22] la direction de la fissure n'est pas fixe (stable) au cours de l'application du chargement ultérieur. Plusieurs études ont confirmé ces résultats et ont montré l'effet de la taille des mailles (Bazant et Cedolin 1980 [23]; La approche utilise l'élément d'interaction - zone développée par de Groot al. (1981) [24]. Dans cet élément, le comportement de la surface de contact entre l'acier et le béton dans le voisinage immédiat de la barre d'armature est décrit par une loi de matériau qui tient compte des propriétés particulières d'interaction - zone. L'élément de contact fournit

une connexion continue entre l'acier d'armature et le béton, si un champ de déplacement linéaire ou d'ordre supérieur est utilisé dans le schéma de discrétisation. Plusieurs tests effectués par Vecchio et Collins (1982) [25] ont montré que l'orientation de la fissure change en fonction du chargement et que la réponse du spécimen dépend de l'intensité plutôt que la direction de la fissuration initiale. Dans le modèle de fissure pivotant (en rotation) la direction de la fissure est maintenue perpendiculaire à la direction de la contrainte principale de traction et, par conséquent, aucune contrainte de cisaillement ne se produit dans le plan de fissure. Ceci élimine la nécessité d'un module de cisaillement de fissuration. Au même temps les efforts concertés par de nombreux chercheurs au cours des 20 dernières années, ont supprimé la plupart des limites du modèle de fissure permanente (ASCE 1982 [26] (American Society of Civil Engineers); Bazant et Oh, 1983 [27] plutôt que les effets locaux dans le voisinage d'une fissure (Gupta et Akbar 1983 [28]; Rots et al 1985 [29] ; et en 1985 (Meyer et Okamura, éd. 1985) [30]. de Borst et Nauta (1985) [31] ont proposé un modèle dans lequel le taux de déformation totale est additive décomposé en une vitesse de déformation de béton et une vitesse de déformation de la fissure. Ce dernier est, à son tour, constitué de plusieurs composants de déformations de fissure. Une fois la relation contrainte-déformation de type bidimensionnelle du béton est formulée et la direction de la fissure transformée dans le système de coordonnées global de la structure, une matrice de matériau découplée entre la contrainte normale et celle de cisaillement est construite. Malgré sa simplicité et sa facilité d'application, cette a Dans le modèle de fissure pivotant (en rotation) proposé par Copé et al proche nécessite encore la sélection d'un module de cisaillement de fissuration du béton Adegheet Collins 1986 [32] Barzegar et Schnobrich 1986 [33]; Abdel Rahman et Hinton, 1986) [34].

Bien que la réponse de poutres légèrement armées en flexion est très sensible à l'effet de ferrailage du béton, la réponse des structures en béton armé dans lequel le cisaillement joue un rôle important, comme les poutres et les murs de contreventement plus armés, est beaucoup plus affectée par la relation adhérence – glissement d'armature en acier que le ferrailage du béton. Pour tenir compte de l'adhérence – glissement d'armature en acier deux approches différentes sont courantes dans l'analyse par éléments finis des structures en béton armé.

Un élément plus simple, mais similaire a été proposée par Keuser et Mehlhorn (1987) [35], qui a montré que l'élément de liaison d'interaction ne peut pas représenter de façon adéquate la rigidité de l'interface acier-béton.

Même si de nombreuses études de la relation contrainte d'adhérence – glissement entre l'acier d'armature et le béton ont été menées, une incertitude considérable sur ce phénomène complexe existe encore, en raison des nombreux paramètres qui sont impliqués. Par conséquent, la plupart des études par éléments finis de structures en béton armé ne tiennent pas compte des d'adhérence – glissement et de nombreux chercheurs expriment que cet effet est inclus dans modèle d'acier d'armature (ferraillage).

Certains modèles récents utilisent une variable de module de cisaillement de fissuration pour représenter la variation de la rigidité de cisaillement, les contraintes principales dans le béton varient de la traction à la compression (Balakrishnan et Murray, 1988 [36]); les problèmes des poutres et des dalles en béton armé ont également été traités par de nombreux autres chercheurs (Lin et Scordelis 1975[17] ; Bashur et Darwin 1978 [21] ; Rots et al 1985[30] ; Barzegar et Schnobrich 1986 [33]; Adeghe et Collins 1986 [32] ; Bergmann et Pantazopoulou 1988 [37]; Cervenka et al. 1990 [38] ; Kwak, 1990) [39] en utilisant des procédés similaires.

Malgré un grand nombre d'études antérieures effectuées sur l'analyse non-linéaire par éléments finis de structures en béton armé, seulement quelques conclusions d'application générale ont été arrivées à inclure les effets de l'acier d'armature et d'adhérence – glissement comme un exemple typique. Depuis, quelques modèles rationnels de ce problème difficile ont été proposées à ce jour, il est plutôt impossible d'évaluer exactement quels aspects du comportement sont inclus dans chaque étude. Des conclusions similaires peuvent être retrouvées en ce qui concerne d'autres aspects de l'analyse par éléments finis. Même si le niveau variable de complexité des modèles proposés est souvent motivé par des considérations de coût de calcul, la multitude d'approches proposées peut conduire à un point permettant de conclure que l'expérience de l'analyse est l'aspect le plus important de l'étude et que le choix du modèle approprié dépend du problème à résoudre.

Reconnaissant que la plupart des modèles et des méthodes proposées précédemment n'ont pas été entièrement vérifiés à ce jour, il est de l'intention de cette étude pour répondre à certaines questions de sélection de modèles, en particulier, en ce qui concerne les effets de l'acier d'armature et de l'adhérence – glissement

1.3. Conclusion

Dans ce chapitre une revue de la littérature sur l'étude du comportement et le calcul des structures en béton armé a été présentée, dont seule l'analyse numérique par la méthode des éléments finis a été traitée ci-dessus.

Les modèles numériques basant sur la méthode des éléments finis présentés ci-dessus abordent d'une manière générale les structures en béton armé. C'est pourquoi nous avons effectué une étude numérique comparative dans le chapitre 4, permettant de choisir le support numérique fiable et souple en termes de temps de construction et d'exécution dont le but de traduire de façon satisfaisante le comportement réel des dalle en béton armé.

L'étude numérique est effectuée à l'aide du logiciel Cast3m dont sa présentation faisant l'objet du chapitre suivant.

Chapitre 2

Présentation de logiciel Cast3M

2.1. Introduction

Dans ce type d'approche, où la précision de l'analyse dépend directement du maillage et des éléments utilisés, les utilisateurs ont pris l'habitude de vérifier qu'il était suffisamment fin pour conduire à des résultats fiables. Un logiciel tel que Cast3m constitue un outil extrêmement efficace dont l'utilisation permet de résoudre une immense variété de problèmes. Il s'agit d'un véritable outil, aux multiples facettes, qui permet de se concentrer sur les véritables problèmes de l'ingénieur.

L'objectif de ce travail est de prouver l'efficacité du logiciel utilisé (Cast3m) pour un tel calcul mécanique. Dans ce chapitre nous allons commencer par une présentation générale du logiciel en donnant un aperçu global sur l'organisation d'un calcul mécanique (mené sur ce logiciel), ensuite nous exposons la modélisation en éléments finis afin d'estimer le comportement mécanique élastique d'une poutre métallique.

2.2. Présentation de logiciel

2.2.1. Introduction

Cast3m est un logiciel de calcul de structures basé sur la méthode des éléments finis. Il a été développé au Département de Mécanique et Technologie (DMT) du Commissariat à l'Energie Atomique de France (CEA). La principale particularité de Cast3m, est de permettre à l'utilisateur d'adapter ses calculs selon les problèmes qu'il doit résoudre.

Ce code de calcul présente un système complet intégrant non seulement des fonctions de calculs proprement dites mais également des fonctions de construction de modèle (pré processeur) et de traitement de résultats (post- processeur). Il traite différents problèmes à savoir :

- La mécanique statique et dynamique avec des comportements en :
 - ✓ Elasticité linéaire classique.
 - ✓ Plasticité et la viscoplasticité.
- Thermique.
- Thermo - mécaniques couplées.

Contrairement à de nombreux codes de calcul, Cast3M ne fonctionne pas en « boîte noire » ; il donne à l'utilisateur la connaissance du problème effectivement posé et des méthodes employées pour le résoudre. Cast3M comprend un ensemble de processus élémentaires (bibliothèque d'opérateurs) que l'utilisateur peut enchaîner pour définir et résoudre ses problèmes.

2.2.2. Environnement Et Langage

Le logiciel Cast3m fonctionne sur tout ordinateur PC ou compatible utilisant Windows (95 / 98 / ME / NT / 2000 / XP.....). Afin de convertir les informations en entités informatiques par le programme, il faut disposer d'une interface. C'est le langage GIBIANE qui va permettre de communiquer directement avec le programme.

2.2.3. Organisation d'un calcul

2.2.3.1. Préparation du modèle de calcul

Le modèle de calcul représente l'ensemble des données que doit préparer l'utilisateur pour décrire les caractéristiques complètes du problème à analyser. Il peut être décrit par le schéma suivant de la figure 2.1 :

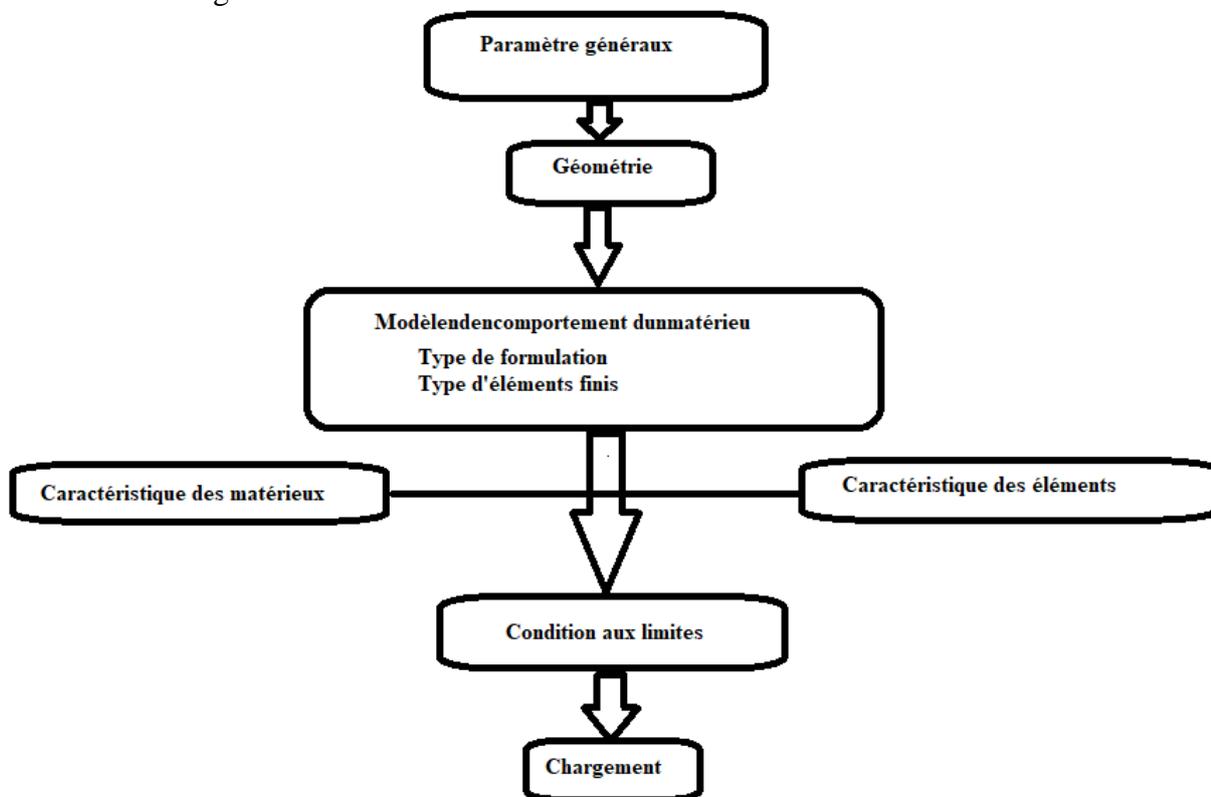


Fig.2.1. Organigramme du modèle de calcul

- Les paramètres généraux sont définis avec les options générales de calcul.
- La géométrie représente la forme discrétisée du domaine à étudier.
- Le modèle associe au maillage une loi de comportement du matériau, la formulation éléments finis ainsi que le type d'éléments utilisés.
- Les caractéristiques des matériaux définissent les propriétés physiques des matériaux : module d'Young, coefficient de Poisson, masse volumique, (pour un calcul non linéaire, on ajoute la limite élastique du matériau f_y).

- Les caractéristiques des éléments sont relatives à certaines données supplémentaires selon les types d'éléments choisis qui ne peuvent se déduire de la géométrie. Par exemple, pour les coques il est nécessaire d'indiquer leur épaisseur, pour les poutres leur section et leur différentes inerties.
- Les conditions aux limites doivent s'ajouter à la matrice de rigidité.
- Application des chargements externes.

2.2.3.2. Résolution du système d'équation

Une fois réalisée la préparation du modèle de calcul, on peut constituer le système

$\overline{\overline{M}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{C}} \cdot \overline{\overline{u}} + \overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$ et le résoudre. Il faut donc dans un premier temps calculer les matrices de masse, d'amortissement et de rigidité.

Par exemple : pour une analyse statique linéaire (calcul de la flèche) la résolution sera sur le système : $\overline{\overline{K}} \cdot \overline{\overline{u}} = \overline{\overline{F}}$.

Pour une analyse modale (calcul des modes propres), le système à résoudre devient :

$$\overline{\overline{K}} - \omega^2 \overline{\overline{M}} = \mathbf{0}.$$

2.2.3.3. Traitement des résultats

Il s'avère indispensable de traiter les résultats d'une analyse effectuée avec Cast3m. Ce traitement permet le calcul de grandeurs dérivées plus faciles à appréhender ou une visualisation en vue d'une meilleure interprétation des résultats. Deux groupes d'opérateurs sont disponibles à cet effet, l'un étant réservé au post-traitement des données et l'autre à la représentation graphique. Il est ensuite possible de sauvegarder les résultats en vue de les restituer dans des calculs ultérieurs.

Toute analyse générique effectuée à l'aide de la méthode des éléments finis peut, en réalité, se scinder en 3 phases successives, chacune d'entre elles pouvant, à son tour, être subdivisée en une série de processus élémentaires. Les phases en question peuvent être décrites comme suit :

Phase1. Définition du modèle mathématique

- Discrétisation géométrique du domaine étudié ;
- définition des données caractérisant le modèle, parmi lesquelles figurent : le type d'analyse (déformations ou contraintes planes, axisymétrie, etc ...), le type d'éléments

(poutres, coques, etc ...), les propriétés du matériau, les caractéristiques géométriques qui ne peuvent être déduites des maillages et des conditions aux limites ;

Phase2. Résolution du problème discrétisé

- calcul des matrices de rigidité et de masse de chaque élément fini ;
- assemblage des matrices de rigidité et de masse de la structure complète ;
- application des chargements externes ;
- application des conditions aux limites ;
- résolution du système d'équations linéaires d'équilibre.

Phase3. Analyse et post-traitement des résultats

Les résultats peuvent être, soit des quantités locales comme les déplacements, les contraintes, les déformations, soit des quantités globales, telles que l'énergie de déformation ou encore la déformation maximale.

Les programmes de calcul classiques sont rigoureusement structurés selon cette logique (voir figure. 2.2), chaque phase étant associée à un module déterminé du code :

1. Un pré-processeur pour la définition du modèle complet, qui transmet les données au programme de calcul proprement dit, dès que ces dernières sont élaborées ;
2. le programme de calcul qui, dès que la sélection d'une procédure de résolution est donnée, envoie une série de processus que l'utilisateur est contraint d'utiliser en « boîte noire » ;
3. un post-processeur qui, dès qu'il a reçu les résultats de ces processus, procède aux traitements nécessaires.

Il apparaît toutefois clairement qu'une structure de ce type exclut toute intervention, de la part de l'utilisateur, dans l'une quelconque de ces phases et ce, dans l'intention d'apporter des modifications répondant à ses propres besoins. Pourtant, une grande souplesse d'utilisation peut s'avérer très utile lorsque les problèmes que l'utilisateur se propose de résoudre sont variés et localisés en différents points du processus de résolution. Ainsi, l'utilisateur pourra se heurter à de grandes difficultés lorsqu'il s'agira de modéliser de la façon la plus adaptée aux nécessités de l'analyse, la géométrie de la structure, généralement constituée de plusieurs parties très complexes.

En outre, la discrétisation exige de distribuer les éléments d'une certaine façon : afin de rentabiliser au mieux les coûts de l'analyse, il convient en effet de densifier les éléments dans

les zones les plus particulièrement exposées à de brusques variations de la fonction inconnue et, au contraire, de les raréfier dans les zones n'offrant que peu d'intérêt.

Il peut également s'avérer extrêmement difficile de rassembler, c'est-à-dire de rendre compatibles entre elles, au sein d'une même structure, plusieurs formulations mathématiques différentes (poutres, coques, solides, ...) se rapportant à diverses parties de la même structure, ou, encore, de définir des types particuliers de conditions aux limites ou de chargement.

.Dans le cadre d'une analyse, il peut, par conséquent, s'avérer très intéressant de pouvoir définir pas à pas la séquence la plus adaptée des processus élémentaires présents dans les différentes phases en les concaténant et en fournissant, à chaque fois, les données requises.

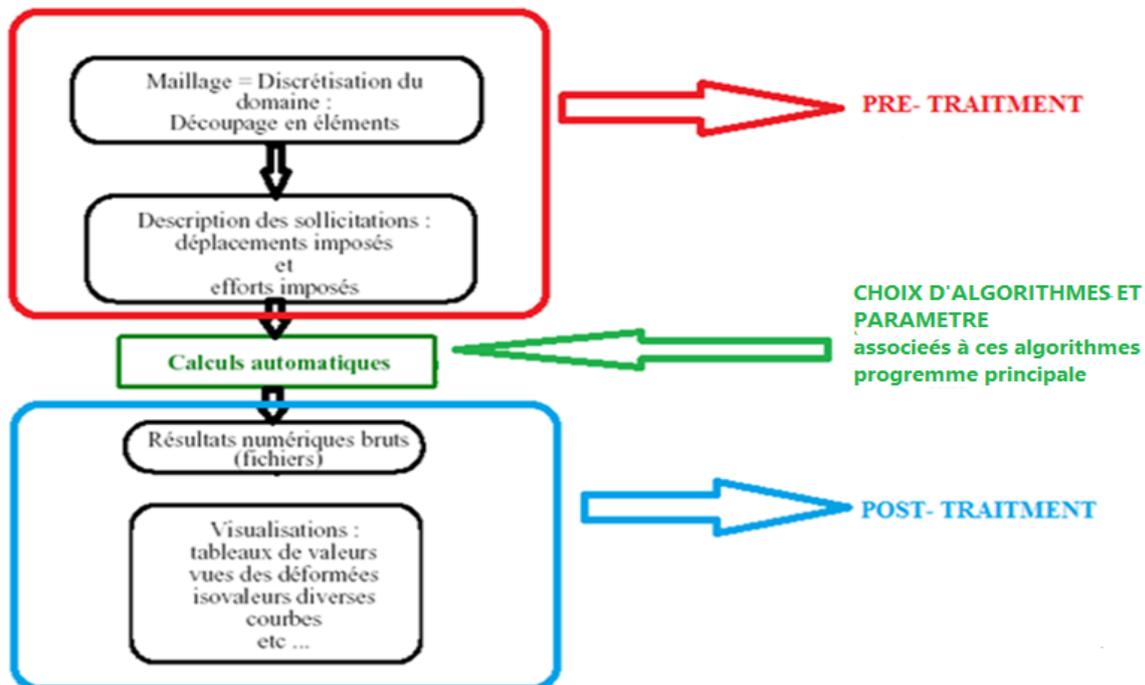


Fig.2.2. Noyau de calcul, pré et post traitements du noyau de calcul

2.2.4. Possibilité offertes par Cast3m

Notion de procédures : La structure adoptée dans Cast3M offre, avant toute chose, la possibilité d'élaborer des procédures qui sont, en quelque sorte, des opérateurs de niveau supérieur, appelant à leur tour des opérateurs élémentaires. Ces procédures sont créées pour répondre à des besoins divers :

- En premier lieu, il est possible d'utiliser les mêmes données pour plusieurs opérateurs, ce qui permet de les regrouper facilement et de les retrouver à l'aide d'une seule instruction.

- En second lieu, dans le cas de problèmes assez complexes ou répétitifs, il peut être gênant pour l'utilisateur d'avoir à définir chaque fois explicitement des opérations très standardisées.
- Enfin, pour des utilisations par des personnes peu familiarisées avec la méthode des éléments finis, il est bon de pouvoir revenir à un fonctionnement en « boîte noire » du programme. Ceci revient à masquer tout le détail des opérations élémentaires par une seule procédure.

Les procédures présentent les caractéristiques suivantes :

- Elles peuvent être utilisées comme les opérateurs élémentaires.
- Une procédure peut en appeler d'autres et peut s'appeler elle-même.
- Une procédure peut être constituée d'autres procédures.
- La séquence d'opérateurs élémentaires contenue dans une procédure est toujours visible.

Toutes ces caractéristiques permettent à l'utilisateur de programmer lui-même les processus nécessaires à la résolution de ses propres problèmes. Il peut, en outre, écrire et tester très rapidement de nouveaux algorithmes sans tomber dans les difficultés liées à la programmation proprement dite.

2.3. Modélisation

2.3.1. Introduction

Actuellement, l'outil informatique et les logiciels de dimensionnement font largement appel à des modélisations conduisant à gérer des ensembles d'hypothèses qu'il était difficile de prendre en compte dans le passé. Depuis de nombreuses années les ingénieurs de bureau d'études confrontés à des problèmes de dimensionnement pour lesquels le prototype réel et la structure elle-même utilisent comme modèles de connaissance des modèles éléments finis.

2.3.2. Comportement mécanique élastique

Afin d'avoir une bonne estimation du comportement mécanique élastique par la modélisation des poutres ou de leurs sections par éléments finis, menée sur le logiciel Cast3m en deux dimensions (2D) ; un type de calcul est décrit :

2.3.2.1. Calcul mécanique linéaire d'une poutre

Le but de ce calcul est de voir sur un exemple très simple l'enchaînement des étapes nécessaires à un calcul par éléments finis par Cast3m. Pour cela on veut calculer la déformée d'une poutre simplement appuyée, avec une charge concentrée au milieu (à mi- portée).

2.3.2.1.1. Etapes de calcul

➤ Hypothèse de modélisation

Mécaniquement, les deux hypothèses de calcul, qui peuvent être utilisées en deux dimensions (2D), tenant compte du comportement d'une section sont :

- ✓ L'hypothèse de déformation plane, qui traduit que la section est empêchée de se déplacer transversalement.
- ✓ L'hypothèse de contrainte plane, qui autorise par contre un déplacement transversal.

La modélisation en deux dimensions (2D) n'est donc pas tout à fait exacte mais très suffisante pour notre étude car la mise en œuvre d'une modélisation en trois dimensions (3D) serait beaucoup trop lente.

➤ Modélisation

La géométrie d'une poutre est récupérée directement de la modélisation mécanique 2D. La figure 2.3 montre une poutre (à section rectangulaire) de longueur 3m et de hauteur 0.5m ainsi définie et maillée. Il est à signaler que la troisième dimension (largeur de la poutre) est prise en compte dans notre programme et elle est égale à 0.2m.



Fig. 2.3 . Maillage de la poutre.

Le maillage est réalisé avec des éléments quadrangulaires de taille moyenne 100 mm. Ce qui donne environ 150 éléments.

➤ Conditions limites

Les conditions de blocage des déplacements au niveau des appuis sont appliquées.

➤ Chargement

Pour le calcul mécanique, le chargement est défini par un vecteur force de valeur (300N) et appliqué à mi-portée de la poutre.

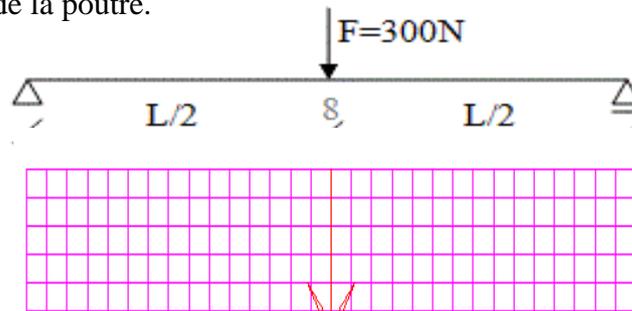


Fig. 2.4 . Chargement de la poutre.

2.3.2.1.2. Caractéristique du matériau

La poutre est en acier et de caractéristiques mécaniques suivantes :

Module d'Young : 210 000 MPa

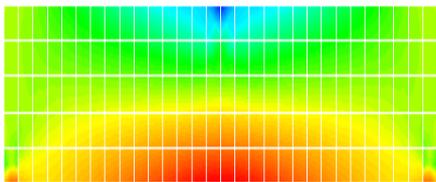
Coefficient de Poisson : 0,3

Masse volumique : 7800 Kg/m²

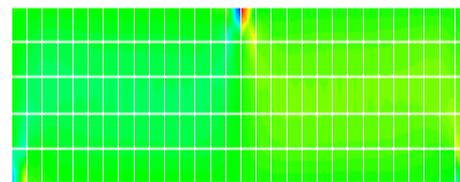
2.3.2.1.3. Résultats

➤ Exemple de champ de contrainte

On obtient une cartographie des contraintes comme celle présentée ci-après (figure 2 .5)



a- Contraintes normales



b- Contraintes tangentielles

Fig.2.5 . Champ de contrainte.

➤ **Exemple de déformée**

On obtient la déformée correspondante comme présentée ci-après (figure 2.6).

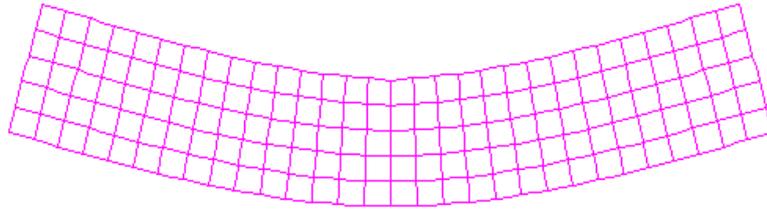


Fig. 2.6. Déformation de la poutre.

2.4. Conclusion

Dans ce chapitre nous avons commencé par décrire le code de calcul cast3m permettant d'étudier la flexion simple d'un élément (une poutre) à l'état élastique par la méthode des éléments finis.

Dans le chapitre qui suit, nous allons développer un modèle numérique appelé modèle de référence à la base du modèle réel en utilisant le logiciel cast3m, celui-ci servira de base de comparaison pour les résultats des nouveaux modèles numériques proposés dans le dernier chapitre, dont le principe est de mettre en évidence l'influence de la souplesse en termes de temps de construction et de d'exécutions des supports présélectionnés sur le comportement des dalles en béton armé.

Chapitre 3

Modèle numérique de référence

3.1. Introduction

Après avoir donné au chapitre précédent un aperçu sur la présentation du logiciel (Cast3m)[40], nous décrivons dans ce troisième chapitre les détails de l'étude numérique par éléments finis en utilisant ce code de calcul (Cast3m).

Ce chapitre présente donc, pour les dalles en béton armé, un modèle de référence qui par la suite, servira de base de comparaison pour les résultats des nouveaux modèles numériques proposés ; dont le principe de mettre en évidence l'influence de la souplesse en termes de temps de construction et d'exécution de ces nouveaux supports sur le comportement des dalles en béton armé.

Le modèle de référence décrit ci-après, s'appuie sur un modèle numérique de base en éléments finis *massifs (volumiques)* en trois dimensions (3D). Ce dernier, bien entendu, permet de réaliser des calculs exhaustifs mais souvent au détriment d'un temps de calcul conséquent et par fois, être trop complexe au détriment du temps de calcul d'un point de vue purement numérique

Deux parties sont traitées dans ce chapitre, la première correspond à une analyse sur le comportement élastique (linéaire) afin de présélectionner le modèle de type d'élément finis à utiliser comme modèle de référence et en deuxième partie, nous justifions le choix de ce modèle de référence à la base d'une analyse dans le domaine non linéaire.

3.2. Conditions aux limites et chargement

Les appuis sont représentés par des conditions aux limites sur tout le pourtour de la dalle ou au niveau des poteaux (régime plaque) sur les deux côtés de la dalle (régime poutre). L'appui est modélisé en bloquant les déplacements verticaux à la section correspondante.

Le chargement tient compte du poids propre qui, dans le modèle Cast3M, est appliqué sous forme de force surfacique s'il s'agit d'une charge uniformément répartie et sous forme d'une charge ponctuelle s'il s'agit d'une charge concentrée.

