

République Algérienne Démocratique et Populaire

Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun de Tiaret

Faculté des Sciences Appliquées

Département de Génie Mécanique



## MÉMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du Diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Option : Énergétique

**Thème**

Etude énergétique  
d'un four à induction pour fonderie

Préparé par :

**LAGUEMEDJ Ikram**

Soutenu publiquement le : 14 / 10 / 2020, devant le jury composé de :

M. ZAGANE Mohammed El Sallah.	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun) Président
M. CHAIB Khaled.	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun) Examineur
M. MOULGADA Abdelmadjid	Maître de Conférences "A" (Univ. Ibn Khaldoun) Examineur
M. GUEMMOUR Mohamed Boutkhal.	Maître de Conférences "B" (Univ. Ibn Khaldoun) Encadreur

Année universitaire : 2019 - 2020

---

# ***R E M E R C I E M E N T S***

Je remercie Dieu le tout puissant de m'avoir donné la santé et la volonté d'entamer et de terminer ce mémoire.

Je tiens avant tout à remercier chaleureusement Monsieur **GUEMMOUR Mohamed Boutkhal**, Maître de conférence (B) à l'université Ibn-Khaldoun de Tiaret d'avoir confié ce sujet de thèse et encadré mon travail. En me faisant confiance depuis le début de mon travail, il a su diriger ce travail tout en me laissant une complète autonomie. Je le remercie non seulement pour la qualité scientifique de son encadrement mais également pour l'inestimable qualité humaine dont il a toujours fait preuve.

Je remercie tout autant Monsieur **ZAGANE Mohammed El Sallah**, Maître de conférences classe « B » à l'université Ibn-Khaldoun de Tiaret pour avoir accepté de présider le jury de mon mémoire.

Mes sincères remerciements vont également à Monsieur **CHAIB Khaled** Maître de conférences classe « A » et Monsieur **MOULGADA Abdelmadjid** Maître de conférences classe « A » tous les deux enseignants à l'université Ibn-Khaldoun de Tiaret qui ont fait l'honneur d'être examinateurs de mon mémoire, et qui ont consacré de leur précieux temps à l'examen et à l'évaluation de mon travail. Je les remercie vivement pour l'intérêt qu'ils ont porté à mon travail afin de l'expertiser avec une grande efficacité et une grande rapidité, ainsi que pour la patience et la pertinence dont ils ont fait preuve à la lecture de ce document.

---

## ***D E D I C A C E S***

Je dédie ce modeste travail à la lumière de mes jours, la source de mes efforts, la flamme de mon cœur, ma vie et mon bonheur « **maman** » et « **ma tante** » que J'adore aucun hommage ne pourrait être à la hauteur de l'amour Dont elles ne cessent de me combler. Que dieu leur procurent bonne santé et longue vie. Aux personnes dont j'ai bien aimé la présence dans ce jour, à tous mes frères **Mohamed** et **Fethi** et ma sœur **Nassima**, mes cousins et cousines maternels sans oublier une pensée à ma grand-mère et à toute la famille **OUIDAH** aux personnes qui m'ont toujours aidé et encouragé, qui étaient toujours à mes côtés, et qui m'ont accompagné durant mon chemin d'études supérieures, mes aimables amis, collègues d'étude, à mes sœurs de cœur **Souhila, hanane, imane, rihab.ikram.**

À mes camarades. Et à tous ceux qui ont contribué de près ou de loin pour que Ce travail soit possible, je vous dis **MERCI.**

# LISTE DES FIGURES

## CHAPITRE I : RAPPEL SUR LES MODES DU TRANSFERT DE CHALEUR

<b>Figure I.1:</b> Accroissement de la fonction $T(x,y,z)$ entre deux isothermes.....	06
<b>Figure I.2:</b> Sens d'écoulement de la chaleur .....	10
<b>Figure I.3:</b> Bilan énergétique en coordonnées cartésiennes.....	12
<b>Figure I.4:</b> Volume de contrôle élémentaire, en coordonnées cylindriques $(r,\theta,z)$ .....	15
<b>Figure I.5:</b> Volume de contrôle élémentaire, en coordonnées sphérique $(r,\theta,\Psi)$ .....	17
<b>Figure I.6:</b> Différents types de problèmes en transfert thermique par convection .....	19
<b>Figure I.7:</b> transfert de chaleur par rayonnement.....	22
<b>Figure I.8 :</b> flux de chaleur à travers une surface élémentaire.....	25
<b>Figure I.9:</b> Schéma de définition des angles dans la formule de Bouguer.....	25
<b>Figure I.10 :</b> Emittance monochromatique d'un corps noir à deux températures différentes.....	27
<b>Figure I.11 :</b> Intensité par rapport à l'axe x.....	29
<b>Figure I.12 :</b> Interprétation graphique de la loi de Lambert .....	29

## CHAPITRE II : LES FOURS ELECTRIQUES INDUSTRIELS

<b>Figure II.1 :</b> four à cubilot .....	37
<b>Figure II.2 :</b> four à creuset .....	38
<b>Figure II.3 :</b> four à arc électrique.....	38
<b>Figure II.4 :</b> four à induction .....	38
<b>Figure II.5 :</b> four à flamme renversée.....	39
<b>Figure II.6 :</b> four électrique .....	39
<b>Figure II.7 :</b> Les fours au gaz ou mazoute.....	39
<b>Figure II.8 :</b> Fours à basse température l'omniciseur vitalité.....	38
<b>Figure II.9 :</b> four à induction .....	41

## CHAPITRE III : SIMULATION NUMERIQUE PAR CFD

<b>Figure III.1:</b> L'organigramme de la FONDAL .....	46
<b>Figure III.2:</b> Organigramme D'Algériennes des Fonderies de Tiaret .....	47
<b>Figure III.3:</b> Etapes du processus de fonderie .....	48
<b>Figure III.4 :</b> Principe du chauffage par induction.....	49
<b>Figure III.5 :</b> four de fusion à induction électromagnétique .....	51
<b>Figure III.6:</b> ensemble creuset bobine du four à induction .....	55
<b>Figure III.7:</b> Géométrie adoptée pour la simulation magnétique thermique .....	56
<b>Figure III.8:</b> Gestions et définitions des matériaux dans l'environnement de Mechanical APDL .....	57

<b>Figure III.9:</b> maillage des zones de simulation .....	60
<b>Figure III.10:</b> Choix du régime d'analyse.....	60
<b>Figure III.11:</b> Définition du chargement .....	61
<b>Figure III.12:</b> Définition du pas de chargement .....	61
<b>Figure III.13:</b> Affichage des options du pas de chargement .....	62
<b>Figure III.14:</b> Lancement des calculs pour la solution .....	62
<b>Figure III.15:</b> Demande de confirmation pour lancement des calculs .....	62
<b>Figure III.16:</b> Message de confirmation sur la l'achèvement de la solution.....	62
<b>Figure III.17:</b> Définition du pas de chargement .....	63
<b>Figure III.18:</b> Liste des différents output de l'analyse magnétique .....	63
<b>Figure III.19:</b> Répartition de l'intensité du flux du champ magnétique .....	64
<b>Figure III.20 :</b> La paroi du creuset sélectionnée pour analyse thermique .....	65
<b>Figure III.21 :</b> Ajouter une analyse thermique à une analyse magnétique.....	65
<b>Figure III.22 :</b> Définition de la variable Température pour l'analyse thermique.....	66
<b>Figure III.23:</b> Définition du régime transitoire pour l'analyse thermique .....	66
<b>Figure III.24:</b> Déclaration de la température initiale pour la simulation.....	67
<b>Figure III.25:</b> Importation du fichier contenant le chargement magnétique .....	67
<b>Figure III.26:</b> Options pour le contrôle de la solution.....	68
<b>Figure III.27:</b> Présentateur des résultats .....	69
<b>Figure III.28:</b> Répartition des températures générée par la bobine dans la paroi du creuset .....	69

---

# LISTE DES TABLEAUX

## CHAPITRE I : RAPPEL SUR LES MODES DU TRANSFERT DE CHALEUR

<b>Tableau I.1:</b> Analogie entre les lois de Fourier, loi d'Ohm et loi de Fick .....	12
<b>Tableau I.2:</b> Valeurs des constantes N et C et expression du nombre de Nusselt pour le régime laminaire et le régime turbulent .....	21

## CHAPITRE II : LES FOURS ELECTRIQUES INDUSTRIELS

<b>Tableau II.1 :</b> les avantages et les inconvénients d'un four à induction.....	43
-------------------------------------------------------------------------------------	----

## CHAPITRE III : SIMULATION NUMERIQUE PAR CFD

<b>Tableau III.1:</b> Logiciels produits par la société ANSYS.....	52
<b>Tableau III.2:</b> élément pour spécification du problème .....	54
<b>Tableau III.3:</b> propriétés thermiques .....	56
<b>Tableau III.4:</b> propriétés magnétiques .....	57

---

# SOMMAIRE

INTRODUCTION GENERALE .....	02
-----------------------------	----

## CHAPITRE I : RAPPEL SUR LES MODES DU TRANSFERT DE CHALEUR

I.1. Introduction .....	05
I.2. Notions fondamentales .....	05
I.2.1. Température $T$ .....	05
I.2.2. Chaleur $Q$ .....	09
I.2.3. Flux de chaleur $\Phi$ .....	10
I.2.4. Densité de flux de chaleur $\varphi$ .....	11
I.3. Conduction thermique .....	11
I.3.1. Loi de Fourier .....	11
I.3.2. Conduction thermique .....	12
I.3.2.1. Bilan énergétique en coordonnées cartésiennes .....	12
I.3.2.2. Bilan énergétique en coordonnées cylindriques .....	15
I.3.2.3. Bilan énergétique en coordonnées sphériques .....	17
I.4. Convection thermique .....	19
I.4.1. Définitions .....	19
I.4.2. Convection libre (ou naturelle) .....	20
I.4.2.1. Coefficient de convection en convection libre .....	20
I.4.3. Convection forcée .....	21
I.5. Rayonnement thermique .....	22
I.5.1. Définition .....	22
I.5.2. Phénomène du rayonnement thermique .....	23
I.5.3. Caractéristiques de la source de rayonnement .....	24
I.5.3.1. Flux rayonnant .....	24
I.5.3.2. Émittance énergétique .....	26
I.5.3.3. Emittance ou Radiance $M$ .....	28
I.5.4. Lois du rayonnement .....	29
I.5.4.1. Loi de Lambert .....	29
I.5.4.2. Coefficients des radiations .....	30
I.5.4.3. Corps noir .....	30
I.5.4.4. Rayonnement noir .....	30
I.5.4.5. Facteurs d'émission d'un corps non noir .....	30

---

<b>I.5.4.6.</b> Corps en équilibre thermique .....	31
<b>I.6.</b> Conclusion.....	32

## **CHAPITRE II : LES FOURS ELECTRIQUES INDUSTRIELS**

<b>II.1.</b> Introduction.....	34
<b>II.2.</b> Les Fours Electrique Industriels .....	34
<b>II.2.1.</b> Généralités .....	34
<b>II.2.2.</b> Définition d'un Four .....	35
<b>II.2.3.</b> Fonctionnement.....	35
<b>II.2.4.</b> Classification des Fours Industriels .....	35
<b>II.2.4.1.</b> Fours à Haute Température.....	36
<b>II.2.4.2.</b> Fours à Basse Température.....	39
<b>II.3.</b> Le Four à Induction.....	40
<b>II.3.1.</b> Historique.....	40
<b>II.3.2.</b> Définition d'un four à induction .....	40
<b>II.3.3.</b> Principe de Fonctionnement d'un Four à Induction .....	41
<b>II.3.3.1.</b> Applications Industrielles des Fours à Induction.....	42
<b>II.3.3.2.</b> Four à induction Kjellin .....	42
<b>II.3.3.3.</b> Les avantages et les Inconvénients d'un Four à Induction .....	43
<b>II.4.</b> Conclusion .....	43

## **CHAPITRE III : SIMULATION NUMERIQUE PAR CFD**

<b>III.1.</b> Introduction .....	46
<b>III.2.</b> Présentation de l'entreprise ALET .....	46
<b>III.2.1</b> Filiale FONDAL.....	46
<b>III.2.2.</b> Fiche technique de l'unité .....	47
<b>III.2.3.</b> Atelier fonderie fonte .....	48
<b>III.3.</b> Description de problème .....	49
<b>III.3.1.</b> Chauffage par induction .....	49
<b>III.3.2.</b> Chauffage par induction électromagnétique.....	51
<b>III.4.</b> simulation numérique .....	52
<b>III.4.1.</b> Environnements logiciels .....	52
<b>III.4.1.1.</b> Environnement Apdl (Ansys parametric design language).....	53
<b>III.4.1.2.</b> Environnement Ansys workbench.....	53

---

<b>III.4.2.</b> Logiciel Ansys Mechanical APDL53	
<b>III.4.2.1.</b> Spécification du problème .....	54
<b>III.4.2.2.</b> Description du problème .....	55
<b>III.4.2.3.</b> Définition de la géométrie .....	56
<b>III.4.2.4.</b> Définition des différentes matières à utilisé .....	56
<b>III.4.2.5.</b> Génération de maillage.....	58
<b>III.4.2.6.</b> Application des chargements électrique.....	60
<b>III.4.2.7.</b> Solution du problème magnétique.....	62
<b>III.4.2.8.</b> Solution du problème thermique .....	64
<b>III.5.</b> Conclusion .....	70
<b>CONCLUSION GENERALE</b> .....	72
<b>BIBLIOGRAPHIES</b> .....	74

---

---

**INTRODUCTION  
GÉNÉRALE**

---

---

Le présent travail s'intègre dans un contexte technologique, en relation avec le secteur de l'industrie mécanique et plus particulièrement celui de la fonderie. L'outil de production dédié à ce type de technologie est composé essentiellement d'équipements destinés à faire fondre le métal et le mettre dans des moules pour obtenir des pièces rigides de formes variées et complexes. Parmi les équipements les fours de fonderie sont la clé du processus.

Lors de la conception des systèmes ou des objets techniques à dominante énergétique, tels que les échangeurs de chaleur, les évaporateurs, les condenseurs, les colonnes de distillation, les réacteurs, les fours, les chaudières, les moteurs à combustion, etc...., les problèmes rencontrés par un ingénieur en matière de caloportage d'énergie se ramènent généralement à l'un ou l'autre de ces deux problèmes :

- **Problème 01** : Rechercher la manière la plus efficace de transférer une quantité de chaleur donnée entre deux systèmes matériels par unités de temps.
- **Problème 02** : Rechercher comment limiter ou favoriser les déperditions calorifiques à travers une interface.

La résolution de ces problèmes par un thermicien le pousse à: poser ou définir le problème, s'informer sur les différents aspects du problème, rechercher des solutions, retenir une solution en tenant compte des objectifs fixés, des contraintes (technologiques, économiques, financières, etc...) et en fin mettre en œuvre une solution en contrôlant son application. L'accent étant mis sur la phase définition du problème, cette dernière consiste en une analyse sur trois niveaux multicritères.

Le premier niveau concerne la nature du milieu matériel du système énergétique, qui peut être homogène ou hétérogène, isotrope ou non isotrope (anisotrope, orthotrope), ses dimensions pouvant être finies ou infinies. Ainsi que le contact ou pas du milieu avec des sources de chaleur internes ou externes.

Le deuxième niveau concerne les régimes pris par l'évolution thermodynamique du système énergétique. Généralement, un système en état d'équilibre est caractérisé par des variables d'état uniformes et constantes. Cependant, s'il est soumis à certaines conditions, il peut se trouver en état de déséquilibre. Le caractère de déséquilibre peut être classé en quatre types de régimes :

- **les régimes permanents**: La température en tout point du milieu est indépendante du temps, l'état de déséquilibre est entretenu par des sources de chaleur constantes.
- **les régimes transitoires**: La température en tout point du milieu dépend du temps, l'état de déséquilibre est provoqué par un changement instantané des sources de chaleur.

- Le système évolution d'un système d'un état initial (permanent ou en équilibre) vers un état final (permanent ou en équilibre); le champ de température dépend du champ de température initial. Cependant, l'influence de celui-ci s'estompe avec le temps.
- **les régimes variables** pour lesquels les sources évoluent constamment, le champ de température dépend des valeurs instantanées des sources et des évolutions antérieures.
- **les régimes périodiques établis** pour lesquels la température, en tout point, effectue des oscillations périodiques indépendantes du champ de température initial.

Le troisième niveau concerne les modes d'échanges et de transferts d'énergie au sein du même système matériel ou bien entre systèmes matériels différents. Ce niveau d'analyse considère le transfert d'énergie thermique résultant des trois mécanismes ou modes de propagation de la chaleur à savoir **la diffusion ou conduction thermique, la convection et le rayonnement**. Bien que ces trois mécanismes obéissent à des lois bien différentes ils peuvent parfois être mis en jeu simultanément.

Pour ce faire, notre mémoire a été structuré en trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à différents modes de transfert thermiques. Le deuxième chapitre présente l'un des systèmes énergétiques à savoir les fours électriques industriels et en particulier les fours à induction. Le troisième chapitre est une simulation numérique du phénomène du chauffage par induction pour la fusion de la fonte. Enfin, une conclusion et des perspectives sont présentées.

---

*Chapitre 01*

---

**RAPPEL SUR LES MODES  
DE  
TRANSFERT THERMIQUE**

---

## I.1. INTRODUCTION

Le premier principe de la thermodynamique stipule que l'énergie doit être conservée lors de l'évolution d'un processus physique. Le deuxième principe de la thermodynamique affirme qu'à lui, que le processus aura lieu dans un sens et que l'énergie échangée aura une qualité et une quantité. Ainsi, un processus thermodynamique ne peut avoir lieu que s'il satisfait le premier et le deuxième principe[1]. Suite à l'existence d'une différence de températures entre deux endroits appartenant à un même système matériel ou à des systèmes matériels différents, on assiste à une propagation de l'énergie thermique d'un point chaud vers un point froid. Ce transit d'énergie est dénommé transfert thermique ou transfert de chaleur. Donc, aux premiers abords, le transfert de chaleur obéit aux principes fondamentaux de la thermodynamique.

Cependant, les lois de la thermodynamique n'étant pas suffisantes pour expliquer de quelle manière s'effectue le transit thermique ou de prévoir la vitesse avec laquelle il évolue, le transfert de chaleur est régi par d'autres lois soit analytiques ou empiriques. En général, l'évolution du transfert thermique est gouvernée par les principes de la thermodynamique et l'équation de la Chaleur ce qui le rend l'un des phénomènes les plus répandus en matière d'échanges d'énergie.

## I.2. NOTIONS FONDAMENTALES

### I.2.1. Température $T$

#### 1°. Concept de température

Du point de vue microscopique, les particules qui composent la matière (molécules ou atomes) ne sont jamais au repos. Etant en agitation permanente elles possèdent une certaine énergie cinétique. La thermodynamique statistique montre que :

- la température est la manifestation à l'échelle macroscopique du mouvement des atomes et molécules.
- la température est une mesure indirecte du degré d'agitation microscopique des particules. Plus l'agitation est grande, plus la température est élevée. Si l'agitation cesse, c'est le zéro "absolu".

La fonction de distribution des particules porteuses d'énergie cinétique est régie par l'équation de Boltzmann de la théorie cinétique. Ainsi, le concept de la température est directement lié à l'énergie cinétique moyenne due au mouvement des atomes et molécules du corps par la relation :

$$\frac{1}{2} m \bar{v}^2 = \frac{3}{2} k_B T \quad (I.1)$$

Ou bien:

$$T = \frac{1}{3} \frac{m \bar{v}^2}{k_B} \quad (I.2)$$

2° Champ de température

Si une grandeur physique possède une valeur définie en chaque point de l'espace ou d'une portion de l'espace, elle définit le champ de cette grandeur. Si la grandeur considérée est un scalaire, on dit que le champ est scalaire, si la grandeur considérée est un vecteur, on dit que le champ est vectoriel [2]. Dans notre cas, il s'agit de la température. C'est une grandeur scalaire qui définit un champ scalaire. Pour définir un tel champ, il suffit de définir une fonction de point  $T(M)$ , tel que:

- En coordonnées cartésiennes:  $T(M) = T(x, y, z, t)$
  - En coordonnées cylindriques:  $T(M) = T(r, \theta, z, t)$
  - En coordonnées sphériques:  $T(M) = T(r, \theta, \psi, t)$
- (I.3)

La relation (I.3) exprime qu'en chaque point  $M$  du système matériel, la température  $T(M)$  a une valeur définie qui peut varier d'un point à un autre en fonction du temps  $t$ . Ainsi:

- Si le champ de température ne dépend pas du temps  $t$ , c'est-à-dire  $T(M) = T(x, y, z)$ , alors on parle de régime permanent ou stationnaire.
- Si le champs de température dépend du temps  $t$ , c'est-à-dire  $T(M) = T(x, y, z, t > 0)$ , alors on parle de régime transitoire ou in stationnaire.

3°. Vitesse de variation du champ de température

Soit donné (figure I.1) une surface quelconque  $S$  associée à un repère orthonormé direct  $R(O, X, Y, Z)$ . Les surfaces isothermes du champ de température, sont les surfaces telles qu'en tout point de l'espace, la fonction  $T(M)$  garde une valeur constante. En donnant à cette constante différente valeur numérique, on obtient une famille de surfaces équipotentielles.

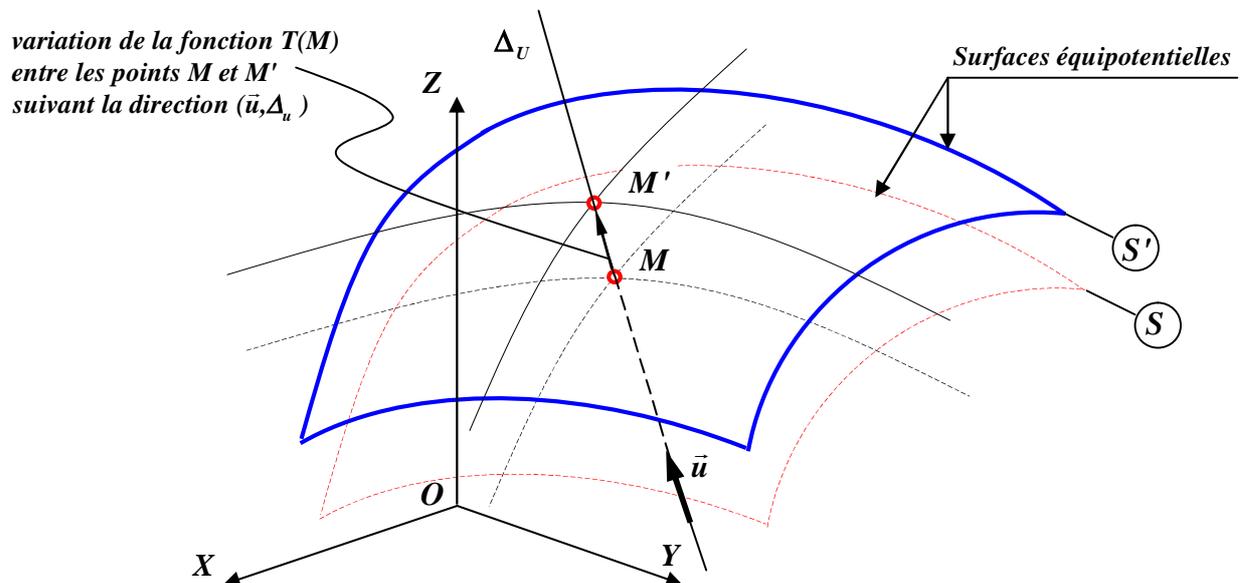


Figure I.1: Accroissement de la fonction  $T(x,y,z)$  entre deux isothermes

Soit un champ scalaire de température défini sur la surface  $S$  par la fonction de point  $T(M) = T(x, y, z)$ . Pour un accroissement le long de la direction  $\Delta_U$  de la fonction  $T(M) = T(x, y, z)$  entre deux points voisins  $M(x, y, z)$  et  $M'(x', y', z')$ , on a :

au point  $M$  la fonction de point  $T(M) = T(x, y, z)$

au point  $M_2$  la fonction de point  $T(M') = T(x', y', z') = T(x + \Delta x, y + \Delta y, z + \Delta z)$ .

Avec  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$  accroissements respectifs des variables  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Les accroissements partiels de la fonction  $T(M) = T(x, y, z)$  suivant les directions  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  sont :

$$\begin{aligned} \Delta T_x &= T(x + \Delta x, y', z') - T(x, y, z) & (a) \\ \Delta T_y &= T(x', y + \Delta y, z') - T(x, y, z) & (b) \\ \Delta T_z &= T(x', y', z + \Delta z) - T(x, y, z) & (c) \end{aligned} \quad (I.4)$$

Les taux d'accroissement partiels de la fonction  $T(M) = T(x, y, z)$  sont obtenus en divisant respectivement les relations (I.4) par  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  et  $\Delta z$ , on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T_x}{\Delta x} &= \frac{T(x + \Delta x, y', z') - T(x, y, z)}{\Delta x} & (a) \\ \frac{\Delta T_y}{\Delta y} &= \frac{T(x', y + \Delta y, z') - T(x, y, z)}{\Delta y} & (b) \\ \frac{\Delta T_z}{\Delta z} &= \frac{T(x', y', z + \Delta z) - T(x, y, z)}{\Delta z} & (c) \end{aligned} \quad (I.5)$$

Les relations (I.5) expriment les vitesses moyennes de variation de la fonction par rapport aux arguments  $x$ ,  $y$  et  $z$ .

Du fait de la continuité de la fonction  $T(M) = T(x, y, z)$ , si on fait tendre  $\Delta x \rightarrow 0$ ,  $\Delta y \rightarrow 0$  et  $\Delta z \rightarrow 0$ , on obtient les dérivées partielles première de la fonction par rapport aux variables  $x$ ,  $y$  et  $z$  tel que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(M)}{\partial x} &= \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta T_x}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{T(x + \Delta x, y', z') - T(x, y, z)}{\Delta x} & (a) \\ \frac{\partial T(M)}{\partial y} &= \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{\Delta T_y}{\Delta y} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{T(x', y + \Delta y, z') - T(x, y, z)}{\Delta y} & (b) \\ \frac{\partial T(M)}{\partial z} &= \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{\Delta T_z}{\Delta z} = \lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{T(x', y', z + \Delta z) - T(x, y, z)}{\Delta z} & (c) \end{aligned} \quad (I.6)$$

Ainsi, les relations (I.6) sont dénommées **vitesse de variation** de la fonction  $T(x, y, z)$  par rapport aux trois directions  $X$ ,  $Y$  et  $Z$ .

Sachant que la fonction  $T(\mathbf{M})$  possède en chaque point un nombre infini de dérivées, la dérivée dans n'importe quelle direction  $(\vec{u}, \Delta_U)$  s'exprime en fonction des dérivées suivant les directions orthogonales  $X$ ,  $Y$  et  $Z$  au moyen de la relation suivante:

$$\frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial u} = \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial x} \cos(\vec{u}, \vec{i}) + \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial y} \cos(\vec{u}, \vec{j}) + \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial z} \cos(\vec{u}, \vec{k}) \quad (I.7)$$

#### 4°. Gradient de température

Soit donné une surface isotherme  $S$  sur laquelle on considère le trièdre de Frenet  $(\vec{b} = \vec{t} \wedge \vec{n})$  d'origine le point  $\mathbf{M}(x, y, z) \in S$  et par lequel passe la courbe  $L$  du chemin de variation du champ scalaire de température  $T(\mathbf{M}) = T(x, y, z)$ . Tel que:

- la normale à la surface est définie par le vecteur unitaire  $\vec{n}$  associé à la droite  $\Delta_N$  ;
- la tangente à la surface est définie par le vecteur unitaire  $\vec{t}$  associé à la droite  $\Delta_T$  tangente à la courbe  $L_1$ ,
- la binormale à la surface est définie par le vecteur unitaire  $\vec{b}$  associé à la droite  $\Delta_B$  tangente à la courbe  $L_2$ .
- la droite  $\Delta_u$  associée à un vecteur unitaire  $\vec{u}$  et tangente à la courbe  $L$  au point  $\mathbf{M}(x, y, z)$ .

En appliquant les relation (I.7) aux niveau du trièdre de Frenet on a:

$$\frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial u} = \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial n} \cos(\vec{u}, \vec{n}) + \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial t} \cos(\vec{u}, \vec{t}) + \frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial b} \cos(\vec{u}, \vec{b}) \quad (I.8)$$

En considérant les hypothèses précédentes, les vitesses de variations locales de  $T(\mathbf{M})$  sont :

##### a. Vitesse de variation la fonction $T(\mathbf{M})$ suivant l'axe $(\vec{t}, \Delta_T)$

Suivant la direction de la tangente  $\Delta_T$ , la fonction  $T(\mathbf{M})$  conserve une valeur constante le long de la courbe  $L_1$  car elle fait partie de l'isotherme. de se fait,

$$\frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial t} = 0 \quad (I.9)$$

##### b. Vitesse de variation la fonction $T(\mathbf{M})$ suivant l'axe $(\vec{b}, \Delta_B)$

Suivant la direction de la binormale  $\Delta_B$ , la fonction  $T(\mathbf{M})$  conserve une valeur constante le long de la courbe  $L_2$  car elle fait partie de l'isotherme. de se fait,

$$\frac{\partial T(\mathbf{M})}{\partial b} = 0 \quad (I.10)$$

### c. Vitesse de variation la fonction $T(M)$ suivant l'axe $(\vec{n}, \Delta_N)$

$$\frac{\partial T(M)}{\partial u} = \frac{\partial T(M)}{\partial n} \cos(\Delta_U, \Delta_N) = \frac{\partial T(M)}{\partial n} \cos(\vec{u}, \vec{n}) \quad (I.11)$$

- Si on porte sur la direction  $\Delta_N$  un vecteur compte tenu du signe du rapport  $\partial T(M)/\partial n$ , alors d'après la relation (1.8), la projection de ce vecteur suivant une direction quelconque de  $L$  donne la dérivée  $\partial T(M)/\partial L$ .
- Le vecteur construit de cette manière est dénommé le gradient de la fonction  $T(M)$ , c'est-à-dire que le gradient d'un champ scalaire est un champ vectoriel.
- La variation de la température  $T$  par unité de longueur est maximale le long de la normale à la surface isotherme.
- Cette variation est caractérisée par le gradient de température généralement noté  $\overrightarrow{\text{grad}}(T)$  ou  $\vec{\nabla}T$  ( $\nabla$  opérateur nabla), tel que:

$$\overrightarrow{\text{grad}} T(M) = \vec{\nabla}T(M) = \frac{\partial T(M)}{\partial n} \vec{n} \quad (I.12)$$

Selon la configuration spatiale du système matériel étudié, la forme vectorielle de la relation (I.12) peut être exprimée dans différents systèmes de coordonnées. Ainsi :

- En coordonnées cartésiennes:

$$\vec{\nabla}T(x, y, z) = \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T(x, y, z)}{\partial z} \vec{k} \quad (I.13)$$

- En coordonnées cylindriques:

$$\vec{\nabla}T(r, \theta, z) = \frac{\partial T(r, \theta, z)}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \theta, z)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial T(r, \theta, z)}{\partial z} \vec{e}_z \quad (I.14)$$

- En coordonnées sphériques:

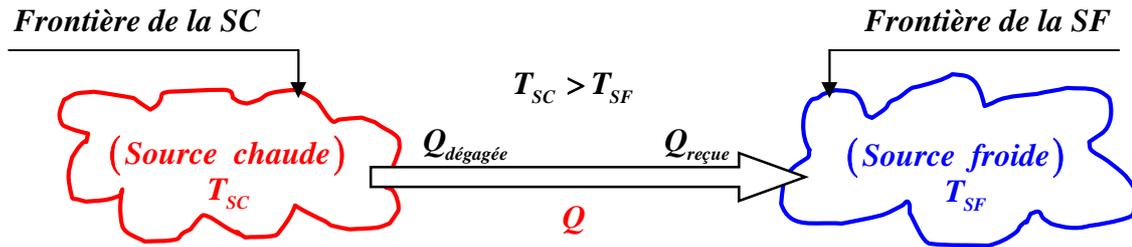
$$\vec{\nabla}T(r, \theta, \psi) = \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial r} \vec{e}_\rho + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial \psi} \vec{e}_\psi \quad (I.15)$$

## I.2.2. Chaleur $Q$

### 1°. Concept de chaleur

En physique, pour un système matériel la chaleur est une quantité de flux et non une propriété. La chaleur est une forme spéciale d'énergie qui se propage à partir d'un milieu ayant un gradient de température élevé vers un milieu ayant un gradient de température plus bas. Par conséquent, la chaleur traverse le volume et les frontières du système matériel. Cette chaleur provient de / va dans l'énergie thermique elle-même composante de l'énergie interne.

Du point de vue thermodynamique la chaleur est une grandeur de processus qui dépend du chemin suivi. Elle s'écoule toujours d'une source chaude vers une source froide (**Figure I.2**).



**Figure I.2:** Sens d'écoulement de la chaleur

## 2° Contact thermique et équilibre thermique

- **Contact thermique :** Si deux systèmes matériels sont en contact thermique l'un avec l'autre, la chaleur peut transiter entre eux. Les deux systèmes n'ont pas besoin d'être en contact physique pour être en contact thermique.
- **Équilibre thermique :** Si les deux systèmes sont en contact thermique, en absence de flux de chaleur entre eux, les deux systèmes demeurent en équilibre thermique.

## 3° Chaleur sensible

Elle est liée à une **variation de température  $dT$**  du système suite d'un réchauffement ou d'un refroidissement. Elle est proportionnelle à la masse de la matière et à la différence de température.

La variation de la chaleur est définie par la relation suivante :

$$\delta Q = C dT \quad [J] \quad (I.16)$$

## 4° Chaleur latente

C'est la chaleur nécessaire à **1kg** de matière pour changer d'état à température constante, elle est définie par la relation :

$$\delta Q = m L \quad [J] \quad (I.17)$$

Avec, **L** chaleur massique associée à un changement d'état, cette chaleur est soit libérée ou absorbée. On distingue entre chaleurs latentes de fusion, de vaporisation, de sublimation etc...[3]

### I.2.3. Flux de chaleur $\Phi$

Le flux thermique ou flux de chaleur, noté  $\Phi$  entre deux milieux à des températures  $T_i$  différentes, correspond à la quantité de chaleur  $\delta Q$  échangée entre les deux milieux pendant un

intervalle de temps  $dt$ , tel que :

$$\Phi = \frac{\delta Q}{dt} \quad [J/s] \text{ ou } [W] \quad (I.18)$$

#### I.2.4. Densité de flux de chaleur $\varphi$

Sous l'influence d'un gradient de température, la chaleur se propage à partir des champs thermiques à hautes températures vers les champs thermiques à basses températures. La quantité de chaleur transmise à travers la surface isotherme, par unité de temps et par unité de surface est appelée densité de flux de chaleur :

$$\varphi = \frac{d\Phi}{dS} \quad [W/m^2] \quad (I.19)$$

### I.3. CONDUCTION THERMIQUE

#### I.3.1. Loi de Fourier

En mathématiques et en physique théorique, l'équation de la chaleur est une équation aux dérivées partielles parabolique, pour décrire le phénomène physique de conduction thermique. C'est une loi expérimentale, introduite initialement en 1807 par Joseph Fourier. Elle traduit, à l'approximation linéaire, la proportionnalité du courant volumique thermique  $\vec{j}_{th}(M, t)$  et du gradient de la température  $T(M, t)$ . Pour un milieu physique continu et isotrope si les variations de températures ne sont pas trop importantes, on peut localement rendre compte des phénomènes de diffusion thermique par la loi phénoménologique de Fourier, définie par la forme vectorielle suivante : [4]

$$\vec{j}_{th}(M, t) = -k(T) \overrightarrow{\text{grad}} T(M, t) = -k(T) \overrightarrow{\nabla} T(M, t) \quad (I.20)$$

La relation (I.12) dans (I.20), permet d'écrire :

$$\vec{j}_{th}(M, t) = -k(T) \frac{\partial T(M, t)}{\partial n} \vec{n} \quad (I.21)$$

Où :

- $\vec{j}_{th}$  : vecteur densité de flux thermique (ou encore densité de courant de transfert thermique ou puissance surfacique).  $[W/m^2]$ .
- $k$  : conductivité thermique du milieu et traduit l'aptitude à conduire la chaleur  $[W/m.K]$ .

Le signe (-) traduit le fait que les transferts thermiques se produisent du milieu chaud vers le milieu froid. Les tangentes en chaque point au vecteur déterminent les lignes de flux de chaleur. Un tube de flux est constitué par un ensemble de ligne de flux s'appuyant sur un contour fermé. La relation (I.21) impose qu'en chaque point les lignes de flux sont perpendiculaires aux isothermes. En milieu anisotrope, elle s'écrit sous la forme :

$$\vec{j}_{th} = -\overline{\lambda} \overrightarrow{\nabla} T \quad (I.22)$$

où  $\vec{\lambda}$  est le tenseur **conductivité thermique**.

La loi de Fourier étant établie expérimentalement elle est de nature phénoménologique comme le sont les lois d'Ohm et de Fick. **Le tableau I.1** présente l'analogie entre les lois de Fourier, loi d'Ohm et loi de Fick.

**Tableau I.1:** Analogie entre les lois de Fourier, loi d'Ohm et loi de Fick

Diffusion thermique		Conduction thermique		Diffusion particulaire	
Fourier: $\vec{j}_{th} = -k \overline{grad} T$		d'Ohm: $\vec{j}_{el} = -\gamma \overline{grad} dV$		Fick: $\vec{j} = -D \overline{grad} n$	
$Q$	Chaleur	$q$	Charge	$N$	Nombre de particules
$\vec{j}_{th}$	Vecteur densité de flux thermique	$\vec{j}_{el}$	Vecteur densité de courant électrique	$\vec{j}$	Vecteur densité de flux de particules
$T$	Température	$V$	Potentiel	$n$	Concentration
$k$	Conductivité thermique	$\gamma$	Conductivité électrique	$D$	Coefficient de diffusion

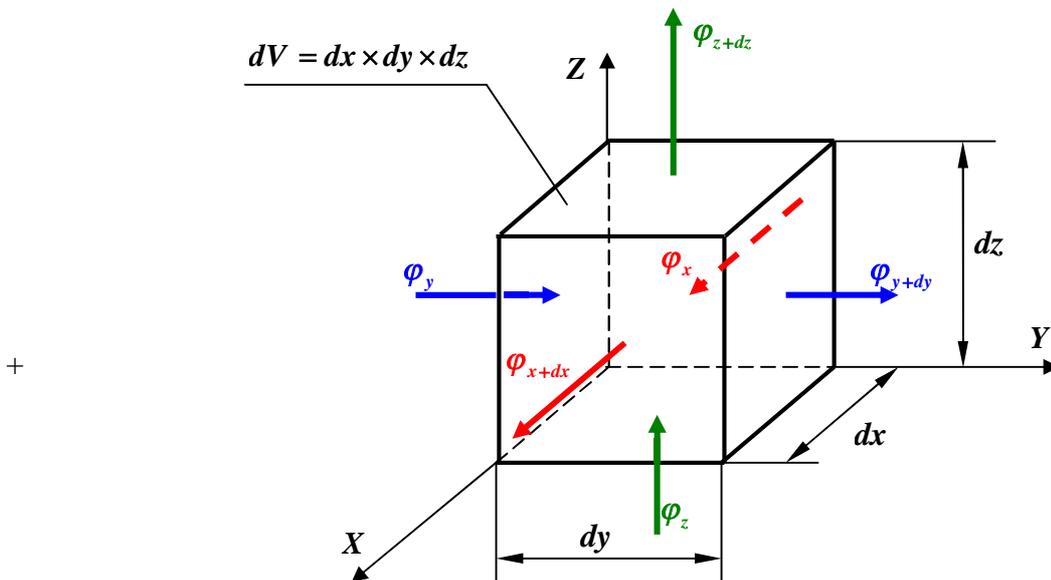
### I.3.2. Conduction thermique

La diffusion thermique ou conduction thermique est une transmission de chaleur dans la matière sans mouvement qui fait passer la chaleur des zones chaudes vers les zones froides à l'aide de deux mécanismes (vibration moléculaire, diffusion électronique). Elle concerne surtout les solides, mais aussi les liquides et les gaz pour lesquels elle est souvent négligeable par rapport à la convection ou au rayonnement. La chaleur passe du plus chaud au plus froid, ou d'un corps dont on chauffe une partie.

#### I.3.2.1. Bilan énergétique en coordonnées cartésiennes

Soit à déterminer dans un volume de contrôle  $dV$  (milieu physique continu isotrope), le champ de température  $T(x, y, z, t)$  généré par une source de chaleur  $\phi_s$  (**Figure I.3**):

$$\Phi_{Entrée} - \Phi_{Sortie} + \Phi_{Généré} = \Phi_{Accumulé} \tag{I.23}$$



**Figure I.3:** Bilan énergétique en coordonnées cartésiennes

## 1°. Flux de chaleur d'entrée

suivant la direction $OX$	suivant la direction $OY$	suivant la direction $OZ$
$\varphi_x dydz$	$\varphi_y dx dz$	$\varphi_z dx dy$

$$\Phi_{Entrée} = \varphi_x dydz + \varphi_y dx dz + \varphi_z dx dy \quad (I.24)$$

## 2°. Flux de chaleur de sortie

suivant la direction $OX$	suivant la direction $OY$	suivant la direction $OZ$
$\varphi_{x+dx} dydz$	$\varphi_{y+dy} dx dz$	$\varphi_{z+dz} dx dy$

$$\Phi_{Sortie} = \varphi_{x+dx} dydz + \varphi_{y+dy} dx dz + \varphi_{z+dz} dx dy \quad (I.25)$$

## 3°. Flux de chaleur généré

$$\Phi_{Généré} = \varphi_s dV \quad (I.26)$$

## 4°. Flux de chaleur accumulé

$$\Phi_{Accumulé} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.27)$$

## 5°. Equation gouvernante

En remplaçant les relations (I.24), (I.25), (I.26) et (I.27) dans la relation (I.23), on a:

$$\left( \varphi_x dydz + \varphi_y dx dz + \varphi_z dx dy \right) - \left( \varphi_{x+dx} dydz + \varphi_{y+dy} dx dz + \varphi_{z+dz} dx dy \right) + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.28)$$

Après réarrangement on a:

$$\left( \varphi_x - \varphi_{x+dx} \right) dydz + \left( \varphi_y - \varphi_{y+dy} \right) dx dz + \left( \varphi_z - \varphi_{z+dz} \right) dx dy + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.29)$$

En introduisant le volume élémentaire  $dV$  dans la relation (I.29):

$$\frac{\left( \varphi_x - \varphi_{x+dx} \right)}{dx} dV + \frac{\left( \varphi_y - \varphi_{y+dy} \right)}{dy} dV + \frac{\left( \varphi_z - \varphi_{z+dz} \right)}{dz} dV + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.30)$$

En divisant les deux membres de l'équation (I.30) par  $dV$ , on a:

$$\frac{\left( \varphi_x - \varphi_{x+dx} \right)}{dx} + \frac{\left( \varphi_y - \varphi_{y+dy} \right)}{dy} + \frac{\left( \varphi_z - \varphi_{z+dz} \right)}{dz} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.31)$$

En introduisant la notion de variation et en faisant tendre,  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$  vers 0 :

$$-\frac{\left( \varphi_{x+dx} - \varphi_x \right)}{dx} - \frac{\left( \varphi_{y+dy} - \varphi_y \right)}{dy} - \frac{\left( \varphi_{z+dz} - \varphi_z \right)}{dz} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.32)$$

$$\lim_{dx \rightarrow 0} \frac{\varphi_{x+dx} - \varphi_x}{dx} = \frac{\partial \varphi_x}{\partial x}; \quad \lim_{dy \rightarrow 0} \frac{\left( \varphi_{y+dy} - \varphi_y \right)}{dy} = \frac{\partial \varphi_y}{\partial y}; \quad \lim_{dz \rightarrow 0} \frac{\left( \varphi_{z+dz} - \varphi_z \right)}{dz} = \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} \quad (I.33)$$

En remplaçant les relation (I.33) dans (I.32), on obtient:

$$-\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} - \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} - \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.34)$$

En faisant appel à la relation (I.21) de la loi de Fourier, en coordonnées cartésiennes, on a:

$$\vec{\varphi} = -k(T) \vec{\nabla} T = -k(T) \left( \frac{\partial T}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial T}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{k} \right)$$

$$\varphi_x = -k(T) \frac{\partial T}{\partial x}; \quad \varphi_y = -k(T) \frac{\partial T}{\partial y}; \quad \varphi_z = -k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (I.35)$$

En remplaçant les relations (I.35) dans (I.34):

$$-\frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial x} \right)}{\partial x} - \frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial y} \right)}{\partial y} - \frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.36)$$

Ainsi on obtient la forme différentielle de l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire en coordonnées cartésiennes:

$$\left( k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) + \left( k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) + \left( k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.37)$$

si  $k$  ne dépend pas de la température  $T$ , on aura:

$$k \left[ \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.38)$$

En utilisant l'opérateur  $\nabla^2$  (Le Laplacien), on obtient la forme vectorielle:

$$k (\nabla^2 T) + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.39)$$

Si on divise par  $\rho c_p$ , on aura:

$$\frac{k}{\rho c_p} (\nabla^2 T) + \frac{\varphi_s}{\rho c_p} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.40)$$

On définit le coefficient de diffusivité thermique  $\alpha$ , tel que:

$$\alpha = \frac{k}{\rho c_p} \quad (I.41)$$

Ainsi, l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire devient:

$$\alpha (\nabla^2 T) + \frac{\varphi_s}{\rho c_p} = \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.42)$$

- Diffusion de chaleur en régime stationnaire,  $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$  :

$$\alpha(\nabla^2 T) + \frac{S}{\rho c_p} = 0 \tag{1.43}$$

- Diffusion de chaleur sans source de chaleur,  $\varphi_s = 0$

$$\nabla^2 T = 0 \tag{1.44}$$

**I.3.2.2. Bilan énergétique en coordonnées cylindriques**

Soit à déterminer dans un volume de contrôle  $dV$  (milieu physique continu isotrope), le champ de température  $T(r, \theta, z, t)$  généré par une source de chaleur  $\varphi_s$  (Figure I.4):

$$\Phi_{Entrée} - \Phi_{Sortie} + \Phi_{Généré} = \Phi_{Accumulé} \tag{1.45}$$

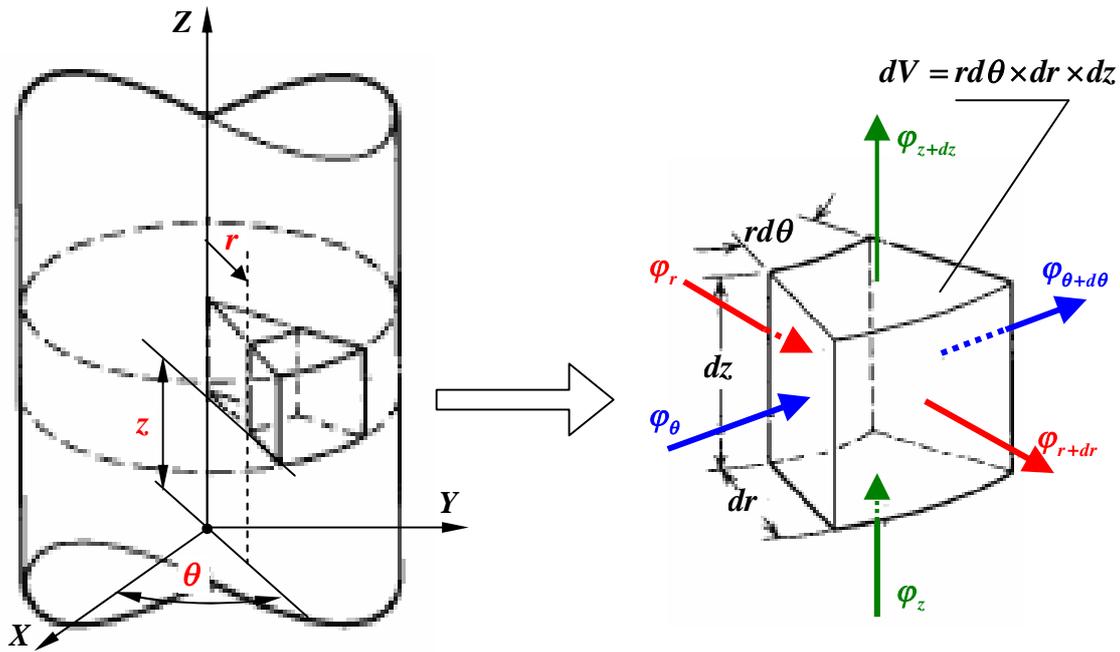


Figure I.4: Volume de contrôle élémentaire, en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$

**1°. Flux de chaleur d'entrée**

suivant la direction $r$	suivant la direction $\theta$	suivant la direction $Z$
$\varphi_r r d\theta dz$	$\varphi_\theta dr dz$	$\varphi_z r d\theta dr$

$$\Phi_{Entrée} = \varphi_r r d\theta dz + \varphi_\theta dr dz + \varphi_z r d\theta dr \tag{1.46}$$

**2°. Flux de chaleur de sortie**

suivant la direction $r$	suivant la direction $\theta$	suivant la direction $Z$
$\varphi_{r+dr} r d\theta dz$	$\varphi_{\theta+d\theta} dr dz$	$\varphi_{z+dz} r d\theta dr$

$$\Phi_{Sortie} = \varphi_{r+dr} r d\theta dz + \varphi_{\theta+d\theta} dr dz + \varphi_{z+dz} r d\theta dr \tag{1.47}$$

## 3°. Flux de chaleur généré

$$\Phi_{\text{Généré}} = \varphi_s dV \quad (I.48)$$

## 4°. Flux de chaleur accumulé

$$\Phi_{\text{Accumulé}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.49)$$

## 5°. Equation gouvernante

En remplaçant les relations (I.46), (I.47), (I.48) et (I.49) dans la relation (I.45), on a :

$$(\varphi_r rd\theta dz + \varphi_\theta dr dz + \varphi_z rd\theta dr) - (\varphi_{r+dr} rd\theta dz + \varphi_{\theta+d\theta} dr dz + \varphi_{z+dz} rd\theta dr) + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.50)$$