3.3. Modélisation linéaire

Pour présélectionner le type d'élément finis à utiliser comme référence dans la modélisation de la dalle nous analysons le comportement linéaire de cette dernière, sollicitée en flexion par l'application d'une force transversale en milieu.

Pour cela, nous allons dans ce qui suit apporter une attention particulière au choix du maillage et de la loi de comportement afin de pouvoir élaborer un modèle numérique de référence

fiable, représentatif de la réalité et suffisamment souple pour une telle étude du comportement linéaire de la dalle

3.3.1. Comportement linéaire de la dalle

L'étude du comportement linéaire de la dalle correspond à une analyse mécanique d'une plaque ayant un comportement linéaire.

D'où la théorie linéaire souvent adoptée pour les plaques est une théorie dite du premier ordre où le champ de déplacement varie linéairement dans le sens vertical, sans variation d'épaisseur, en négligeant l'influence des déformations de cisaillement transversal. Cette théorie est basée sur l'hypothèse des sections droites. Elle est généralement associée au nom de Kirchhoff-Love[41].

Les hypothèses cinématiques de Kirchhoff-Love supposent que tout segment matériel normal à la surface moyenne de la plaque, reste après déformation, normal à la surface moyenne déformée et de même longueur (voir figure 3.1).

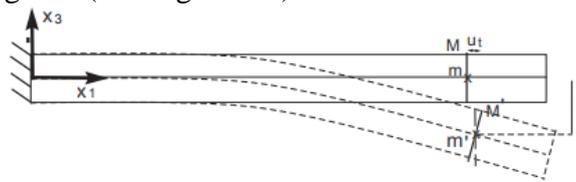


Fig.3.1. Hypothèses cinématiques de Kirchhoff-Love

3.3.2. Loi de comportement

Les matériaux utilisés de la dalle en béton armé considérée dans cette étude sont des matériaux à un comportement élastique, assimilable à chacun des composants (béton et les armatures). Ils sont parfaitement définis par leurs modules de Young et de leurs limites élastiques.

La relation contrainte – déformation (figure3.2) traduit le comportement du matériau. Le modèle le plus connu est celui de HOOKE qui est la base de l'élasticité.

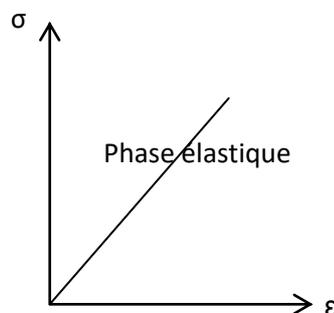


Fig. 3.2. Évolution contrainte – déformation

3.3.3. Choix du modèle de référence

Afin de choisir le modèle de référence adéquat pour modéliser la dalle en béton armé, une étude comparative entre deux modèles en éléments finis «CUB8» a été faite en trois dimensions (3D) sur le comportement linéaire. D'un point de vue purement numérique, le modèle ne doit pas cependant être trop complexe au détriment du temps de calcul.

Dans ce contexte, une étude numérique comparative a été réalisée afin de pouvoir choisir le support géométrique de référence le plus adapté à la base d'un modèle numérique volumique (ou massifs).

La modélisation numérique volumique (massif en 3D) du matériau béton armé nécessite la modélisation de ses deux constituants pris séparément ainsi que l'interface entre eux. La modélisation des armatures dans la masse du béton peut se faire selon deux approches: Pour le modèle de référence, les armatures sont prises comme une couche d'acier d'épaisseur équivalente et pour le modèle de base, les barres sont prises comme des éléments discrets.

Tout d'abord, nous proposons une modélisation volumique (massif en 3D) et simulation numérique pour les deux cas de description d'armatures d'une dalle pleine en béton armé, en utilisant le logiciel CAST3M. Sous l'hypothèse de la parfaite adhérence entre l'acier et le béton les éléments finis des armatures et du béton sont superposés.

Cette dalle est simplement appuyée le long de son contour, elle est soumise à l'action d'une charge appliquée au centre par une colonne carrée (figure 3).

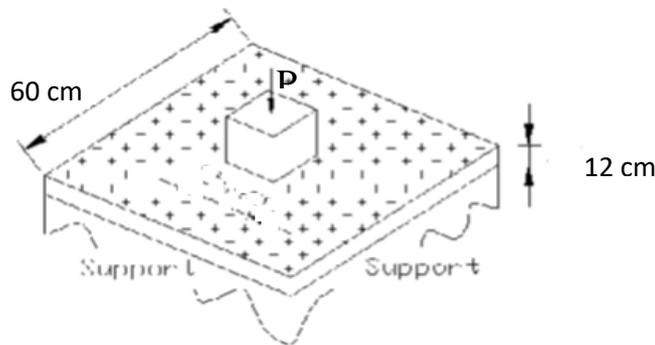


Fig. 3.3. Géométrie de la dalle

Les caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier des armatures sont données dans le Tableau 3.1.

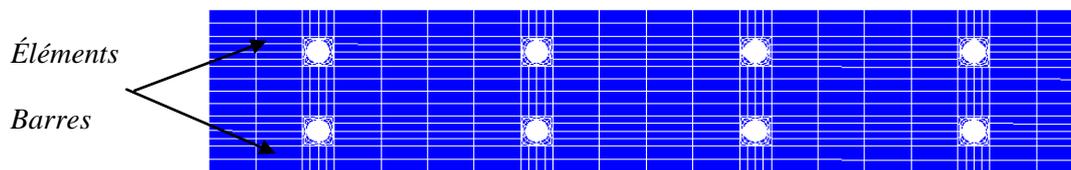
Tableau.3.1.Caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier

Béton	Module d'élasticité	25000 MPa
	Coefficient de Poisson	0.2
	Masse volumique	2300 Kg.m ⁻³
Acier	Module de Young	200000 MPa
	Coefficient de Poisson	0.3
	Masse volumique	7850 Kg.m ⁻³
	Taux de ferrailage	1. %

Dans la modélisation multicouche ; la dalle est discrétisée par empilement de trois couches de béton et deux couches pour l'acier à travers son épaisseur (éléments volumiques CUB8). Dans la modélisation discrète le béton reste un multicouche, tandis que l'acier est discrétisé à l'aide des barres (éléments poutres à 2 nœuds).

Pour la description des armatures deux représentations sont possibles :

- Selon l'approche discrète les aciers sont modélisés par des éléments linéiques (éléments poutres à deux nœuds) (figure 3.4) ne résistant qu'à la traction ou à la compression. Ils sont alors connectés aux éléments représentant le béton. [42], [43].



a- Dalle à deux nappes d'acier



b- Dalle à une seule nappe d'acier

Fig.3.4. Partie du modèle de la dalle en éléments finis

« Armatures en Éléments Barres »

- Dans la représentation couche ; l'acier est représenté par des couches (figure 3.5) dont l'épaisseur résulte d'une homogénéisation du pourcentage d'acier dans chaque direction de ferrailage. [42] ;

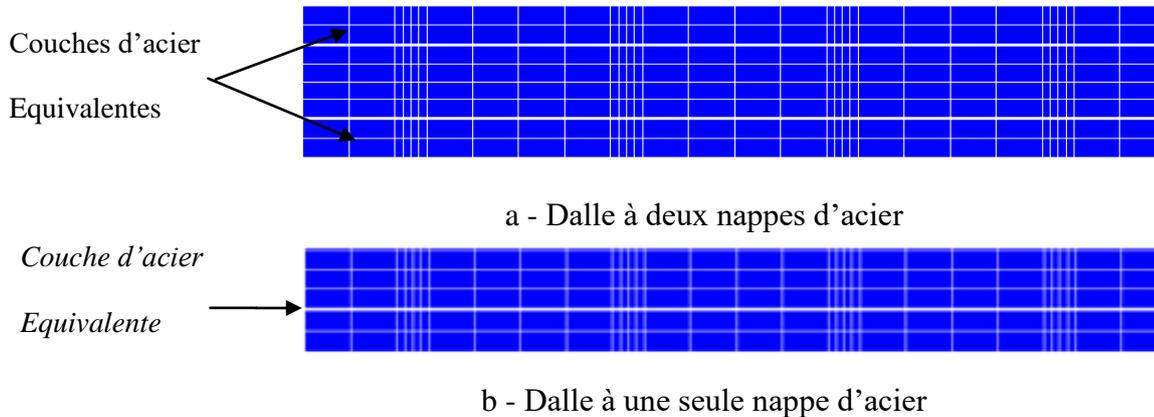


Fig.3.5. Partie du modèle de la dalle en éléments finis « Armatures en couches d'acier Equivalentes »

La bonne simulation obtenue, en comparaison entre les deux approches, permet de montrer les particularités de chaque approche de modélisation d'acier sur le comportement numérique de la dalle en béton armé pour deux cas de configurations différents.

- **Dalle à deux nappes d'armatures**

Sur la figure 3.6 on compare la réponse obtenue par les deux modélisations ; on remarque une rigidité flexionnelle légèrement inférieure dans le modèle discret par rapport à celle dans le modèle couche (figure 3.7), Confrontation acceptable pour les deux cas de chargement (maximum d'ordre 4.2 %).

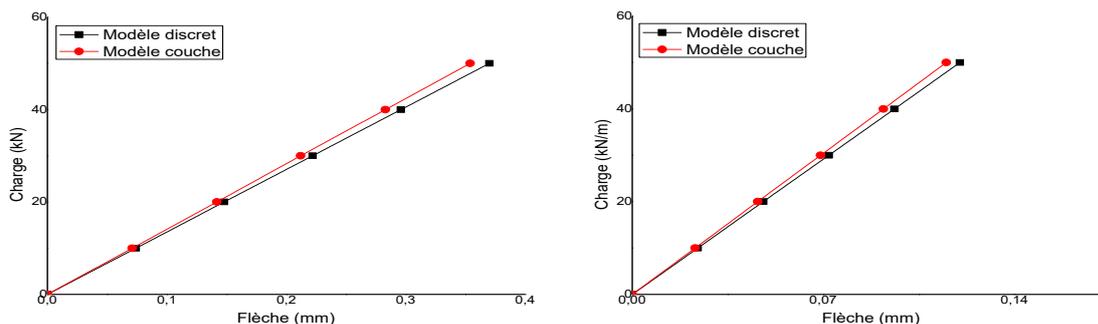
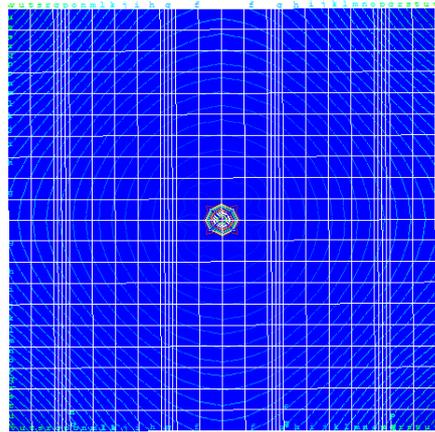


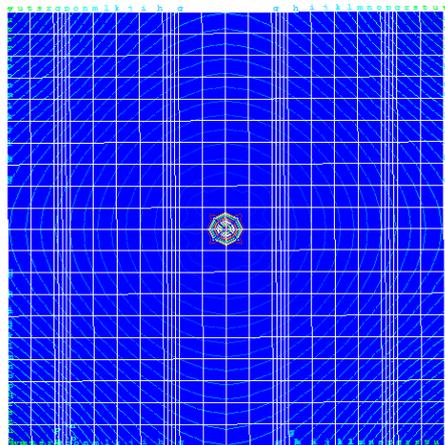
Fig. 3.6. Evolution Linéaire Charge-Déplacement



```

VAL - ISO
>-7.41E-05
< 0.00E+00
@-5.79E-07
@-4.05E-06
@-7.62E-06
@-1.10E-05
@-1.45E-05
@-1.79E-05
@-2.14E-05
@-2.49E-05
@-2.84E-05
@-3.18E-05
@-3.53E-05
@-3.88E-05
@-4.22E-05
@-4.57E-05
@-4.92E-05
@-5.27E-05
@-5.61E-05
@-5.96E-05
@-6.31E-05
@-6.66E-05
@-7.00E-05
@-7.35E-05
    
```

Modèle discret

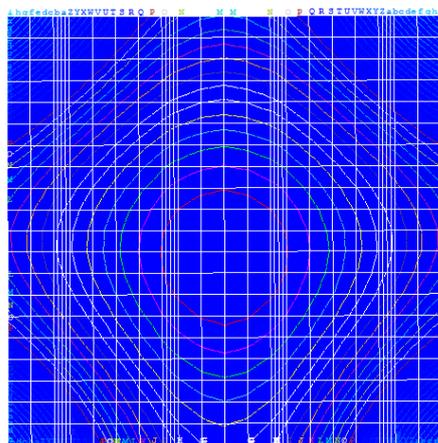


```

VAL - ISO
>-7.08E-05
< 0.00E+00
@-5.53E-07
@-3.87E-06
@-7.19E-06
@-1.05E-05
@-1.38E-05
@-1.72E-05
@-2.05E-05
@-2.38E-05
@-2.71E-05
@-3.04E-05
@-3.38E-05
@-3.71E-05
@-4.04E-05
@-4.37E-05
@-4.70E-05
@-5.04E-05
@-5.37E-05
@-5.70E-05
@-6.03E-05
@-6.36E-05
@-6.70E-05
@-7.03E-05
    
```

Modèle couche

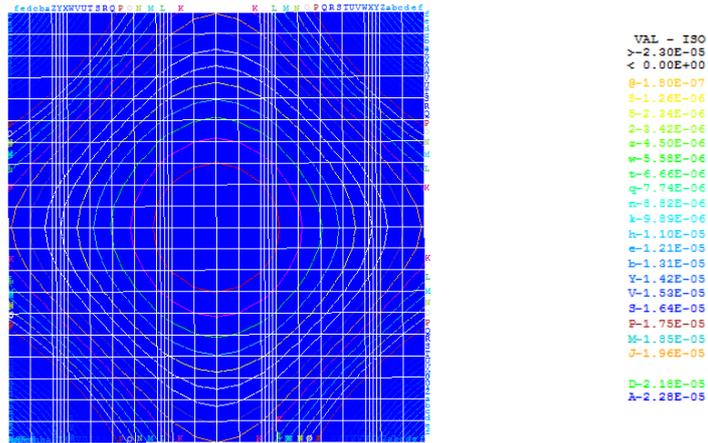
a- Cas d'une charge Concentrée au milieu



```

VAL - ISO
>-2.42E-05
< 0.00E+00
@-1.89E-07
@-1.32E-06
@-2.46E-06
@-3.59E-06
@-4.72E-06
@-5.86E-06
@-6.99E-06
@-8.12E-06
@-9.26E-06
@-1.04E-05
@-1.15E-05
@-1.27E-05
@-1.38E-05
@-1.49E-05
@-1.61E-05
@-1.72E-05
@-1.83E-05
@-1.95E-05
@-2.06E-05
@-2.18E-05
@-2.29E-05
@-2.40E-05
    
```

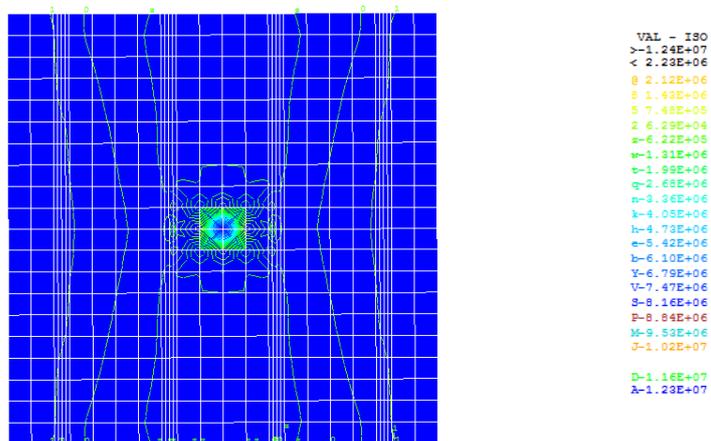
Modèle discret



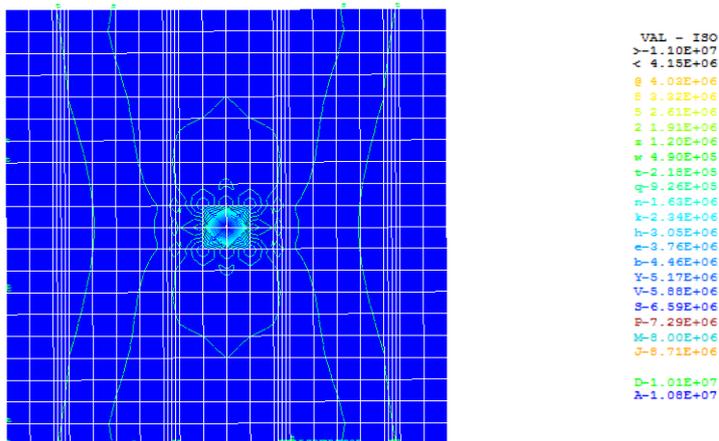
Modèle couche

a- Cas d'une charge uniforme

Fig. 3.7. Champ de déplacements verticaux

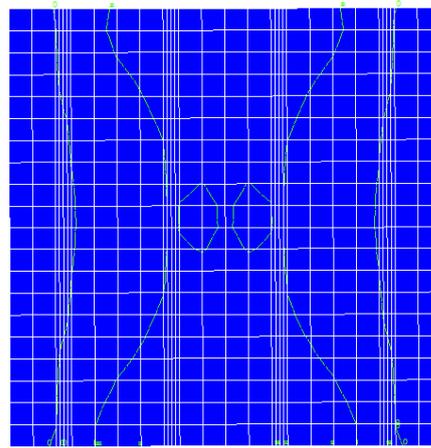


Modèle discret



Modèle couche

a- Cas d'une charge Concentrée au milieu

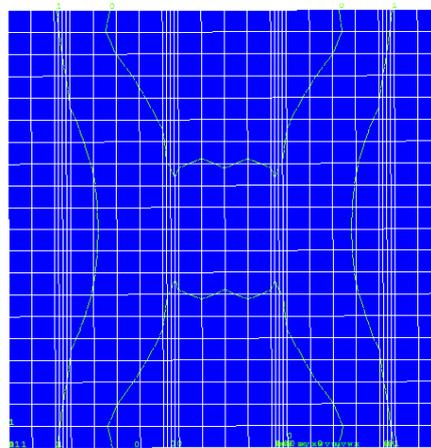


```

VAL - ISO
>-7.04E+06
< 1.49E+06
g 1.36E+06
s 9.66E+05
S 5.69E+05
z 1.72E+05
w-2.25E+05
w-6.22E+05
t-1.02E+06
q-1.42E+06
n-1.81E+06
k-2.21E+06
h-2.61E+06
e-3.00E+06
b-3.40E+06
Y-3.80E+06
V-4.20E+06
S-4.59E+06
F-4.99E+06
M-5.39E+06
J-5.78E+06

D-6.58E+06
A-6.97E+06
    
```

Modèle discret



```

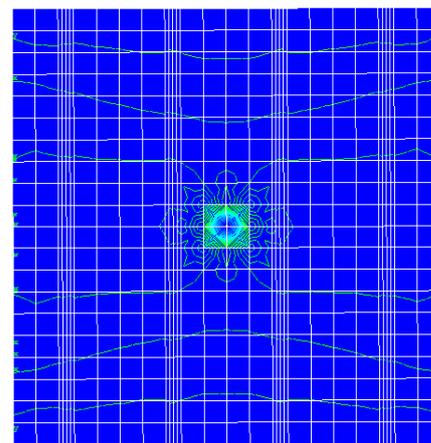
VAL - ISO
>-5.95E+06
< 1.03E+06
g 9.92E+05
s 6.63E+05
S 3.33E+05
z 3.70E+02
w-3.26E+05
w-6.55E+05
t-9.85E+05
q-1.31E+06
n-1.64E+06
k-1.97E+06
h-2.30E+06
e-2.63E+06
b-2.96E+06
Y-3.29E+06
V-3.62E+06
S-3.95E+06
F-4.28E+06
M-4.61E+06
J-4.94E+06

D-5.60E+06
A-5.93E+06
    
```

Modèle couche

b- Cas d'une charge uniforme

Fig.3.8 Champ de contraintes normales selon XX

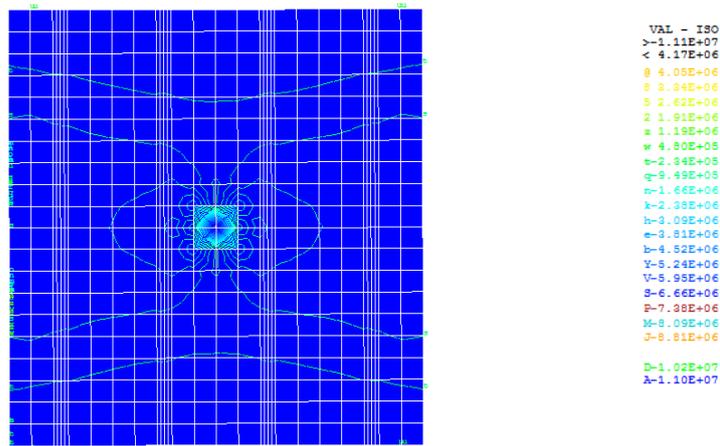


```

VAL - ISO
>-1.24E+07
< 3.18E+06
g 3.06E+06
s 2.32E+06
S 1.60E+06
z 8.72E+05
w 1.45E+05
w-5.84E+05
t-1.31E+06
q-2.04E+06
n-2.77E+06
k-3.50E+06
h-4.23E+06
e-4.96E+06
b-5.69E+06
Y-6.41E+06
V-7.14E+06
S-7.87E+06
F-8.60E+06
M-9.33E+06
J-1.01E+07

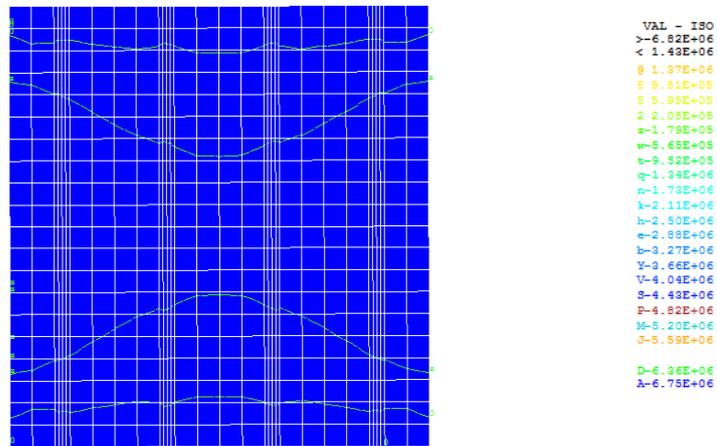
D-1.15E+07
A-1.22E+07
    
```

Modèle discret

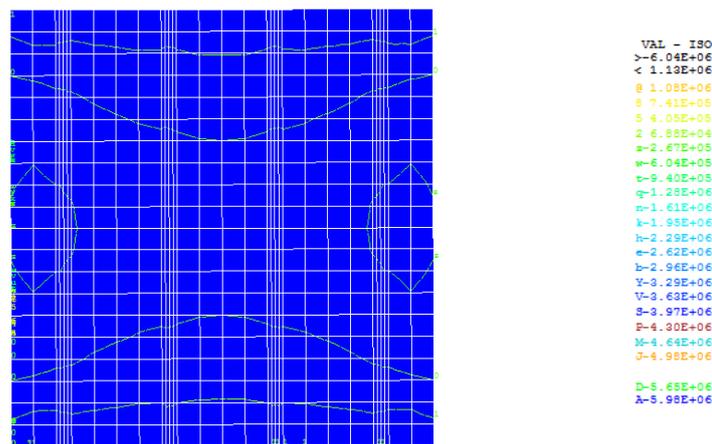


Modèle couche

a- Cas d'une charge Concentrée au milieu



Modèle discret



Modèle couche

a- Cas d'une charge uniforme

Fig.3.9. Champ de contraintes normales selon YY

De même selon les différentes configurations des champs de contraintes normales des deux figures 3.8 et 3.9, une confrontation acceptable a été obtenue par les deux types de modélisations (modèle discret et modèle couche) sous l'effet de chacune des deux charges (CC et CR).

Les récapitulatifs des résultats obtenus sur le calcul des flèches et contraintes normales maximales, sont donnés dans les tableaux suivants :

Tableau.3.2. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CU

Charge (kN/m)	Flèche max (mm)		Contraintes max (M Pa)			
	Discret	Couche	Discret		Couche	
			XX	YY	XX	YY
10	0.024	0.023	7.04	6.82	5.98	6.04
20	0.048	0.046	14.08	13.63	11.96	12.08
30	0.072	0.069	21.12	20.45	17.95	18.12
40	0.096	0.092	28.16	27.26	23.93	24.16
50	0.120	0.115	35.20	34.08	29.91	30.20

Tableau.3.3. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CC

Charge (kN)	Flèche max (mm)		Contraintes max (M Pa)			
	Discret	Couche	Discret		Couche	
			XX	YY	XX	YY
10	0.074	0.071	12.38	12.36	10.95	11.07
20	0.148	0.142	24.76	24.73	21.90	22.14
30	0.222	0.212	37.15	37.09	32.85	33.21
40	0.296	0.283	49.53	49.45	43.80	44.28
50	0.370	0.354	61.91	61.81	54.75	55.35

A partir des résultats obtenus selon les deux tableaux 3.2 et 3.3 ; on constate qu'une bonne concordance entre les valeurs a été obtenue par les deux types de modélisations (modèle discret et modèle couche) pour les deux cas de chargement (CC et CR).

- **Dalle à une seule nappe d'acier**

Sur la figure 3.10 on compare la réponse obtenue par les deux modélisations ; on remarque une rigidité flexionnelle légèrement inférieure dans le modèle discret par rapport à celle dans le modèle couche (figure 3.11), Confrontation acceptable pour les deux cas de chargement (maximum d'ordre 7 %).