Après réarrangement on a :

$$(\varphi_r - \varphi_{r+dr}) rd\theta dz + (\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta}) dr dz + (\varphi_z - \varphi_{z+dz}) rd\theta dr + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.51)$$

En introduisant le volume élémentaire  $dV$  dans la relation (I.42):

$$\frac{(\varphi_r - \varphi_{r+dr})}{dr} dV + \frac{(\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta})}{rd\theta} dV + \frac{(\varphi_z - \varphi_{z+dz})}{dz} dV + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.52)$$

En divisant les deux membres de l'équation (I.31) par  $dV$ , on a :

$$\frac{(\varphi_r - \varphi_{r+dr})}{dr} + \frac{(\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta})}{rd\theta} + \frac{(\varphi_z - \varphi_{z+dz})}{dz} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.53)$$

En introduisant la notion de variation et en faisant tendre,  $dr$ ,  $d\theta$  et  $dz$  vers 0 :

$$-\frac{(\varphi_{r+dr} - \varphi_r)}{dr} - \frac{(\varphi_{\theta+d\theta} - \varphi_\theta)}{rd\theta} - \frac{(\varphi_{z+dz} - \varphi_z)}{dz} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.54)$$

$$\lim_{dr \rightarrow 0} \frac{\varphi_{r+dr} - \varphi_r}{dr} = \frac{\partial \varphi_r}{\partial r}; \quad \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{(\varphi_{\theta+d\theta} - \varphi_\theta)}{rd\theta} = \frac{\partial \varphi_\theta}{r \partial \theta}; \quad \lim_{dz \rightarrow 0} \frac{(\varphi_{z+dz} - \varphi_z)}{dz} = \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} \quad (I.55)$$

En remplaçant les relation (I.55) dans (I.54), on obtient:

$$-\frac{\partial \varphi_r}{\partial r} - \frac{\partial \varphi_\theta}{r \partial \theta} - \frac{\partial \varphi_z}{\partial z} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.56)$$

En faisant appel à la relation (I.21) de la loi de Fourier, en coordonnées cylindriques, on a :

$$\vec{\varphi} = -k(T) \vec{\nabla} T = -k(T) \left( \frac{\partial T}{\partial r} \vec{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial \theta} \vec{e}_\theta + \frac{\partial T}{\partial z} \vec{e}_z \right)$$

$$\varphi_r = -k(T) \frac{\partial T}{\partial r}; \quad \varphi_\theta = -k(T) \frac{\partial T}{r \partial \theta}; \quad \varphi_z = -k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \quad (I.57)$$

En remplaçant les relations (I.57) dans (I.56):

$$-\frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial r} \right)}{\partial r} - \frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{r \partial \theta} \right)}{r \partial \theta} - \frac{\partial \left( -k(T) \frac{\partial T}{\partial z} \right)}{\partial z} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.58)$$

Ainsi on obtient la forme différentielle de l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire en coordonnées cylindriques:

$$\left(k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial r^2}\right) + \frac{1}{r} \left(k(T) \frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2} \left(k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right) + \left(k(T) \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.59)$$

### I.3.2.3. Bilan énergétique en coordonnées sphériques

Soit à déterminer dans un volume de contrôle  $dV$  (milieu physique continu isotrope), le champ de température  $T(r, \theta, \psi, t)$  généré par une source de chaleur  $\varphi_s$  (Figure I.5):

$$\Phi_{Entrée} - \Phi_{Sortie} + \Phi_{Généré} = \Phi_{Accumulé} \quad (I.60)$$

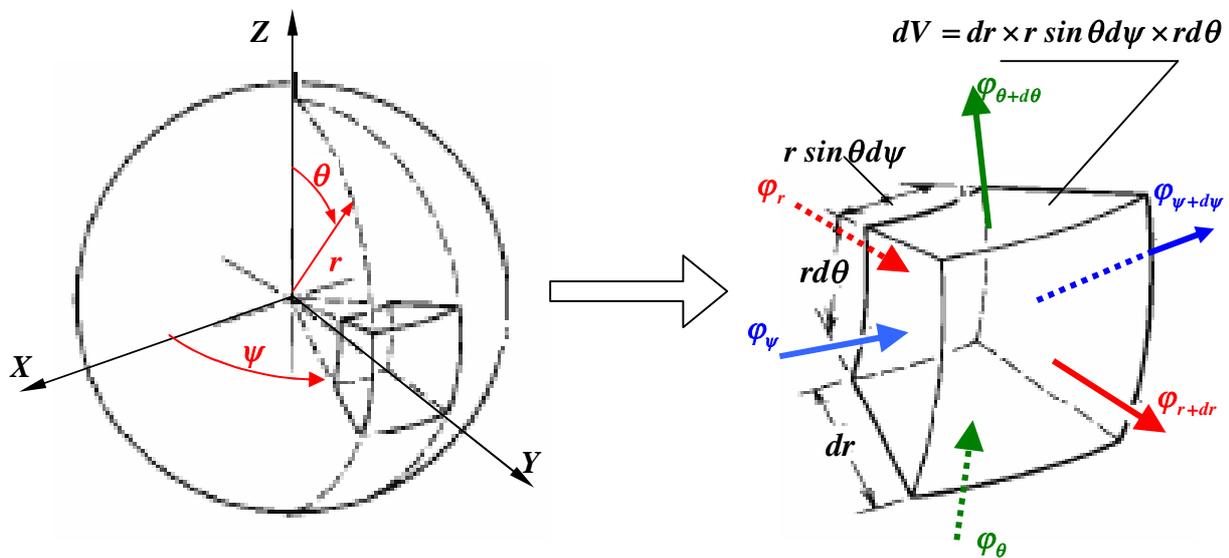


Figure I.5: Volume de contrôle élémentaire, en coordonnées sphérique  $(r, \theta, \psi)$

#### 1°. Flux de chaleur d'entrée

suivant la direction $r$	suivant la direction $\theta$	suivant la direction $\psi$
$\varphi_r (rd\theta \times r \sin \theta d\psi)$	$\varphi_\theta (dr \times r \sin \theta d\psi)$	$\varphi_\psi (rd\theta \times dr)$

$$\Phi_{Entrée} = \varphi_r (rd\theta \times r \sin \theta d\psi) + \varphi_\theta (dr \times r \sin \theta d\psi) + \varphi_\psi (rd\theta \times dr) \quad (I.61)$$

#### 2°. Flux de chaleur de sortie

suivant la direction $r$	suivant la direction $\theta$	suivant la direction $\psi$
$\varphi_{r+dr} (rd\theta \times r \sin \theta d\psi)$	$\varphi_{\theta+d\theta} (dr \times r \sin \theta d\psi)$	$\varphi_{\psi+d\psi} (rd\theta \times dr)$

$$\Phi_{Sortie} = \varphi_{r+dr} (rd\theta \times r \sin \theta d\psi) + \varphi_{\theta+d\theta} (dr \times r \sin \theta d\psi) + \varphi_{\psi+d\psi} (rd\theta \times dr) \quad (I.62)$$

## 3°. Flux de chaleur généré

$$\Phi_{\text{Généré}} = \varphi_s dV \quad (I.63)$$

## 4°. Flux de chaleur accumulé

$$\Phi_{\text{Accumulé}} = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.64)$$

## 5°. Equation gouvernante

En remplaçant les relations (I.61), (I.62), (I.63) et (I.64) dans la relation (I.60), on a:

$$\begin{aligned} & \varphi_r (r^2 \sin \theta d\theta d\psi) + \varphi_\theta (r \sin \theta dr d\psi) + \varphi_\psi (r dr d\theta) + \\ & - (\varphi_{r+dr} r^2 \sin \theta d\theta d\psi + \varphi_{\theta+d\theta} r \sin \theta dr d\psi + \varphi_{\psi+d\psi} r dr d\theta) + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \end{aligned} \quad (I.65)$$

Après réarrangement on a:

$$(\varphi_r - \varphi_{r+dr}) (r^2 \sin \theta) d\theta d\psi + (\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta}) r \sin \theta dr d\psi + (\varphi_\psi - \varphi_{\psi+d\psi}) r dr d\theta + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.66)$$

En introduisant le volume élémentaire  $dV$  dans la relation (I.66):

$$\frac{(\varphi_r - \varphi_{r+dr})}{dr} dV + \frac{(\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta})}{r d\theta} dV + \frac{(\varphi_\psi - \varphi_{\psi+d\psi})}{r \sin \theta d\psi} dV + \varphi_s dV = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} dV \quad (I.67)$$

En divisant les deux membres de la relation (I.67) par  $dV$ , on a:

$$\frac{(\varphi_r - \varphi_{r+dr})}{dr} + \frac{(\varphi_\theta - \varphi_{\theta+d\theta})}{r d\theta} + \frac{(\varphi_\psi - \varphi_{\psi+d\psi})}{r \sin \theta d\psi} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.68)$$

En introduisant la notion de variation et en faisant tendre,  $dr$ ,  $d\theta$  et  $d\psi$  vers 0 :

$$-\frac{(\varphi_{r+dr} - \varphi_r)}{dr} - \frac{(\varphi_{\theta+d\theta} - \varphi_\theta)}{r d\theta} - \frac{(\varphi_{\psi+d\psi} - \varphi_\psi)}{r \sin \theta d\psi} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.69)$$

$$\lim_{dr \rightarrow 0} \frac{\varphi_{r+dr} - \varphi_r}{dr} = \frac{\partial \varphi_r}{\partial r}; \quad \lim_{d\theta \rightarrow 0} \frac{(\varphi_{\theta+d\theta} - \varphi_\theta)}{r d\theta} = \frac{\partial \varphi_\theta}{r \partial \theta}; \quad \lim_{d\psi \rightarrow 0} \frac{(\varphi_{\psi+d\psi} - \varphi_\psi)}{r \sin \theta d\psi} = \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varphi_\psi}{\partial \psi} \quad (I.70)$$

En remplaçant les relations (I.70) dans (I.69), on obtient:

$$-\frac{\partial \varphi_r}{\partial r} - \frac{\partial \varphi_\theta}{r \partial \theta} - \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial \varphi_\psi}{\partial \psi} + \varphi_s = \rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} \quad (I.71)$$

En faisant appel à la relation (I.21) de la loi de Fourier, en coordonnées sphérique, on a:

$$\begin{aligned} \bar{\varphi} = -k(T) \vec{\nabla} T = -k(T) & \left( \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial r} \bar{e}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial \theta} \bar{e}_\theta + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T(r, \theta, \psi)}{\partial \psi} \bar{e}_\psi \right) \\ \varphi_r = -k(T) \frac{\partial T}{\partial r}; \quad \varphi_\theta = -k(T) \frac{\partial T}{r \partial \theta}; \quad \varphi_\psi = -k(T) \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial T}{\partial \psi} \end{aligned} \quad (I.72)$$

En remplaçant les relations (I.72) dans (I.71):

$$-\frac{\partial\left(-k(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right)}{\partial r}-\frac{\partial\left(-k(T)\frac{\partial T}{r\partial\theta}\right)}{r\partial\theta}-\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial\left(-k(T)\frac{1}{r\sin\theta}\frac{\partial T}{\partial\psi}\right)}{\partial\psi}+\varphi_s=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}\quad(\text{I.73})$$

Ainsi on obtient la forme différentielle de l'équation de diffusion de la chaleur en régime transitoire en coordonnées sphérique:

$$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2k(T)\frac{\partial T}{\partial r}\right)+\frac{1}{r^2\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta}\right)+\left(\frac{1}{r^2\sin^2\theta}k(T)\frac{\partial^2 T}{\partial\psi^2}\right)+\varphi_s=\rho c_p\frac{\partial T}{\partial t}\quad(\text{I.74})$$

## I.4. CONVECTION THERMIQUE

### I.4.1. Définitions

Pour un système fluide il peut aussi se produire des transferts d'énergie par transport macroscopique de matière, ce dernier processus est appelé convection thermique. La convection est le mode de transfert de chaleur qui implique le déplacement d'un fluide. C'est de façon générale, un transfert de chaleur entre deux phases de nature différente. Le phénomène de convection intervient, par exemple, à la surface de séparation entre un solide et un fluide, ou aussi bien, à la surface libre entre un liquide et un gaz. Le transfert de chaleur par convection, s'effectue en deux phases :

- **1<sup>ère</sup> phase :** la chaleur est échangée par conduction entre la surface solide et une mince couche de fluide (appelée "film"), au voisinage de la surface.
- **2<sup>ème</sup> phase :** le fluide du film est déplacé dans la masse du fluide, ce déplacement du fluide est soit naturel (variation de la masse volumique du film chauffé ou refroidi par rapport celle du fluide en masse), soit artificiel (action d'une pompe, d'un agitateur). On parle alors soit de convection naturelle, soit de convection forcée.

Le transfert de chaleur par convection est provoqué par le déplacement d'un fluide, qui transporte avec lui l'énergie qu'il contient. Les échanges de chaleur par convection qui mettent en jeu le déplacement de matière ont lieu essentiellement dans les fluides et trouvent leur origine dans le mouvement de ceux-ci.

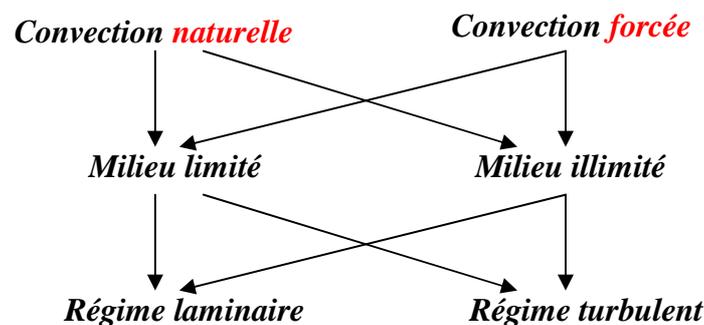


Figure I.6: Différents types de problèmes en transfert thermique par convection

Quelle que soit la convection le type de milieu et quelle que soit la nature du régime d'écoulement du fluide, le flux de chaleur est donné par la relation :

$$\Phi = h.S(T_1 - T_2) \quad (1.75)$$

Où  $h$  est le coefficient de transmission thermique par convection, qui dépend d'une façon complexe de la vitesse du fluide, de la température, de la nature du corps et de la nature de fluide.

Des considérations empiriques, confirmées par l'analyse dimensionnelle, on permis d'aboutir à un nombre sans dimension appelé nombre de **Nusselt**, qui est fonction de coefficient de convection  $h$ , du diamètre hydraulique  $D$ , du coefficient de conductivité thermique  $\lambda$ . Ce nombre est valable en convection forcée et en convection libre. Il est donné par la relation suivante:

$$Nu = \frac{h.D}{k} \quad (1.76)$$

#### I.4.2. Convection libre (ou naturelle)

Ce type de transfert thermique résulte des variations de masse volumique du fluide, il en résulte une convection laminaire ou turbulente, suivant la valeur du nombre de **Grashof** ou de **Rayleigh**. Lorsque le mouvement des fluides est dû aux variations de masse volumique au sein des fluides qui apparaissent sous l'effet des échanges thermiques entre fluides et parois par suite des différences de températures, la convection est dite libre.

##### I.4.2.1. Coefficient de convection en convection libre

Dans le cas d'un fluide au contact d'une paroi plane verticale, l'application du principe de l'analyse dimensionnelle fait apparaître un nombre de **Nusselt** caractérisé comme suit :

$$Nu = C (Gr.Pr)^N \quad (1.77)$$

Avec :

$$Gr = \rho^2 . g . \beta . L^3 . \Delta T \quad (1.78)$$

- $C$  et  $N$  : constantes déterminées expérimentalement qui dépendent de la nature du régime et des fluides.
- $\beta$  : Coefficient de compressibilité.
- $g$  : L'accélération.

$g.\beta$  Est l'accélération par unité d'écart de température de un degré.

Le **tableau I.2** qui suit donne les valeurs de  $C$  et  $N$  pour le régime laminaire et le régime turbulent

**Tableau I.2 :** Valeurs des constantes  $N$  et  $C$  et expression du nombre de Nusselt pour le régime laminaire et le régime turbulent [5]

Régime		$N$	$C$		Nombre de Nusselt
Laminaire	$10^4 < Gr.Pr < 10^9$	0.25	$0.55 < C < 0.60$		$Nu = 0.75 (Gr.Pr)^{1/3}$
Turbulent	$Gr.Pr > 10^9$	0.33	Gaz	0.12	$Nu = 0.2 (Gr.Pr)^{1/3}$ $0.2 (Gr.Pr)^{1/3}$
			Liquide	0.17	$Nu = 0.17 (Gr.Pr)^{1/3}$

**I.4.3. Convection forcée**

Ce type de transfert thermique résulte du mouvement du fluide et créé par une différence de pression. Compte tenu du lien entre le transfert de masse et le transfert de chaleur, il est nécessaire de considérer la nature du régime d'écoulement (régime turbulent ou régime laminaire). Lorsque le mouvement des fluides est provoqué par une action mécanique extérieure (action d'une pompe par exemple), la convection est dite forcée. Pour la détermination du nombre de **Nusselt**, qui caractérise l'écart entre la convection et la conduction, on utilise la relation empirique:

$$Nu = Gr.Re^{0.8} . Pr^{0.4} \tag{I.79}$$

Où

$Re$  : Nombre de **Reynolds**.

Avec :

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{UL}{\nu} \tag{I.80}$$

- $Pr$  : Nombre de **Prandtl** qui caractérise l'influence de la nature du fluide sur le transfert de chaleur, il est donné par la relation :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} \tag{I.81}$$

- $Gr$  : Nombre de **Grashof**.

Pour un régime laminaire, il a été établi analytiquement qu'à flux constant la relation du nombre **Nusselt** est donnée par:

$$Nu = 1.86 \left( Re.Pr . \frac{D}{L} \right)^{1/3} \tag{I.82}$$

Où  $L$  est la longueur de la canalisation de diamètre  $D$ .

Dans le cas où la viscosité varie avec la température, on a :

$$Nu = 1.86 \left( \frac{\mu}{\mu_p} \right)^{0.14} \left( Re.Pr . \frac{D}{L} \right)^{1/3} \tag{I.83}$$

- **Ri** : Nombre de Richardson.

Avec :

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \quad (I.84)$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \ll 1 \text{ Convection forcée.}$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \gg 1 \text{ Convection naturelle.}$$

$$Ri = \frac{Gr}{Re^2} \approx 1 \text{ Convection mixte.}$$

- **Ra** : Nombre de Rayleigh.

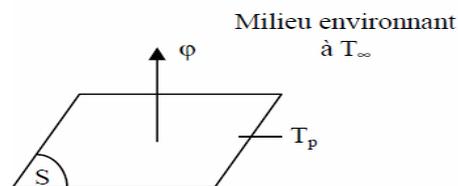
Avec :

$$Ra = Gr \cdot Pr = \frac{g\beta L^3 (T_p - T_{ext})}{\nu \cdot \alpha} \quad (I.85)$$

## I.5. RAYONNEMENT THERMIQUE

### I.5.1. Définition

Le rayonnement thermique est une vibration électromagnétique qui se transmet dans le vide à la vitesse de lumière. C'est un phénomène qui se caractérise par un échange d'énergie électromagnétique, sans que le milieu intermédiaire ne participe nécessairement à cet échange. Donc c'est un mode de transmission thermique par lequel la chaleur passe d'un corps à haute température à autre froid sans nécessité de support matériel (**figure I.7**).



**Figure I.7:** transfert de chaleur par rayonnement [5]

C'est donc le seul mode de transfert de chaleur qui peut se propager dans le vide. Tous les corps quelque soit leur état solide, liquide ou gazeux, de température absolue  $T > 0K$  émettent des ondes électromagnétiques, on dit qu'ils émettent "un rayonnement thermique".

## 1.5.2. Phénomène du rayonnement thermique

### 1°. Source du rayonnement

Le rayonnement trouve son origine lors d'une transition électronique entre deux états d'énergie d'une molécule ou d'un atome. Le rayonnement est un mode d'échange d'énergie par émission et absorption de radiations électromagnétiques. L'échange thermique par rayonnement se fait suivant le processus :

- **Emission.** Il y a conversion de l'énergie fournie à la source en énergie électromagnétique.
- **Transmission.** La transmission de cette énergie électromagnétique se fait par propagation des ondes avec éventuellement absorption par le milieu traversé.
- **Réception.** A la réception, il y a conversion du rayonnement électromagnétique incident en énergie thermique (absorption).

### 2°. Condition de rayonnement d'un milieu

A la température du zéro absolu, les électrons ne peuvent se déplacer. Ils sont prisonniers des atomes. Par contre, tous les corps matériels, dont la température est supérieure à **0 K**, sont capables d'émettre de l'énergie sous forme de rayonnement et d'en échanger entre eux. Un corps à la température **T** émet des ondes de plusieurs fréquences différentes, et la répartition de cette énergie dépend de la température du corps. La quantité d'énergie émise est liée à la température.

### 3°. Vitesse de propagation des ondes électromagnétiques

Selon [Albert A. Michelson] la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide est  $c = 3.10^8 [m/s]$ . Pour un milieu donné, la vitesse de propagation est donnée par :

$$v_p = \frac{c}{n} \quad (1.86)$$

Où  $n$  représente l'indice de réfraction.

### 4°. Longueur d'onde

A partir de la fréquence  $f$  (ou de la période  $T$ ), de la vitesse de propagation dans le vide  $c$ , on peut déterminer la périodicité spatiale de l'onde  $\lambda_0$  :

$$\lambda_0 = cT = \frac{c}{f} \quad (1.87)$$

Avec:

- $\lambda_0$  : Longueur d'onde ( $m$ )
- $T$  : Période ( $s$ )

- $f$  : Fréquence (1/s)

Dans un milieu homogène d'indice de réfraction  $n$ , la longueur d'onde électromagnétique, est donnée par :

$$\lambda = \frac{cT}{n} = \frac{\lambda_0}{n} \quad (I.88)$$

### 5° Le spectre électromagnétique

La source principale de rayonnement infrarouge est la chaleur. Plus un objet est chaud, plus il émet un rayonnement infrarouge. Tout objet dont la température est supérieure au zéro absolu (0 K, -273,15°C) émet un rayonnement dans la plage infrarouge. Le domaine de l'infrarouge se divise en 3 plages de longueurs d'onde:

- Infrarouge court: de **0,78  $\mu\text{m}$**  à **1,4  $\mu\text{m}$** .
- Infrarouge moyen: de **1,4  $\mu\text{m}$**  à **3  $\mu\text{m}$** .
- Infrarouge long: de **3  $\mu\text{m}$**  à **1 000  $\mu\text{m}$** .

Ces plages de longueur d'onde peuvent varier selon les domaines d'application, sans qu'elles s'éloignent significativement des valeurs références.

## I.5.3. Caractéristiques de la source de rayonnement

### I.5.3.1. Flux rayonnant

#### 1°. Définition

On appelle flux rayonnant d'une source  $S$ , la puissance rayonnée notée  $\varphi$  par  $S$  dans tout l'espace qui l'entoure, sur toutes les longueurs d'onde. Le flux  $\varphi$  s'exprime en Watt (**W**). Le flux envoyé par un élément de surface  $dS$  dans un angle solide élémentaire  $d\Omega$  est noté  $d^2\varphi$ . Le flux envoyé dans tout l'espace par une surface élémentaire  $dS$  est noté  $d\varphi$ . Le flux envoyé par une surface  $S$  dans l'angle solide  $d\Omega$  entourant la direction  $O_\Delta$  est noté  $d\varphi_\Delta$ .