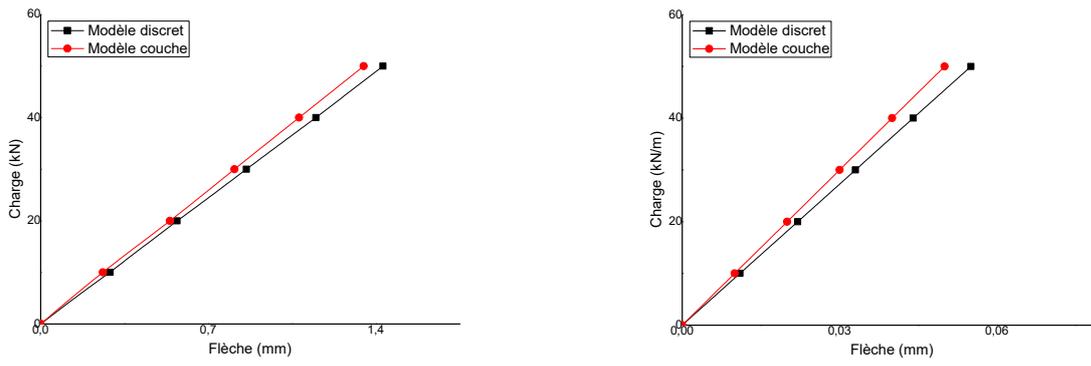
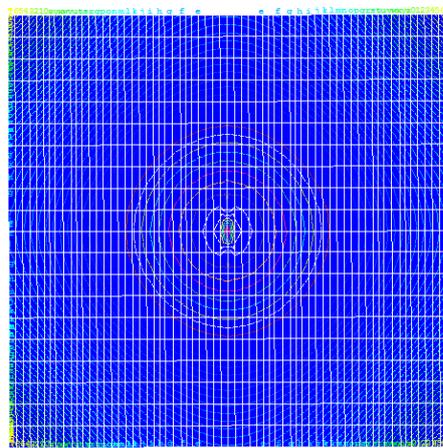


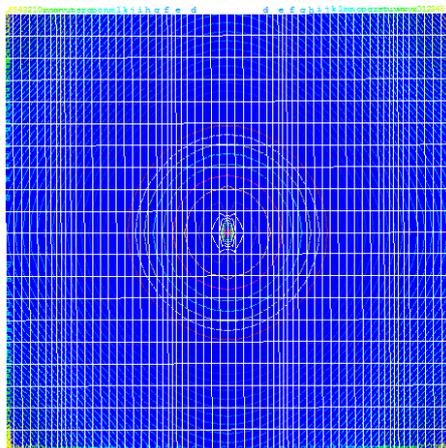
Fig.3.10. Evolution Linéaire Charge-Déplacement



```

VAL - ISO
>-1.60E-03
< 0.00E+00
@-1.25E-05
@-8.74E-05
@-1.62E-04
@-2.97E-04
@-3.12E-04
@-3.87E-04
@-4.62E-04
@-5.37E-04
@-6.12E-04
@-6.87E-04
@-7.62E-04
@-8.37E-04
@-9.12E-04
@-9.87E-04
@-1.06E-03
@-1.14E-03
@-1.21E-03
@-1.29E-03
@-1.36E-03
@-1.51E-03
@-1.59E-03
    
```

Modèle discret

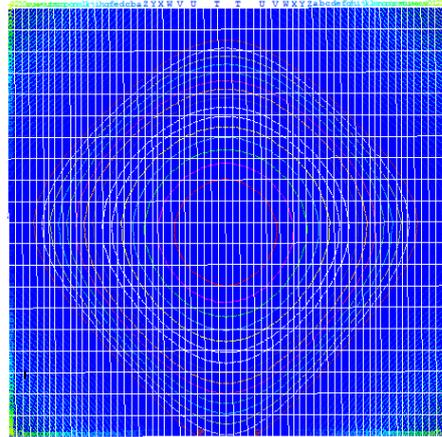


```

VAL - ISO
>-1.35E-03
< 0.00E+00
@-1.08E-05
@-7.36E-05
@-1.37E-04
@-2.00E-04
@-2.63E-04
@-3.26E-04
@-3.89E-04
@-4.52E-04
@-5.15E-04
@-5.78E-04
@-6.41E-04
@-7.04E-04
@-7.68E-04
@-8.31E-04
@-8.94E-04
@-9.57E-04
@-1.02E-03
@-1.08E-03
@-1.16E-03
@-1.27E-03
@-1.34E-03
    
```

Modèle couche

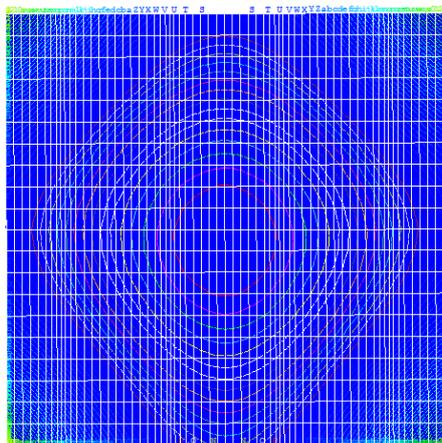
a- Cas d'une charge Concentrée au milieu



```

VAL - ISO
>-5.63E-04
< 0.00E+00
@-4.42E-06
@-3.09E-05
@-5.74E-05
@-8.39E-05
@-1.10E-04
@-1.37E-04
@-1.63E-04
@-1.90E-04
@-2.16E-04
@-2.43E-04
@-2.69E-04
@-2.96E-04
@-3.22E-04
@-3.49E-04
@-3.75E-04
@-4.02E-04
@-4.28E-04
@-4.55E-04
@-4.81E-04
@-5.07E-04
@-5.34E-04
@-5.61E-04
    
```

Modèle discret



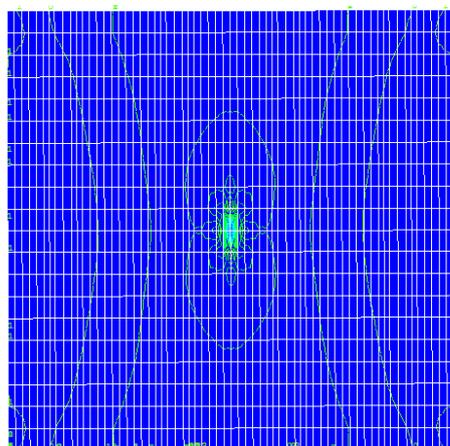
```

VAL - ISO
>-9.58E-05
< 0.00E+00
@-7.48E-07
@-5.24E-06
@-9.72E-06
@-1.42E-05
@-1.87E-05
@-2.32E-05
@-2.77E-05
@-3.22E-05
@-3.67E-05
@-4.11E-05
@-4.56E-05
@-5.01E-05
@-5.46E-05
@-5.91E-05
@-6.36E-05
@-6.81E-05
@-7.26E-05
@-7.71E-05
@-8.16E-05
@-8.61E-05
@-9.06E-05
@-9.50E-05
    
```

Modèle couche

b- Cas d'une charge uniforme

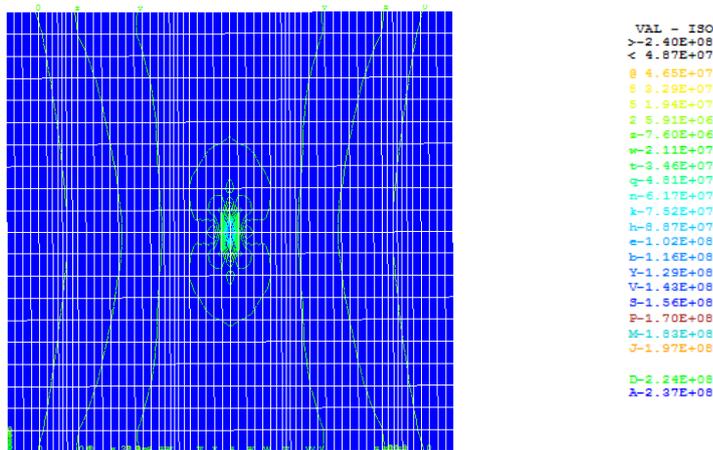
Fig.3.11. Champ de déplacements verticaux



```

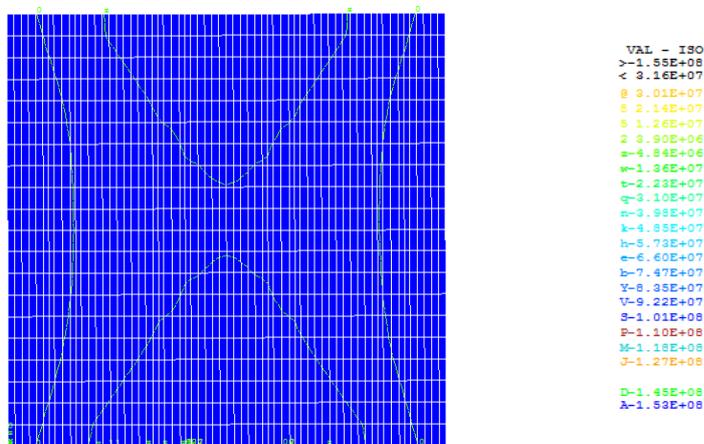
VAL - ISO
>-2.90E+08
< 5.69E+07
@ 5.42E+07
@ 3.79E+07
@ 2.16E+07
@ 5.36E+06
@-1.05E+07
@-2.72E+07
@-4.35E+07
@-5.98E+07
@-7.61E+07
@-9.23E+07
@-1.09E+08
@-1.25E+08
@-1.41E+08
@-1.57E+08
@-1.74E+08
@-1.90E+08
@-2.06E+08
@-2.23E+08
@-2.39E+08
@-2.55E+08
@-2.71E+08
@-2.88E+08
    
```

Modèle discret

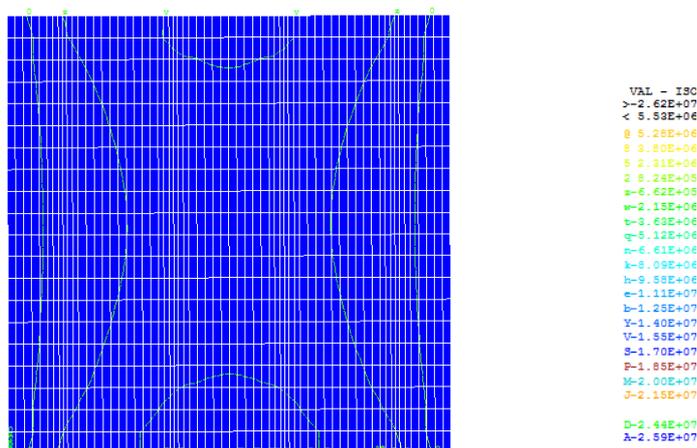


Modèle couche

a- Cas d'une charge Concentrée au milieu



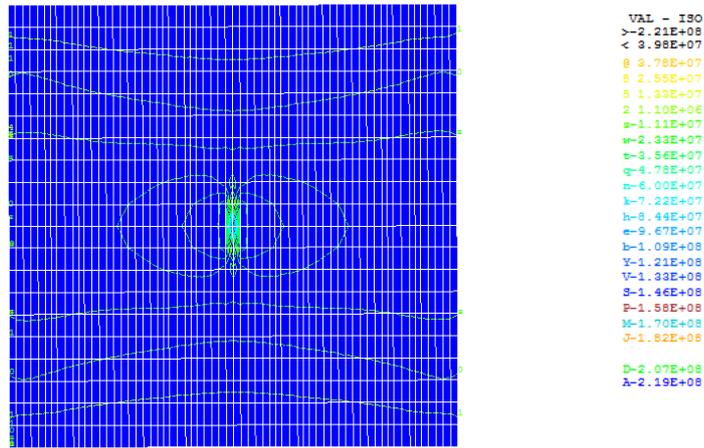
Modèle discret



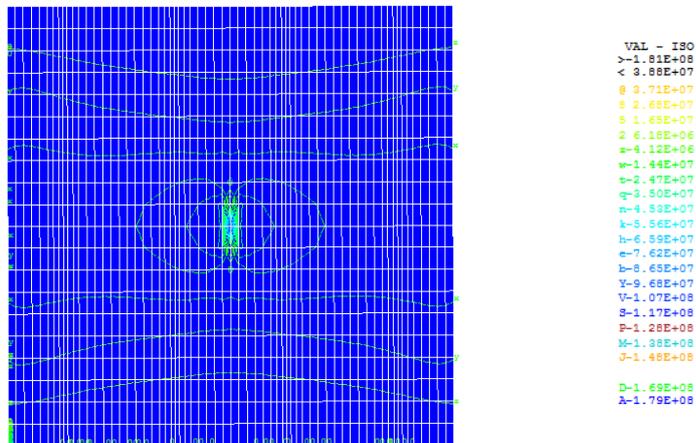
Modèle couche

b- Cas d'une charge uniforme

Fig.3.12. Champ de contraintes normales selon XX

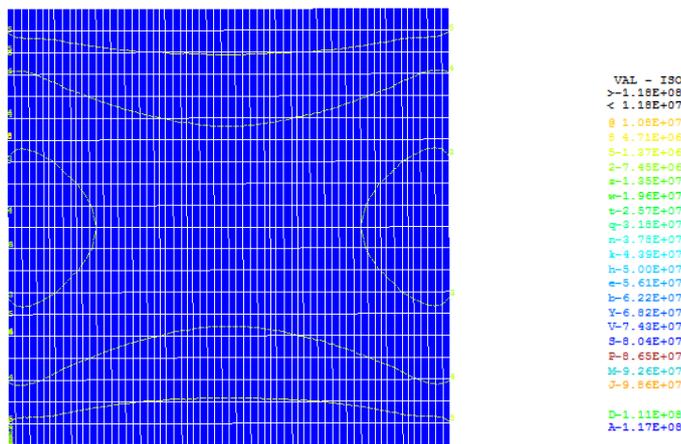


Modèle discret

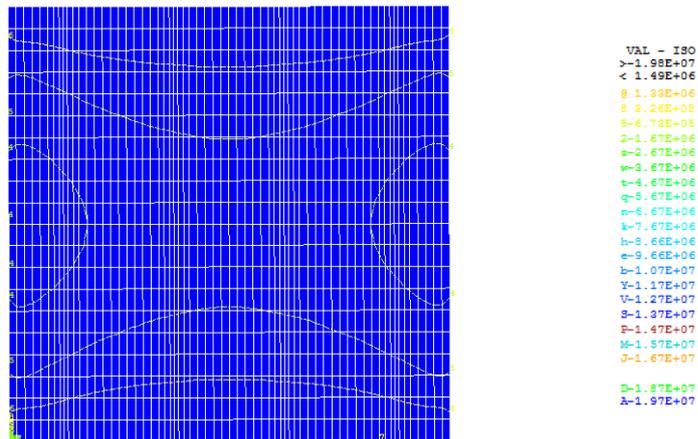


Modèle couche

b- Cas d'une charge Concentrée au milieu



Modèle discret



Modèle couche

c- Cas d'une charge uniforme

Fig.3.13. Champ de contraintes normales selon YY

De même selon les différentes configurations des champs de contraintes normales des deux figure 3.12 et 3.13, une confrontation acceptable a été obtenue par les deux types de modélisations (modèle discret et modèle couche) sous l'effet de chacune des deux charges (CC et CR).

Les récapitulatifs des résultats obtenus sur le calcul des flèches et contraintes normales maximales, sont donnés dans les tableaux suivants

Tableau.3.4. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CU

Charge (kN/m)	Flèche max (mm)		Contraintes max (M Pa)			
	Discret	Couche	Discret		Couche	
			XX	YY	XX	YY
10	0.011	0.010	30.96	23.58	26.17	19.82
20	0.023	0.019	61.92	47.16	52.34	39.64
30	0.034	0.029	92.88	70.74	78.51	59.46
40	0.045	0.038	123.84	94.31	104.68	79.28
50	0.056	0.048	154.8	117.89	130.85	99.10

Tableau.3.5. Valeurs de flèches et contraintes maximale de la dalle sous l'effet d'un CC

Charge (kN)	Flèche max (mm)		Contraintes max (M Pa)			
	Discret	Couche	Discret		Couche	
			XX	YY	XX	YY
10	0.29	0.27	58.09	44.18	47.92	36.16
20	0.57	0.54	116.19	88.35	95.83	72.32
30	0.86	0.81	174.28	132.53	143.75	108.49
40	1.15	1.08	232.37	176.71	191.66	144.65
50	1,44	1.35	290.46	220.89	239.58	180.81

A partir des résultats obtenus selon les deux tableaux 3.4 et 3.5 ; on constate qu'une bonne concordance entre les valeurs a été obtenue par les deux types de modélisations (modèle discret et modèle couche) pour les deux cas de chargement (CC et CR).

3.4. Modélisation non linéaire

Le modèle non linéaire prend en compte la plasticité (ductilité et écrouissage) du matériau ainsi que la redistribution des contraintes.

La modélisation d'une dalle en béton armé permet de définir le ferrailage de la dalle avec une loi de comportement autre que celle du béton.

3.4.1 de Lois comportement du béton

Le comportement du béton est plus complexe et deux situations sont à considérer. Pour le béton soumis à compression la courbe contrainte/déformation est non linéaire. Cela est représenté sur la figure 3.14. Le comportement non linéaire du matériau induit une réponse non élastique de la structure. Le béton tendu va se fissurer pour une sollicitation très faible et l'on suppose en général dans le dimensionnement que le béton n'a pas de résistance en traction.

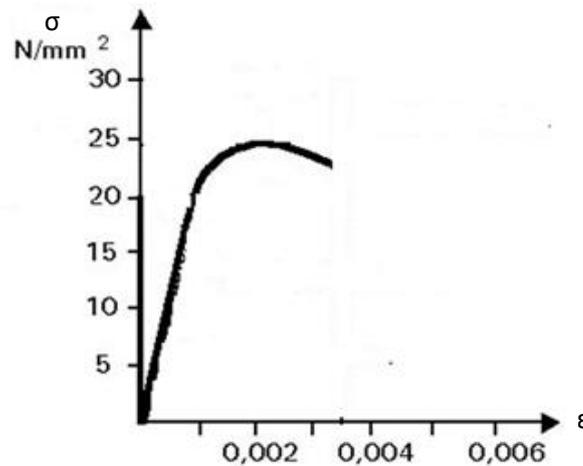


Fig 3.14 Loi de comportement du béton

L'idéalisation du comportement utilisée dans le dimensionnement pour les constructions mixtes est une loi de type bilinéaire élastique plastique, avec une limite d'élasticité en traction différente de celle en compression (figure 3.15). Le module de Young E_b est pris égal aux valeurs mesurées sur un échantillon du béton utilisé. Compte tenu du fonctionnement de la poutre (dalle en compression), cette loi simplifiée constitue une approximation réaliste du comportement du béton.

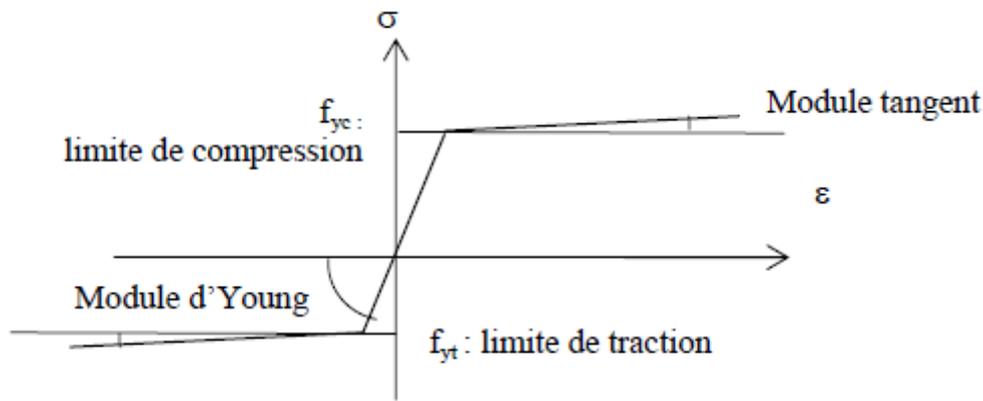


Fig. 3.15. Loi de comportement idéalisé du béton

3.4.2. Calibrage des résultats

Dans ce contexte, nous avons réalisé une étude numérique comparative entre les deux approches (modélisation discrète et modélisation multicouche) en éléments massifs (CUB8); (voir figures 3.16 et 3.17) afin de confirmer le choix du modèle numérique de référence.

Les essais numériques ont été réalisés sur de configurations de dalles isolées simplement appuyées:

- Dalle carrée de 12 cm d'épaisseur, 0.6 m de portée comportant deux nappes d'armatures de 16mm de diamètre.
- Dalle carrée de 6 cm d'épaisseur, 0.6 m de portée comportant une seule nappe d'armatures de 12mm de diamètre.

Le béton est considéré comme un matériau élasto-plastique, cette approche permet de traiter les deux structures en chargement monotone ou cyclique.

Les caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier des armatures sont données dans le tableau 3.6

Tableau 3.6. Caractéristiques mécaniques du béton et de l'acier.

Béton	Résistance en compression	47.70 MPa
	Résistance en traction	3.80 MPa
	Module d'élasticité	40000 MPa
	Coefficient de Poisson	0.2
Acier	Limite d'élasticité	303.38 MPa
	Module de Young	206850 MPa
	Coefficient de Poisson	0.3

- Dalle à deux nappes d'acier

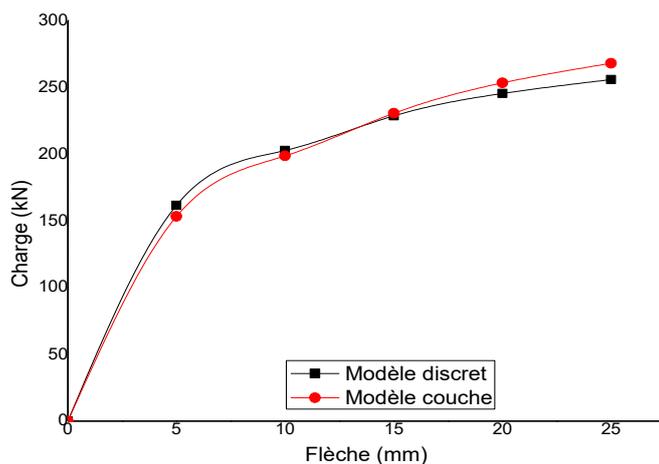


Fig.3.16. Précision du modèle numérique de la dalle à deux nappes d'acier

D'après le graphe de la figure ci-dessus (figure3.16), il est à remarquer qu'une concordance de résultats est obtenue pour les deux approches de modélisation (modélisation discrète et modélisation multicouche), écart de différence dans l'ordre de (4.8%)

- Dalle à une seule nappe d'acier

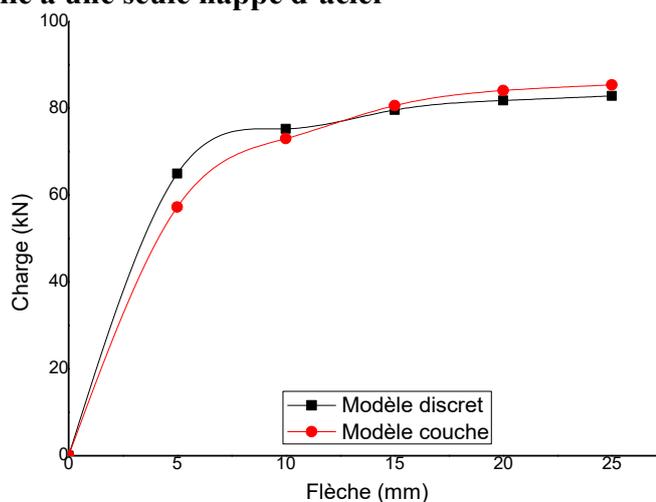


Fig.3.17. Précision du modèle numérique de la dalle à une seule nappe d'acier

D'après le graphe de la figure ci-dessus (figure3.17), il est à remarquer qu'une concordance de résultats est obtenue pour les deux approches de modélisation (modélisation discrète et modélisation multicouche), écart de différence dans l'ordre de (3%).

3.5. Conclusion

Le modèle volumique discret en 3D (*CUB8*), bien que pertinent pour caractériser le comportement des dalles en béton armé, ne permet pas de réaliser des calculs à l'avantage d'un temps de calcul conséquent.

Grâce au modèle de référence 3D (*CUB8-multicouches*), développé ci-haut décrit dans ce chapitre, nous avons pu mettre en évidence l'influence de la souplesse du support sur le comportement des dalles en béton armé.

La particularité de la modélisation 3D (*CUB8-multicouches*), peut guider dans le chapitre suivant comme référence pour d'autres modèles numériques en termes de temps de construction et d'exécution en vue d'une analyse numérique sur le comportement des dalles en béton armé.

Chapitre 4

**Etude comparative et présélection
du support numérique adéquat**

4.1. Introduction

Dans le chapitre précédent nous avons présenté un modèle numérique simulant les dalles en béton armé en régimes plaques, dit modèle de référence en éléments massifs (*volumiques*) multicouches en trois dimensions (CUB8).

D'un point de vue purement numérique, on veut que le modèle ne soit pas trop complexe au détriment du temps de calcul.

Dans ce chapitre, nous allons justifier le choix des éléments finis résultant d'une analyse comparative entre des nouveaux modèles numériques proposés en éléments *coques* et le modèle de référence en éléments massifs. Le pourquoi de ce choix, peut être privilégié par le fait que la mise en œuvre d'une modélisation volumique (massif) en 3D serait beaucoup trop lente.

Dans ce contexte, et afin de mettre en évidence l'influence de la souplesse en termes de temps de construction et d'exécution de ces nouveaux supports sur le comportement des dalles en béton armé à savoir le modèle à une seule couche en un élément *triangulaire* (TRI3), le modèle en éléments *coques une seule couche* (COQ4) et le modèle en éléments *coques multicouches* (COQ4), deux études numériques ont été menées; la première étude est dans le domaine linéaire, alors que la deuxième étude est dans le domaine non-linéaire.

Les dalles en béton armé étudiées alors, ce sont des dalles en régime plaques, comportent une ou deux nappes d'armature selon le cas envisagé, avec des conditions aux limites et des sollicitations (charge ponctuelle au centre, charge uniformément répartie) représentatives des différents cas envisageables. Chacune des différentes configurations considérées est illustrée par des figures dans chaque exemple.

Les étapes suivantes donc, seront suivies :

- Dans la première étape, nous présentons une étude des contraintes normales et sur la flèche se rapportant à des dalles en béton armé ayant un régime plaque.
- Dans la deuxième étape, nous étudions le comportement des dalles en béton armé sous l'effet de grands déplacements à l'état élasto-plastique,

4.2. Etude élastique

Cette étude est basée sur le calcul des dalles en béton armé en régimes plaques, ayant différentes dimensions (dalle d'épaisseur 8cm, dalle d'épaisseur 16cm à deux nappes d'armatures) sous l'effet de la flexion simple dans le domaine élastique.

Le traitement numérique par le programme Cast3m a été fait sur le calcul des flèches ainsi que sur le calcul des contraintes normales de la dalle pour différentes cas de conditions aux limites simplement appuyé, Contour (Contour encastré et dalle isolée).

4.2.1. Étude des contraintes normales :

Dans ce paragraphe, nous avons étudié la contrainte normale élastique maximale dans la dalle sous l'effet de chacune des deux charges, à savoir la charge concentrée au milieu de la dalle et la charge uniforme.

- Dalle simplement appuyée sur son contour

- Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures

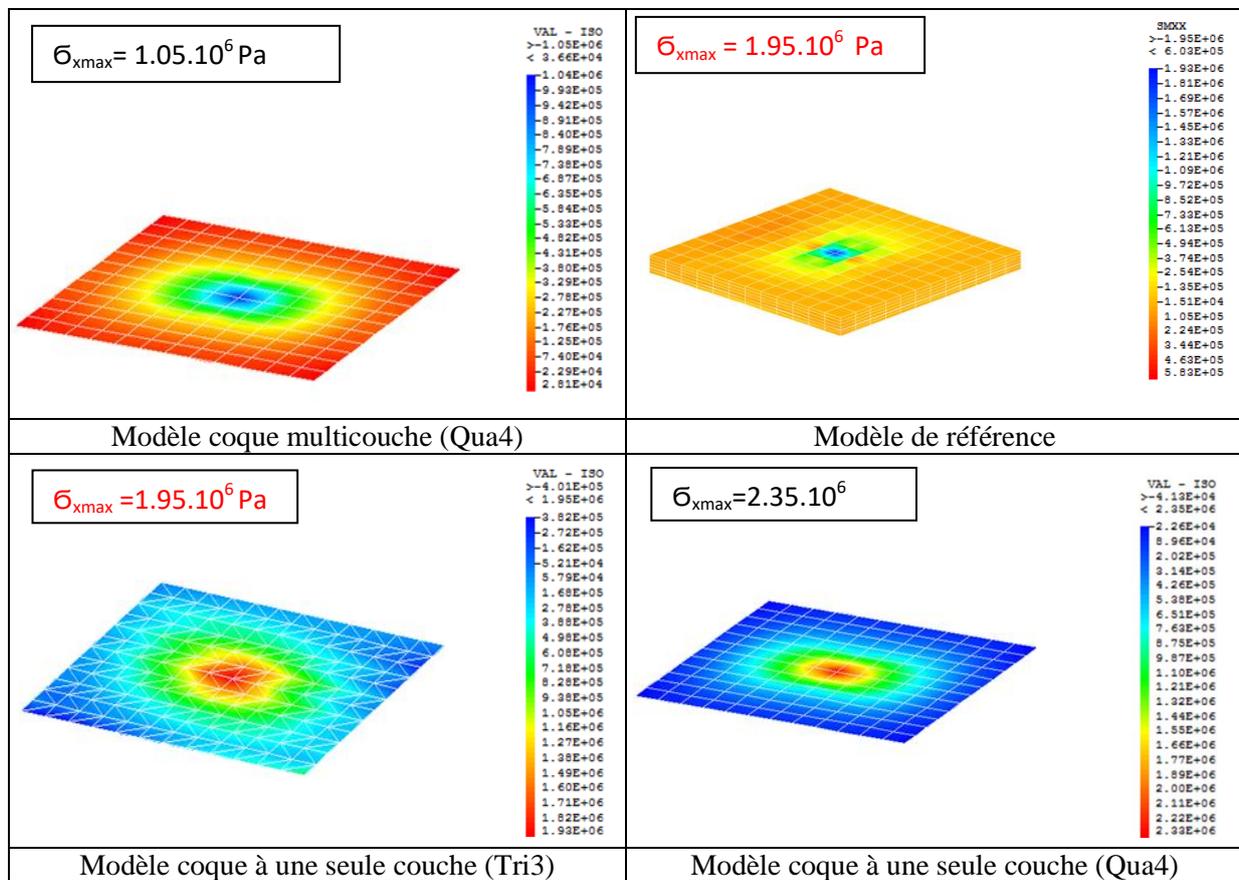


Fig.4.1. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

D'après la figure1 ci-dessus et la figure2 ci-dessous, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe X-X, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle simplement appuyée sur son contour, comportant une seule nappe d'armatures.