Tel que :

$$d\varphi = \int_{\Omega} d^2\varphi$$

Et

$$\varphi = \int_s d\varphi = \int_{\Omega} d\varphi_x \quad (I.89)$$

2°. Intensité énergétique dans une direction

On appelle intensité énergétique  $I_x$  le flux par unité d'angle solide émis par une surface  $dS$  dans un angle solide  $d\Omega$  entourant la direction  $\Delta$  :

$$I_x = \frac{d\phi_x}{d\Omega} \tag{I.90}$$

3°. Luminance énergétique dans une direction

Soit  $\alpha$  l'angle fait par la normale  $\vec{n}$  à la surface émettrice S avec la direction  $\Delta$  (Figure I.1). La projection de  $dS$  sur le plan perpendiculaire à  $\Delta$  définit la surface émettrice apparente  $dS_\Delta = dS \cos \alpha$ . L'intensité énergétique élémentaire  $dI_\Delta$  dans la direction  $\Delta$  par unité de surface émettrice apparente  $dS_\Delta$  s'appelle la luminance énergétique  $L_\Delta$ . En partant de la relation (0.1)

$$L_x = \frac{I_x}{dS_x} = \frac{I_x}{dS \cos \alpha} = \frac{d^2\phi_x}{d\Omega dS \cos \alpha} \tag{I.91}$$

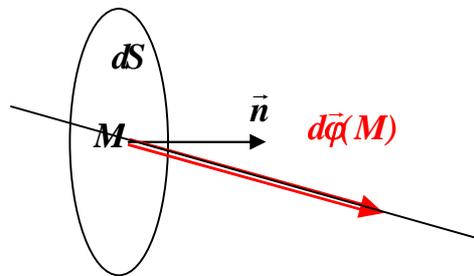


Figure I.8 : flux de chaleur à travers une surface élémentaire

4° Formule de BOUGOUER

On déduit des définitions précédentes l'expression du flux  $d^2\phi_x$  envoyé par un élément  $dS_i$  de luminance  $L_x$  sur un autre élément  $dS_k$  :

$$d^2\phi_x = I_x d\Omega = L_x dS_i \cos \alpha_i d\Omega \tag{I.92}$$

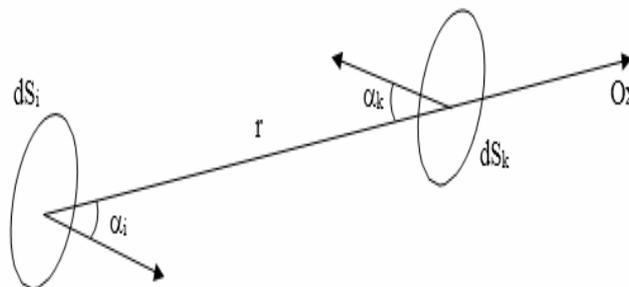


Figure I.9: Schéma de définition des angles dans la formule de Bouguer

Où :  $d\Omega$  est l'angle solide sous lequel on voit la surface  $dS_k$  depuis la surface  $dS_i$  donc

$$: d\Omega = \frac{dS_k \cos \alpha_k}{r^2} \quad (I.93)$$

D'où la formule de **Bougouer** :

$$d^2\varphi_x = L_{i_x} \frac{dS_i \cos \alpha_i dS_k \cos \alpha_k}{r^2} \quad (I.94)$$

### I.5.3.2. Émittance énergétique

#### 1° Émittance monochromatique

Un élément de surface  $dS$  émet un certain flux d'énergie par rayonnement dans toutes les directions du demi-espace. Ce flux est réparti sur un intervalle de longueurs d'ondes. Si l'on considère le flux d'énergie  $d\phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}$  émis entre les deux longueurs d'ondes  $\lambda$  et  $\lambda + d\lambda$ , on définit l'émittance monochromatique d'une source à la température  $T$  par :

$$M_{\lambda T} = \frac{d\phi_{\lambda}^{\lambda+d\lambda}}{dS d\lambda} \quad (I.95)$$

#### 2° . Emittance totale

C'est la densité de flux de chaleur émise par rayonnement par  $dS$  sur tout le spectre des longueurs d'ondes. Elle n'est plus fonction que de la température  $T$  et de la nature de la source.

$$M_T = \int_{\lambda=0}^{\lambda=\infty} M_{\lambda T} d\lambda = \frac{d\phi}{dS} \quad (I.96)$$

#### a. Cas de corps noir

- **Emittance monochromatique**

Elle est donnée par la **loi de Planck** :

$$M_{\lambda T} = \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} \quad (I.97)$$

Avec :

- $C_1 = 3,742 \cdot 10^{-16} \text{ W.m}^{-2}$
- $C_2 = 1,4385 \cdot 10^{-2} \text{ m.k}$

La loi de **Planck** permet de tracer les courbes isothermes représentant les variations de  $M_{\lambda T}$  en fonction de la longueur d'onde pour diverses températures :

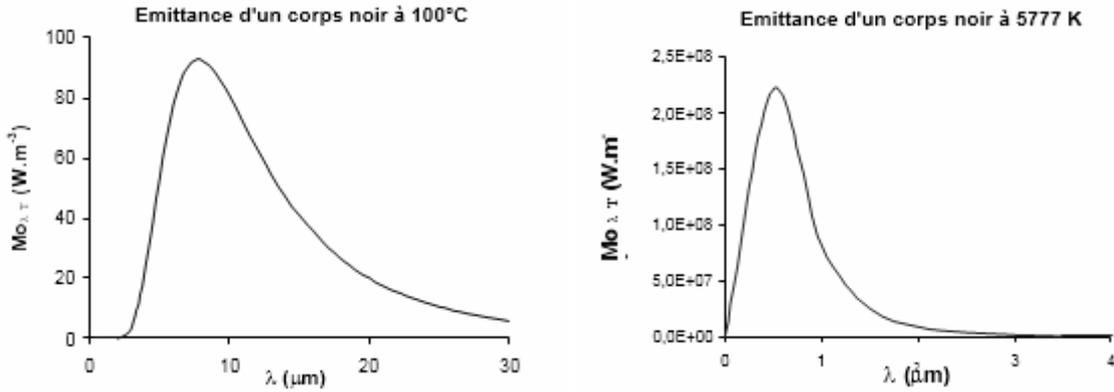


Figure I.10 : Emission monochromatique d'un corps noir à deux températures différentes

• **Emission totale**

L'intégration de la formule de **Planck** pour toutes les longueurs d'onde donne l'émission totale  $M_{or}$  du corps noir qui n'est plus fonction que de la température **T**, on obtient la loi de **Stefan-Boltzmann** :

$$M_{or} = \sigma T^4 \tag{I.98}$$

Avec  $\sigma = 5,675 \cdot 10^{-8} \text{ W.m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$

Dans les calculs on écrira souvent :

$$M_{or} = 5,675 \left( \frac{T}{100} \right)^4 \tag{I.99}$$

• **Fraction de l'Emission dans un intervalle donné de longueurs d'onde**

C'est la fraction du flux émis par l'unité de surface du corps noir à la température **T** entre les longueurs d'ondes  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  :

$$F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{or} d\lambda}{\int_0^{\infty} M_{or} d\lambda} = \frac{\int_{\lambda_1}^{\lambda_2} M_{or} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} M_{or} d\lambda - \int_0^{\lambda_1} M_{or} d\lambda}{\sigma T^4} = \frac{\int_0^{\lambda_2} M_{or} d\lambda}{\sigma T^4} - \frac{\int_0^{\lambda_1} M_{or} d\lambda}{\sigma T^4} \tag{I.100}$$

Ce qui peut également s'écrire :

$$F_{\lambda_1 T - \lambda_2 T} = F_{0-\lambda_2 T} - F_{0-\lambda_1 T} \tag{I.101}$$

Et  $F_{0-\lambda T}$  à  $T$  constant :

$$F_{0-\lambda T} = \frac{1}{\sigma T^4} \int_0^\lambda \frac{C_1 \lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} d\lambda = \frac{1}{\sigma} \int_0^\lambda \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} T d\lambda = \frac{1}{\sigma} \int_0^\lambda \frac{C_1 (\lambda T)^{-5}}{\exp\left(\frac{C_2}{\lambda T}\right) - 1} d(\lambda T) \quad (I.102)$$

### b. Corps non noirs

- **Facteur d'émission ou émissivité**

On définit les propriétés émissives des corps réels par rapport aux propriétés émissives du corps noir dans les mêmes conditions de température et de longueur d'onde et on les caractérise à l'aide de coefficients appelés facteurs d'émission ou émissivités. Ces coefficients monochromatiques ou totaux sont définis par :

$$\varepsilon_{\lambda T} = \frac{M_{\lambda T}}{M_{O_{\lambda T}}} \quad (I.103)$$

Et

$$\varepsilon_T = \frac{M_T}{M_{O_T}} \quad (I.104)$$

D'après la loi de Kirchoff, on montre que :  $\alpha_{\lambda T} = \varepsilon_{\lambda T}$

### c. Cas des corps gris

Ils sont caractérisés par  $\alpha_{\lambda T} = \alpha_T$  soit d'après ce qui précède :  $\varepsilon_{\lambda T} = \varepsilon_T$

Or :

$$M_T = \varepsilon_T M_{O_T} \quad (I.105)$$

Nous en déduisons l'émittance du corps gris à la température  $T$  :

$$M_T = \varepsilon_T \sigma T^4 \quad (I.106)$$

### I.5.3.3. Emittance ou Radiance M

C'est le rapport du flux émis dans toutes les directions par unité de surface émettrice.

$$Nu = \Phi / S \quad (I.106)$$

#### 1° Intensité I :

Caractérise le flux énergétique émis par une surface dans une direction donnée.

$$I = d\Phi / d\Omega \quad (I.107)$$

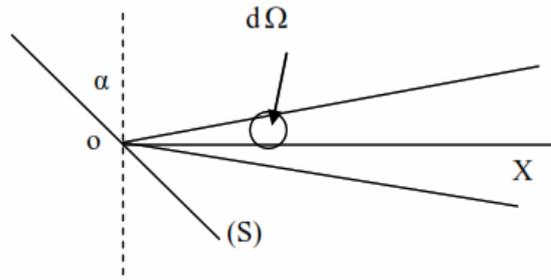


Figure I.11 : Intensité par rapport à l'axe x[5]

**2°. Luminance L**

L'intensité par unité de surface apparente défaut la luminance, la surface émettrice fait un angle avec la normale à la direction dans laquelle on a évalué l'intensité énergétique, qui est appelée la surface apparente :

$$L = \frac{I}{S \cdot \cos \alpha} \tag{I.108}$$

$$L = I / S \cdot \cos \alpha \tag{I.109}$$

**I.5.4. Lois du rayonnement**

**I.5.4.1. Loi de Lambert**

Soit  $I_n$  l'intensité énergétique selon la normale à la surface émettrice S, et  $I_\alpha$  l'intensité énergétique dans la direction faisant l'angle  $\alpha$  avec la normale. On dit que le rayonnement suit la loi de Lambert si la relation :

$$I_\alpha = I_n / S \tag{I.110}$$

$$I_\alpha = I_n / S \cdot \cos \alpha \tag{I.111}$$

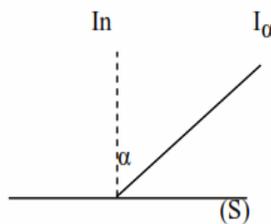


Figure I.12 : Interprétation graphique de la loi de Lambert [5]

**I.5.4.2. Coefficients des radiations**

A partir du flux d'énergie incident  $\Phi_i$  tombant sur un récepteur, on définit les facteurs de réflexion  $r$ , de transmission  $t$  et d'absorption  $a$ .

$$r = \frac{\Phi_r}{\Phi_i} \quad (I.112)$$

$$t = \frac{\Phi_t}{\Phi_i} \quad (I.113)$$

$$a = \frac{\Phi_a}{\Phi_i} \quad (I.114)$$

$\Phi_r$ ,  $\Phi_t$  et  $\Phi_a$  sont respectivement les flux réfléchis, transmis et absorbés par le corps. Pour l'ensemble des radiations, les coefficients  $r$ ,  $t$  et  $a$  sont liés par:

$$r + t + a = 1$$

**I.5.4.3. Corps noir**

On appelle corps noir ou récepteur intégral toute surface dont le facteur d'absorption  $a$  est égale à l'unité. Un corps noir absorbe complètement toutes les radiations incidentes

**I.5.4.4. Rayonnement noir**

L'Émittance énergétique totale du rayonnement noir est proportionnelle à la puissance 4 de la température absolue de l'émetteur noir.

$$M^{\bullet} = \sigma R^4 \quad (I.115)$$

Cette relation est dite Stefan Boltzmann.

**I.5.4.5. Facteurs d'émission d'un corps non noir**

L'étude du rayonnement d'un corps non noir se fait par rapport à celui d'un corps noir émettant à la même température, soit :

$$\xi = M/M^{\bullet} \quad (I.116)$$

$\xi$ : Facteur d'émission et varie avec la température et l'état de surface.

**I.5.4.6. Corps en équilibre thermique**

**1°. Loi de Kirchhoff**

Considérons deux corps de petites dimensions et de surfaces respectives S1 et S2 situées suffisamment loin l'une de l'autre à l'intérieur d'une grande enceinte parfaitement isolée, et maintenue à température uniforme. Au bout d'un certain temps, il s'établit, à la suite des échanges par rayonnement entre les corps et les parois rayonnantes de l'enceinte, un équilibre thermique. Pour une longueur d'onde  $\eta$ , il "tombe" par unité de surface, sur chaque corps, l'énergie  $\Phi_\eta$ .

Le corps (1) de coefficient d'absorption  $(\partial_1)_\eta$  absorbe le flux énergétique :

$$(\Phi_1)_\eta = (\partial_1)_\eta \cdot \Phi \cdot S1 \tag{I.117}$$

De même pour le corps (2)

$$(\Phi_2)_\eta = (\partial_2)_\eta \cdot \Phi \cdot S2 \tag{I.118}$$

En tant qu'émetteur, à la longueur d'onde  $\eta$ , le corps (1) émet:

$$(\Phi'_1)_\eta = (M_1)_\eta \cdot S1 \tag{I.119}$$

De même (2) émet :

$$(\Phi'_2)_\eta = (M_2)_\eta \cdot S2 \tag{I.120}$$

A l'équilibre thermique :

$$(\Phi_1)_\eta = (\Phi'_1)_\eta \text{ et } (\Phi_2)_\eta = (\Phi'_2)_\eta \tag{I.121}$$

Soit :

$$\frac{(M_1)_\eta}{\partial_\eta} = \frac{(M_2)_\eta}{(\partial_2)_\eta} \tag{I.122}$$

$M_\eta / \partial_\eta$  Le rapport est constant pour tout corps. Il est indépendant de la forme et de la nature du corps en particulier, si le corps (2) est un corps noir, on a :

$$(\partial_2)_\eta = 1 \quad (M_2)_\eta = M^*_\eta$$

$$M_\eta = \alpha_\eta M^*_\eta \tag{I.123}$$

La relation est dite loi de Kirchhoff.

**2°. Corps gris**

C'est tout corps dont le coefficient d'absorption est indépendant de la longueur d'onde  $\eta$ , on a:

$$M_\eta = M^*_\eta = a \tag{I.124}$$

Echange d'énergie par rayonnement entre deux surfaces grises séparées par un milieu non absorbant. Les échanges par rayonnement entre les surfaces de deux corps, mettent en jeu d'une part les caractéristiques propres aux corps (émission et absorption), d'autre part, l'angle sous lequel chaque surface est vue par l'autre. On introduit alors un facteur d'angle "f" qui dépend naturellement de la forme des corps et de leur disposition relative dans l'espace.

$$\Phi_{1\leftrightarrow 2} = a_1 a_2 f_{12} \sigma (T_1^4 - T_2^4) S_1 \quad (I.125)$$

## I.6. CONCLUSION

Au terme de ce chapitre, on déduit que le transfert de chaleur décrit l'échange d'énergie thermique entre différents systèmes physiques, en fonction de la température. L'échange d'énergie se fait en dissipant la chaleur et cela à travers les trois modes fondamentaux de transfert de chaleur qui sont la conduction, la convection et le rayonnement.

---

*Chapitre 02*

---

**LES FOURS ÉLECTRIQUES  
INDUSTRIELS**

---

## II.1. INTRODUCTION

En tant que système technique à dominante énergétique, les fours industriels s'intègrent généralement dans une ligne de production complexe dont ils sont des éléments principaux. Ils possèdent des configurations diversifiées pluritechniques, pluritechnologique et pluriénergétiques. Ils trouvent leurs applications dans un très grand nombre d'activités industrielles types projet, Process, atelier et masses. La nécessité de leur adaptation aux fonctions qu'ils doivent assurer dans les différentes branches industrielles diversifie leur conception en raison des différentes sources d'énergies utilisées, de sorte que leur situation est difficilement comparable à celle des autres auxiliaires de production.

Les fours qu'ils soient de fusion ou de maintien peuvent être utilisés pour la fusion et le maintien de la température des métaux non ferreux à base point de fusion comme l'aluminium, le zinc et le cuivre, mais aussi pour la fonte de ferraille d'aluminium et de restes industriels d'aluminium en pièces.

Principalement, dans l'industrie le four est un moyen pour élever la température d'un produit industriel. Dans ses applications, il peut être mis en œuvre en tant que système de chauffage tel que le réchauffage de l'acier avant déformation plastique, le réchauffage de pétrole brut avant distillation. Ou bien en tant que réacteur dans lequel on élabore les produits tel que four de fusion de métaux, four de fusion de verre, four de vapocraquage de la pétrochimie, etc...

Le Présent chapitre traite 3 parties qui concernent les fours électriques industriels, ses classifications et le four à induction on s'efforce d'y dégager une conclusion sur les fours industriels.

## II.2. Les Fours Electrique Industriels

### II.2.1 Généralités

Les fours de fusions de fonderie traitent des métaux déjà élaborés et provenant du traitement de minerais, On distingue deux types des métaux :

- Les métaux ferreux.
- Les métaux non ferreux.

Donc les fours de fonderie sont au moins des fours de deuxième fusion et permettent d'élaborer des alliages métalliques. Le souci d'obtenir ces alliages présents leurs caractéristiques de fonderie et mécanique optimale implique des conditions d'élaboration et de fusion rigoureuse.

Les appareils de fusion doivent permettre le respect de ces conditions. Leurs choix en fonction de types d'alliage désirés sont déterminant c'est pourquoi ces appareils doivent réduire le maximum. L'un des inconvénients de ces appareils est les risques d'oxydation et d'inclusion de gaz dans les alliages, aussi le fait d'avoir une productivité la plus élevée possible. Encore la consommation minimale d'énergie.[6]

### II.2.2. Définition d'un Four

Un four est toute enceinte ou appareil qui permet de faire subir des transformations chimiques et physiques à un corps grâce à la chaleur. Il utilise pour cela des sources d'énergies calorifiques diverses. Cependant lorsque la chaleur est tirée de l'électricité on le qualifie de four électrique. [7] C'est un outil de production destiné à élaborer ou transformer des matériaux grâce aux transferts thermiques entre une source de chaleur et la matière traitée. De toute façon particulière, les fours céramiques sont des ouvrages de maçonnerie destinés à porter une matière (les briques en terre cuite, les tuiles, les cœurs céramique, etc...) à de très hautes températures pour opérer une transformation physique ou chimique.

Dans tous les cas, le four est composé de matériaux réfractaires permettant de l'isoler du Milieu ambiant, et contient un creuset en graphite. Ce creuset est rempli de lingots et de jets, puis porté à une température supérieure à la température de fusion de l'alliage qu'il contient La régulation de température est effectuée à l'aide de thermocouples placés dans la chambre de chauffe entre les résistances (cas d'un four Électrique) et le creuset. La température de cette chambre est légèrement supérieure à celle du Métal contenu dans le creuset. Les fours sont classées suivants le procédé de chauffage, la manutention des produits traités le niveau de températures et combustible utilisé.[8]

### II.2.3. Fonctionnement

Le principe de fonctionnement du four est simple l'objet à traiter y est enfermé pour être soumis à une source de chaleur provenant de l'intérieur ou de l'extérieur du four. La chaleur à l'intérieur du four peut être répartie par circulation forcée d'air, Par convection naturelle, par conduction thermique ou par rayonnement (infrarouge, microondes, etc...).[9] La source d'énergie pour fournir la chaleur du four peut être Un combustible (bois, gaz naturel...), L'électricité dans des résistances Des micro-ondes, ou avec l'électricité.

Lorsque l'opérateur ferme la porte d'accès et met en marche le four industriel, l'air à l'intérieur de celui-ci est conditionné par un réchauffeur, l'air chauffé est ensuite circulé à travers le four industriel grâce à un ventilateur qui assure la distribution égale de la température. Une fois que le four industriel atteint son point de consigne, il diminue son rendement au niveau minimal afin de maintenir une température stable. Si nécessaire, l'air chaud est expulsé via des tuyaux d'échappement afin d'initier un processus de refroidissement.[10]

### II.2.4. Classification des Fours Industriels

Toute classification est arbitraire, elle est toutefois utile dans la mesure où elle permet de retrouver des caractéristiques communes à des équipements à première vue très différents.

Nous proposons ici quatre classifications, en fonction :

- De la manutention du produit (fours continus ou discontinus).
- Du procédé de chauffage (direct ou indirect).
- Du niveau de température.
- Du combustible.

Les classifications sont arbitraires car une même température peut être considérée comme haute dans un type d'activité et basse dans une autre activité.

Exemple : une température de 700°C sera considérée comme haute dans l'industrie chimique et basse en sidérurgie ou dans l'industrie du verre. Même si cette limite est un tant soit peu arbitraire, elle n'en est pas moins réelle. D'un point de vue technologique, au-dessus de 700°C à 800°C, il devient délicat de construire des fours à chauffage indirect. D'un point de vue thermique :

- Au-dessus de 1000°C, le transfert de chaleur se fait essentiellement par rayonnement.
- Au-dessous de 700°C, la part de la convection devient non négligeable et on cherchera à l'améliorer par mise en circulation des gaz autour du produit. [11]

On distingue deux classifications pour fours industriels :

- **Fours à haute température**
- **Fours à basse température**

#### II.2.4.1. Fours à Haute Température

Ce sont les fours de sidérurgie, de Fonderie, de verrerie, de cimenterie. La température que l'on veut obtenir sur le produit dépasse, et parfois nettement 1 200°C. C'est également le cas d'un certain nombre de fours de l'industrie pétrolière, pétrochimique et chimique dans lesquels, bien que la température du produit soit inférieure à 500°C, une partie importante de la chaleur est fournie directement par le rayonnement de la flamme dans une zone de radiation. Le transfert de chaleur s'y fait essentiellement par rayonnement de la flamme et des gaz issus de la combustion. Les transferts de chaleur par rayonnement découlent fondamentalement de la loi de Stefan-Boltzman.[10]

Dans notre cas, il s'agit du procédé de fonderie dans lequel le choix d'un four de fusion est un aspect important de l'élaboration d'un procédé de Fonderie. Chaque type de four possède des propriétés qui lui sont propres en ce qui concerne ses besoins en alimentation et ses possibilités d'alliage, qui auront à leur tour des répercussions Sur l'ensemble du procédé de fonderie. D'un autre côté, le type de métal à fondre détermine si le four peut ou ne peut pas être utilisée. En fonderie, on distingue les types suivants :

- **Les fours à cubilot**
- **Les fours à creuset**

### II.2.4.1.1. Four à Cubilot

C'est un four vertical de type à cuve, une sorte de grand tube métallique appelé virole, dans lequel les matériaux à fondre sont en contact direct avec le combustible (le coke). Cette virole en acier est protégée par du réfractaire et refroidie à l'extérieur par un circuit de rugissement d'eau le long de sa paroi.

Dans ce four, le métal à fondre généralement des ferrailles (**Figure II.1**), est en contact direct avec le combustible. Ce contact à haute température entraîne une carburation importante (à des niveaux de 2 à 3 % de carbone) et réserve pour cela le cubilot à la production de fonte. Par rapport au haut fourneau, le cubilot se distingue donc par l'absence de réactions de réduction d'oxyde de fer, ce qui en fait un four moins puissant. Il s'agit généralement d'un outil flexible utilisé dans les fonderies.



**Figure II.1** : four à cubilot

### II.2.4.1.2. Les Fours à Creuset

Dans ses fours, le métal à fondre est contenue dans un creuset il se trouve ainsi protégé des Flammes et des gaz de la combustion, les creusets sont :

- En fonte ou en acier moule (Ils sont résistants et d'un prix peu élevé ils peuvent être suspendus dans l'enceinte de four).
- En graphite ou en carborundum (ils sont réfractaires et leur conductibilité thermique est meilleure que les autres réfractaires).

La forme générale des creusets est cylindrique (**Figure II.2**) mais le rapport entre la hauteur et le diamètre est variable suivant l'utilisation et le type d'alliage fondu.

On distingue les types suivants :

- **Les fours chauffés électriquement.**
- **Les fours rotatifs ou oscillants.**
- **Les fours chauffés au gaz et au mazout.**

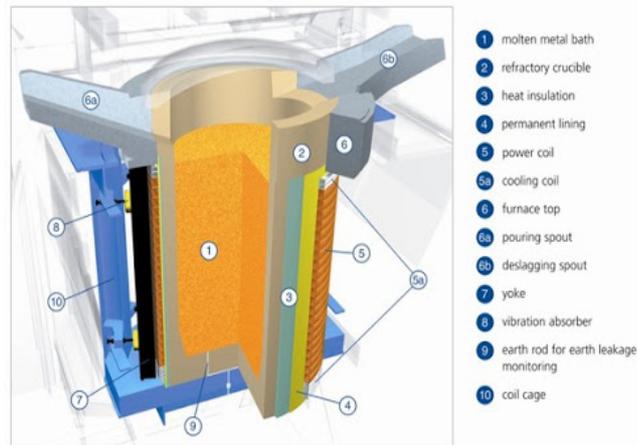


Figure II.2 : four à creuset

### II.2.4.1.2.1. Les Fours Chauffés Electriquement

Plusieurs types de fours électriques à résistances sont connus. Prenant tous source dans principe de base des fours électriques, ces différents types ne diffèrent que sur la base de la forme ou du mécanisme intégré dans leurs enceintes (positionnement des résistances dans l'enceinte...). Les fours électriques présentent de nombreux avantages Pertes au feu réduites et constantes. L'Obtention de hautes températures favorables pour amorcer les réactions chimiques D'affinage. D'autre part la Régulation plus aisée de la température de bain.

Les fours chauffés électriquement (**Figure II.3, Figure II.4**) sont divisés en :

- Fours à arcs.
- Fours à induction.