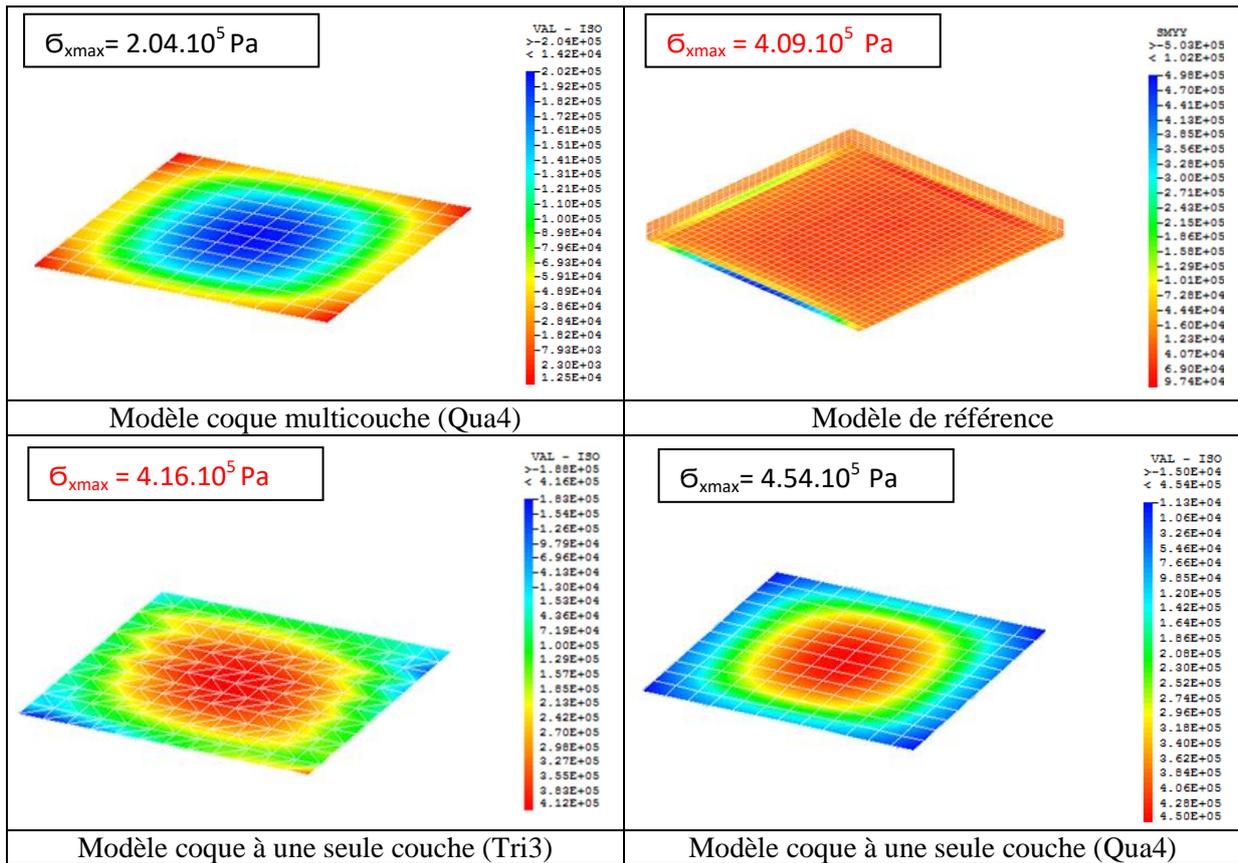


Fig. 4.2. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

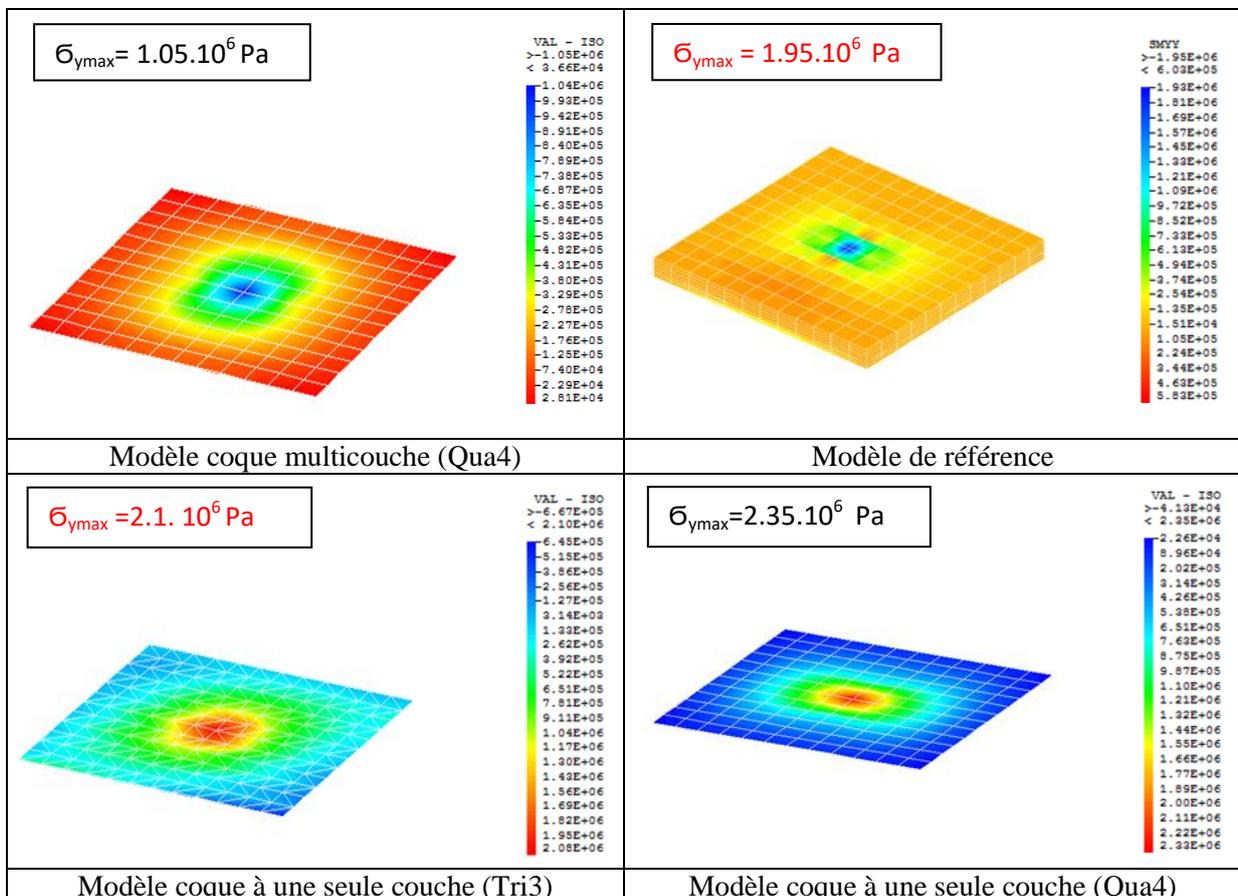


Fig. 4.3. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

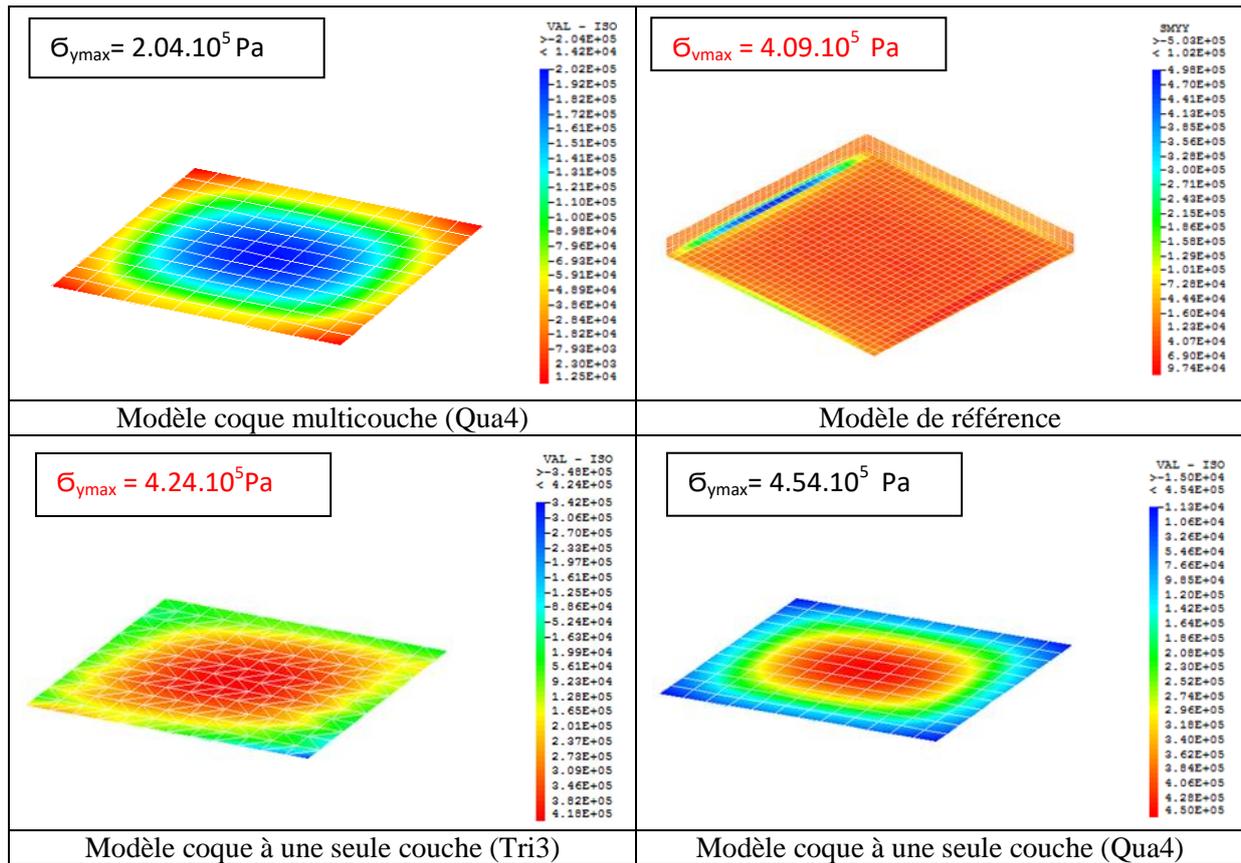


Fig. 4.4. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

De même d'après la figure3 et la figure4 ci-dessous, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe Y-Y, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle simplement appuyée sur son contour, comportant une seule nappe d'armatures.

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

Par contre pour le cas d'une dalle en béton armé comportant deux nappes d'armatures et simplement appuyée sur son pourtour, on a remarqué d'après les deux figures 5,6,7 et 6 ci-dessous, que les contraintes normales maximales selon les deux axes X-X et Y-Y, obtenues sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque multicouche (Qua4) concordent bien avec celles obtenues par le modèle de référence.

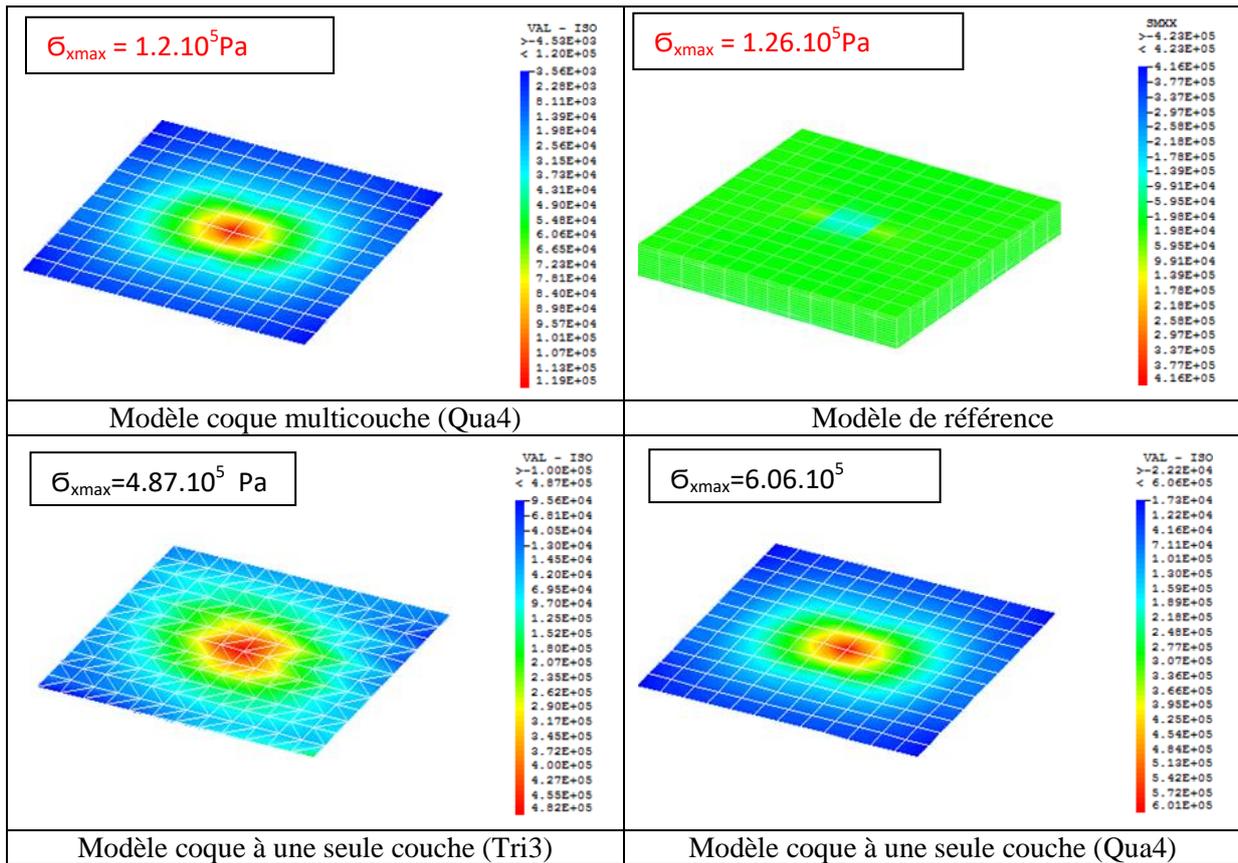


Fig. 4.5. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

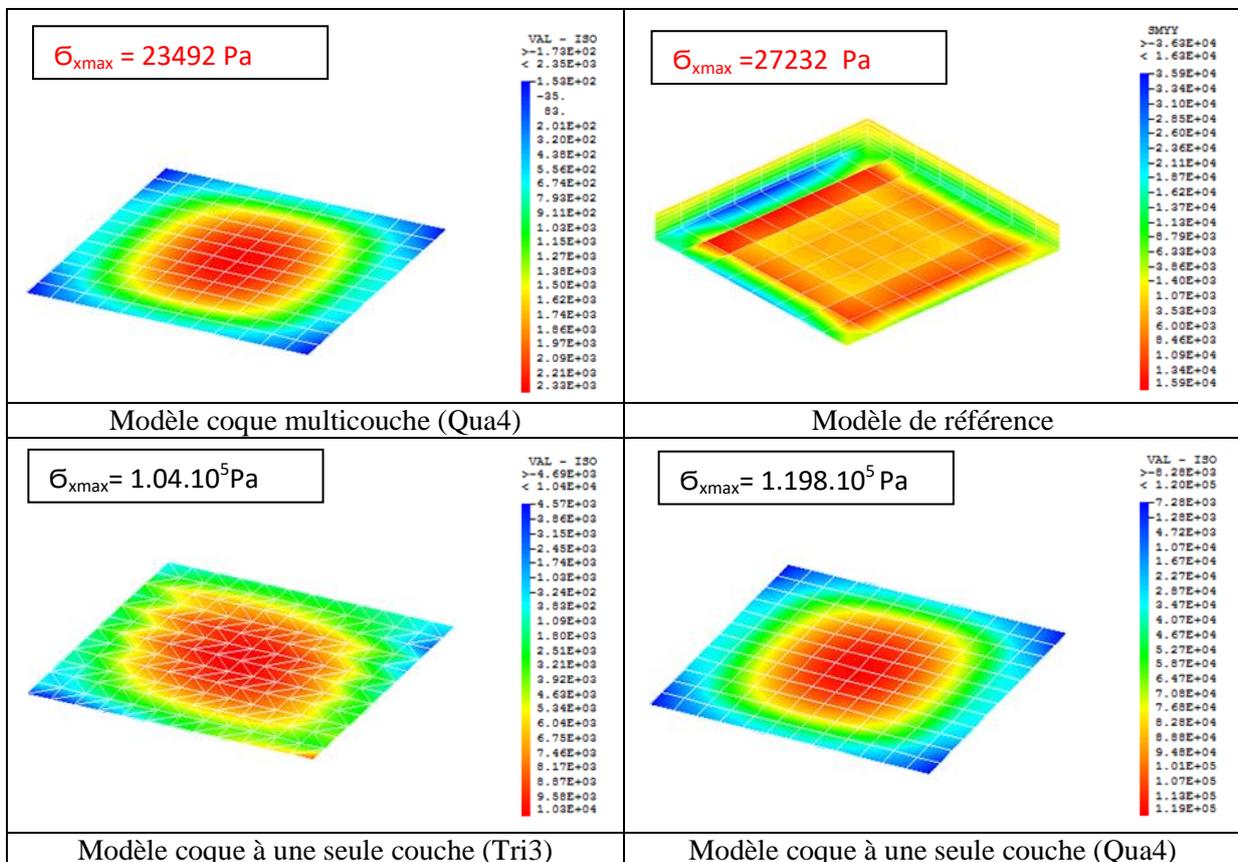


Fig.4.6. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

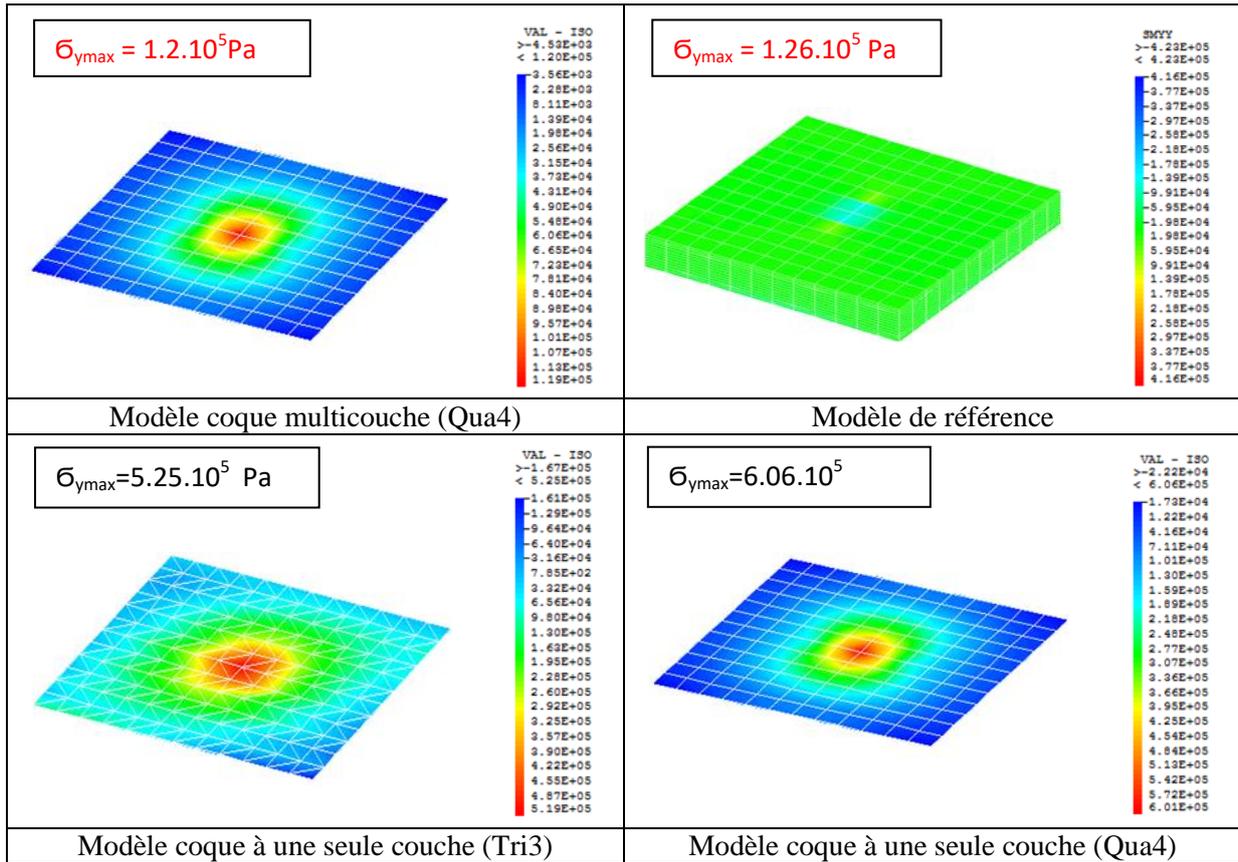


Fig. 4.7. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

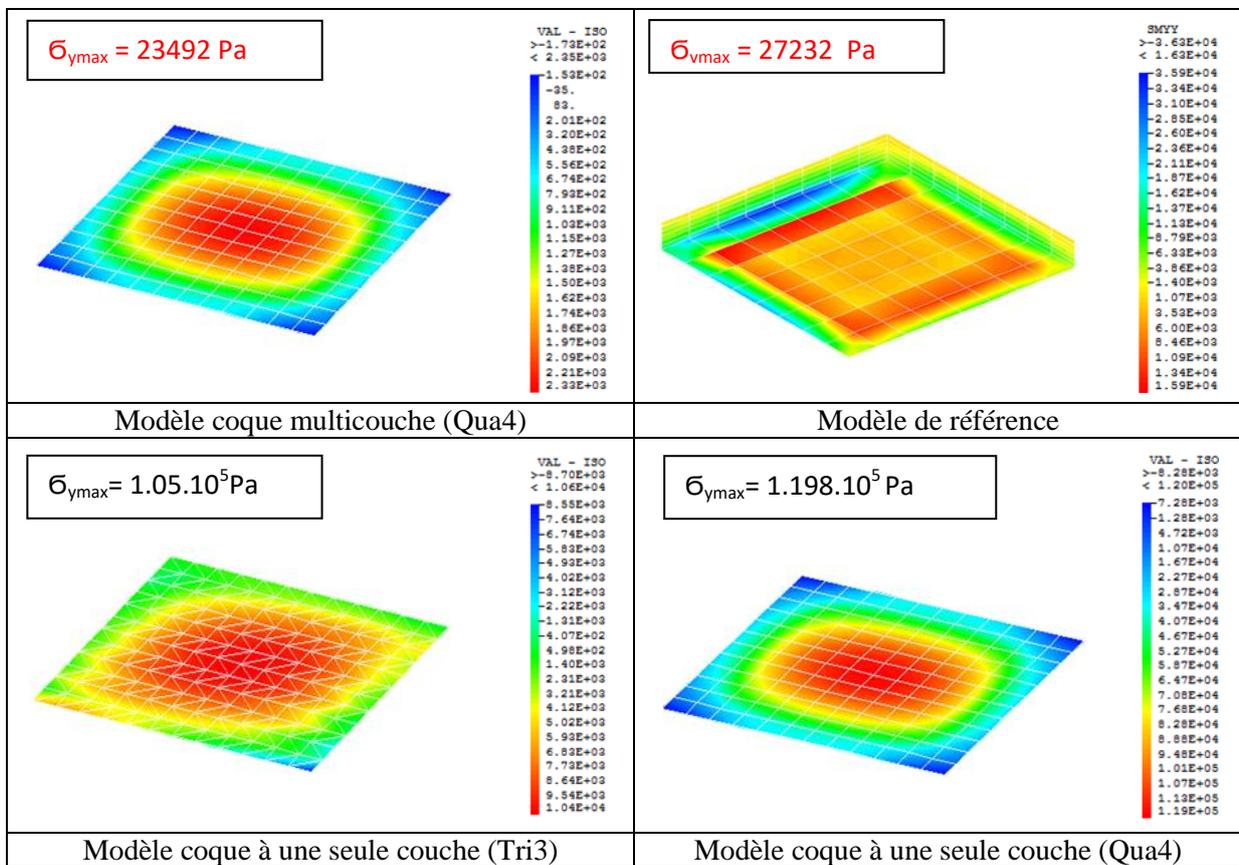


Fig.4.8. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

- Dalle encastrée sur son contour

- Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures

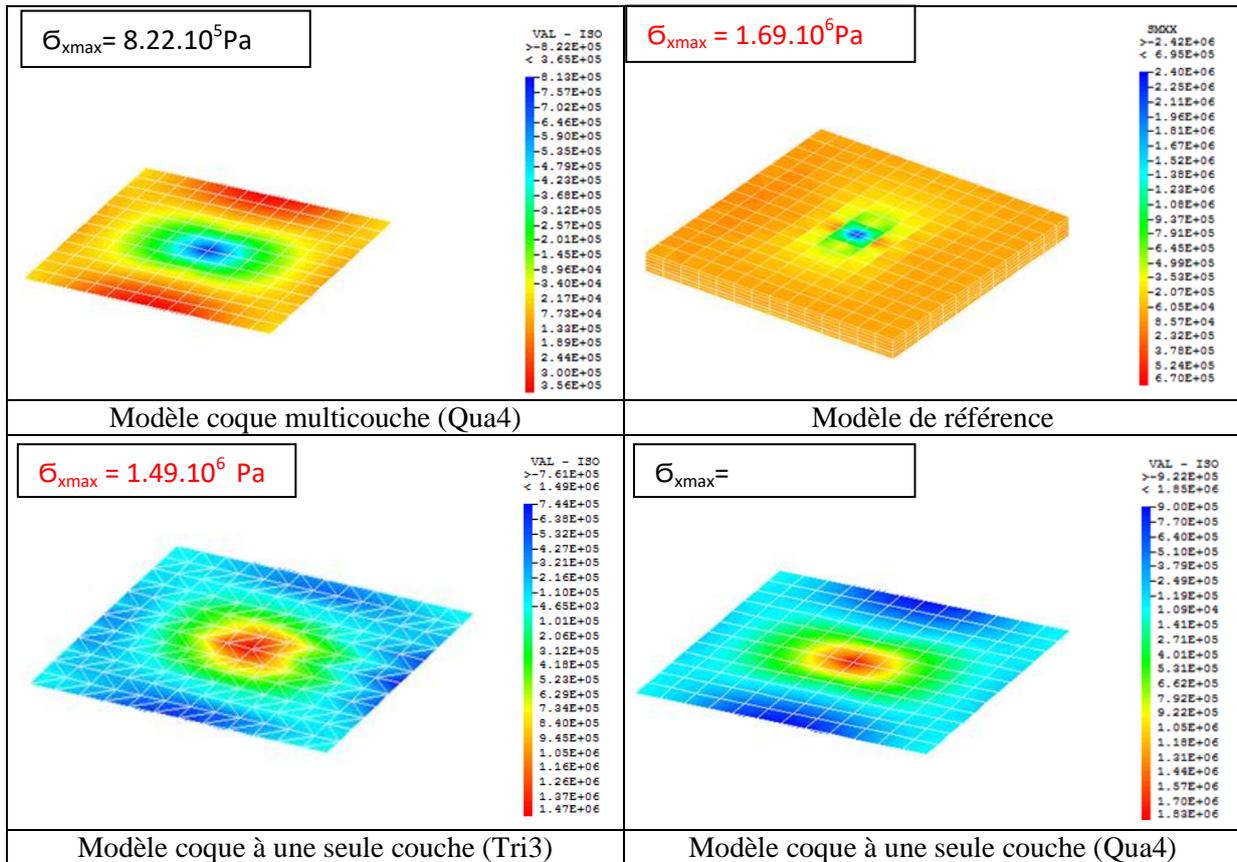


Fig. 4.9. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_x$) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

D'après la figure9 ci-dessus et la figure10 ci-dessous, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe X-X, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle encastrée sur son contour, comportant une seule nappe d'armatures.

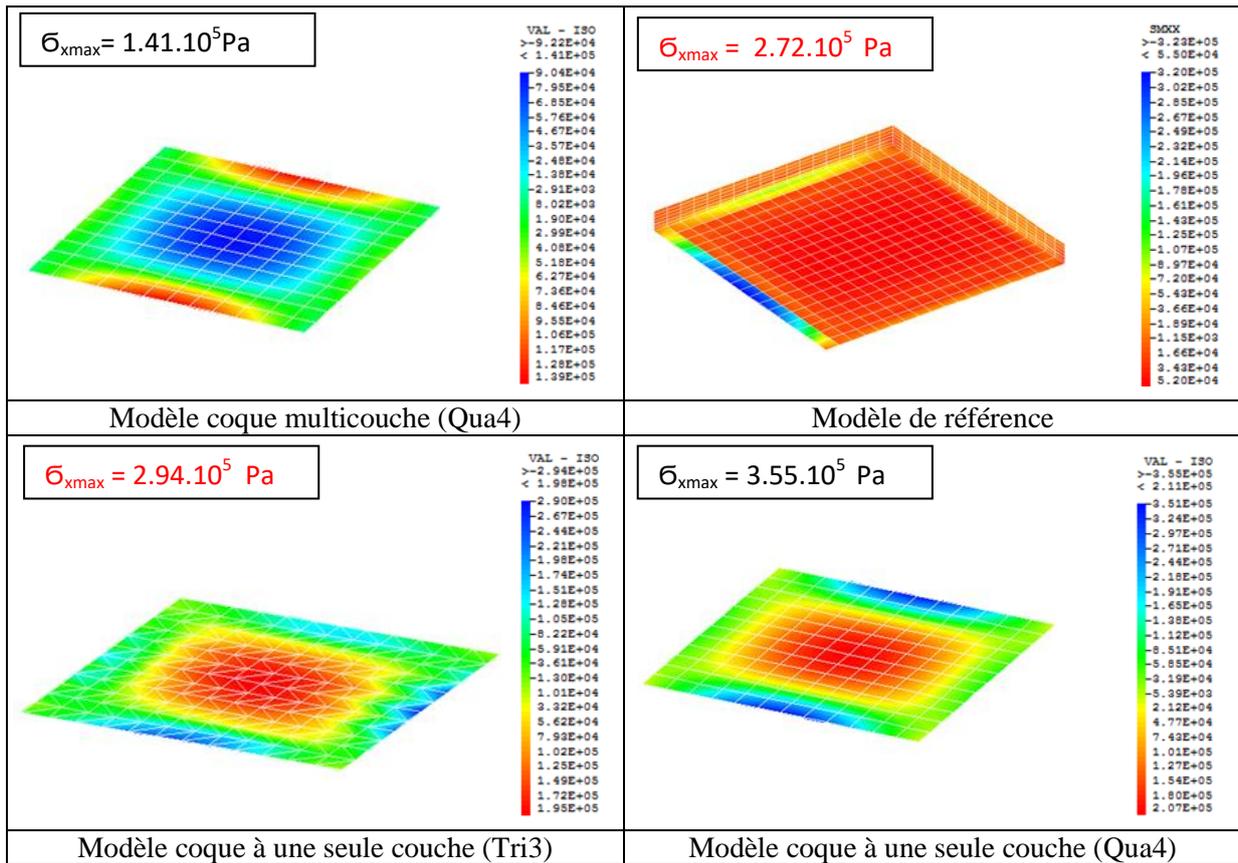


Fig. 4.10. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_x$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

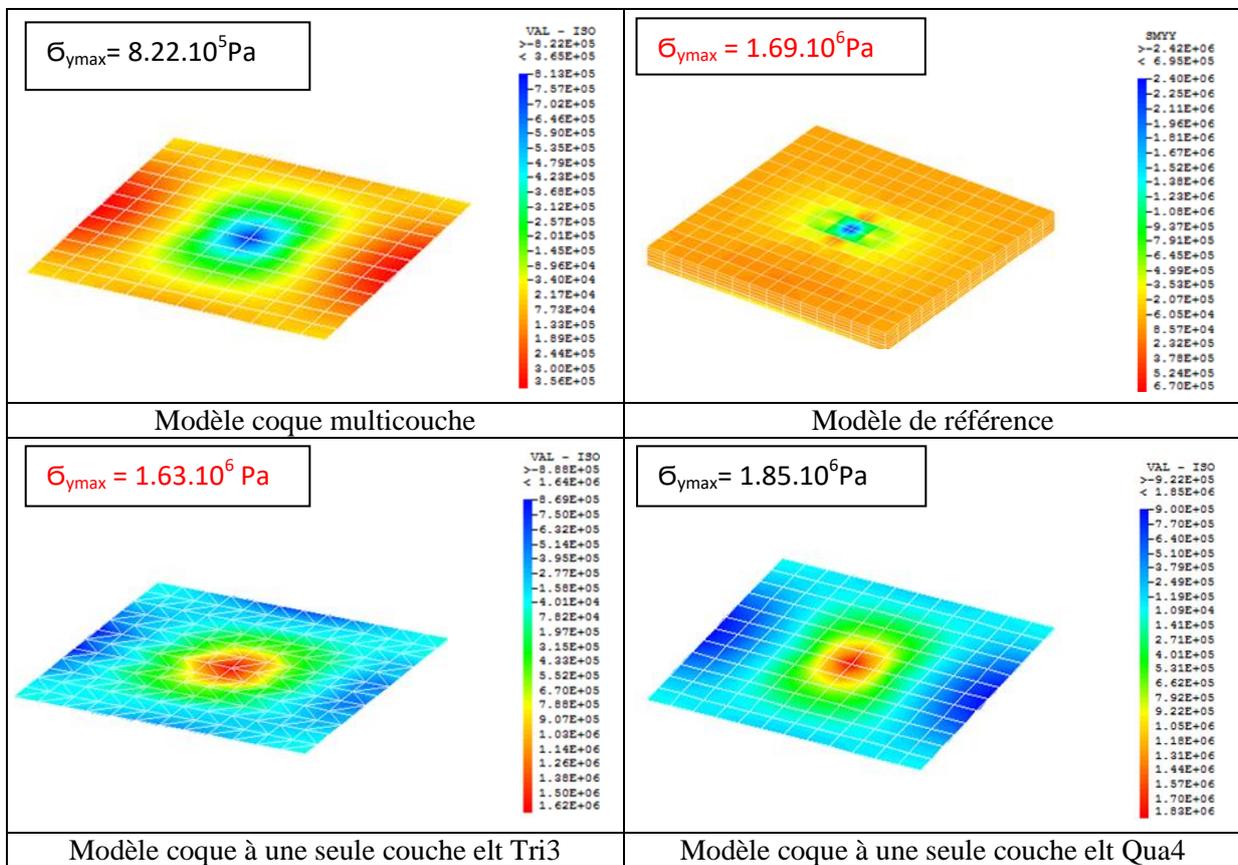


Fig.4.11. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

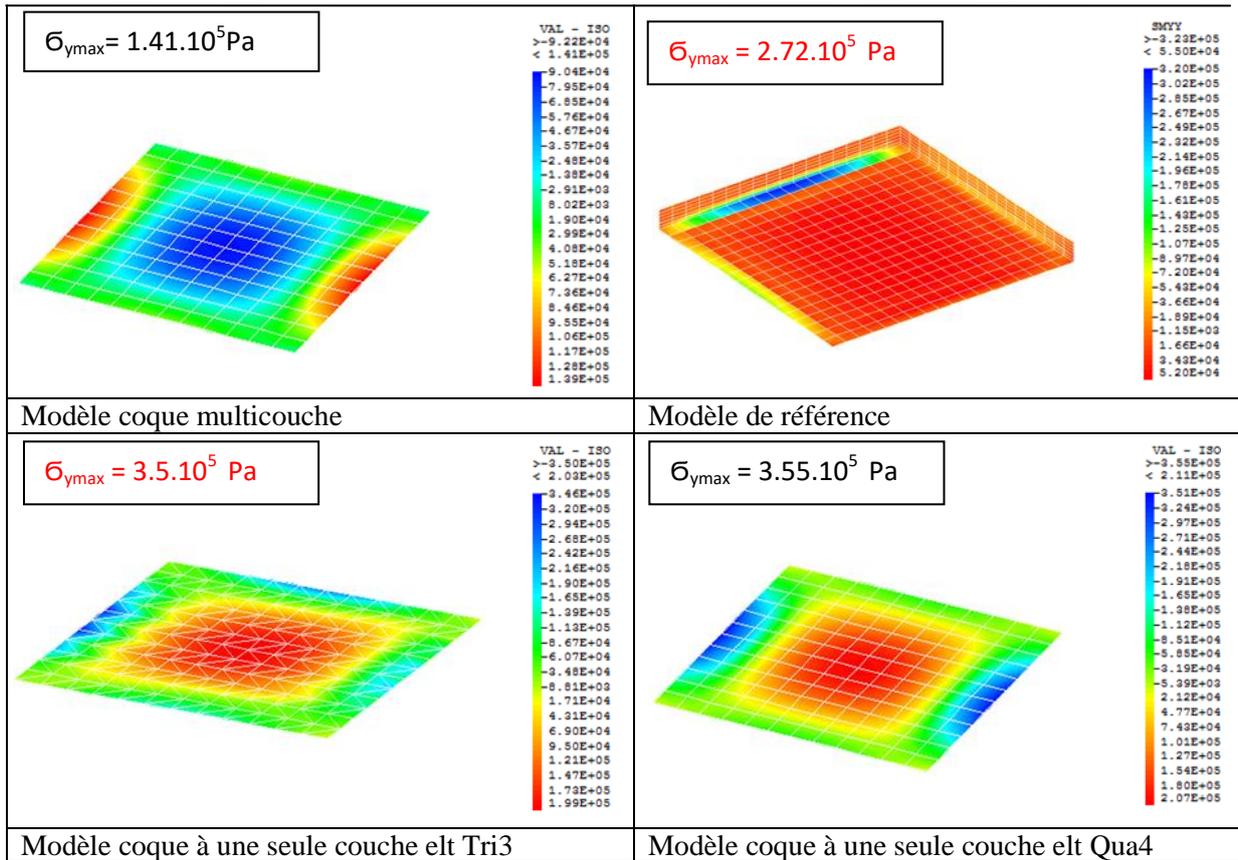


Fig. 4.12. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

De même d'après la figure 11 et la figure 12 ci-dessous, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe Y-Y, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle encastrée sur son contour, comportant une seule nappe d'armatures.

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

Par contre pour le cas d'une dalle en béton armé comportant deux nappes d'armatures et encastrée sur son pourtour, on a remarqué d'après les deux figures 13, 14, 15 et 16 ci-dessous, que les contraintes normales maximales selon les deux axes X-X et Y-Y, obtenues sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque multicouche (Qua4) concordent bien avec celles obtenues par le modèle de référence.

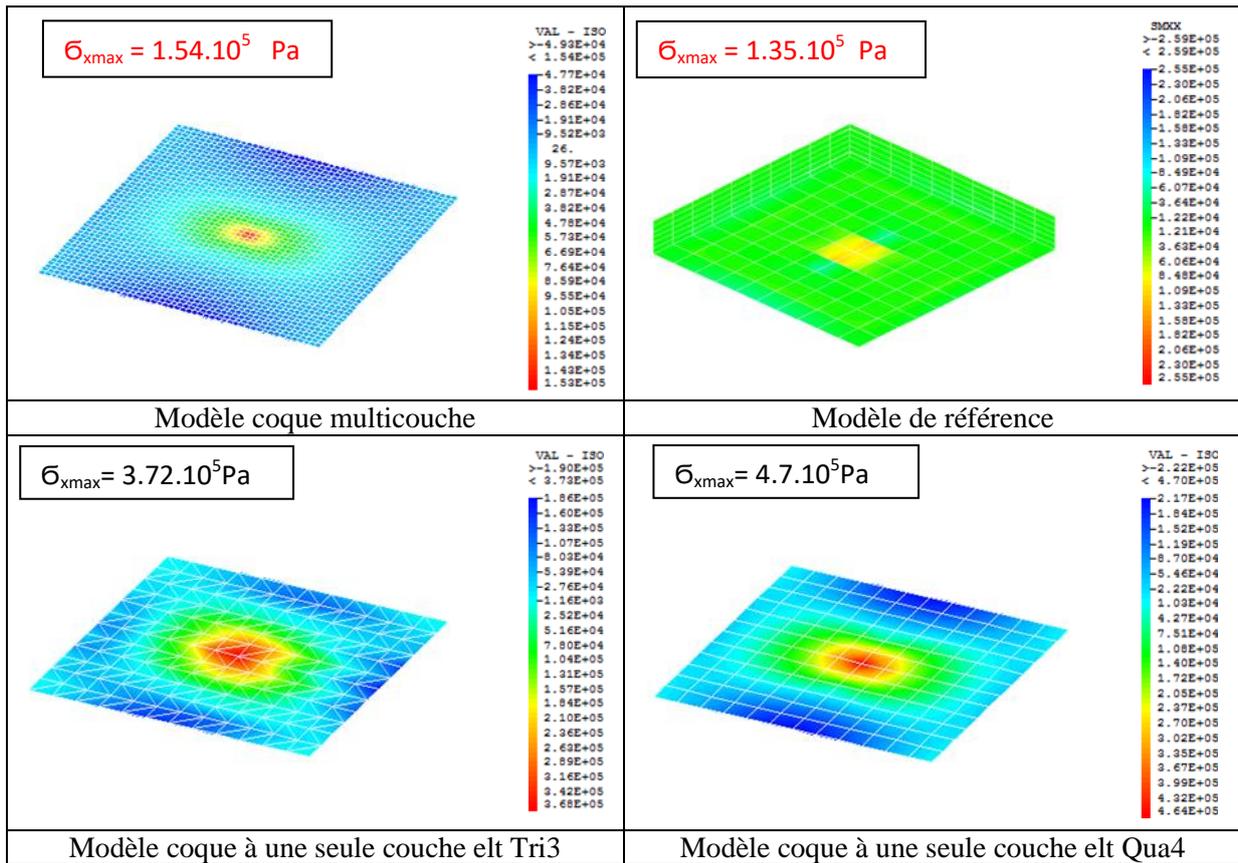


Fig. 4.13. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

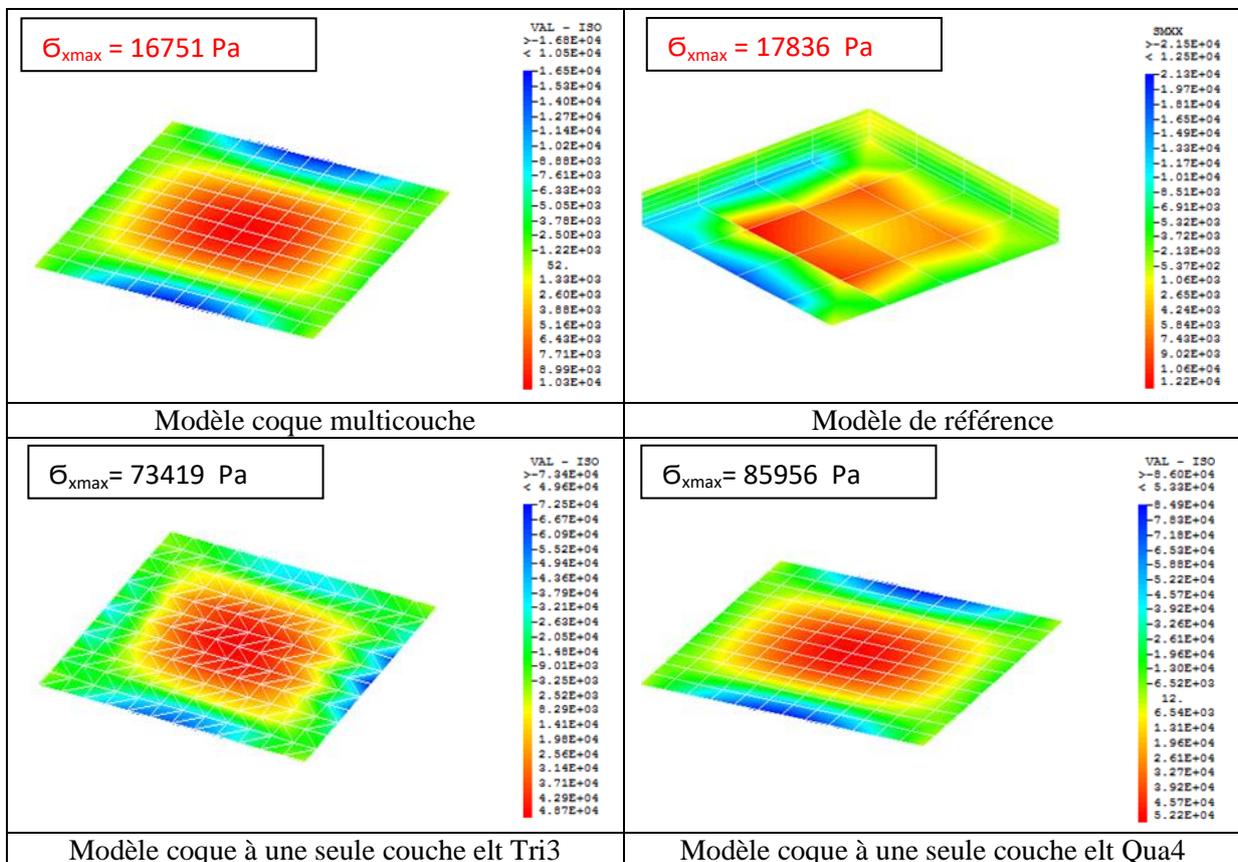


Fig. 4.14. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

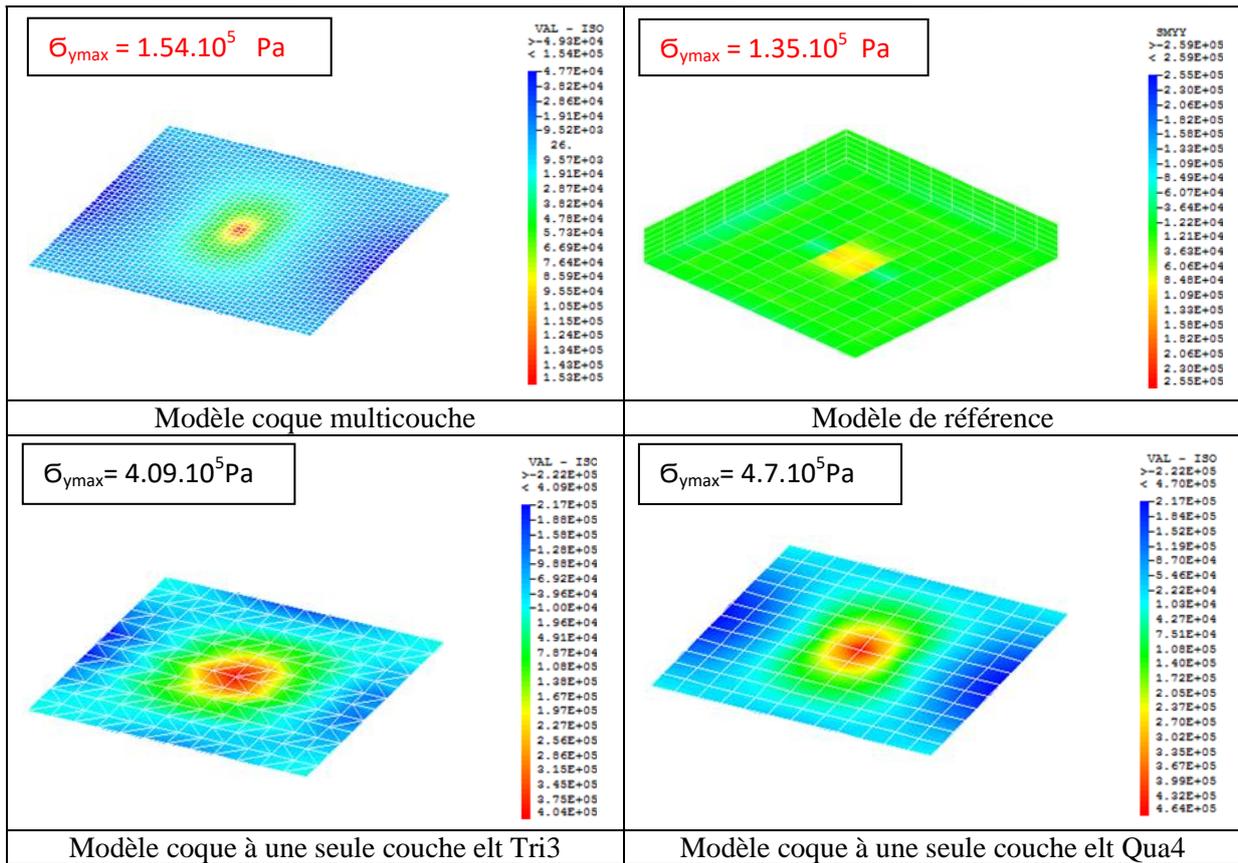


Fig.4.15. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

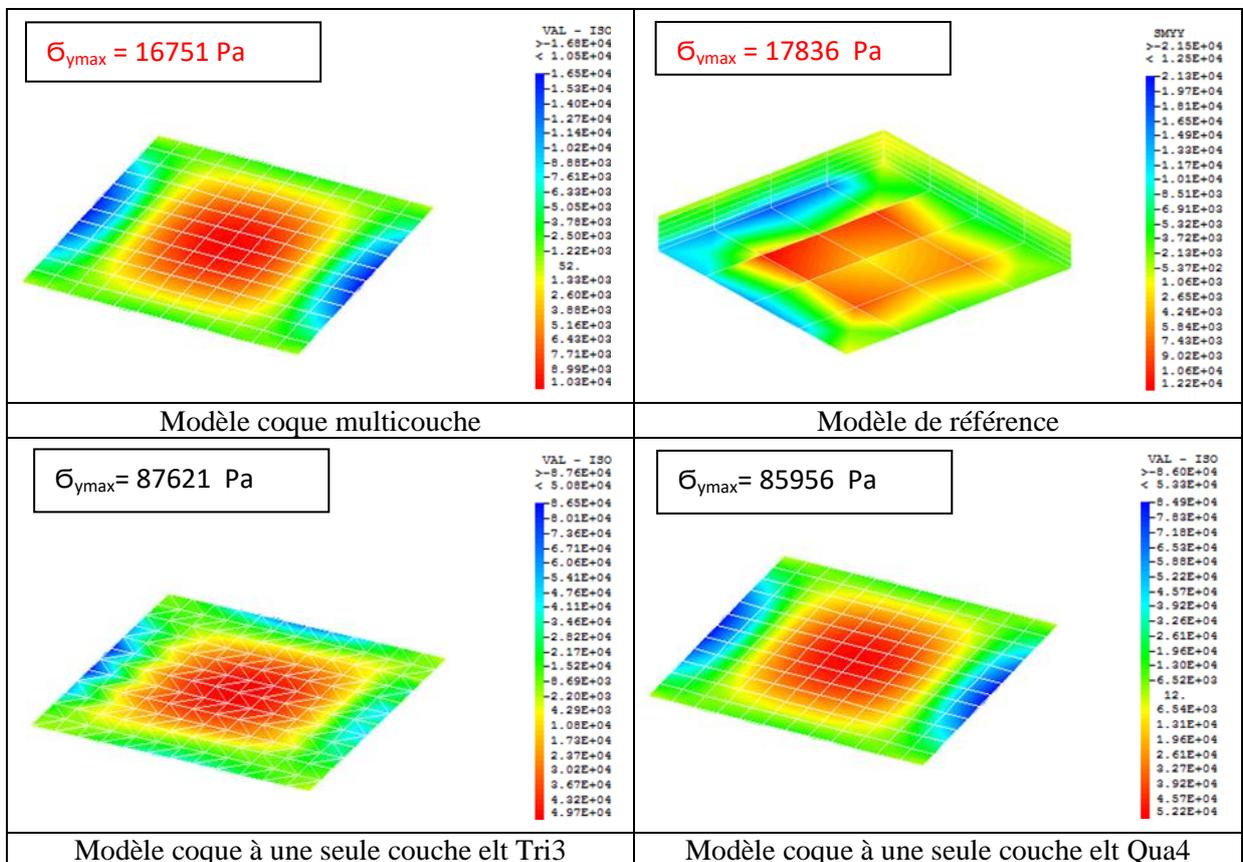


Fig. 4.16. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

- Dalle isolée (reposant sur ses quatre coins)

- Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures

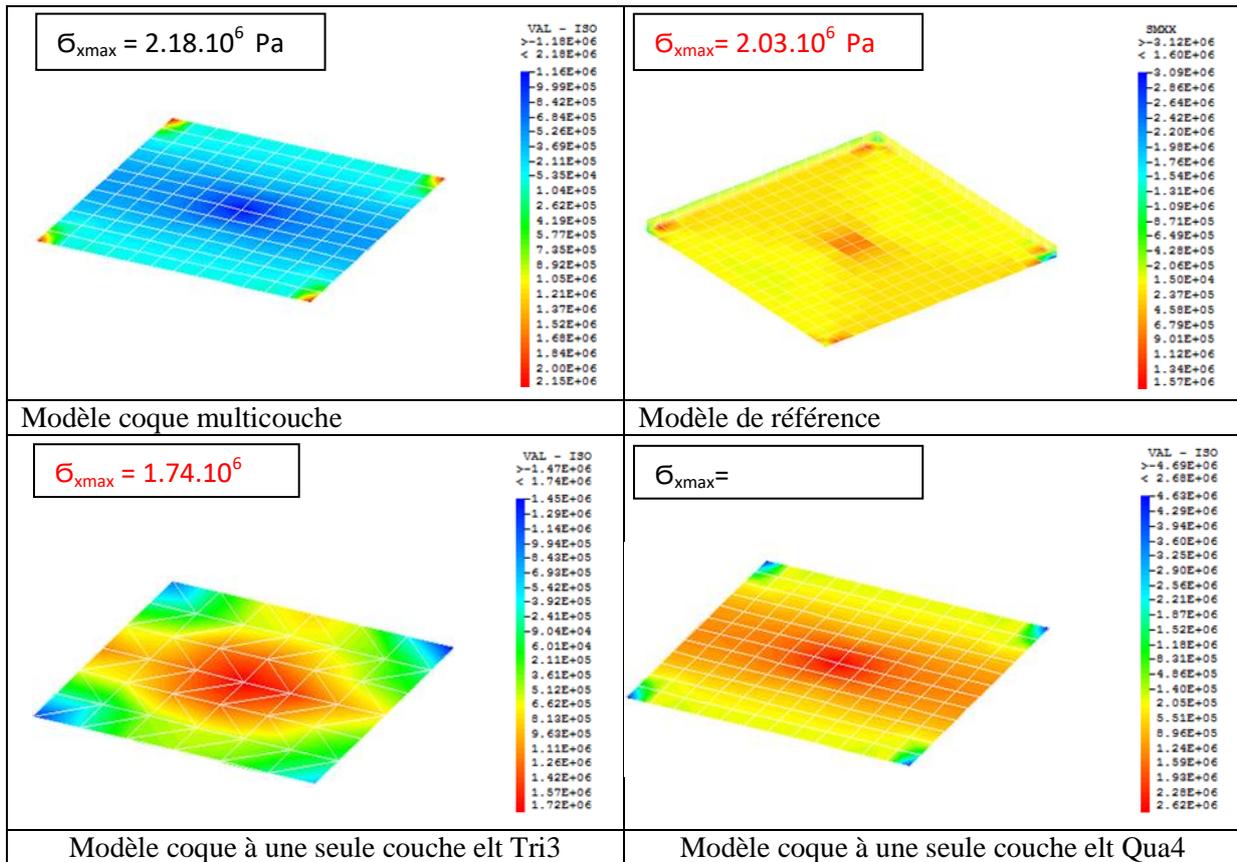


Fig. 4.17. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_x$) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

D'après la figure17 ci-dessus et la figure18 ci-dessous, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe X-X, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle isolée (reposant sur ses quatre coins), comportant une seule nappe d'armatures.