Figure II.3 : four à arc électrique



Figure II.4 : four à induction

### II.2.4.1.2.2. Les Fours Rotatifs ou Oscillants

Le four rotatif est une sorte de tubes horizontaux (**Figure II.5**), appelés viroles, garnis de réfractaire qui entre lentement en rotation pendant la fusion du métal. Ces fours permettent l'élaboration d'alliages spéciaux grâce aux hautes Températures (**Figure II.6**) atteintes et au brassage du métal. Le brassage permet l'homogénéisation du bain et favorise l'évacuation des gaz.

La fusion est rapide grâce à la faible inertie thermique de ces fours et leurs rotations qui accélèrent les échanges thermiques.

On distingue :

- Fours à flammes.
- Fours électriques.

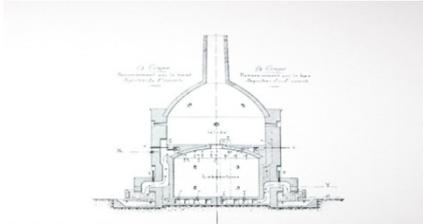


Figure II.5 : four à flamme renversée



Figure II.6 : four électrique.

#### II.2.4.1.2.3. Les Fours Chauffés aux Gaz et aux Mazout

Une enceinte métallique maintient les matériaux réfractaires qui assurent le Calorifugeage et entourent, le creuset le bruleur à gaz ou au mazout doit avoir une position Bien déterminée par rapport au creuset. (Figure II.7)

La flamme du bruleur ne doit pas frapper le creuset afin d'éviter des points chauds Locaux. La flamme doit être tangente aux réfractaires de l'enceinte et le creuset est chauffé par Convection et rayonnement de réfractaires.

D'autre part le brûleur doit être incliné vers le haut pour éviter une accumulation de gaz dans le fond du four.

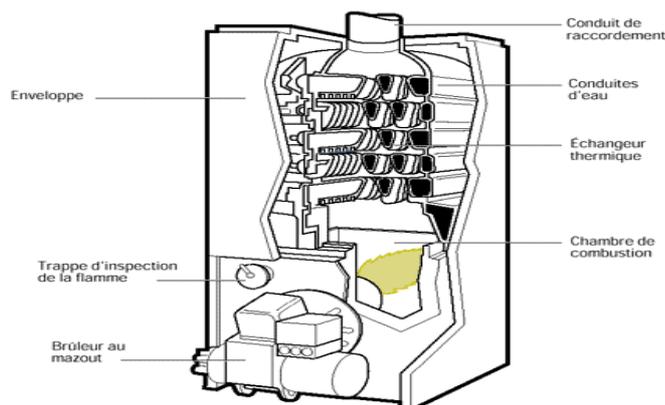


Figure II.7 : Les fours au gaz ou mazoute

#### II.2.4.2. Fours à Basse Température (Figure II.8)

Ce sont en particulier, les fours de traitement thermique de métallurgie, les fours de revêtement de surface et les fours pour les métaux non ferreux. La température que l'on veut obtenir sur le produit dépasse rarement 700°C, et est parfois sensiblement inférieure. C'est également le cas des

zones de convection des fours de l'industrie du pétrole et de la chimie. Le transfert de chaleur s'y fait essentiellement par convection de gaz transparents. La loi fondamentale du transfert de chaleur est la loi de Newton.[10]



Figure II.8 : Fours à basse température l'omnicuisseur vitalité

## II.3. Le Four à Induction

### II.3.1. Historique

Les premiers fours à induction apparaissent au début du XX<sup>e</sup> siècle. Cette technologie est développée à partir des travaux de Kjellin, Rodenhauser, Wyatt et Russ, notamment, mais ne sort guère des laboratoires en raison du manque de fiabilité.

Le four à canal est le premier à être utilisé industriellement.

**1920 :** À partir de 1920, les progrès apportés aux condensateurs statiques et aux convertisseurs donnent le départ à l'usage industriel des fours à induction.

Il faut toutefois attendre encore 10 ans pour installer en fonderie des fours jusqu'à 4 tonnes de capacité. Les nouvelles applications industrielles amorcent une amélioration constante.

**1955 :** Dès 1955, notamment, en fonderie, on produit des alliages cuivreux.

La fréquence réseau, de 50 Hz, est quasiment la seule utilisée jusqu'aux années 1970, et la recherche ne vise que l'augmentation de la capacité pour atteindre une centaine de tonnes.

**1973 :** À la crise pétrolière de 1973, les fours à creuset à basse fréquence, de grande capacité, se montrent inadéquats en termes de consommation d'énergie et leur présence en fonderie se raréfie.

[12]

### II.3.2. Définition d'un four à induction

Un four à induction est un élément électrique, Dans la chaleur est provoqué par induction magnétique dans un milieu conducteur (habituellement un métal) placé dans un creuset, autour de quel l'enroulement magnétique est refroidi par l'eau. [13] Il emploie l'induction pour chauffer un métal à son point de fusion. Une fois que fondu, le champ magnétique à haute fréquence peut également être employé pour remuer la fonte, qui est utile en assurant cela additions d'alliage sont entièrement mélangés dans la fonte. La plupart des fours à induction se composent d'un tube des anneaux de cuivre refroidis à l'eau, entourant un récipient de réfractaire matériel. Des fours à

induction sont utilisés dans la plupart des fonderies modernes, comme méthode plus propre de fondre des métaux qu'a four reverberatory ou a coupole. Les tailles s'étendent d'un kilogramme de capacité, d'à la capacité cent tonnes. Les fours à induction émettent souvent un gémissement ou un fredonnement aigu quand ils fonctionnent, selon leur fréquence de fonctionnement.

Les métaux fondus incluent fer et acier, cuivre, aluminium, et métaux précieux (**Figure II.9**). Puisqu'il est un propre et non procédé de contact il peut être employé dans un vide ou une atmosphère inerte. Les fours de vide se servent du chauffage d'induction pour la production des aciers de spécialité et d'autres alliages qui s'oxyderaient si de chauffage en présence de l'air.[9]Un four préchauffé d'une capacité d'une tonne de fer peut fondre et exploiter une charge froide en une heure. La puissance nécessaire varie de 10 kW à 42 MW, pour des volumes de fonte, respectivement, de 20 kg à 65 t de métal<sup>0000</sup>.

Un four à induction d'exploitation émet généralement un bourdonnement ou sifflement dus à des forces magnétiques fluctuantes et de la magnétostriction, dont la hauteur de tonalité est indicatrice de fonctionnement et de niveau de puissance.



**Figure II.9** : four à induction

### II.3.3. Principe de Fonctionnement d'un Four à Induction

Ce type de four utilise le principe de l'induction électromagnétique, selon ce principe physique, un champ magnétique produit dans le métal un courant électrique et chauffe proportionnellement à la puissance du champ. Les fours à induction utilisent des bobines dans lesquelles passe un courant électrique pour générer un champ magnétique intense, il est orienté et concentré sur les charges métalliques, présentes dans le creuset réfractaire. La bobine inductrice placée autour du creuset est refroidie à l'eau afin d'éviter toute surchauffe et dégradation de cette dernière. Des écrans magnétiques sont disposés tout autour pour refermer le champ sur la zone de fusion.

Un effet intéressant pour la métallurgie est le brassage du aux courants induits, il permet d'homogénéiser le bain ce qui rend très intéressant ce type de moyen de fusion pour l'élaboration d'alliage complexes. Il existe une variante du four à induction plutôt réservée au maintien du métal

en fusion dans un four à canal. Ce dernier est destiné au stockage du métal liquide, souvent directement sur le chantier de moulage. La température est maintenue par le passage au métal dans un canal où l'on applique un courant induit. Cela produit un courant dans le bain qui homogénéise l'ensemble. Les fours à induction sont utilisés pour la fusion et le maintien de tous les types d'alliages (acier, fonte, non ferreux).[14]

### II.3.3.1. Applications Industrielles des Fours à Induction

Le chauffage par induction ne s'applique qu'aux matériaux de résistivité électrique comprise entre  $10^{-8} \Omega.m$  (cuivre) et  $10^{-1} \Omega.m$  (verre fondu). La profondeur de pénétration thermique est inversement proportionnelle à la racine carrée de la fréquence et varie de quelques micromètres à plusieurs centimètres. Les puissances mises en œuvre peuvent varier de quelques centaines de watts (petits fours à induction de laboratoire ou de prothésiste dentaire) à plusieurs mégawatts pour les grosses installations de fusion. On trouve principalement des installations de chauffage par induction dans les domaines de la métallurgie et de la mécanique : 45 % pour la fusion, 45 % pour le chauffage avant formage, 10 % pour le traitement thermique et les applications diverses.

Cependant, grâce à l'évolution des technologies de l'électronique et à l'apparition de composants de commutation plus rapides, des applications innovantes sont apparues dans d'autres domaines : chimie (fusion directe de verres et d'oxydes...), grand public (plaque chauffante de cuisine).[15]

#### Autres applications de l'induction

On peut citer entre autres :

- Le brassage électromagnétique d'alliages métalliques ;
- Le confinement électromagnétique de plasma ;
- Le décapage de peinture ;
- Les plaques de cuisson ;
- La recharge d'accumulateurs.

L'avantage du four à induction est qu'il est propre, économe en énergie et permet de mieux contrôler la fusion des métaux. Les fonderies modernes utilisent ce type de four qui supprime les hauts fourneaux pour produire la fonte, car ces derniers émettent beaucoup de poussières et polluent beaucoup. Vu ces avantages techniques, les fours à induction ont trouvé plusieurs applications dans les industries. Ils sont retrouvés également sous plusieurs types. [7]

### II.3.3.2. Four à induction Kjellin

Le four de type Kjellin est constitué par un récipient de forme annulaire, revêtu intérieurement de matériaux réfractaires et traversé par le noyau ferromagnétique d'un transformateur, dont l'enroulement primaire est connecté au générateur.

Grâce à un courant d'intensité élevée (jusqu'à 30 000 ampères), la matière en fusion peut atteindre une température très élevée.

La conception de ce type vise à donner à la boucle magnétique de fonte une taille minimale. Le but est d'assurer une résistance électrique élevée au passage du courant (améliorant ainsi l'efficacité) sans créer de contractions dans le fluide à l'interruption du passage du courant. [7]

### II.3.3.3. Les avantages et les Inconvénients d'un Four à Induction

Ce four possède des qualités et des défauts, le tableau suivant montre ces avantages et ces inconvénients : [7]

Les avantages	Les inconvénients
<p>La propreté de ce procédé, l'économie en énergie et permutation de mieux contrôler la fusion des métaux.</p> <p>Les fonderies modernes utilisent ce type de four qui supplante les hauts fourneaux pour produire la fonte, car ces derniers émettent beaucoup de poussières et polluent beaucoup.</p> <p>Les capacités des fours à induction varient de moins d'un kilogramme à cent tonnes, Comme aucun arc ou combustion n'est utilisé, la température de la matière n'est pas supérieure à celle requise pour le faire fondre, ce qui peut prévenir la perte des éléments d'alliage précieux.</p>	<p>L'absence de raffinage dans le phénomène des matériaux de charge doivent être propres de produits d'oxydation et d'une composition connue.</p> <p>Certains éléments d'alliage peuvent être perdus en raison de l'oxydation (et doivent être rajoutés après-coup à la fonte).</p> <p>Le volume des matériaux à fondre est faible, plus la fréquence du four est élevée.</p>

**Tableau II.1** : les avantages et les inconvénients d'un four à induction

## II.4. Conclusion

D'une manière concluante on peut dire que les fours industriels sont des véritables Laboratoires où l'on peut réchauffer des produits sidérurgiques ou pétroliers. Quel que soit le four, l'objectif est de fournir aux produits une quantité de chaleur déterminée. La finalité d'un four est de transférer de l'énergie à une charge (produits) pour en élever la température. Ce transfert se fera par les trois modes de transfert de chaleur (rayonnement, convection, conduction), la plupart du temps simultanément, mais dans des proportions très variables.

Les applications du chauffage par induction sont très nombreuses et elles nécessitent des fréquences variées. On peut citer le traitement thermique de surface (séchage et refusions des tôles), traitement thermique à cœur (le formage, la fusion et le recuit) et traitement localisé (les problèmes de soudage et de dégazage). Bien que le chauffage par induction trouve son emploi le plus courant dans les traitements précédents, le procédé peut être employé pour un bon nombre d'autres problèmes où il est nécessaire de se servir de la chaleur. Le chauffage d'induction peut produire les densités de puissance élevée qui accordent des temps courts d'interaction d'atteindre la température exigée, un four à induction représente l'un des applications vastes de ce processus dans l'industrie et notre vie quotidienne.

---

*Chapitre 03*

---

**SIMULATION NUMÉRIQUE**  
**- FOUR À INDUCTION -**

---

### III.1. INTRODUCTION

Le présent chapitre sera consacré à la simulation numérique du four de fonderie à induction installé au niveau de l'atelier fonderie fonte de l'entreprise algérienne des fonderies TIARET(ALFET). Cependant, avant d'aborder le sujet concernant le four à induction, on a jugé correct de présenter en premier lieu l'entreprise où s'est déroulé le stage à travers son identification et son organisation.

Une fois le lieu d'implantation du four à induction présenté, la partie simulation sera traitée dans l'environnement Ansys Mechanical APDL.

### III.2. PRESENTATION DE L'ENTREPRISE ALFET

#### III.2.1 Filiale FONDAL

Algérienne des fonderies Tiaret est une fonderie des métaux ferreux qui a démarré son activité en 1983 sous le nom de l'Entreprise Nationale de Fonderie (ex ENF), puis une filiale du groupe FONDAL et aujourd'hui une unité de l'entreprise FONDAL détenue par le groupe METAL (**Figure III.1**). Elle a été conçue pour répondre aux besoins des différents Secteurs Clients tel que les cimenteries, les briqueteries, sidérurgie travaux publics ferroviaires agriculture et autres en pièces coulées avec une très large Gamme de nuances de Métal.

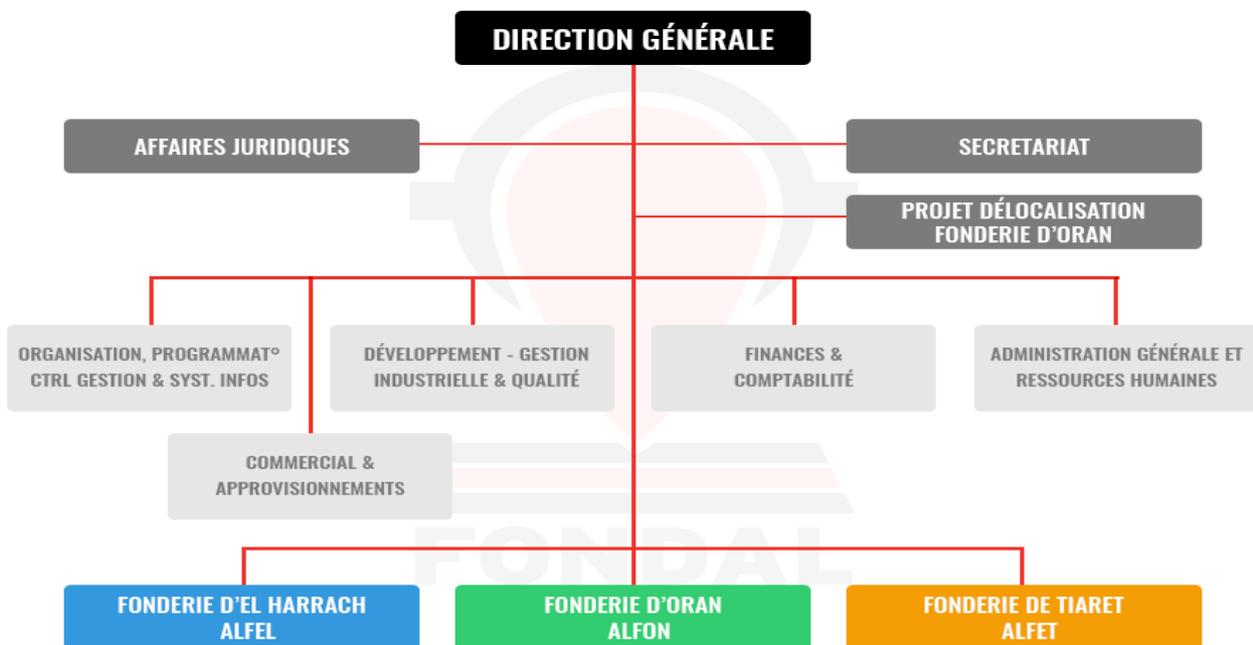


Figure III.1: L'organigramme de la FONDAL.[20]

III.2.2. Fiche technique de l'unité

La fonderie est Située au niveau de la zone industrielle ZAAROURA à 4 Km de Tiaret, l'aéroport le plus proche se trouve à 18 Km de la ville de Tiaret et le port le plus proche est celui de Mostaganem (150 Km de Tiaret). Distance par rapport à Alger est de 260 Km.

ALFET a été créé en 1983, Son statut juridique est SPA. Elle a un capital social de 1200000000 DA. Les travailleurs comptent le nombre de 310 ouvriers avec une certification de iso9001/2008. Alfet produit 8350 tonnes par an de fonte et 4000 tonnes par an d'acier. Elle étudie et conçoit des outillages tels que la fabrication de pièces moulées de cimenterie sidérurgies, travaux publics ferroviaires agriculture boulets de broyage lingotières blindage corps barreaux de grille marteaux sabots de palier support de pièces contrepoids poulies. Elle est active dans la production et commercialisation des pièces brutes moulées en fonte et en acier. Sa gamme de production consiste aux poids de pièces produite variant entre 10 Kg à 17 tonnes pour la fonte et entre 150 gr à 2 tonnes pour l'acier Très grande variété de nuances de métal (plus de 50 nuances).

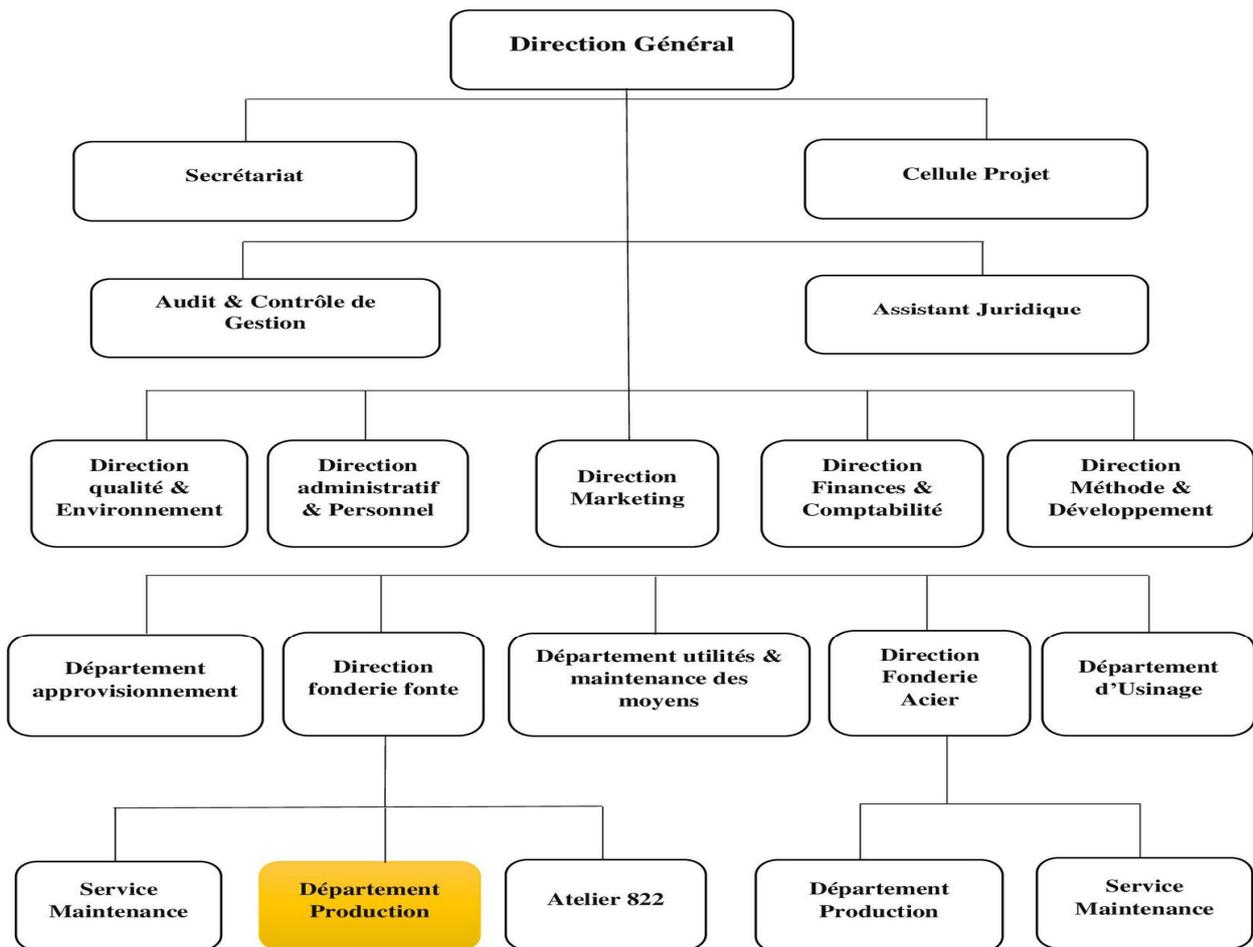


Figure III.2: Organigramme D'Algériennes des Fonderies de Tiaret.[20]

III.2.3. Atelier Fonderie fonte

L'atelier fonderie fonte est destiné à l'obtention de pièces moulées à partir de ferrailles. Le processus de fonderie est réalisé par une installation dont les étapes représentées sur la (figure III.3)

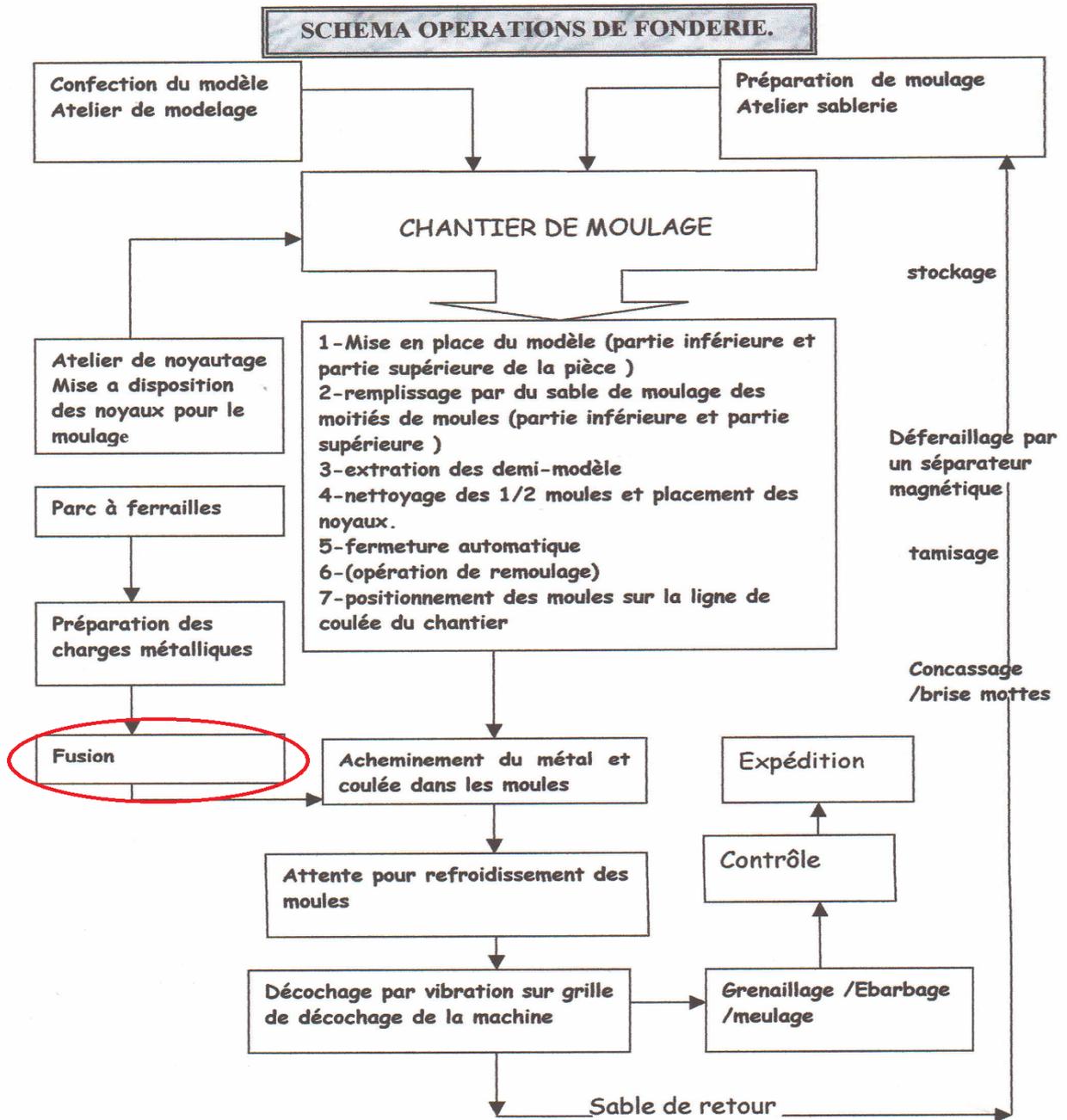


Figure III.3: Etapes du processus de fonderie [20]

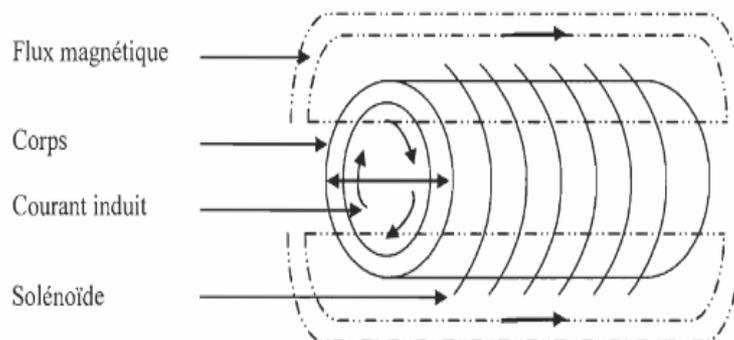
### III.3. DESCRIPTION DE PROBLEME

L'étape de fusion au niveau de l'atelier fonderie fonte étant réalisée par des fours à induction, Ces dernier utilisent l'induction électromagnétique pour faire fondre le métal à l'intérieur du creuset. Le chauffage par induction est une technique déjà ancienne, utilisée depuis longtemps pour la trempe ou la fusion des aciers, et pour quelques applications ponctuelles comme le traitement thermique du carbone. Des études technico-économiques ont révélé un marché potentiel important pour le chauffage par induction, en particulier dans le domaine du réchauffage avant formage des demi-produits sidérurgiques. Le développement industriel attendu n'a pas eu lieu, principalement à cause de l'importance des investissements, et des difficultés rencontrées lors du dimensionnement des installations. Les méthodes simples de calcul donnant des résultats peu satisfaisants, la mise en service d'une chauffeuse exige des essais préalables, souvent longs et coûteux, sur des prototypes.