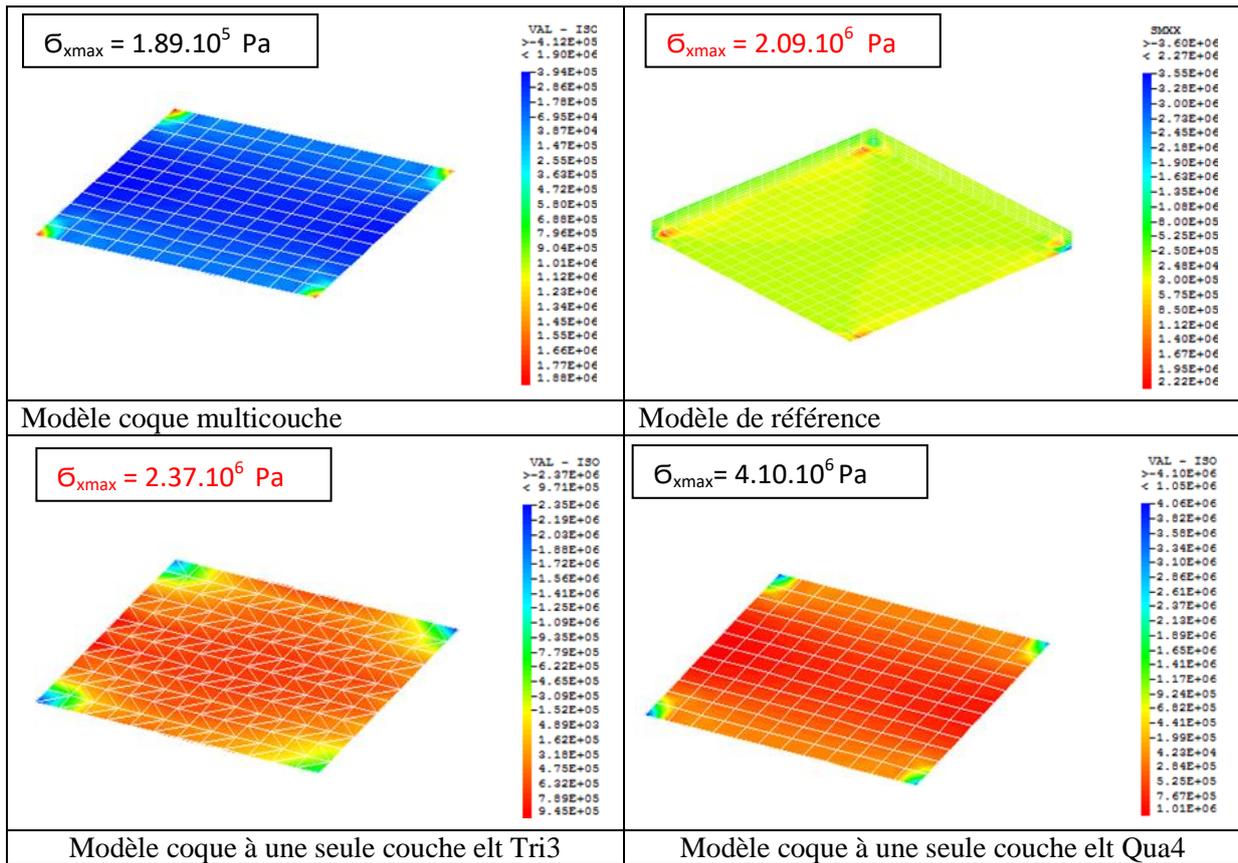


Fig. 4.18. Concentration des contraintes normales (σ_x) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

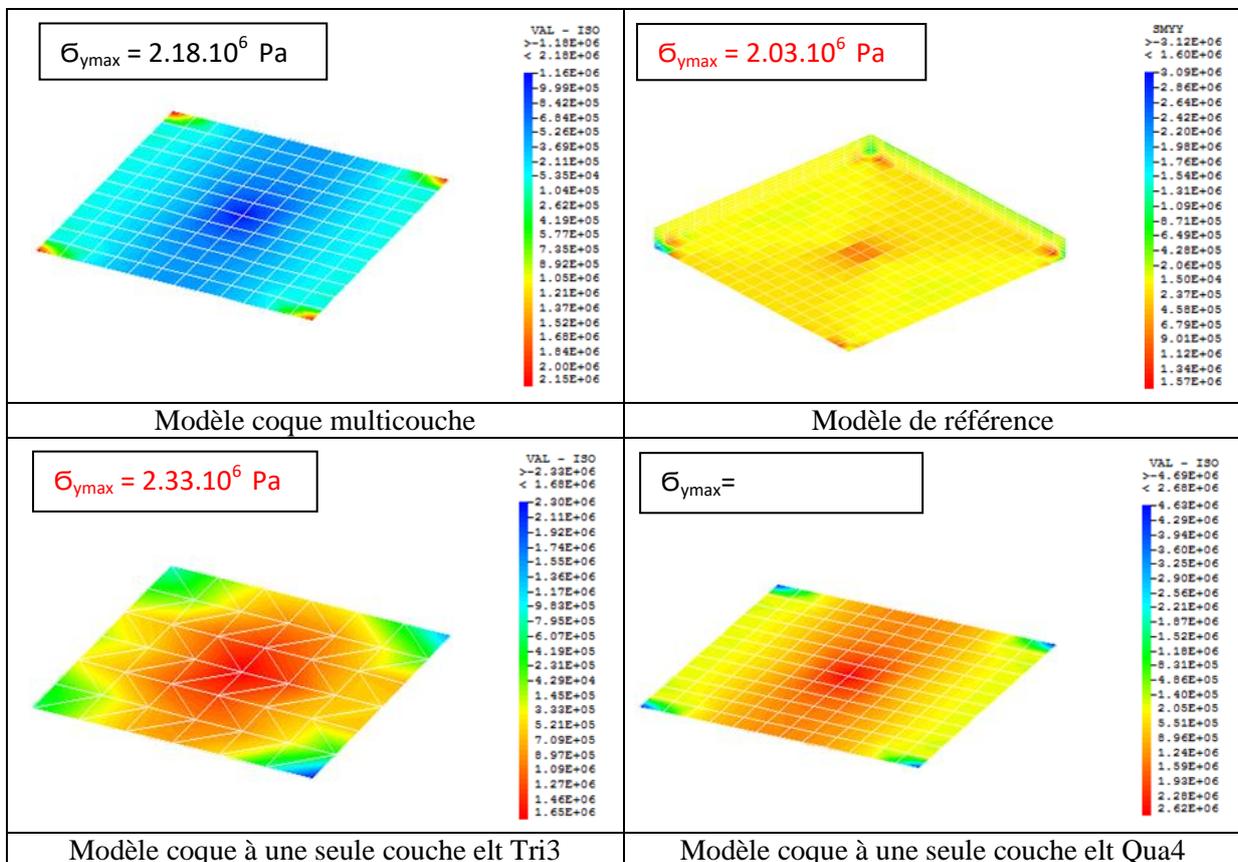


Fig.4.19. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

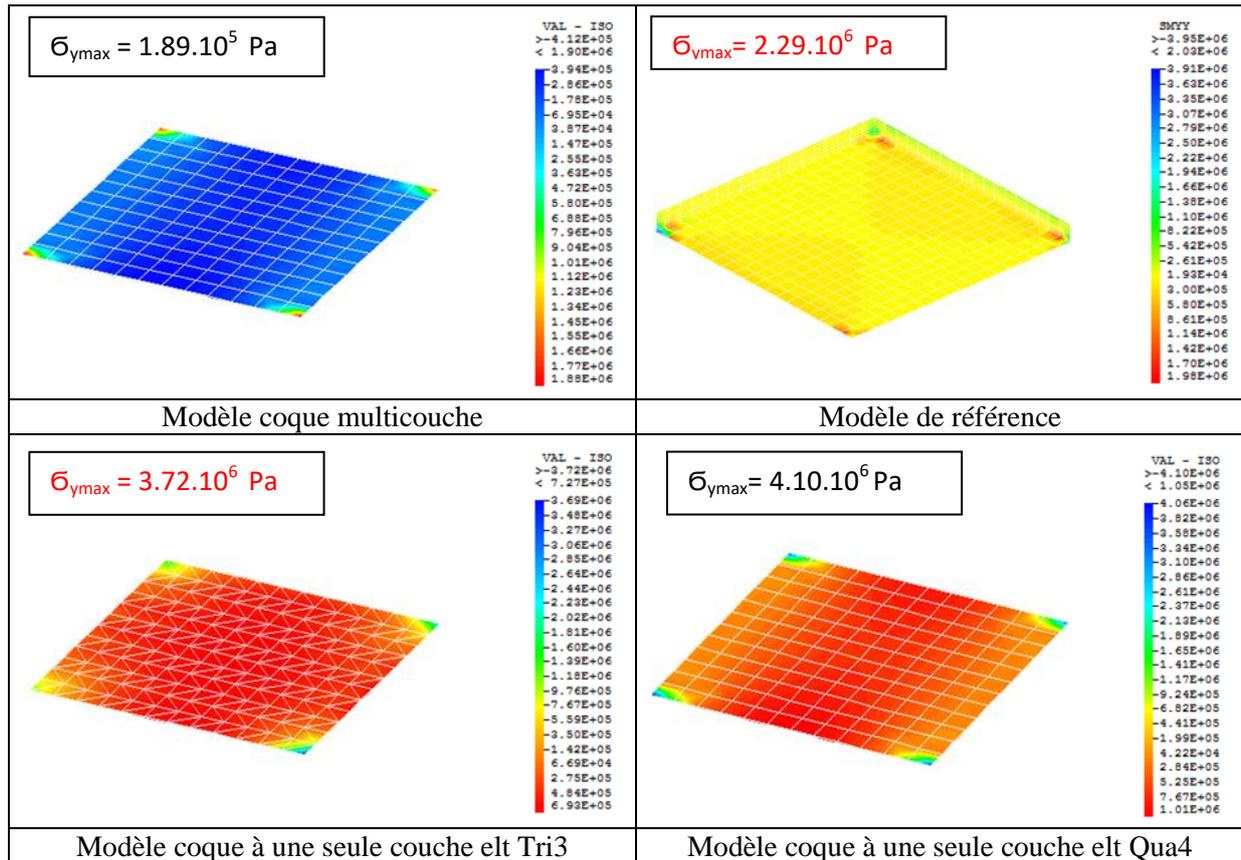


Fig .4.20. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_y$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

De même d'après la figure19 et la figure20 ci-dessus, il est à remarquer que les résultats des contraintes normales maximales selon l'axe Y-Y, obtenus sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque à une seule couche (Tri3) concordent bien avec ceux obtenus par le modèle de référence pour le cas d'une dalle isolée (reposant sur ses quatre coins), comportant une seule nappe d'armatures.

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

Par contre pour le cas d'une dalle en béton armé comportant deux nappes d'armatures et isolée (reposant sur ses quatre coins), on a remarqué d'après les deux figures 21,22,23 et 24 ci-dessus, que les contraintes normales maximales selon les deux axes X-X et Y-Y, obtenues sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR) par le modèle coque multicouche (Qua4) concordent bien avec celles obtenues par le modèle de référence.

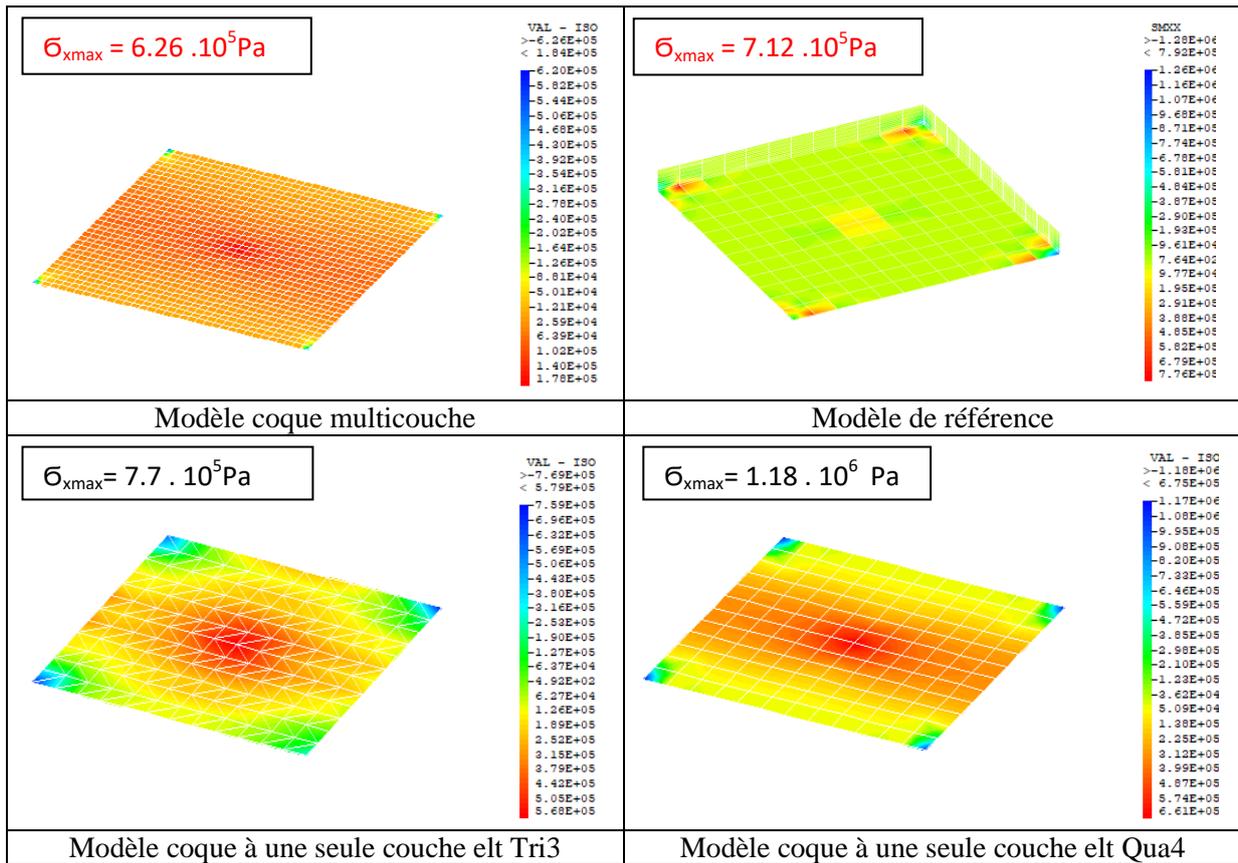


Fig.4.21. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_x$) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

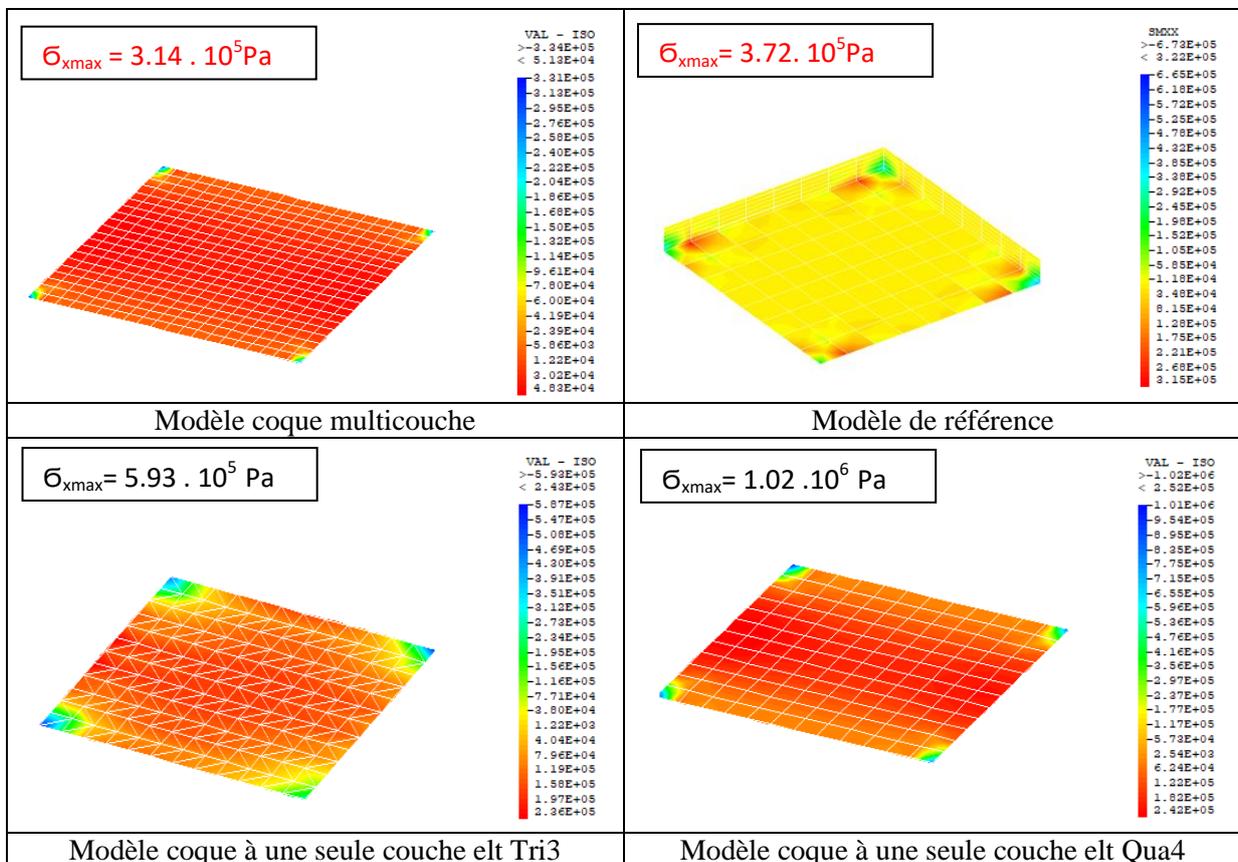


Fig.4.22. Concentration des contraintes normales ($\bar{\sigma}_x$) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

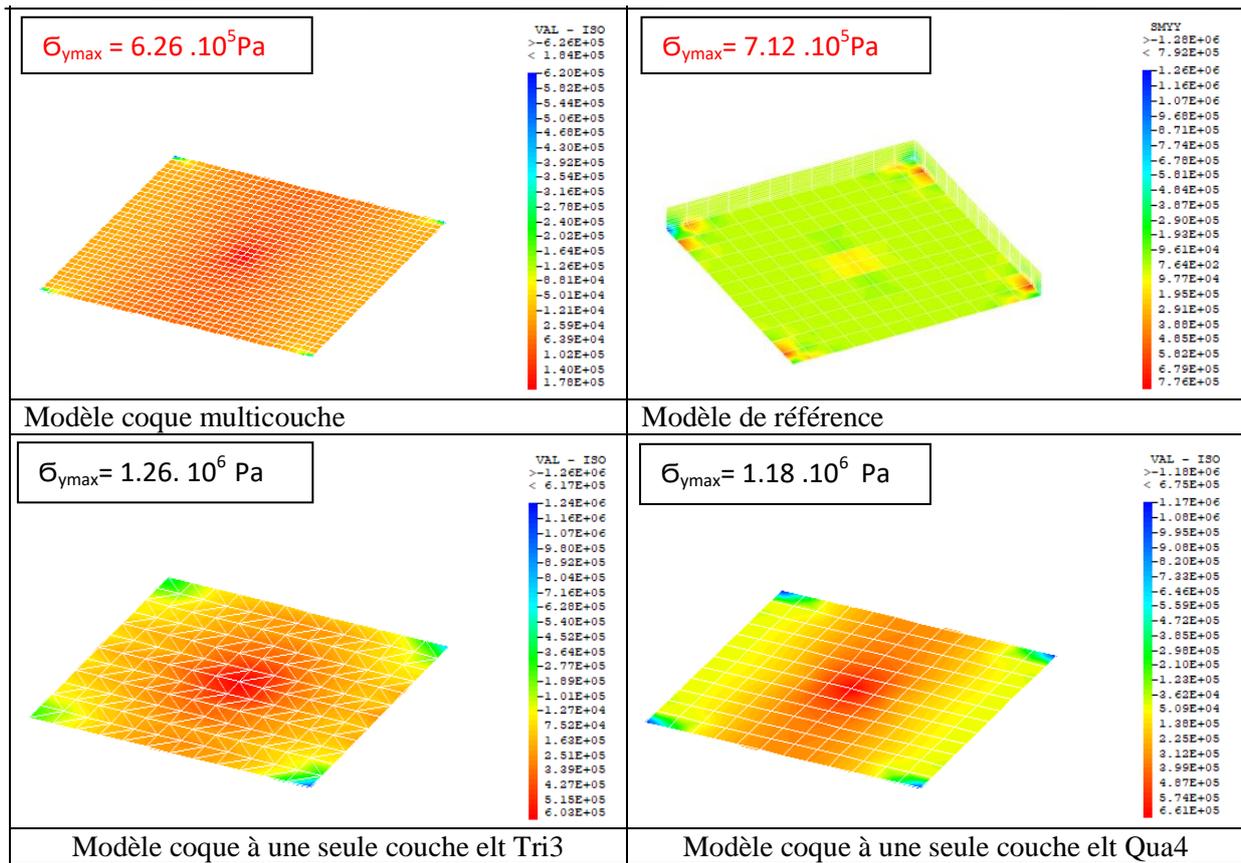


Fig.4.23. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

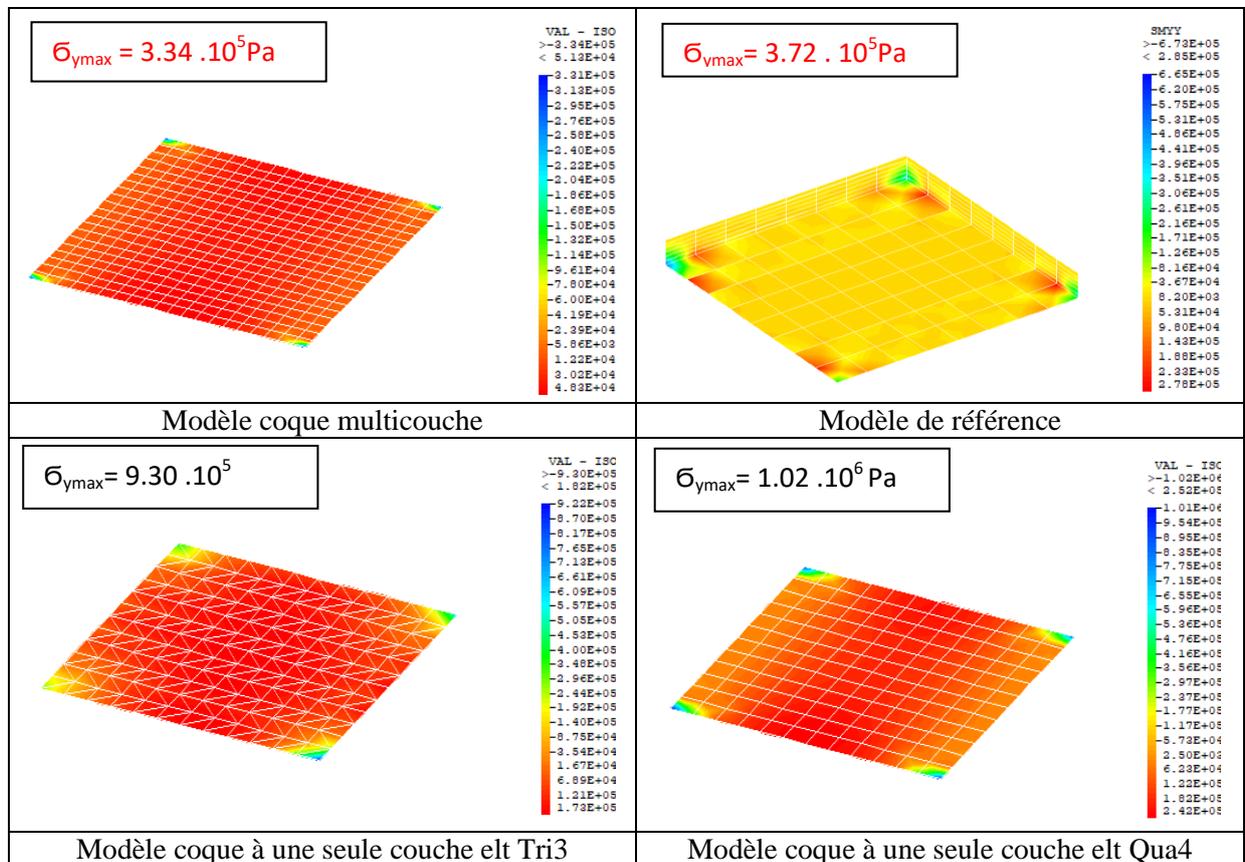


Fig.4.24. Concentration des contraintes normales (σ_y) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

4.2.2. Étude de la flèche

Dans ce paragraphe une étude a été faite sur l'estimation de flèche maximale de la dalle en béton armé sous l'effet de chacune des deux charges, à savoir la charge concentrée au milieu de la dalle et la charge uniforme.

- **Dalle simplement appuyée sur son contour**

- **Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures**

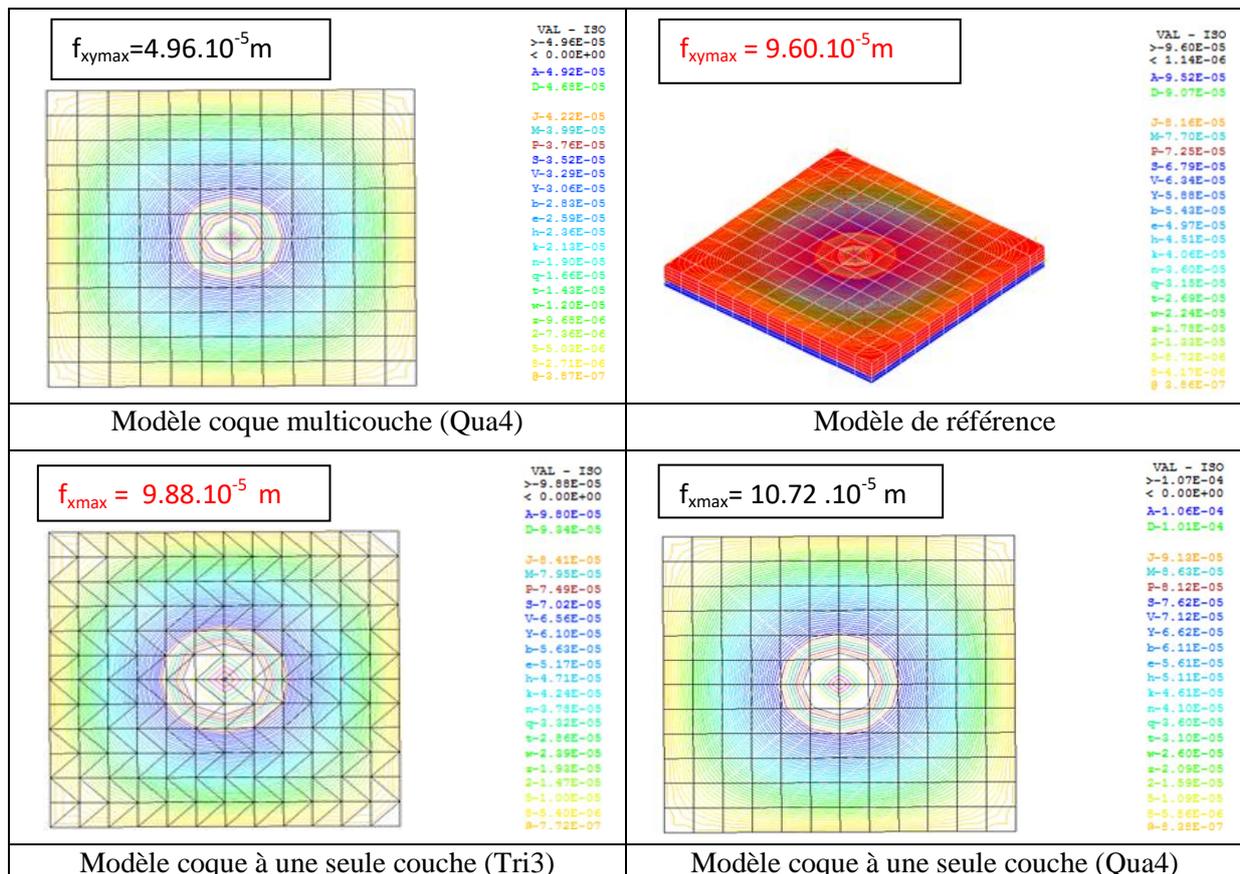


Fig. 4.25. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

D'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements de la figure 25 ci-dessus et la figure 26 ci-dessous, on remarque que pour le cas de la dalle simplement appuyée sur son contour comportant une seule nappe de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque à une seule couche (Tri3) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence

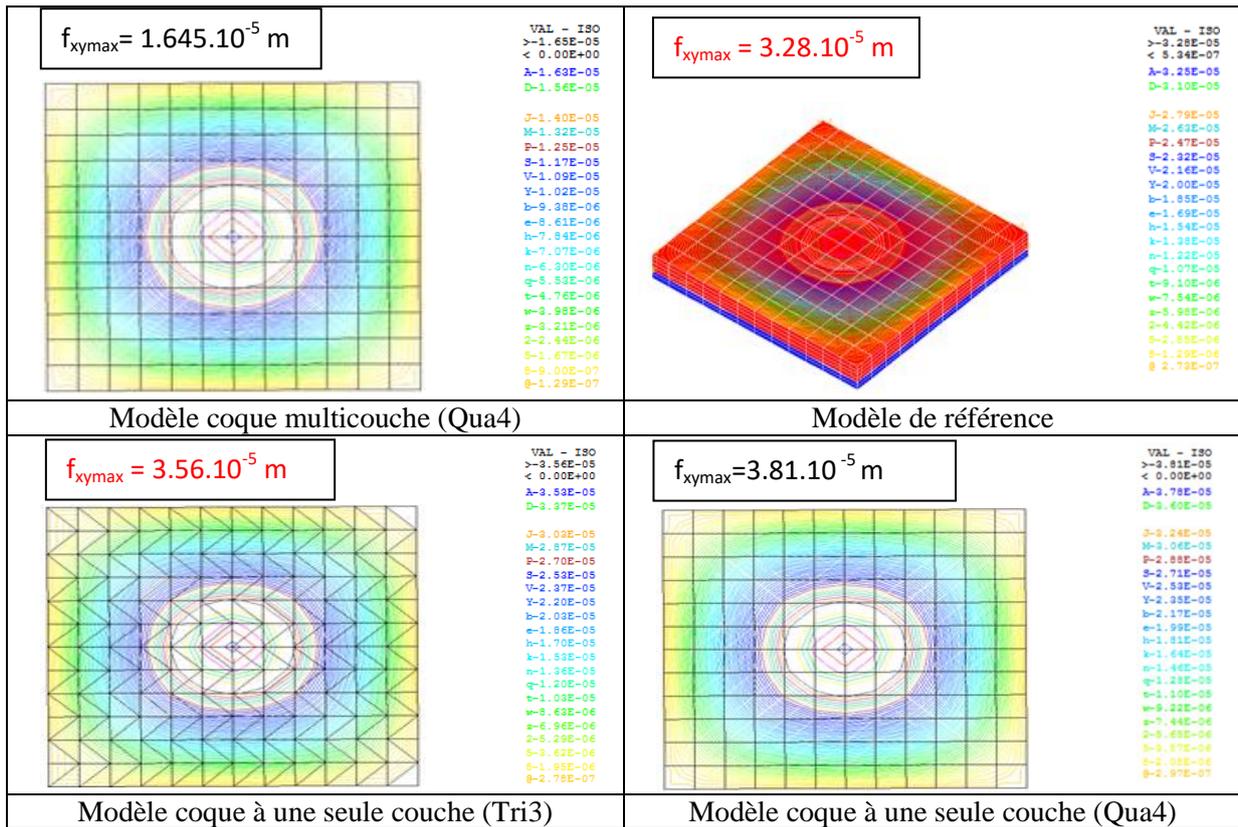


Fig. 4.26. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

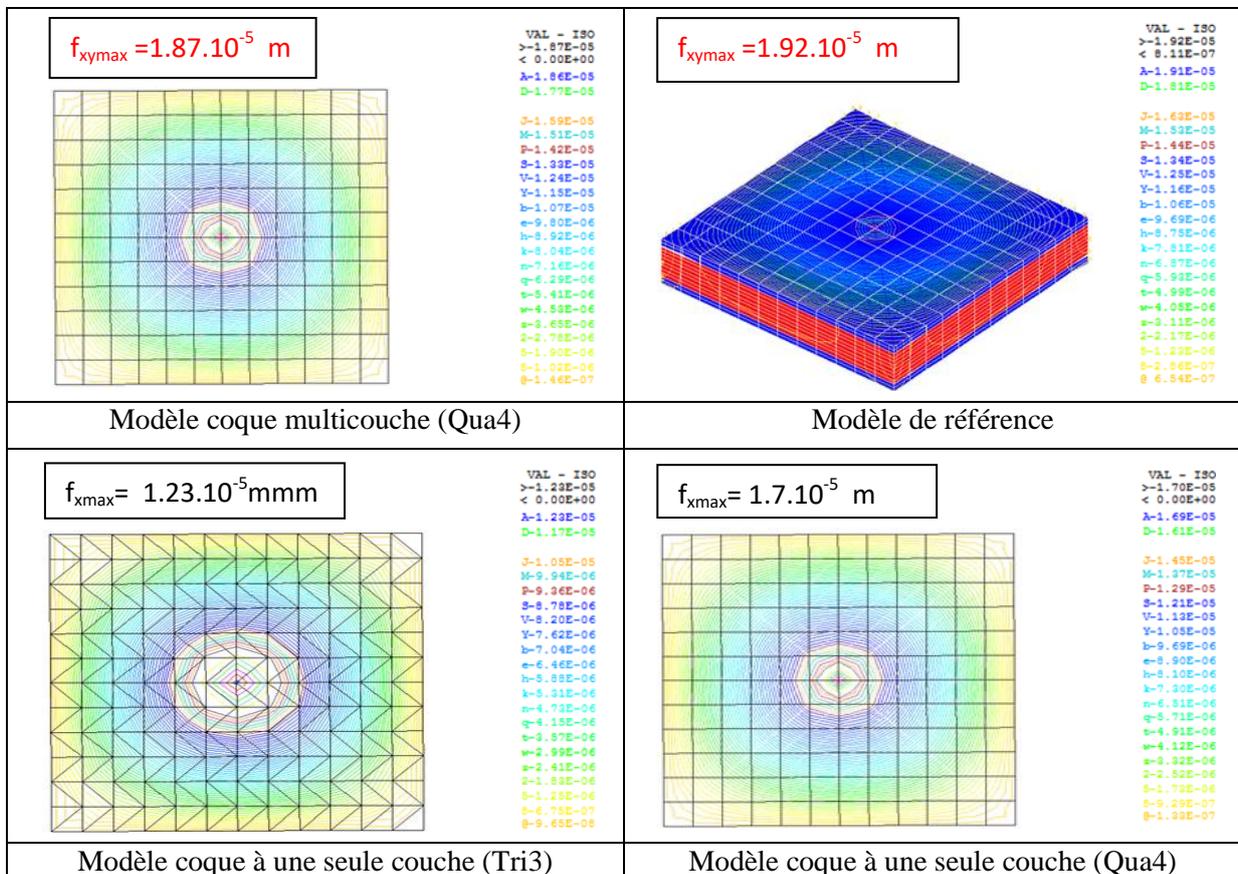


Fig.4.27. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

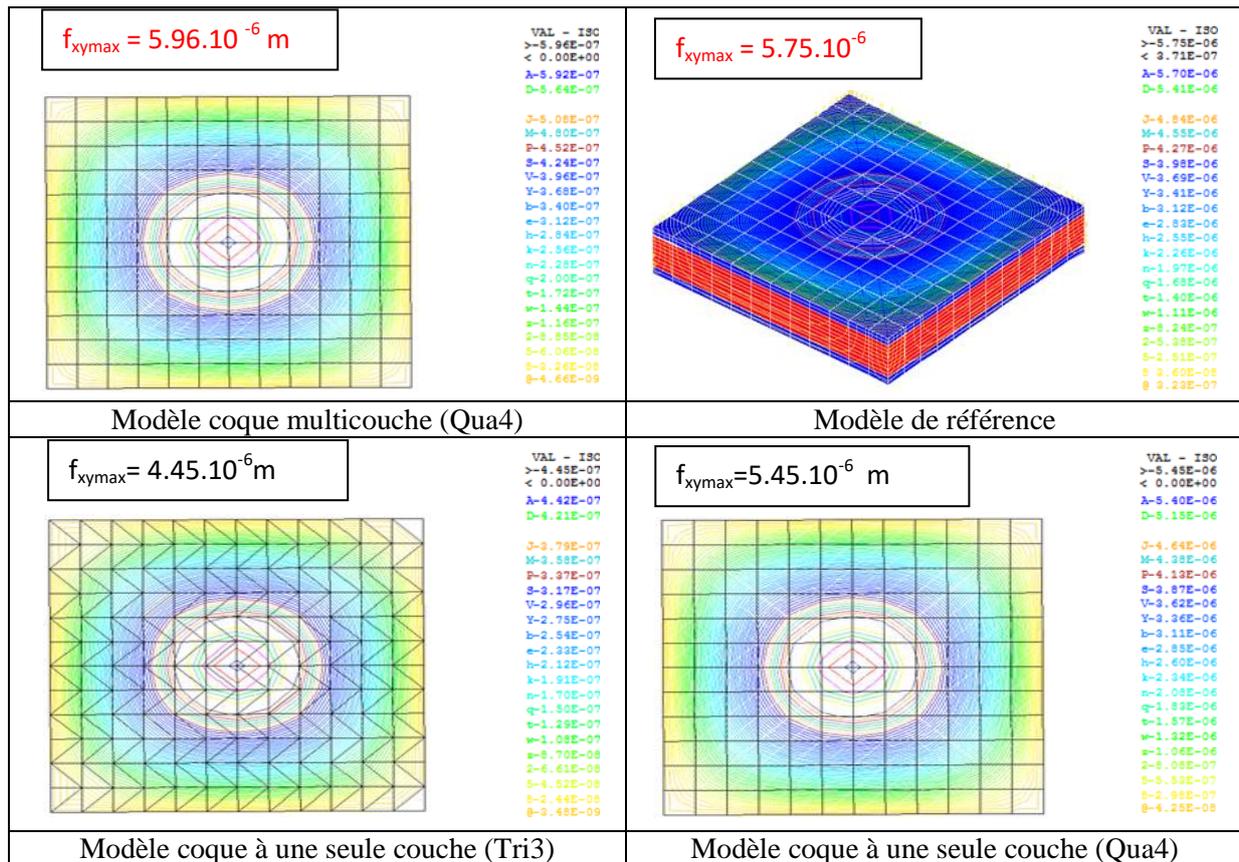


Fig.4.28. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

Par contre, d'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements des deux figure ci-dessus (figures 27 et 28), on remarque que pour le cas de la dalle simplement appuyée sur son contour comportant deux nappes de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque multicouche (Qua4) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence.

- **Dalle encastrée sur son contour**

- **Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures**

D'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements de la figure29 et la figure30 ci-dessous, on remarque que pour le cas de la dalle encastrée sur son contour comportant une seule nappe de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque à une seule couche (Tri3) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence.

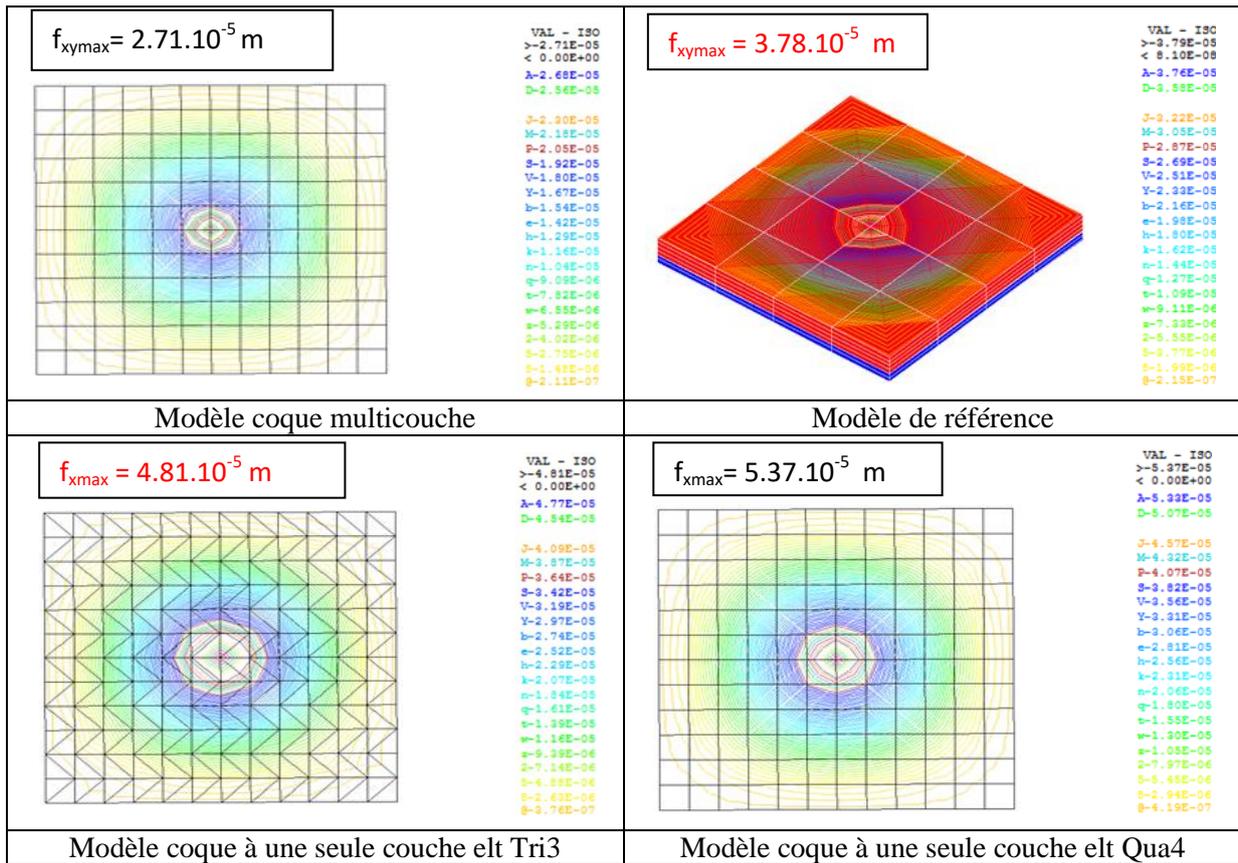


Fig.4.29. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

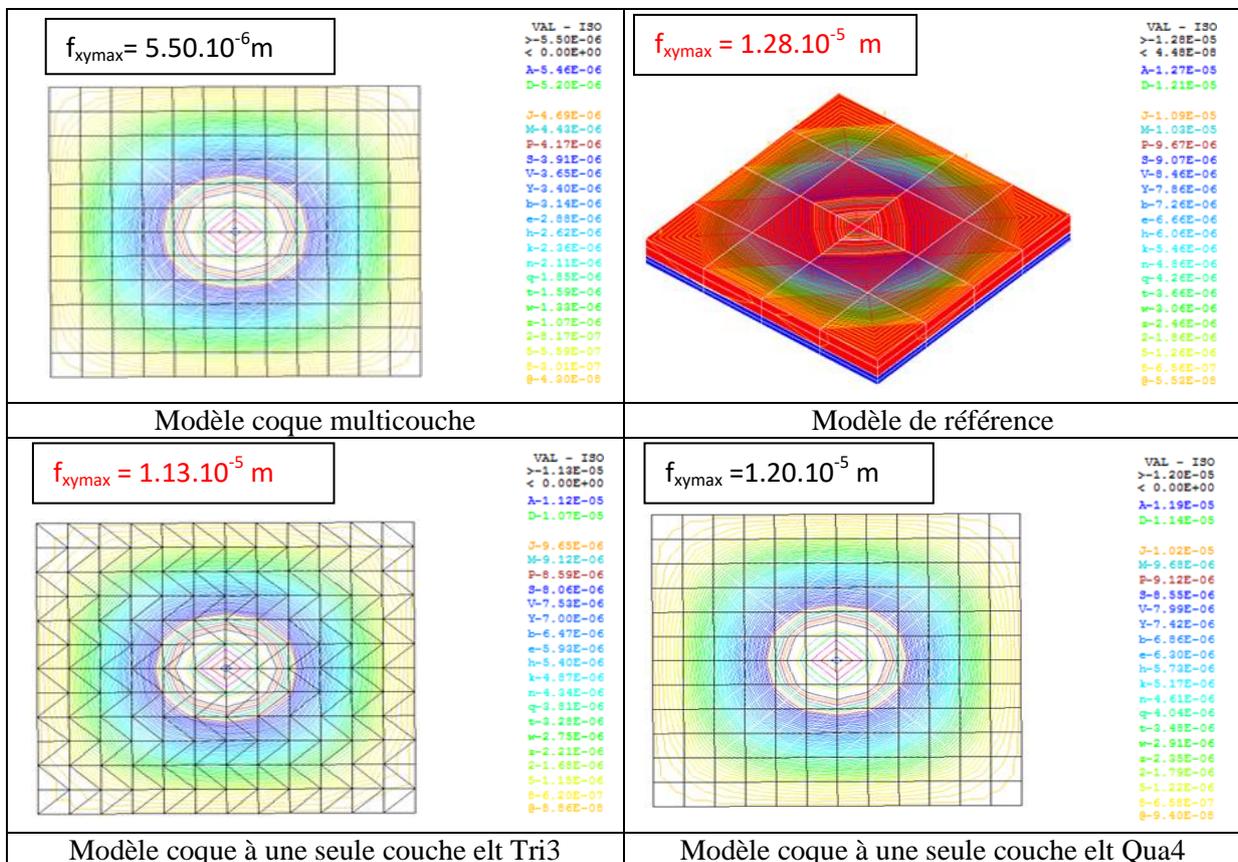


Fig.4.30. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

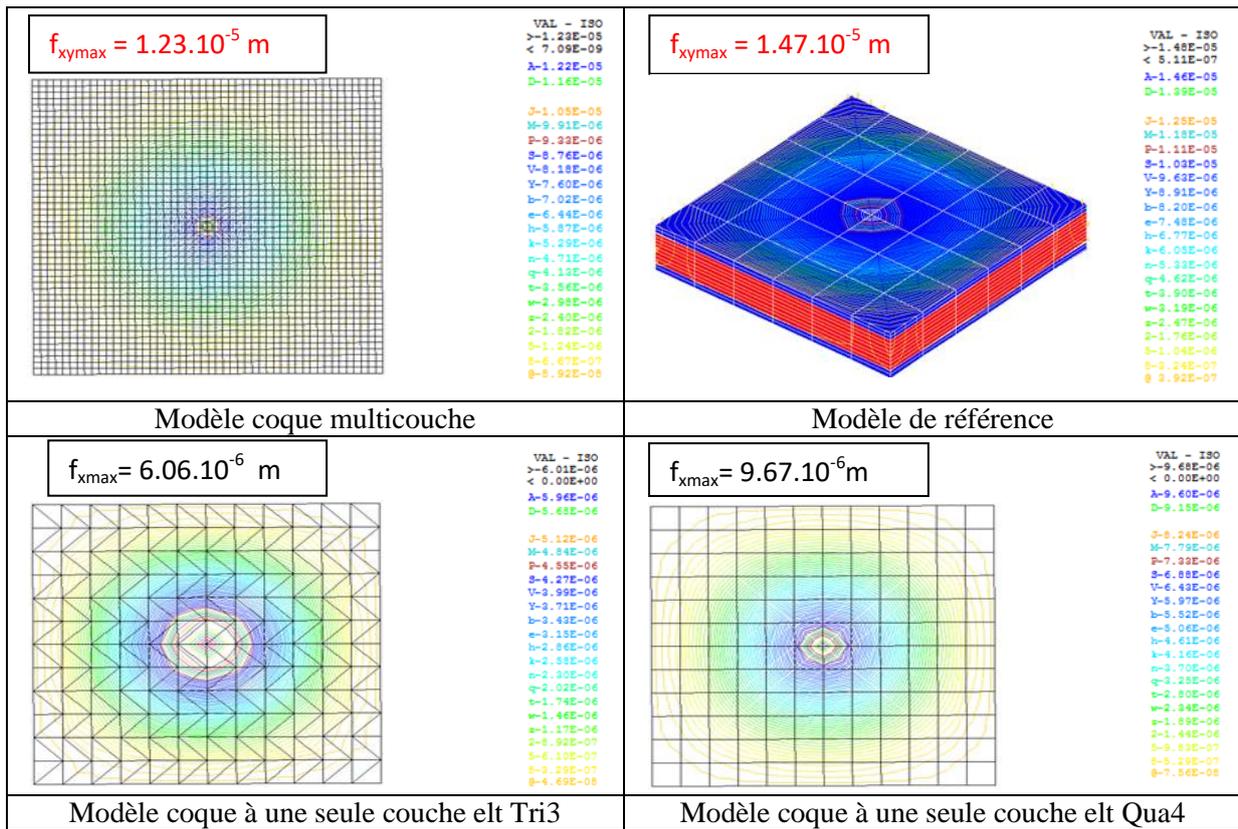


Fig. 4.31. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

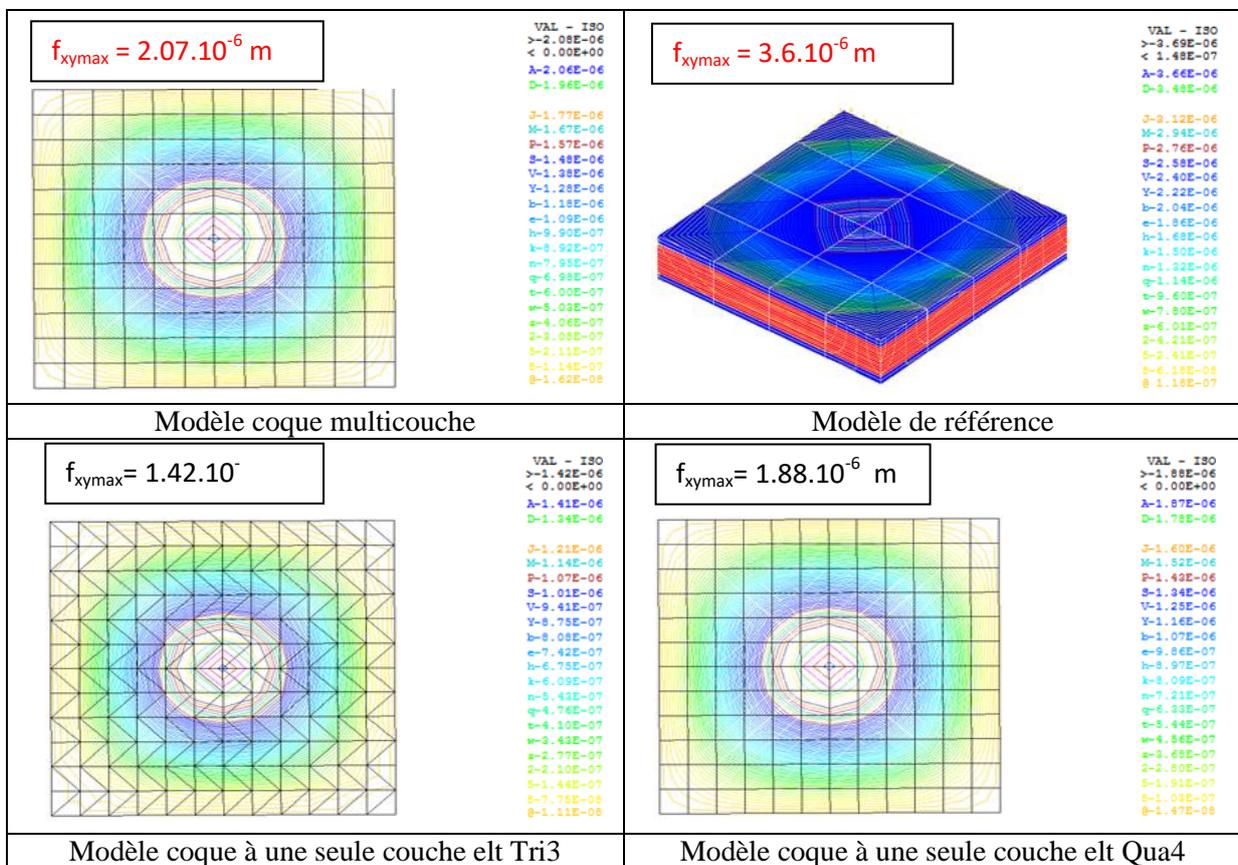


Fig.4.32. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

Par contre, d'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements des deux figure ci-dessus (figures 31 et 32), on remarque que pour le cas de la encastree sur son contour comportant deux nappes de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque multicouche (Qua4) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence.

- **Dalle isolée (reposant sur ses quatre coins)**

- **Cas d'une dalle à une seule nappe d'armatures**

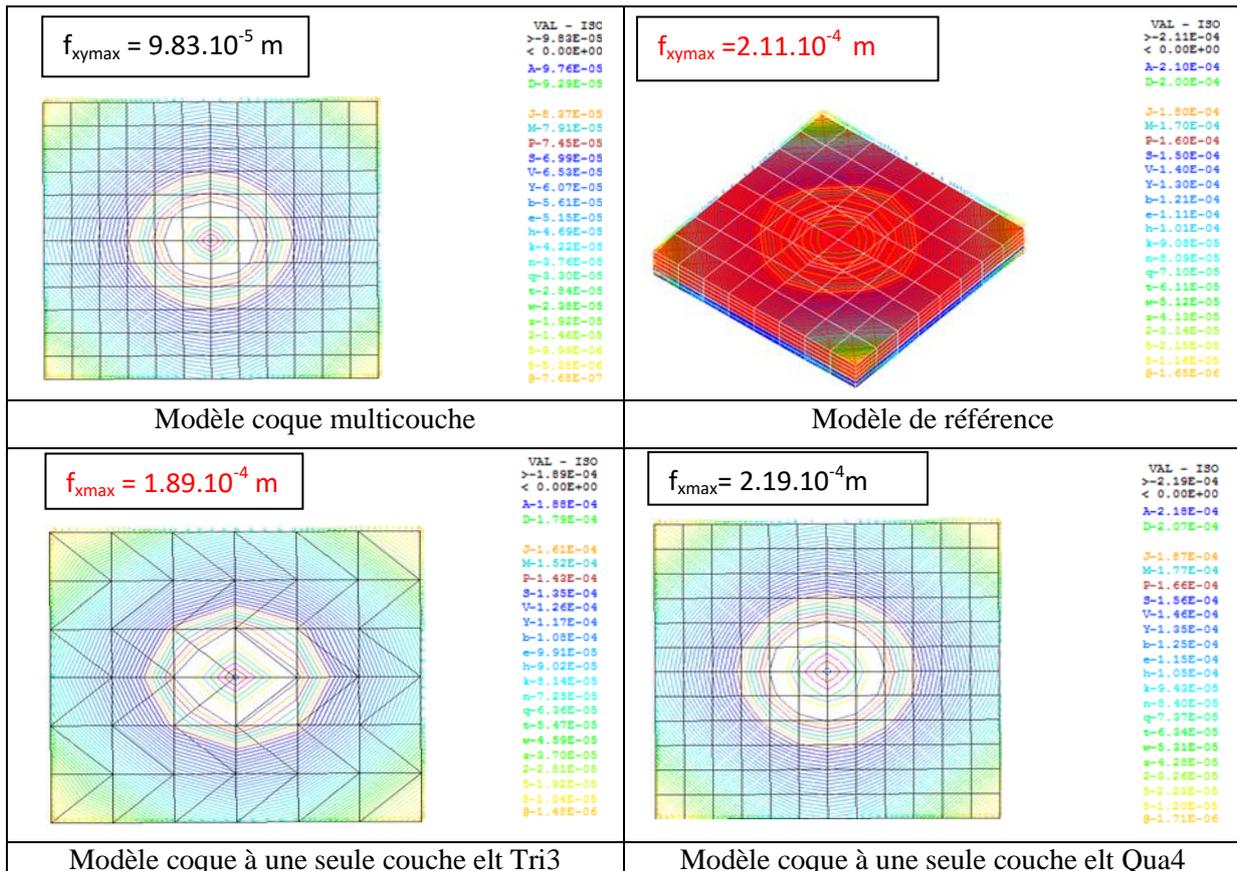


Fig.4.33. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

D'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements de la figure33 ci-dessus et la figure34 ci-dessous, on remarque que pour le cas de la dalle isolée (reposant sur ses quatre coins), comportant une seule nappe de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque à une seule couche (Tri3) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence

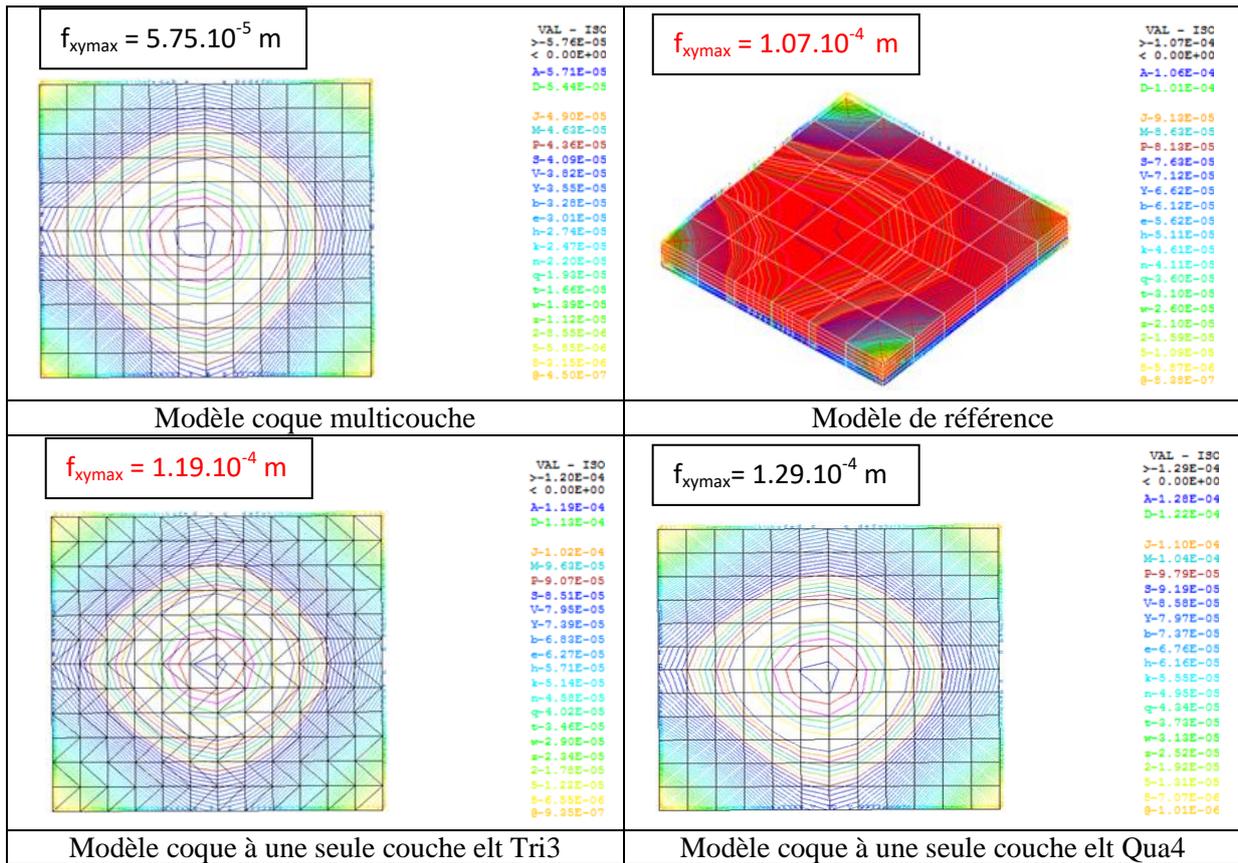


Fig.4.34. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

- Cas d'une dalle à deux nappes d'armatures

Par contre, d'après les résultats obtenus selon le champ de déplacements des deux figures ci-dessous (figures 35 et 36), on remarque que pour le cas de la encastree sur son contour comportant deux nappes de ferrailage et soumise sous l'effet de chacun des deux types de chargement (CC et CR), les valeurs de la flèche globale obtenues par le modèle coque multicouche (Qua4) sont proches à celles obtenues par le modèle de référence.