Le problème consiste à rechercher à travers une simulation numérique, la manière la plus efficace de transférer la quantité de chaleur par unités de temps entre une bobine à induction et le métal à faire fondre, contenu dans le creuset.

#### III.3.1. Chauffage par induction

Le chauffage par induction est une technique électrothermique permettant de chauffer des matériaux conducteurs d'électricité, avec contact matériel avec une source électrique. C'est une application directe de deux lois physiques à savoir la loi de Lenz et l'effet Joule, il s'applique aux matériaux conducteurs (**Figure III.4**). Son principe consiste à placer l'élément à chauffer dans un champ magnétique variable, il se développe des courants de Foucault au sein du matériau qui provoque son échauffement par effet Joule.[12] En effet, Tout corps conducteur d'électricité s'échauffe par effet Joule quand il est parcouru par un courant électrique. Cet échauffement s'obtient, soit en appliquant aux extrémités du conducteur une différence de potentiel (c'est le cas du chauffage classique par résistance), soit en plaçant ce conducteur dans un champ magnétique variable (c'est le cas du chauffage par induction électromagnétique).[13]



**Figure III.4 :** Principe du chauffage par induction[13]

Lorsqu'on applique une différence de potentiel alternatif  $V$  aux bornes d'un solénoïde, le courant alternatif de fréquence  $f$  qui parcourt cette bobine crée à l'intérieur, mais aussi à l'extérieur de la bobine, un champ magnétique variable. Si on introduit dans la bobine un corps conducteur de l'électricité, la variation du champ magnétique produit une variation du flux magnétique qui traverse ce corps et, d'après la loi de Lenz, induit une force électromotrice donnant naissance à des courants de Foucault.[16].

$$\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}_m \quad (III.1)$$

$$\vec{E}_m = \vec{E} + \vec{V} \wedge \vec{B} \quad (III.2)$$

Avec :

- $\sigma$  : Conductivité électrique du corps.
- $\vec{E}_m$  : Champ électromoteur.
- $\vec{E}$  : Champ électrique.
- $\vec{B}$  : Induction magnétique.

La force électromotrice est déterminée par l'expression suivante :[12]

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \quad (III.3)$$

$d\Phi$  : Etant la variation de flux d'induction magnétique traversant la pièce à chauffer pendant le Temps  $dt$ .

Ces courants induits se transforment en chaleur par effet Joule dans le corps à chauffer. Dans ce cas, la bobine constitue le circuit primaire ou inducteur, le corps constitue le circuit secondaire. Les équipements de chauffage par induction sont donc, dans leur principe et en dehors de leurs caractéristiques particulières de construction, assimilables à des transformateurs, munis ou non de circuits magnétiques avec fer, le primaire étant alimenté à la fréquence du réseau (50 Hz) ou à des fréquences plus élevées (moyenne et haute fréquence).[12]

Il faut toutefois rappeler que tout conducteur parcouru par un courant, crée un champ magnétique dont l'intensité est proportionnelle à celle du courant. Les applications du chauffage par induction ne se limitent pas au cas d'un corps placé à l'intérieur d'un solénoïde, mais peuvent faire appel à des configurations très variées d'inducteurs (inducteurs plans, inducteurs linéaires, inducteurs tunnel...)[13] et de positions relatives de la pièce à chauffer par rapport à l'inducteur. L'avantage cependant de l'inducteur en forme de solénoïde vient de ce que le champ magnétique créé par chaque spire s'ajoute à celui créé par les autres spires et que le champ magnétique total est particulièrement intense à l'intérieur de la bobine.

### III.3.2. Chauffage par induction électromagnétique

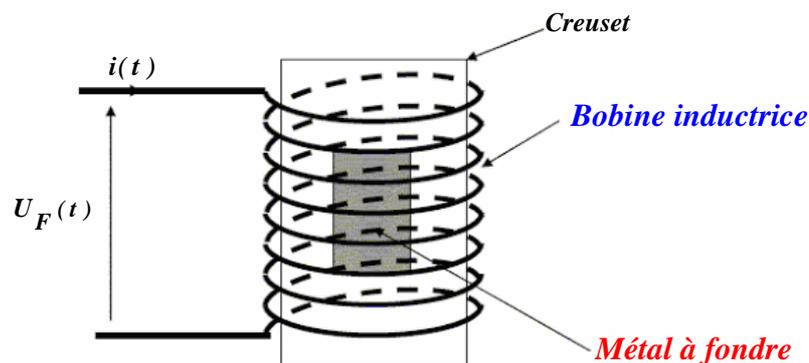
Le chauffage par induction électromagnétique est une technique électrothermique permettant de chauffer des matériaux conducteurs d'électricité, sans contact matériel avec une source électrique. Lorsqu'un conducteur électrique est déplacé dans un champ magnétique statique, un courant électrique s'établit dans cet objet. C'est le phénomène d'induction. De la même manière, si on induit un courant dans un conducteur fixe placé dans un champ magnétique variable, un courant alternatif parcourant un bobinage (ou solénoïde) génère en effet un champ magnétique oscillant à la même fréquence dont l'intensité est maximale à l'intérieur de celui-ci (loi d'Ampère).

- Si une pièce conductrice est placée à l'intérieur d'une bobine, les courants induits par le champ magnétique s'y développent (loi de Lenz) et chauffent la pièce par effet Joule.[16]
- Un système de chauffage par induction comprend essentiellement:
  - un ou plusieurs inducteurs de chauffage (avec parfois un concentrateur de champ),
  - une alimentation électrique,
  - un système de refroidissement de l'inducteur et de l'alimentation électrique
  - un système de contrôle-commande.

Les configurations d'inducteurs, les fréquences (de 1 Hz à 5 MHz) et les puissances électriques mises en œuvre sont très variées et dépendent de l'application (chauffage dans la masse ou superficiel, cuisson, fusion...), du matériau et de sa forme (billettes, lopins, cuves...).

Le chauffage par induction entraîne successivement les trois phénomènes physiques suivants :

- Transfert de l'énergie par voie électromagnétique de l'inducteur vers le matériau à chauffer.
- Transformation de cette énergie électrique en chaleur par effet Joule.
- Diffusion par conduction thermique de la chaleur au sein du matériau.[11]



**Figure III.5 :** four de fusion à induction électromagnétique  
 $U_F(t)$  : tension au borne du four / ;  $i(t)$  : Intensité de courant fournie au four

III. 4 SIMULATION NUMERIQUE

III.4.1. Environnements logiciels

L'environnement dans lequel va être effectuée notre simulation est ANSYS. est une société Américaine (ANSYS, Inc) crée en 1970 par l'ingénieur et entrepreneur John A. Swanson. Elle a son siège à Canonsburg en Pennsylvanie (USA). ANSYS est une société qui édite des logiciels (Software) spécialisés en simulation numérique (**Tableau III.1**). Ses principaux produits sont des logiciels qui mettent en œuvre la méthode des éléments finis (MEF). [21]

**Tableau III.1:** Logiciels produits par la société ANSYS

<b>3D Design</b>	ANSYS Discovery AIM ANSYS Discovery Live ANSYS Discovery SpaceClaim <b>ANSYS Design Modeler</b>	<b>Optical</b>	ANSYS SPEOS
<b>Structures</b>	ANSYS ACT ANSYS Additive Print ANSYS Additive Suite ANSYS Aqwa ANSYS Autodyn <b>ANSYS DesignSpace</b> ANSYS LS-DYNA <b>ANSYS Mechanical Enterprise</b> <b>ANSYS Mechanical Premium</b> <b>ANSYS Mechanical Pro</b> ANSYS nCode DesignLife	<b>Semiconducteurs</b>	ANSYS Path FX ANSYS PathFinder ANSYS PowerArtist ANSYS RedHawk ANSYS RedHawk-SC ANSYS Totem ANSYS Variance FX
<b>Fluids</b>	ANSYS BladeModeler ANSYS CFD Enterprise ANSYS CFD Premium ANSYS CFX ANSYS Chemkin Enterprise ANSYS Chemkin-Pro ANSYS FENSAP-ICE ANSYS Fluent ANSYS Forte ANSYS Model Fuel Library ANSYS Polyflow ANSYS TurboGrid ANSYS VistaTF	<b>Systèmes</b>	ANSYS medini analyze ANSYS VRXPERIENCE ANSYS Twin Builder
<b>Electromagnétique</b>	ANSYS Electronics Desktop ANSYS HFSS ANSYS Icepack ANSYS Maxwell ANSYS Q3D Extractor ANSYS SIwave	<b>Logiciels embarqués</b>	ANSYS SCADE Architect ANSYS SCADE Display ANSYS SCADE LifeCycle ANSYS SCADE Suite ANSYS SCADE Test
		<b>Platform</b>	ANSYS DesignXplorer ANSYS Engineering Knowledge Manager ANSYS EnSight ANSYS High Performance Computing ANSYS Meshing ANSYS optiSLang Multiphysique

Deux environnements logiciels permettent de mettre en œuvre ANSYS :

- Environnement APDL
- Environnement Workbench

### III.4.1.1. Environnement APDL (ANSYS Parametric Design Language)

C'est la première solution logicielle développée par la société ANSYS. À partir de cet environnement, l'utilisateur construit directement un modèle éléments finis en utilisant le langage de script APDL. Elle est destinée à la création de modèles en éléments finis dans le cas des géométries simples, facilement créées à l'aide d'opérations basiques. L'environnement APDL est donc destiné à des utilisateurs compétents dans le domaine de la simulation numérique. APDL peut être adopté lorsqu'il y a des calculs répétés avec modification des variables entrées CAO et/ou MEF.

### III.4.1.2. Environnement ANSYS Workbench

L'environnement ANSYS **workbench** propose une approche différente dans la création d'un modèle, il se focalise plus sur le graphisme et la géométrie avec moins de liaison à la MEF. Il est particulièrement adapté au traitement des géométries complexes et aux utilisateurs non confirmés dans le domaine du calcul. Dans ce cas, il est chargé de convertir les requêtes introduites et saisies par l'utilisateur en code ANSYS avant de lancer la résolution.

Dans cet environnement et à travers des modules de CAO tel que **DesignModeler** ou **SpaceClaim**, l'utilisateur travaille essentiellement sur une géométrie CAO et non plus sur le modèle lui-même. Le Modèle CAO peut être aussi importé à partir d'un logiciel CAO tel que Solidworks, CATIA, etc... Le modèle éléments finis généré reste néanmoins manipulable en insérant des commandes propres au code ANSYS. Le Workbench est facile dans son apprentissage et son utilisation. Il devra être choisi dans une analyse ayant peut de cas de chargement ou dans une analyse où dans le cas où on des modifications CAO complexes.

### III.4.2. Logiciel Ansys Mechanical APDL

Dans le cas de ANSYS Mechanical APDL on peut effectuer une analyse de champ magnétique couplée à un champs thermique en régime stationnaire ou transitoire en 2D ou en 3D. On peut ainsi modéliser diverses régions physiques, notamment le métal, l'air, les aimants permanents et les conducteurs. L'analyse électromagnétique et l'analyse thermique sont configurées dans l'environnement Mechanical APDL, qui utilise le solveur ANSYS pour calculer et simuler la solution. Les utilisations typiques d'une analyse magnétostatique sont les suivantes: [21]

- |                                   |                                         |
|-----------------------------------|-----------------------------------------|
| 1. Machines électriques           | 6. Essais non destructifs               |
| 2. Transformateurs                | 7. Agitation magnétique                 |
| <b>3. Chauffage par induction</b> | 8. Cellules d'électrolyse               |
| 4. Actionneurs solénoïdes         | 9. Accélérateurs de particules          |
| 5. Aimants à champ élevé          | 10 Instruments médicaux et géophysiques |

L'utilisation et l'exploitation d'ANSYS Mechanical APDL, passe par les phases suivantes:

1. **Spécification du problème / Problem specification.**
2. **Description du problème / Problem description.**
3. **Définition de la géométrie / Input geometry.**
4. **Définition des différentes matières à utiliser / Define Material.**
5. **Génération de maillage / Generate Mesh.**
6. **Application des chargements (mécanique électrique thermique...etc) /Apply Loads.**
7. **Solution du problème / Obtain solution .**
8. **Affichage des résultats / Review Results.**

#### III.4.2.1. Spécification du problème

Lorsque l'entrée d'une analyse dépend des résultats d'une autre analyse, on dit que les analyses sont couplées. Une analyse couplée de champ, également appelée analyse multiphysique, est une combinaison d'analyses de différentes disciplines de l'ingénierie ou de la physique qui interagissent pour résoudre un problème d'ingénierie global. Tel que le couplage entre les champs peut:

- Etre unidirectionnelle ou bidirectionnelle,
- Se produire soit par couplage direct, soit par couplage de transfert de charge.
- Etre compliqué dans cas où différents champs peuvent résoudre différents types d'analyses au cours d'une même simulation.

Dans notre cas, il s'agit d'un problème de chauffage par induction, une analyse électromagnétique harmonique calcule le chauffage par effet Joule, utilisé dans une analyse thermique transitoire pour prédire une solution de température en fonction du temps.

Le problème du chauffage par induction est encore plus compliqué car les propriétés des matériaux dans les deux simulations physiques dépendent fortement de la température. Les éléments de spécification relatifs à notre analyse sont donnés sur le tableau III.2

**Tableau III.2:** élément pour spécification du problème

Produit Ansys	Ansys multiphasiques, Mechanical APDL
Discipline	Electromagnétique
Type d'analyse	Transitoire
Type d'éléments	PLAN 13
Caractéristique	Axisymétrie, Graphiques vectoriels..etc

### III.4.2.2. Description du problème

Le problème concerne le modèle 2-D axisymétrique d'une portion du creuset et d'un solénoïde destiné au chauffage par induction. Les données sont:

- Les dimensions en mètre du solénoïde.
- Les dimensions en mètre de la paroi.
- La matière de la paroi, du solénoïde et du milieu extérieur.

Dans le but de synthétiser le modèle numérique du four à induction dans un environnement ANSYS APDL, les données de l'entreprise ALFET ont été exploités:

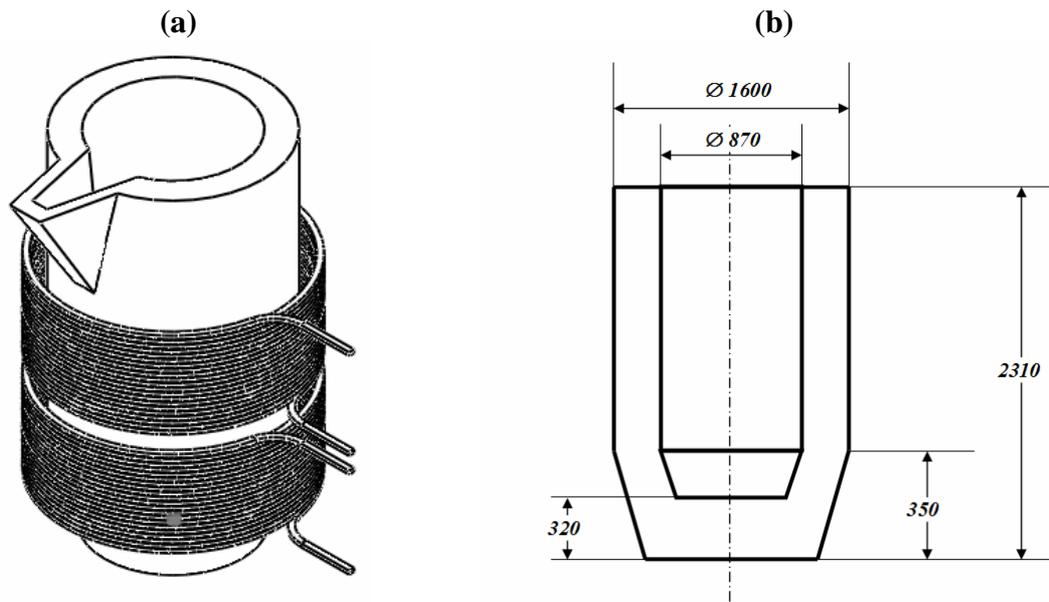
#### 1° Données du creuset pour fusion fonte:

- **Matériaux: Quartzite [22]**

SiO <sub>2</sub>	B <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	T <sub>fusion</sub> (°C)
98.5%	0.6%	0.2%	0.2%	1730

- **Dimensions**

Le modèle du four à induction (Creuset + 02 Bobines) a été conçu dans l'environnement solidworks (Figure III.6a).



**Figure III.6:** ensemble creuset bobine du four à induction  
(a) Creuset avec bobine ; (b) dimensions du creuset

#### 2° Données bobines de courant :

- Matériaux: **Cuivre**
- Nombre de spires: **21**
- Hauteur : **590 mm**
- Section spire creuse : **22×34×Ø16 mm** (trous intérieur pour refroidissement)

III.4.2.3. Définition de la géométrie

La géométrie utilisée pour les besoins de la simulation, sera celle qui correspond à une portion du creuset entourée par l'une des bobines. En plus, vue la forme du creuset, la géométrie sera prise en 2-D avec axisymétrie (figure III.7)

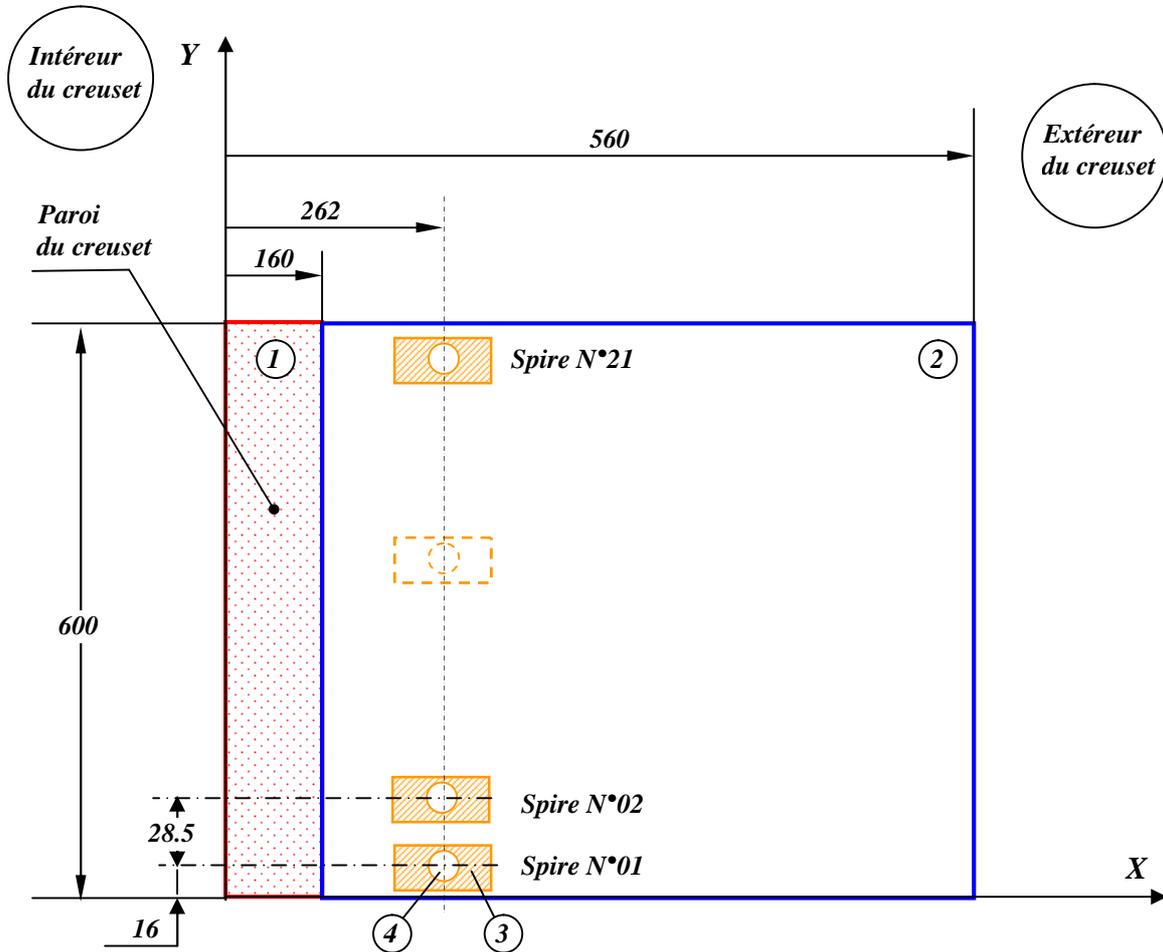


Figure III.7: Géométrie adoptée pour la simulation magnétique thermique

III.4.2.4. Définition des différentes matières à utiliser

Pour les besoins de la simulation on a utilisé trois matières à savoir [tableau III.3](#) Pour les propriétés thermique et magnétique :

Tableau III.3: propriétés thermiques

Propriété / Matériau	Conductivité thermique (à 20°) (W/m.k)	Chaleur spécifique (J/k.kg)	Densité (kg/m <sup>3</sup> )	T <sub>Fusion</sub> (°C)
S <sub>i</sub> O <sub>2</sub>	1.2 - 1.4	750	2650	1730
Cuivre	400	385	8960	1085
Air	0.0262	1006	1.22	

**Tableau III.4:** propriétés magnétiques

	Perméabilité relative	Résistivité ( $\Omega\text{m}$ )
$S_iO_2$	1	$10^{10}$
Air	1	1.3e16
Cuivre	1	1.73e-8

Pour définir des différentes matières à utiliser dans l'environnement Mechanical APDL, on procède comme suit (**Figure III.8**):

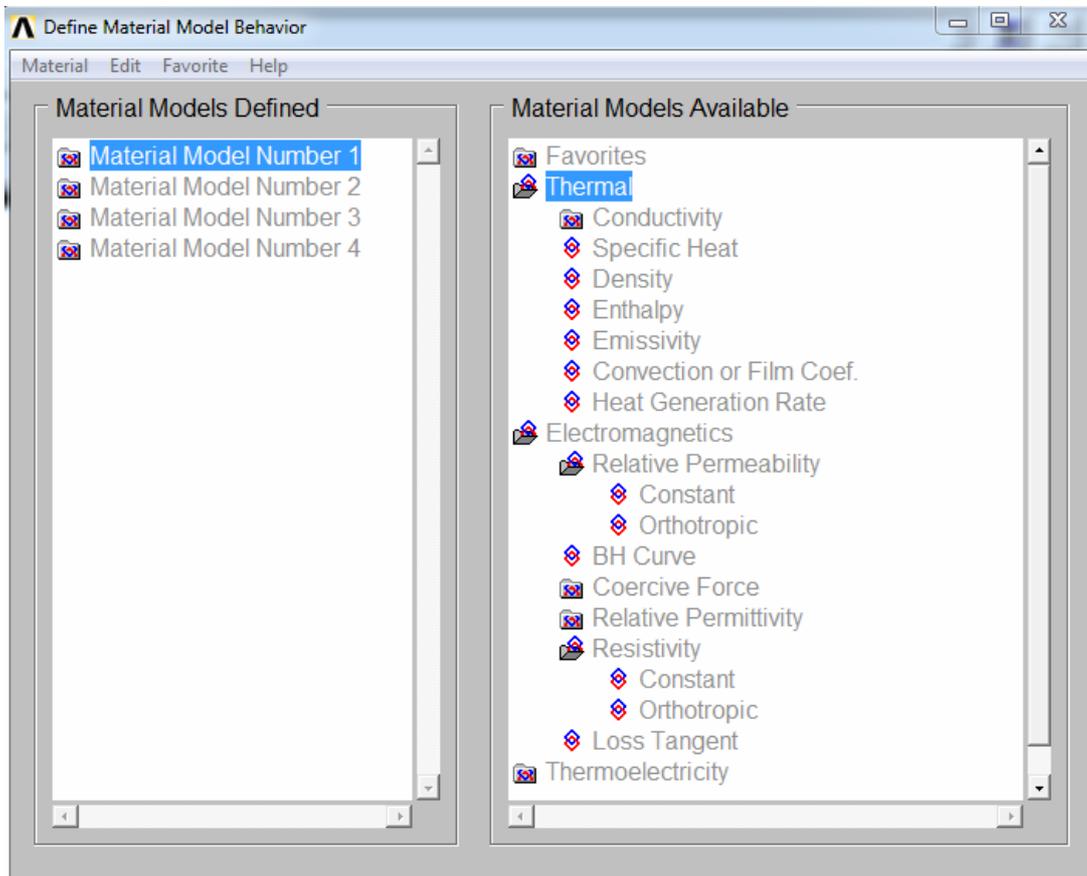
*Main menu* → *preprocessor* → *material props* → *material model* → *boite de dialogue* → *define material model behavior*.