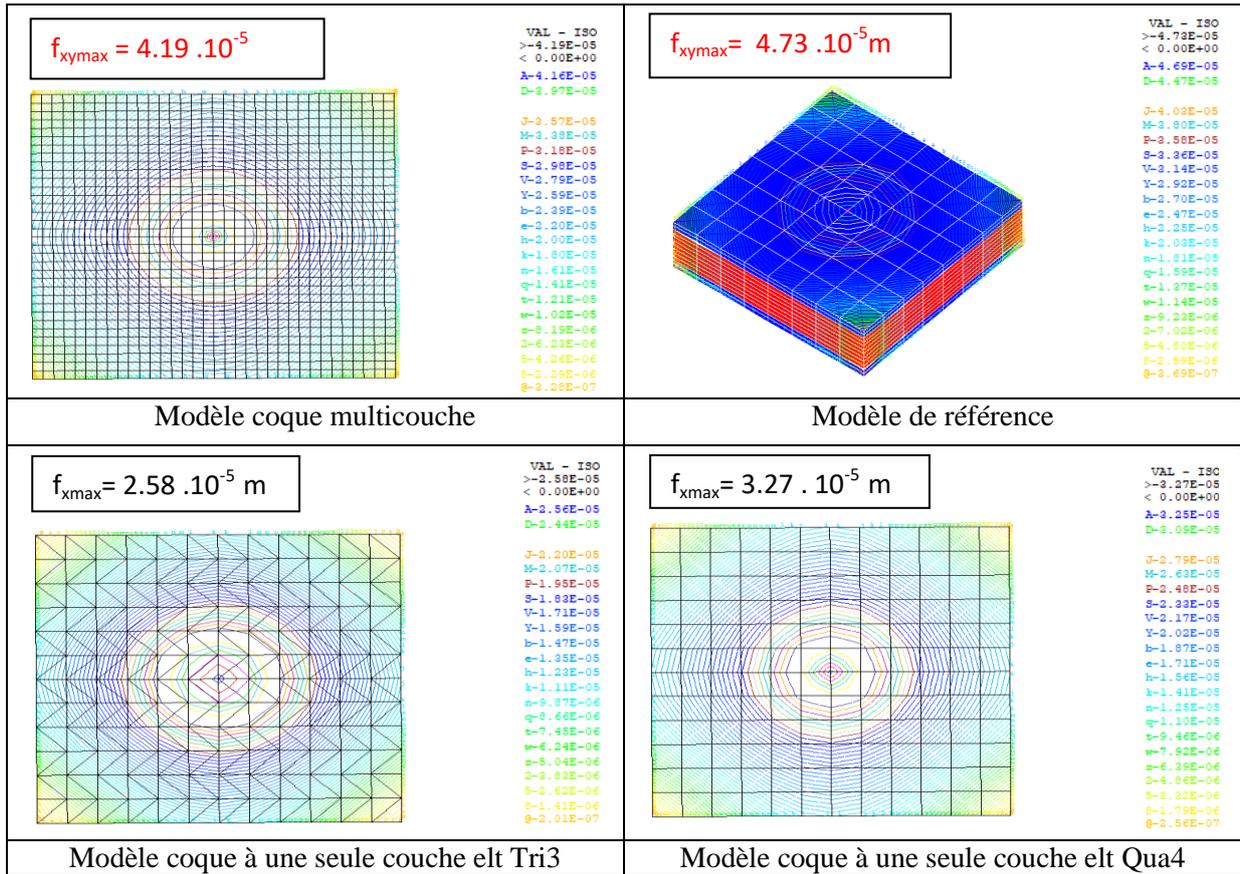


Fig.4.35. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement concentré

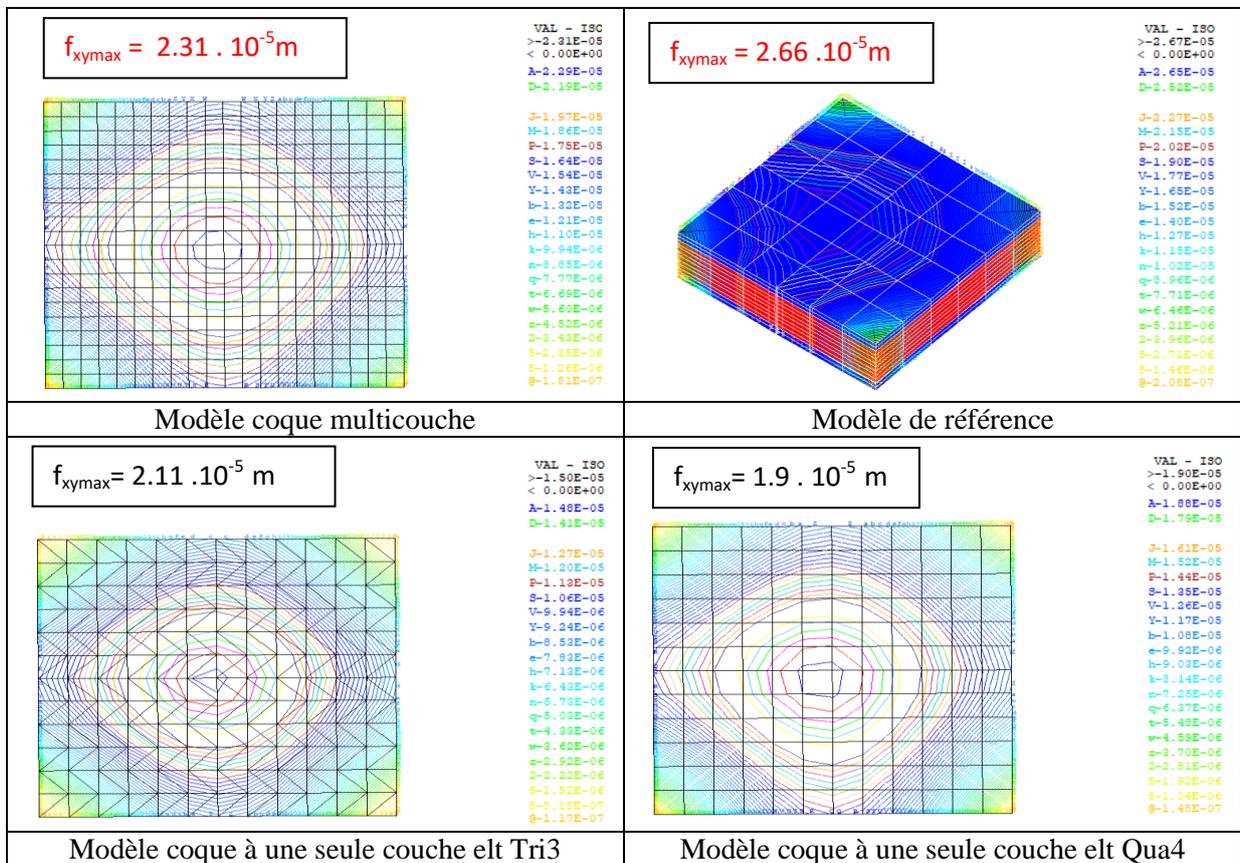


Fig 4.36. Déplacements (f_z) d'une dalle en BA sous un chargement réparti

4.3. Etude plastique

Cette étude est basée sur le comportement des dalles en béton armé comportant une seule ou deux nappes dans le domaine élasto-plastique.

Dans ce contexte nous avons étudié séparément le comportement de la dalle en régimes plaques à une seule nappe d'armature d'une part et à deux nappes d'armatures d'autre part, sous l'effet des grands déplacements pour différentes cas de conditions aux limites (Contour simplement appuyé, Contour encastré et dalle isolée).

- **simplement appuyée Dalle sur un contour**

- **Dalle à une seule nappe d'armatures**

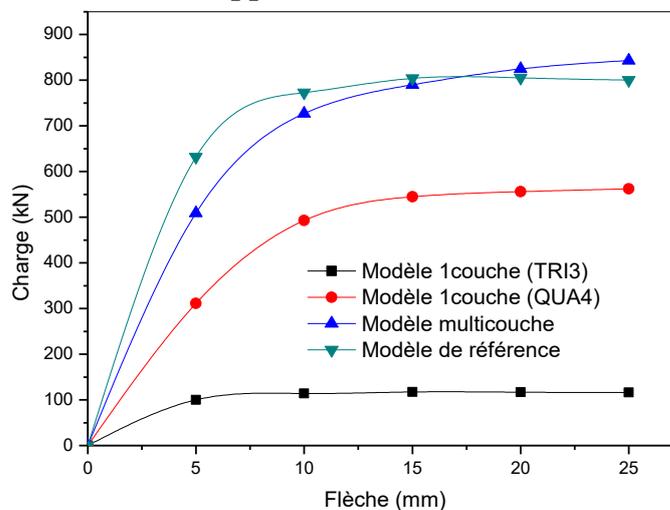


Fig. 4.37. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 1nappe d'armatures simplement appuyée sur son pourtour

D'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.37), il est à remarquer que le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) concorde bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (5.4%).

➤ **Dalle à deux nappes d'armatures**

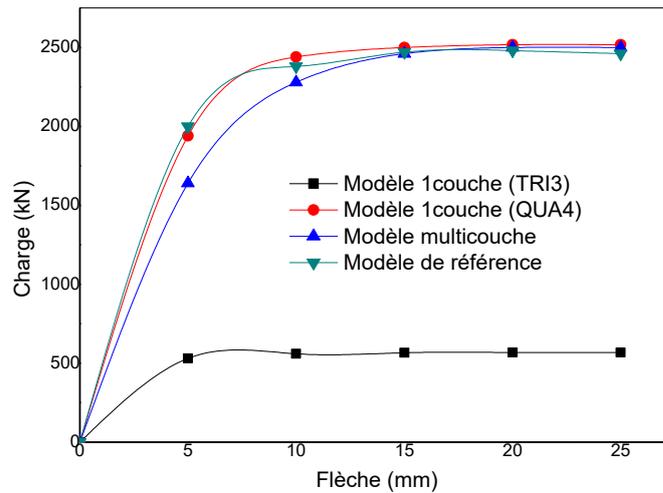


Fig. 4.38. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 2nappes d'armatures simplement appuyée sur son pourtour

De même d'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.38), il est à remarquer que le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) ainsi le modèle en éléments coques une seule couche (COQ4) concorde aussi bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (2.4%).

Dalle encastrée sur un contour

➤ **Dalle à une seule nappe d'armatures**

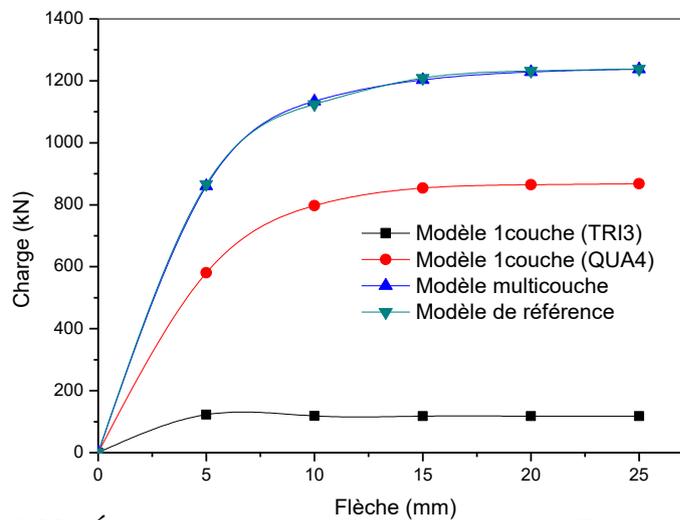


Fig. 4.39. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque à 1nappe d'armatures encastrée sur son pourtour

D'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.39), il est à remarquer que le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) concorde bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (0.1%)

➤ **Dalle à deux nappes d'armatures**

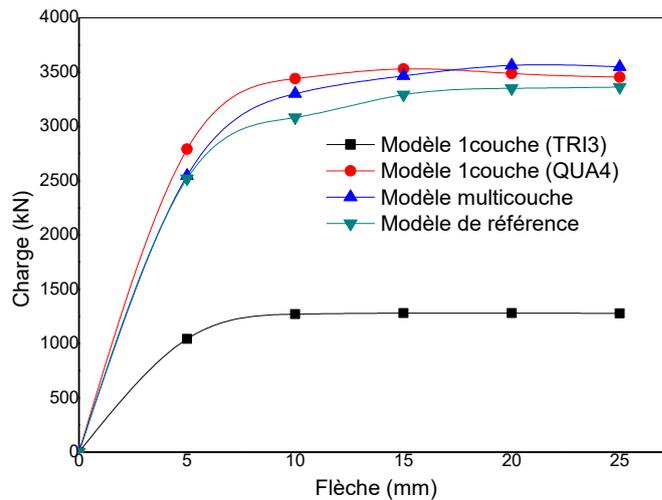


Fig. 4.40. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque

e même d'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.40), il est à remarquer que le à 2nappes d'armatures encastrée sur son pourtour

Modèle en éléments coques multicouches (COQ4) ainsi le modèle en éléments coques une seule couche (COQ4) concorde aussi bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (5.5%).

- **Dalle isolée (reposant sur ses quatre coins)**

➤ **Dalle à une seule nappe d'armatures**

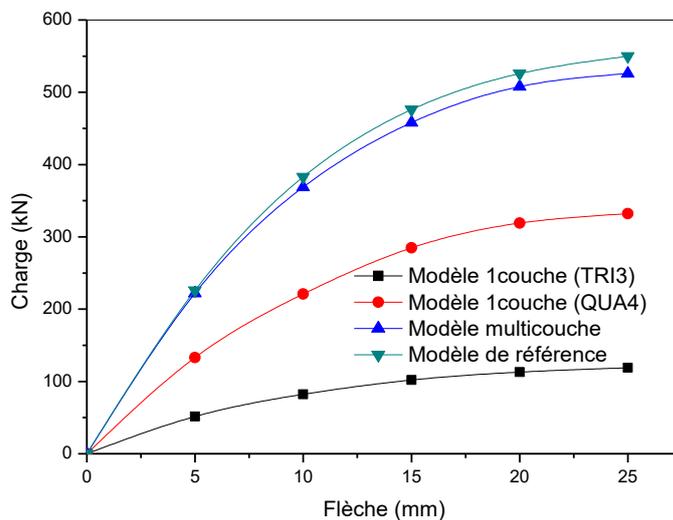


Fig. 4.41. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque isolée à 1nappe d'armatures

D'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.41), il est à remarquer que le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) concorde bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (4.4%)

➤ **Dalle à deux nappes d'armatures**

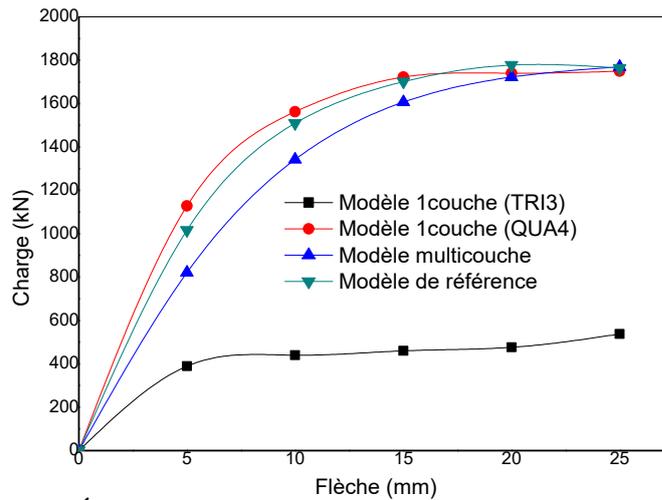


Fig. 4.42. Évolution charge- flèche d'une dalle (B.A) en régime plaque isolée à 1nappe d'armatures

De même d'après les graphes de la figure ci-dessus (figure4.42), il est à remarquer que le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) ainsi le modèle en éléments coques une seule couche (COQ4) concorde aussi bien avec le modèle de référence ; d'où un écart de différence dans l'ordre de (0.8%).

4.4 Conclusion

Grâce au modèle adoptée comme référence dans le chapitre précédent (chap.3),et afin de présélectionner le modèle adopté qui semble bien convenir à l'étude des comportements mécaniques des dalles en béton armé dans le domaine linéaire de type élastique et le domaine non linéaire de type élasto- plastique, nous avons dans ce chapitre testé le code de calcul Cast3m dans le cas de divers exemples. Il s'agit de dalles en béton armé en deux configurations distinctes, dalles comportant une seule nappe d'armatures et dalles deux nappes d'armatures, avec des conditions aux limites et des sollicitations représentatives des cas envisageables.

L'utilisation de ce logiciel nécessite l'élaboration des programmes à base d'éléments finis pour chaque type de calcul sur le comportement des dalles en béton armé sous l'effet des charges appliquées (charge ponctuelle ,charge répartie) ou des déplacements imposées.

Concernant les résultats trouvés, nous avons présenté dans un premier lieu ceux relatifs aux comportements des dalles en béton armé sollicitées en flexion simple à l'état élastique.

Nous avons ensuite présenté les résultats sur le comportement des dalles en béton armé à l'état élasto-plastique sollicitées en flexion simple.

Conclusion générale

Conclusion générale

Les objectifs principaux de notre travail étaient, d'élaborer des modèles numériques pour l'étude du comportement des dalles en béton armé en deux configurations distinctes (avec une seule nappe d'armatures et/ou avec deux nappes d'armatures) sous l'effet d'un chargement transversal et d'autre part, de présélectionner parmi ces derniers le support géométrique simple et fiable qui ne soit pas trop complexe au détriment du temps de calcul en termes de construction et d'exécution et le plus adapté qui semble bien convenir à l'étude des comportements mécaniques des dalles après avoir mené une analyse numérique dans le domaine linéaire (étude des contraintes normales et de la flèche) et dans le domaine non linéaire.

Dans ce travail de recherche une étude comparative a été faite entre un modèle dit de référence (modèle volumique en éléments finis CUB8) défini à la base du modèle représentatif au comportement réel, et d'autres modèles numériques de géométries différentes basés sur le logiciel d'éléments finis en 3D CAST3M (modèle en éléments finis COQ4-multicouches, modèle en éléments finis COQ4-une seule couche et modèle en éléments finis une seule couche TRI3), dont le but est de choisir celui qui ne sera pas complexe au détriment du temps de calcul.

Le modèle de référence volumique 3D (CUB8), bien que pertinent pour caractériser le comportement en service des dalles en béton armé, ne permet pas de réaliser des calculs à l'avantage d'un temps de calcul conséquent.

Grâce aux modèles 3D présélectionnés, développés ci-haut décrits dans le chapitre 4, nous avons pu mettre en évidence l'influence de la souplesse de ces supports sur le comportement des dalles en béton armé.

Les conclusions suivantes ont été abordées :

- **Domaine linéaire :**

-le modèle coque à une seule couche (Tri3) concorde bien au modèle de référence pour les trois cas de conditions aux limites d'une dalle (simplement appuyée sur son contour, encastrée sur son contour et reposant sur ses quatre coins), comportant une seule nappe d'armatures.

-le modèle coque multicouche (Qua4) simule bien le modèle de référence pour les trois cas de conditions aux limites d'une dalle (simplement appuyée sur son contour, encastrée sur son contour et reposant sur ses quatre coins), comportant deux nappes d'armatures.

- **Domaine non-linéaire :**

-le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) concorde bien avec le modèle de référence pour les trois cas de conditions aux limites d'une dalle (simplement appuyée sur son contour, encastrée sur son contour et reposant sur ses quatre coins), comportant une seule nappe d'armatures.

-le modèle en éléments coques multicouches (COQ4) ainsi le modèle en éléments coques une seule couche (COQ4) concorde aussi bien avec le modèle de référence pour les trois cas de conditions aux limites d'une dalle (simplement appuyée sur son contour, encastrée sur son contour et reposant sur ses quatre coins), comportant deux nappes d'armatures.

En résumé, le travail entrepris a permis de montrer la fiabilité des modèles numériques présélectionnés représentatifs de la réalité et suffisamment souples, élaborer dans le sens de permettre à bien mener des analyses numériques dans les domaines linéaire et non linéaire pour prédire le comportement mécanique des dalles en béton armé.

Les références Bibliographiques

Les références bibliographiques

- [1] **Ngo, ET Scordelis, A.C.** (1967). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," Journal of ACI, Vol. 64, No. 3, pp. 152-163
- [2] **Bresler, B. and Bertero, V.V.** (1968). "Behavior of Reinforced Concrete Under Repeated Load". Journal of the Structural Division, **ASCE**, Vol. 94, No. ST6, pp. 1567-1590.
- [3] **Rashid, Y.R.** (1968). "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels". Nuclear Engineering and Design, Vol. 7, No. 4, pp. 334-344.
- [4] **Selna, L.G.** (1969). "Creep, Cracking and Shrinkage in Concrete Frame Structures". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 95, No. ST12, pp. 2743-2761.
- [5] **Franklin, H.A.** (1970). "Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels". Ph.D. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, SEMM 70-5.
- [6] **Cervenka, V.** (1970). "Inelastic Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels". Ph.D. Dissertation, University of Colorado, Boulder.
- [7] **Jofriet, J.C. and McNeice, G.M.** (1971). "Finite Element Analysis of RC Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST3, pp. 785-806.
- [8] **Nilson, A.H.** (1972). "Internal Measurement of Bond Slip". Journal of ACI, Vol. 69, Title No. 7, pp. 439-441. Owen, J. and Hinton, E. (1978). Finite Elements in Plasticity, Pineridge Press, Swansea.
- [9] **Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C.** (1972). "Elasto-Plastic Stress Analysis". International Journal of Numerical Methods in Engineering, Vol. 5, pp. 113-135.
- [10] **Suidan, M.T. and Schnobrich, W.C.** (1973). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST10, pp. 2109-2122
- [11] **Dotroppe, J.C., Schnobrich, W.C. and Pecknold, D.A.** (1973). "Layered Finite Element Procedure for Inelastic Analysis of Reinforced Concrete Slabs". IABSE Publication, Vol. 33-

- [12] **Hand, F.R., Pecknold, D.A. and Schnobrich, W.C.** (1973). "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST7, pp. 1491-1505.
- [13] **Jain, S.C. and Kennedy, J.B.** (1974). "Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST3, pp. 631-644.
- [14] **Scanlon, A. and Murray, D.W.** (1974). "Time Dependent Reinforced Concrete Slab Deflections". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST9, pp. 1911-1924.
- [15] **Becker, J.M. and Bresler, B.** (1974). "**FIRES-RC-A** Computer Program for the Fire Response of Structures-Reinforced Concrete Frames". Report No. UCB/FRG 743, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.
- [16] **Lin, C.S. and Scordelis, A.C.** (1975). "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 101, No. ST3, pp. 523-538.
- [17] **Rajagopal, K.R.** (1976). "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beams, Beam-Columns and Slabs by Finite Elements". Ph.D. Dissertation, Iowa State University.
- [18] **Vebo, A. and Ghali, A.** (1977). "Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 103, No. ST3, pp. 515-531.
- [19] **Gilbert, R.I. and Warner, R.F.** (1978). "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST12, pp. 1885-1900.
- [20] **Bashur, F.K. and Darwin, D.** (1978). "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST1, pp. 157-170.
- [21] **Cope, R.J., Rao, P.V., Clark, L.A. and Norris, R.** (1980). "Modeling of Reinforced Concrete Behavior for Finite Element Analysis of Bridge Slabs". Numerical Methods for Nonlinear Problems, C. Taylor, E. Hinton and D.R.J. Oden, eds., Pineridge Press, Swansea, pp. 457-470.
- [22] **Bazant, Z.P. and Cedolin, L.** (1980). "Fracture Mechanics of Reinforced Concrete". Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 106, No. EM6, pp. 1287-1306.
- [23] **de Groot, A.K., Kusters, G.M.A. and Monnier, T.** (1981). "Numerical Modeling of Bond-Slip Behavior". Heron, Concrete Mechanics, Vol. 26, No. 1B.

- [24] **ASCE Task Committee on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures.** (1982). State-of-the-Art Report on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete, **ASCE Special Publications.**
- [25] **Vecchio, F. ET Collins, M.P.** (1982). "The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stress". Publication No. 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada.
- [26] **Gupta, A.K. and Akbar, H.** (1983). "A Finite Element for the Analysis of Reinforced Concrete Structures". *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 19, pp. 1705-1712.
- [27] **Bazant, Z.P. and Oh, B.H.** (1983). "Crack Band Theory for Fracture of Concrete". *Materials and Structures, RILEM, Paris*, Vol. 16, pp. 155-176
- [28] **de Borst, R. and Nauta, P.** (1985) "Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model". *Engineering Computations*, Vol. 2, pp. 35-46.
- [29] **Meyer, C. and Okamura, H.,** eds. (1985). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures". *Proceedings of the US-Japan Joint Seminar on Finite Element Analysis of Reinforced Concrete*, Tokyo, Japan.
- [30] **Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A. and Blaauwendraad, J.** (1985). "Smeared Crack Approach and Fracture Localization in Concrete". *HERON*, Vol. 30, No. 1, pp. 3-48.
- [31] **Adeghe, L.N. and Collins, M.P.** (1986). "A Finite Element Model for Studying Reinforced Concrete Detailing Problems". Publication No. 86-12, Department of Civil Engineering, University of Toronto.
- [32] **Barzegar, F. and Schnobrich, W.C.** (1986). "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete under Short Term Monotonic Loading". *Civil Engineering Studies SRS No. 530*, Univ. of Illinois et Urbana, Illinois.
- [33] **Leibengood, L.D., Darwin, D. and Dodds, R.H.** (1986). "Parameters Affecting FE Analysis of Concrete Structures," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 112, No. 2, pp. 326-341.

- [34] **Abdel Rahman, H.H. and Hinton, E.** (1986). "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Stiffened and Cellular Slabs". Computers & Structures, Vol. 23, No. 3, pp. 333-350.
- [35] **Keuser, M. and Mehlhorn, G.** (1987). "Finite Element Models for Bond Problems". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 10, pp. 2160- 2173 .
- [36] **Balakrishnan, S. and Murray, D.W.** (1988). "Concrete Constitutive Model for NLFE Analysis of Structures". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 7, pp. 1449-1466.
- [37] **Bergmann, R. ET Pantazopoulou, V. A.** (1988). "Finite Element for R/C Shear Walls Under Cyclic Loads". Department of Civil Engineering, Report UCB/SEMM-88/09, University of California, Berkeley, 1988.
- [38] **Cervenka, V., Eligehausen, R. and Pukl, R.** (1990). "SBETA-Computer Program for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures". Report 90/1, Institute of Building Materials University of Stuttgart
- [39] **Kwak, H.G.** (1990). "Material Nonlinear Finite Element Analysis and Optimal Design of Reinforced Concrete Structures". Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, **KAIST, Korea.**
- [40] **CEA** (Commissariat à l’Energie Atomique) « CAST3M Website », <http://www-cast3m.cea.fr>
- [41] **J. DULAC**, « Comportement dynamique élasto-plastique des dalles en béton armé. Essais CEMETE –Dalles 8 à 12 », Note EDF : ESE/GC/82/13/A, Décembre 1979.
- [42] **S. BOUKARI**, « Contribution à l’étude des potentialités du béton armé de haute performance par simulation numérique à l’aide des éléments finis », Thèse de Doctorat INSA de Toulouse, France, 2000.
- [43] **M. LEMAIRE**, « Construction d’un code de calcul par éléments finis. Elaboration d’un modèle de la fissuration et de la plastification de pièces en béton », Thèse de Doctorat INSA de Lyon, France, 1975.