Pour l'analyse électromagnétique, on procède à la définition des propriétés magnétiques telles que:

- La perméabilité relative / Relative Permeability: (**MURX**)
- La résistivité / Resistivity : (**RSVX**)

Pour l'analyse thermique, on procède à la définition des propriétés thermiques telles que:

- La conductivité thermique / Conductivity: (**KXX**)
- La chaleur spécifique / Specific Heat : (**C**)
- la densité / Density : (**DENS**)



**Figure III.8:** Gestions et définitions des matériaux dans l'environnement de Mechanical APDL

### III.4.2.5. Génération du maillage

Pour définir le maillage dans l'environnement Mechanical APDL, on procède comme suit :

#### 1°. Maillage de la zone 1 (paroi du creuset)

##### a. Définition de la taille des maillages

Main menu → preprocessor → meshing → size control → manuel size → **lines** → picked lines →

→ Boite de dialogue: *élément size on picked line*

→ Zone graphique → Sélectionnez les **02 lignes verticale** → OK

→ Boite de dialogue: *élément size on picked line (Suite)*

→ Division: **60**

→ Spacing ratio : **-5**

→ Boite de dialogue: *élément size on picked line*

→ Zone graphique → Sélectionnez les **02 lignes horizontales** → OK

→ Boite de dialogue: *élément size on picked line (Suite)*

→ Division: **30**

→ Spacing ratio : **5**

##### b. Génération du maillage

Main menu → preprocessor → meshing → Mesh → Areas → Mapped → **3 or 4 Sides**

→ Boite de dialogue: *Mesh Areas*

→ Zone graphique → Sélectionnez la zone 1 (Paroi) → OK

#### 2°. Maillage de la zone 4 (intérieure de la section du solénoïde)

##### a. Définition de la taille des maillages

Main menu → preprocessor → meshing → size control → manuel size → **Global** → Size →

→ Boite de dialogue: *Global Element Size*

→ Size Element Edge Length: **0.005**

→ No of Element : **0**

→ OK

##### b. Génération du maillage

Main menu → preprocessor → meshing → Mesh → Areas → Mapped → **Free**

→ Boite de dialogue: *Mesh Areas*

→ Zone graphique → Sélectionnez la zone 4 (Trou dans la bobine) → OK

### 3°. Maillage de la zone3 ( Section du solénoïde)

#### a. Définition de la taille des maillages

Main menu → preprocessor → meshing → size control → manuel size → **Global** → Size →  
 → **Boite de dialogue: Global Elément Size**  
 → Size Element Edge Length: **0.005**  
 → No of Element: **0**  
 → OK

#### b. Génération du maillage

Main menu → preprocesor → meshing → Mesh → Areas → Mapped → **Free**  
 → **Boite de dialogue: Mesh Areas**  
 → Zone graphique → Sélectionnez la zone 3 (Section transversale de la bobine)  
 → OK

### 4°. Maillage de la zone2 (Extérieur du creuset)

#### a. Définition de la taille des maillages

Main menu → preprocessor → meshing → size control → manuel size → **Global** → Size →  
 → **Boite de dialogue: Global Elément Size**  
 → Size Element Edge Length: **0**  
 → No of Element : **0**  
 → OK

#### b. Génération du maillage

Main menu → preprocesor → meshing → Mesh → Areas → Mapped → **Free**  
 → **Boite de dialogue: Mesh Areas**  
 → Zone graphique → Sélectionnez la zone 2 (Milieu extérieur du creuset)  
 → OK

Après avoir procédé au maillage des différentes zones de modelé géométrique,(paroi, section de spires de bobine, et l'extérieure de creuset la **figureIII.9** présente le maillage des zones de simulation.

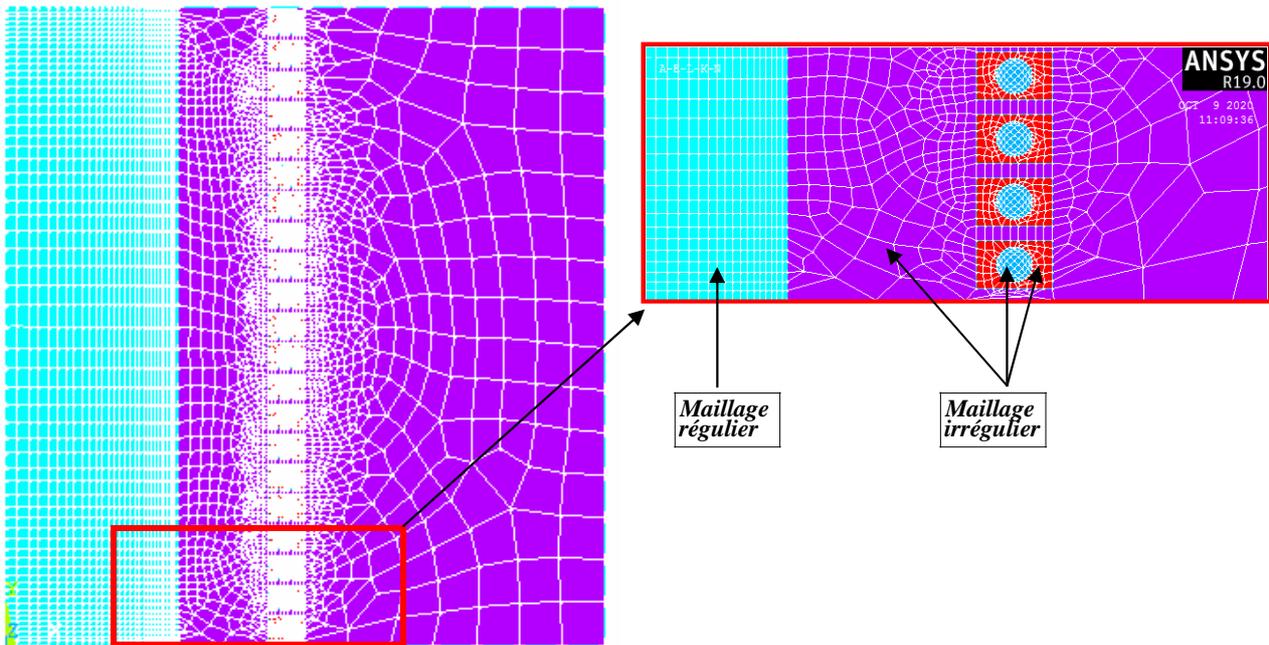


Figure III.9: maillage des zones de simulation

### III.4.2.6. Application des chargements électrique

Le chargement consistera au une application du courant électrique pour alimenter le solénoïde avec une densité de courant égale à  $(21) \times 11 \times 10^6$  (A/m<sup>2</sup>). Pour introduire et saisir cette valeur dans l’environnement Mechanical APDL on procède comme suit (Figure III.10 et III.11) :

#### 1° Définir le type de régime d'analyse

Main menu → solution → Analyse type → New analysis → *boîte de dialogue* : New analysis  
 → *Harmonic* : ON  
 → OK

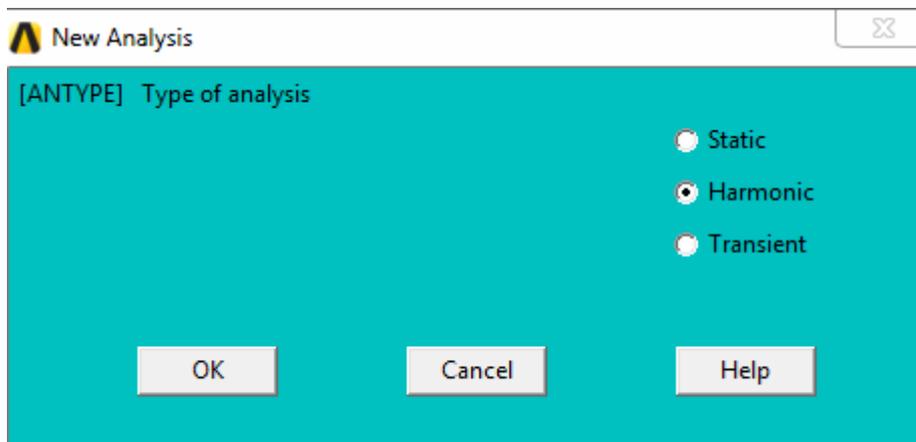


Figure III.10: Choix du régime d'analyse

2° Définir la valeur du chargement

Main menu → solution → Define loads → Apply → Magnetic → Excitation → Current density → On Area  
 → boîte de dialogue: Apply JS On Areas → curr density value : 231000e6  
 → OK

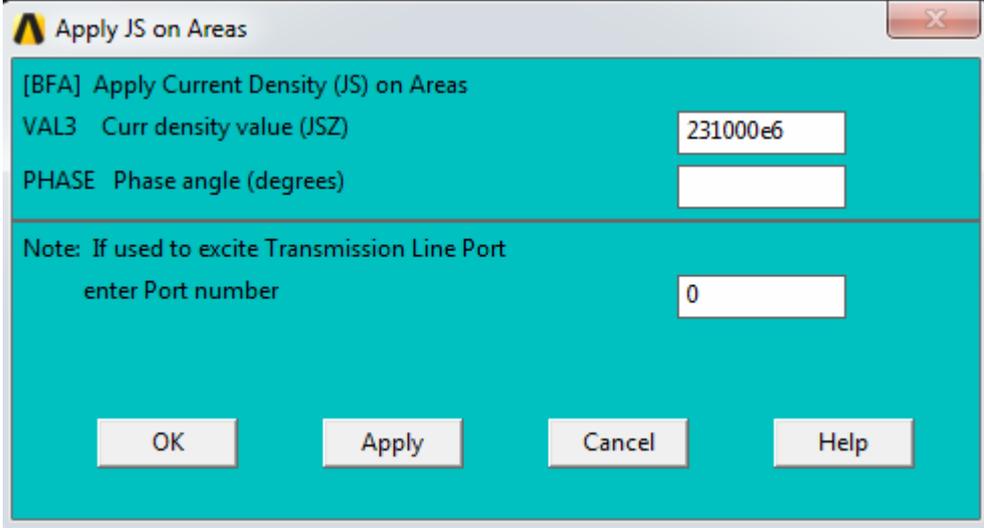


Figure III.11: Définition du chargement

3° Définir le pas du chargement

Main menu → solution → Load Step Options → Time/Frequency → Freq and substep →  
 → boîte de dialogue: Harmonic Frequency and Substep options  
 → Harmonic Freq Range : 50 000 / 50 000  
 → Steped: ON  
 → OK

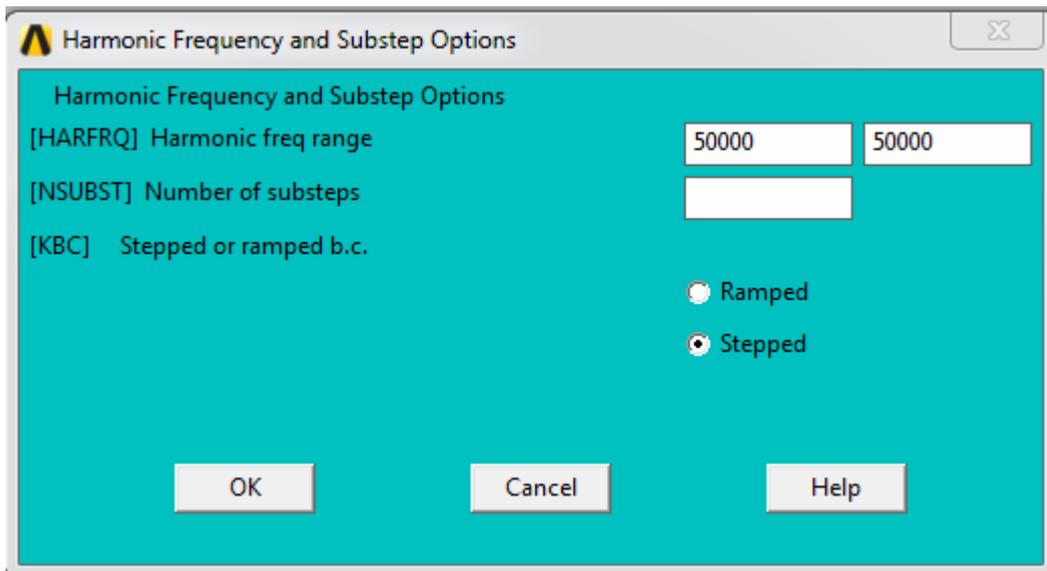


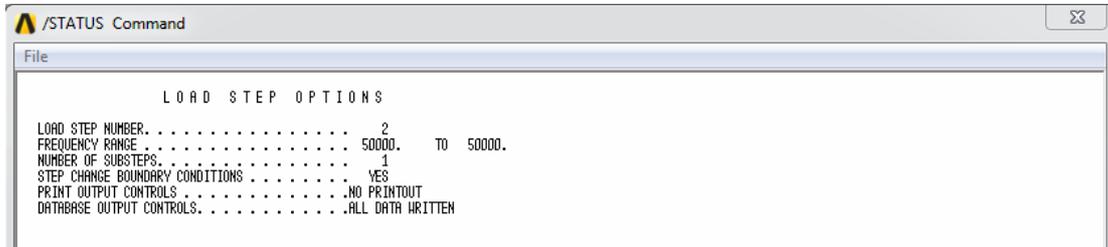
Figure III.12: Définition du pas de chargement

**III.4.2. Solution du problème magnétique**

Après avoir défini le chargement sous forme d'une densité de courant, la solution concernant le problème magnétique passe par les étapes suivantes (**Figure III.13 à Figure III.19**) :

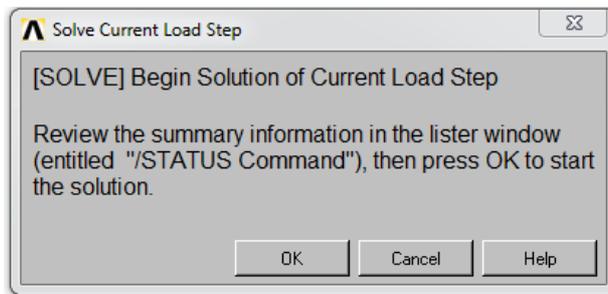
**1°. Obtention de la solution**

Main menu → solution → Solve → Current LS → **Boite de dialogue: Status command** → CLOSE



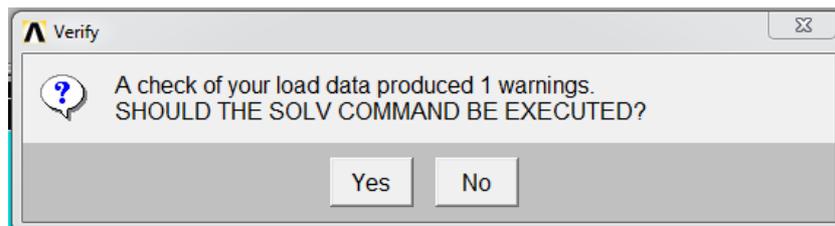
**Figure III.13:** Affichage des options du pas de chargement

→ **Boite de dialogue: Solve current Load Step** → OK



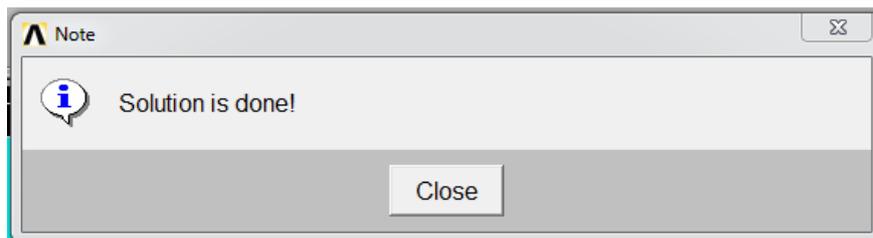
**Figure III.14:** Lancement des calculs pour la solution

→ **Boite de dialogue: Verify** → YES



**Figure III.15:** Demande de confirmation pour lancement des calculs

→ **Boite de dialogue: Note** → CLOSE



**Figure III.16:** Message de confirmation sur la l'achèvement de la solution

2°. Revue et affichage des résultats

Main menu → General post process

→ Result summary

→ Boite de dialogue: Set List Command → CLOSE

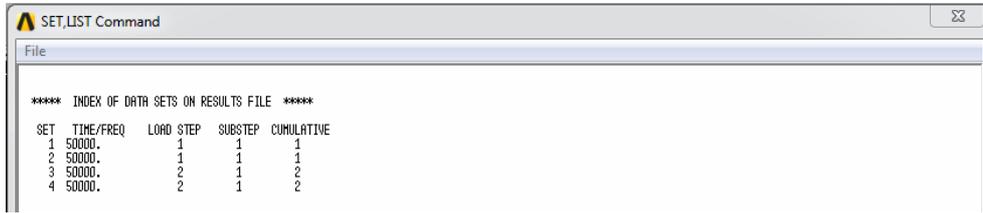


Figure III.17: Définition du pas de chargement

→ Plot results → Contour Plot → Nodal solution

→ Boite de dialogue: Contour Nodal Solution Data

→ Nodal solution → Magnetic Field Density → Magnetic field intensity vector sum

→ OK

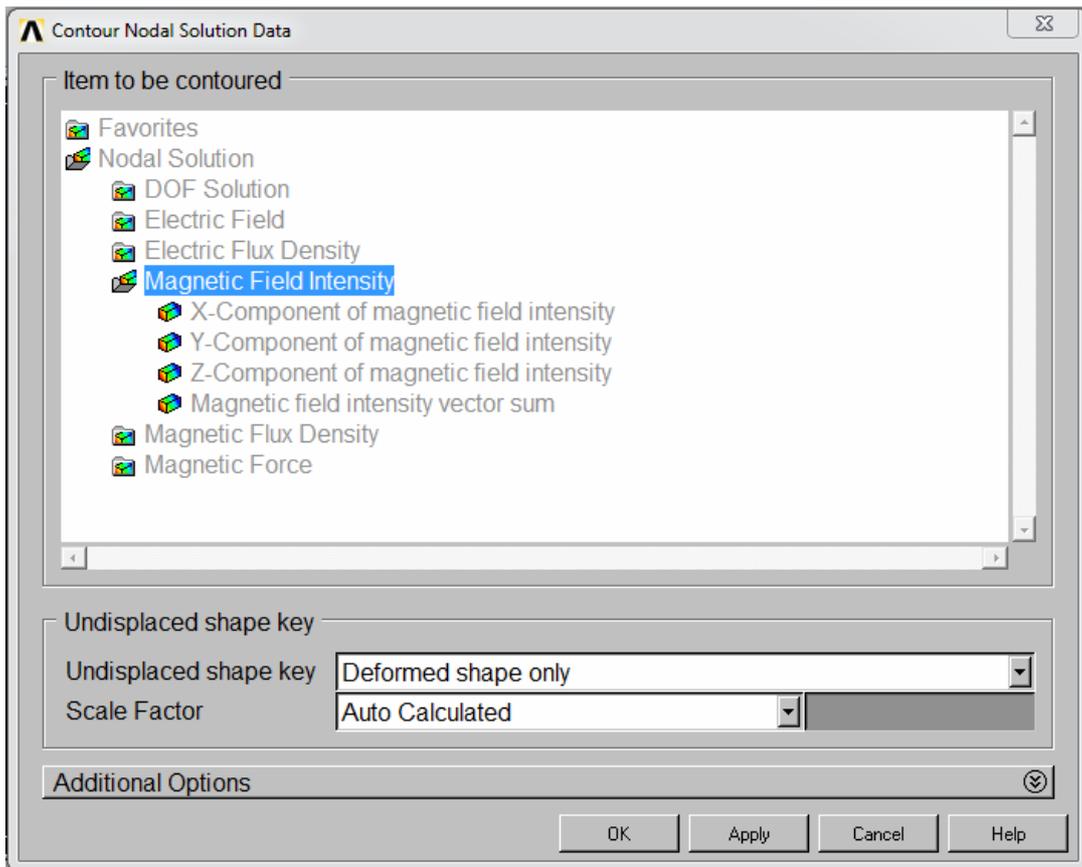


Figure III.18: Liste des différents output de l'analyse magnétique

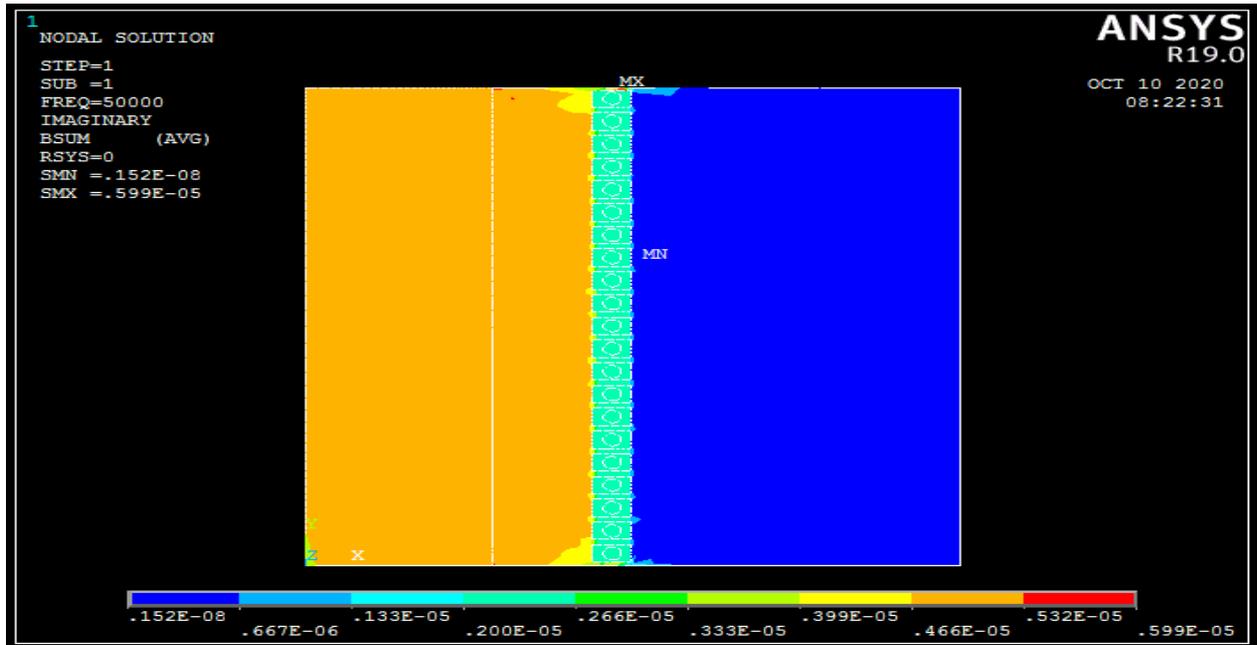


Figure III.19: Répartition de l'intensité du flux du champ magnétique

### III.4.2.8. Solution du problème thermique

Après avoir introduit le chargement sous forme d'une densité de courant, la solution concernant le problème thermique passe par les étapes suivantes :

#### 1°. Sélection de la zone pour analyse thermique

Dans notre cas, la paroi du creuset (**Figure III.20**) représente le centre d'intérêt. Dans cette zone, on cherche à connaître la répartition du champ thermique de température. Pour ce faire, on procède comme suit:

Barre menus → select → Boîte de dialogue: select entités

→ Element: ON

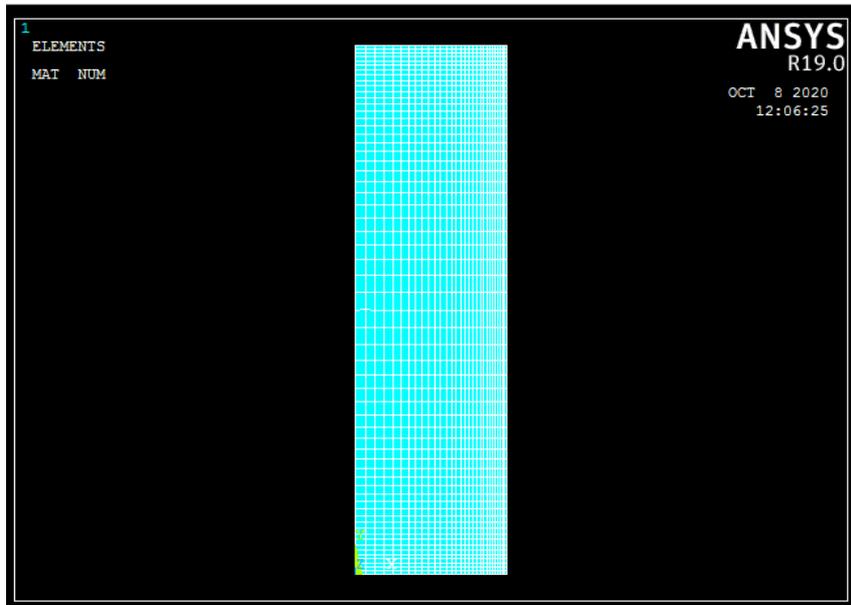
→ By attributes

→ Material num: ON

→ Min, max, inc=1(num de matériau attribué à la paroi)

→ from full : ON

→ OK



FigureIII.20 : La paroi du creuset sélectionnée pour analyse thermique

**2°. Obtention de la solution**

**a. Définir une analyse thermique**

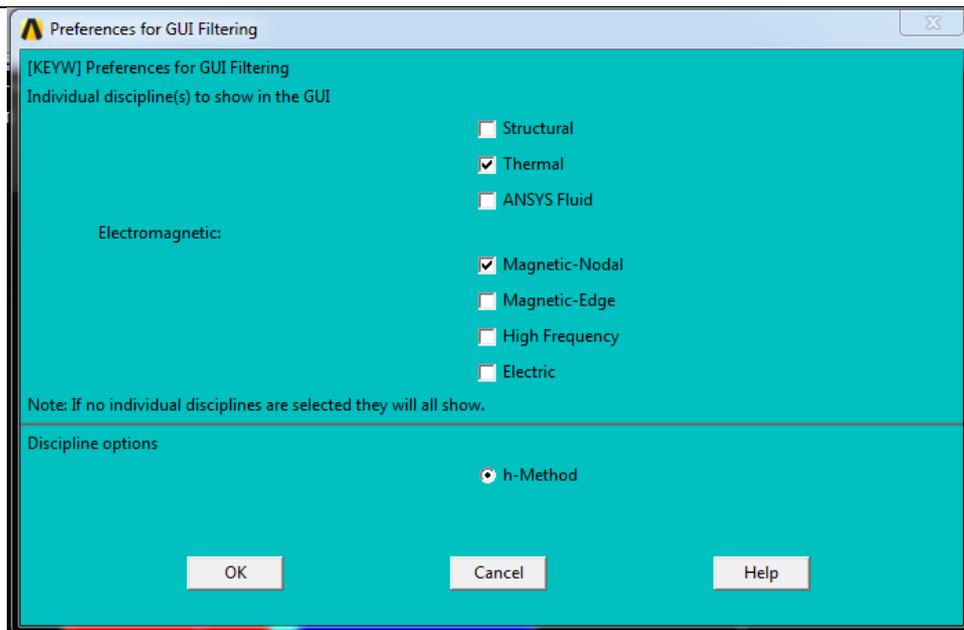
Après avoir défini le type d'analyse, on fait appel au fichier généré par l'analyse électromagnétique afin d'obtenir le couplage magnétique thermique. Pour ce faire on procède comme suit:

Main menu → preference → Boite de dialogue: Preference For GUI filtering

→ **Thermal : ON**

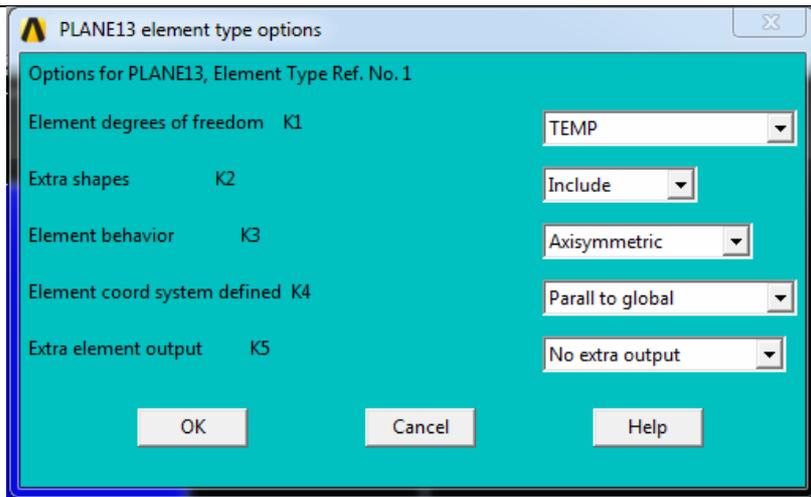
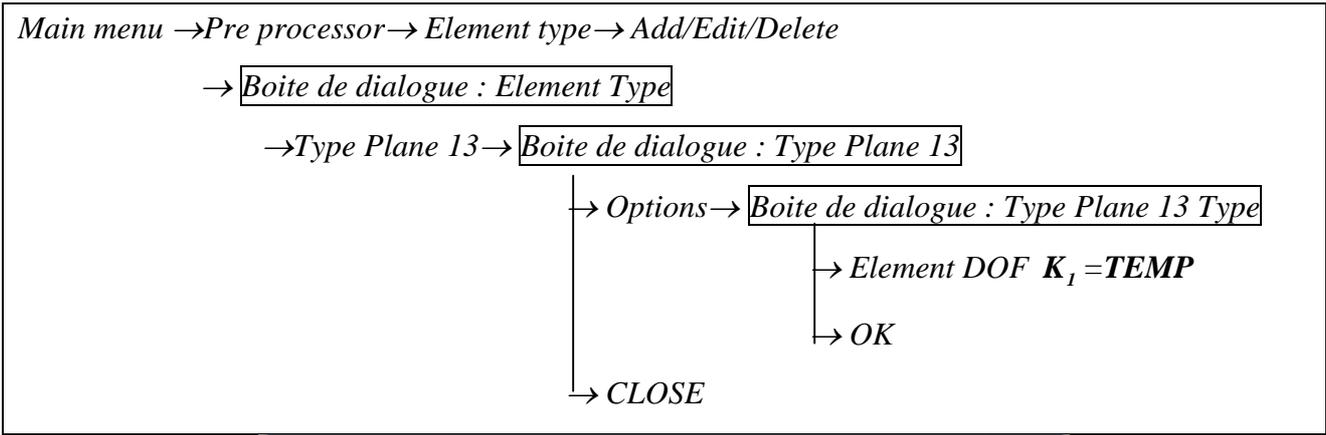
→ **Magnetic-Nodal: ON**

→ **OK**



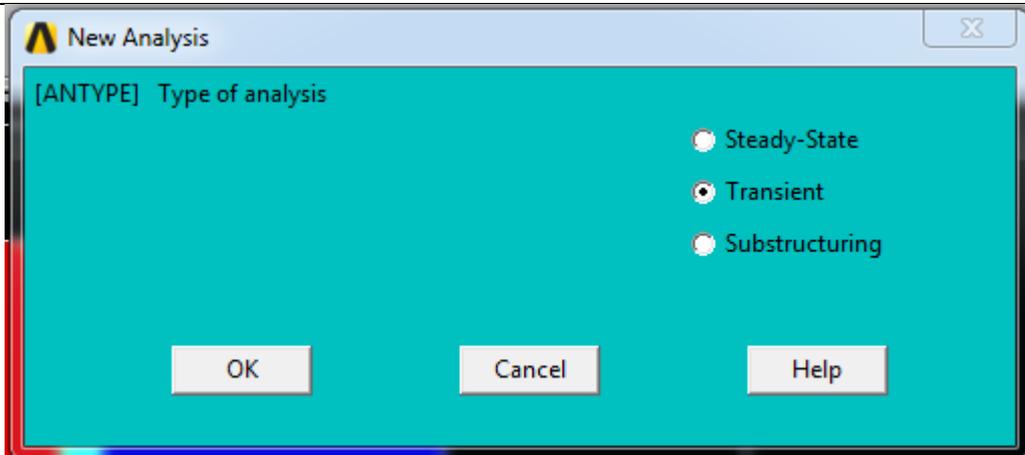
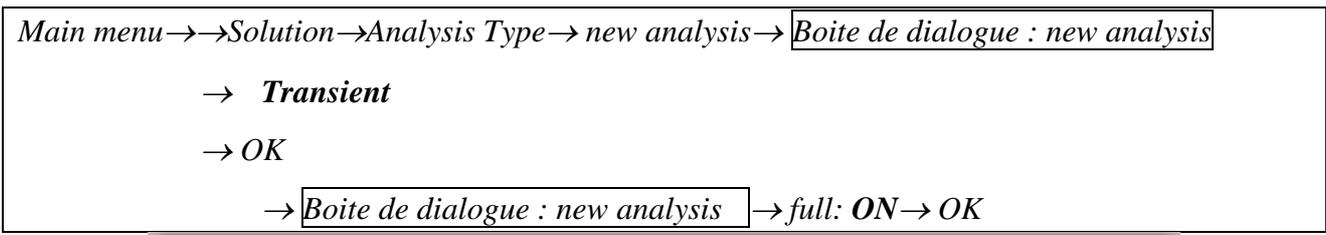
FigureIII.21 : Ajouter une analyse thermique à une analyse magnétique

**b. Définir la variable de l'analyse thermique**



FigureIII.22 : Définition de la variable Température pour l'analyse thermique

**c. Définir le régime de l'analyse thermique**



FigureIII.23: Définition du régime transitoire pour l'analyse thermique

**d. Définir la température initiale**

Main menu → solution → define loads  
 → Settings → Uniforme temp → Boîte de dialogue : Uniforme temp  
 → uniforme temperation = 20  
 → OK

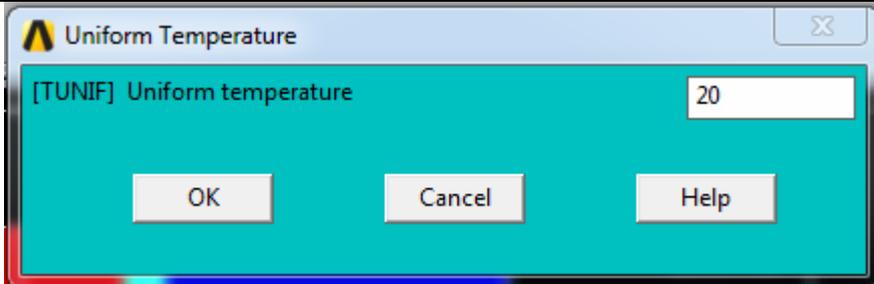


Figure III.24: Déclaration de la température initiale pour la simulation

**e. Appliquer le chargement magnétique**

Main menu → solution → define loads → Apply → Thermal → Heat generat → From mag analysis  
 → Boîte de dialogue: Apply  
 HGEN from magnetic analysis → browse → sélectionner le fichier « \*.rmg »  
 Dans notre cas, il s'agit du fichier "**Magnetic.rmg**"

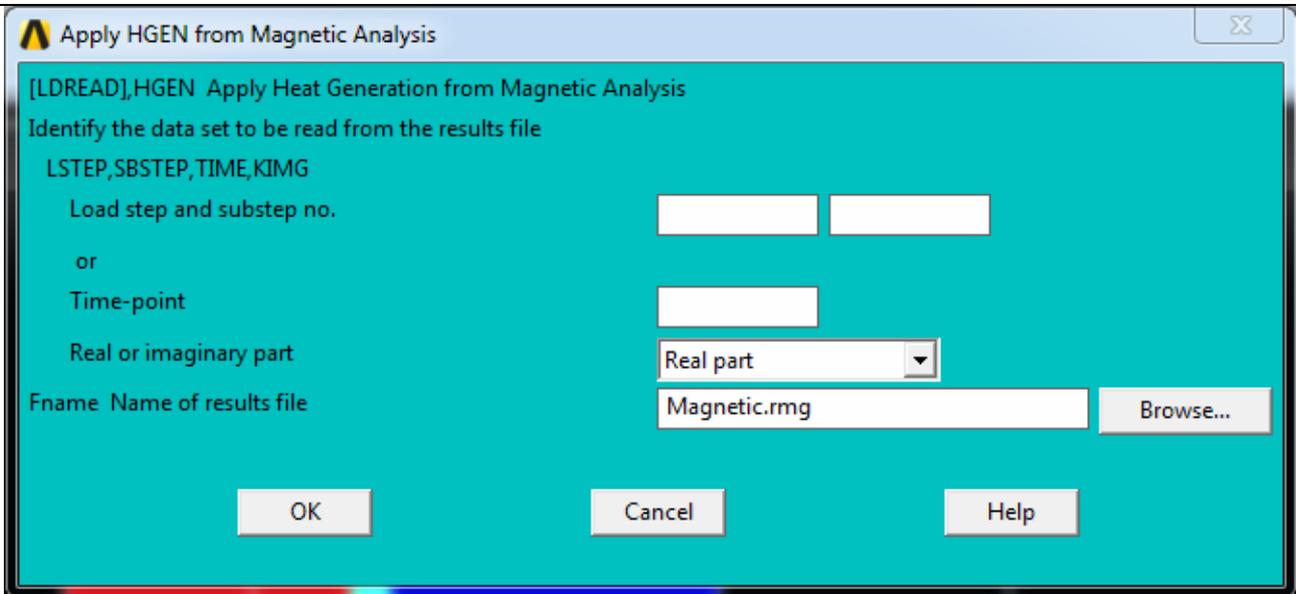


Figure III.25: Importation du fichier contenant le chargement magnétique

## f. Appliquer le contrôle de la solution

Main menu → solution → Analysis Type → Solution controls

→ Boîte de dialogue : Uniforme temp

→ Time control

→ Time at end load Step=30

→ Automatic Time Stepping= OFF

→ Number of Substeps = 30.

→ Write Items to Results File

→ All solution Item: ON

→ Frequency : Write every Nth substeps

→ Where N= 2

→ OK

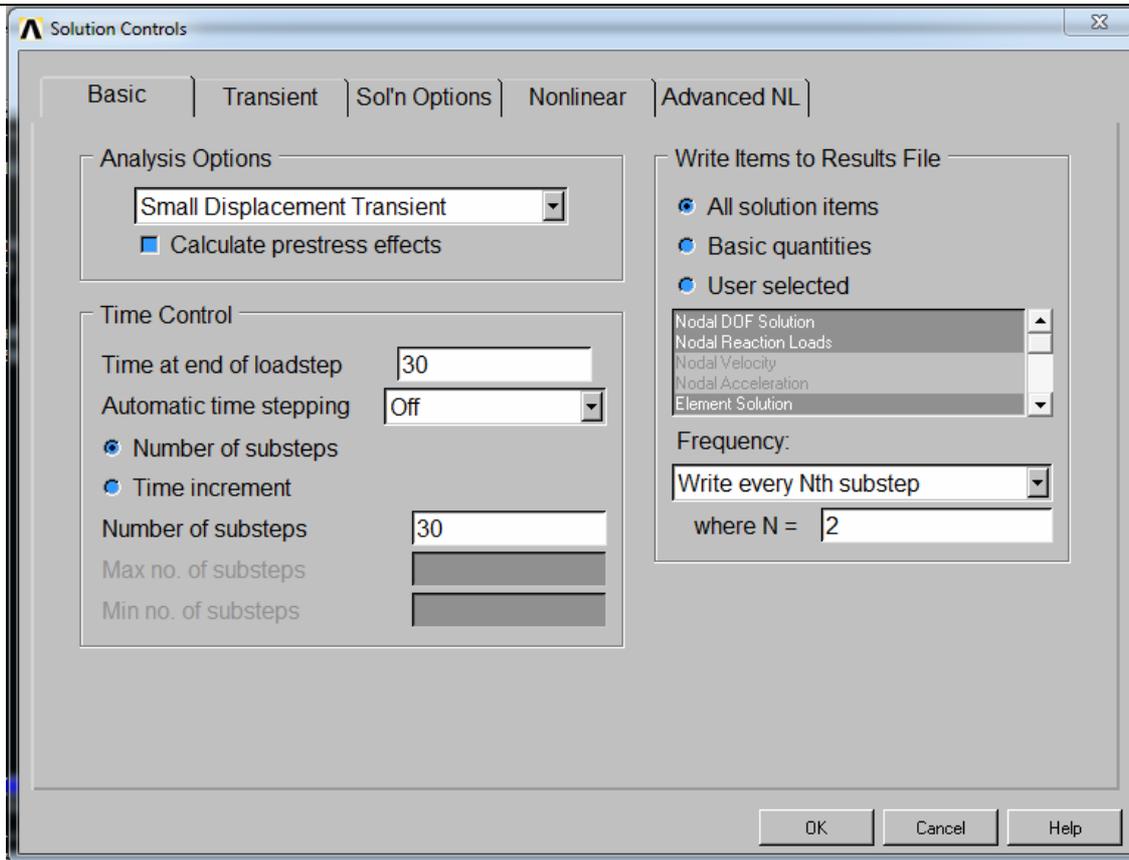


Figure III.26: Options pour le contrôle de la solution

## g. Générer la solution

Main menu → solution → Solve → Current LS →

→ Boîte de dialogue: Solve Current LS → OK

→ Boîte de dialogue: Verify → YES

→ Boîte de dialogue: Note → DONE

3°. Revue et affichage des résultats

Au terme de l’analyse magnétique qui nous a fourni le champ magnétique qui nous a servi pour l’analyse thermique, la cartographie et la distribution de la température dans la portion étudiée de la paroi du creuset sont données par la **figure III.27**.

Main menu → General post process → Result summary

→ Boite de dialogue: Set List Command → CLOSE

→ Result viewer → Boite de dialogue: Results File Mismatch → NO



Figure III.27: Présentateur des résultats

Une fois les températures nodales sélectionnées par le présentateur de résultat, on obtient la cartographie de la distribution de température au niveau de la paroi du creuset (Figure III.28).

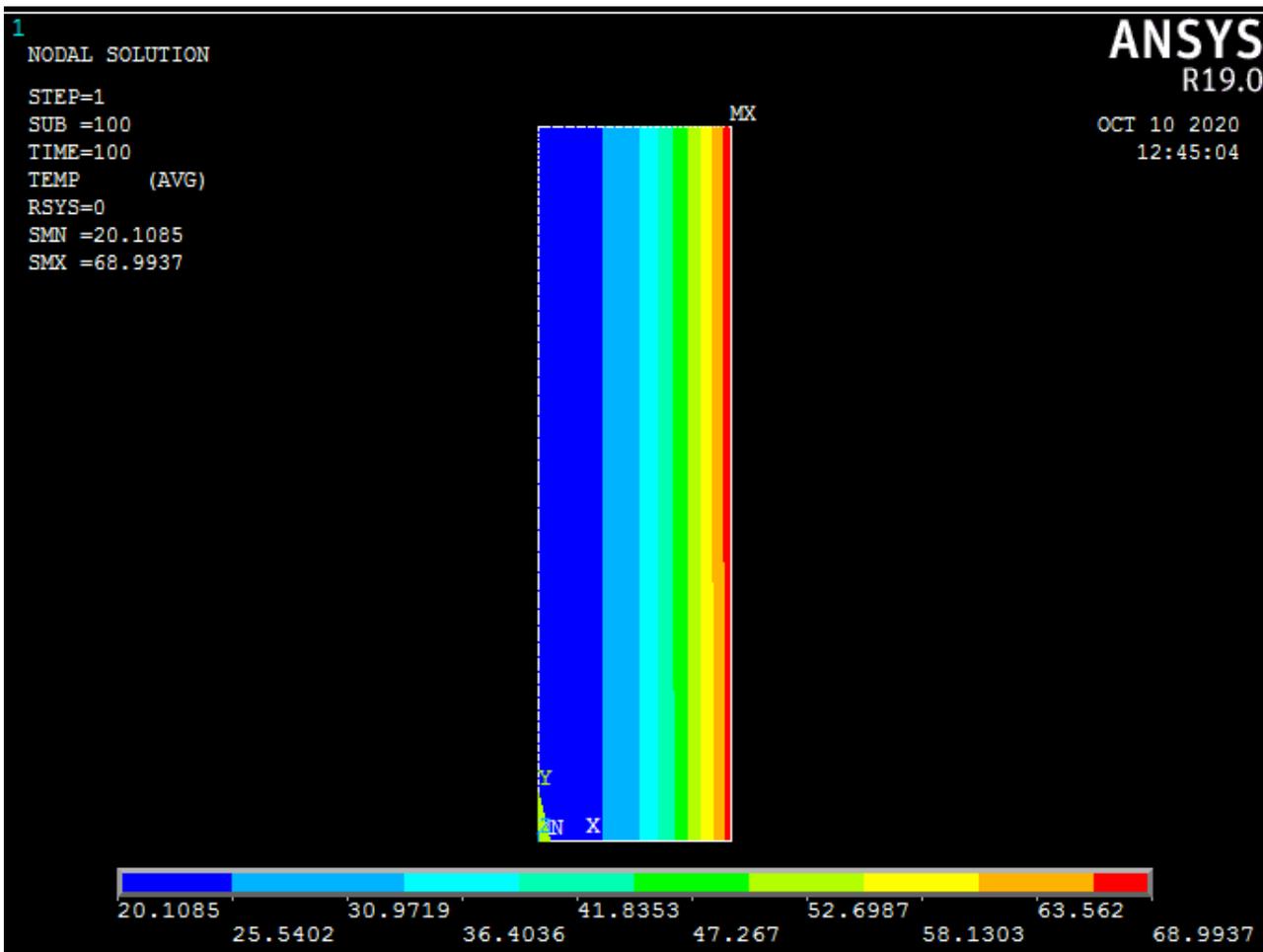


Figure III.28: Répartition des températures générée par la bobine dans la paroi du creuset

#### 4°Interpretation des résultats

- la figure III.28 représente la cartographie de la distribution de la température générée par un solénoïde ayant un diamètre de 1404mm avec 21 spires de section (22×34×16Ømm) le long de la paroi du creuset sur un tronçon d'une hauteur de 600mm.
- La coexistence d'un milieu physique solide (paroi du creuset) et d'un milieu fluide (l'air ambiant) permet la propagation du champ magnétique produit par le solénoïde à travers l'air pour traverser la paroi.
- Le champ magnétique produit par le solénoïde génère la chaleur par effet joule qui sera transmise par différents mode de chaleur. Conduction dans la paroi, rayonnement entre solénoïde et paroi convention à l'interface paroi et l'extérieur du four.
- La paroi du creuset étant notre centre d'intérêt, l'analyse thermique permet d'affirmer que vu le caractère réfractaire du matériau qui constitue le creuset (Dioxyde de Silicium), le champ magnétique produit par le solénoïde a donné sur la surface extérieure de la paroi du creuset une température maximale à peu près égale 69°C. Tandis que, la surface intérieure de la paroi du creuset est restée à la température initiale de 20°C.

### III.5. CONCLUSION

Au terme de ce chapitre, les principales constatations qui se dégagent sont :

- L'existence de différents milieux (solides + fluides) poussent les phénomènes qui se déroulent dans ces milieux physiques à interagir entre eux d'où l'apparition de phénomènes couplés.
- Dans notre cas on a pu effectuer une analyse de champ magnétique couplée à un champ thermique en régime transitoire en 2D car l'entrée de l'analyse thermique dépend des résultats de l'analyse magnétique.
- L'analyse électromagnétique et l'analyse thermique sont configurées dans l'environnement Mechanical APDL, qui utilise le solveur ANSYS pour calculer et simuler la solution.
- On a modélisé diverses régions physiques, notamment un matériau non métallique à savoir le Dioxyde de Silicium, un matériau métallique en l'occurrence le cuivre et un fluide qui est l'air.
- Les résultats obtenus reflètent l'application par le solveur ANSYS des différents modèles mathématiques concernant les modes de transferts de chaleur et leur couplage avec les modèles mathématique de l'électromagnétisme.

---

**CONCLUSION GÉNÉRALE**  
**ET**  
**PERSPECTIVES**

---

Au terme de ce mémoire, qui synthétise le projet de fin d'études de mon cursus universitaire au sein du département de génie mécanique de la faculté des sciences appliquées de l'université de Tiaret, le fait de traiter une étude de cas issue du milieu industriel m'a donné l'occasion d'acquérir et de renforcer nos connaissances sur les réalités technologiques du pays. En outre, le thème traité par mon projet de fin d'études m'a facilité en tant qu'étudiante en master spécialité énergétique l'intégration progressive dans l'activité professionnelle

On peut dire et juger que les objectifs fixés et tracés dans notre plan de travail ont été atteints étant donné qu'on n'a pu dégager une étude énergétique concernant le four à induction implanté au niveau de l'entreprise ALFET. Autrement dit, nous avons pu, dans un premier temps modéliser le système four à induction. Dans un deuxième temps, nous avons procédé à l'analyse magnétostatique du phénomène du chauffage par induction électromagnétique. Tous cela, nous a été possible grâce à l'environnement Ansys Workbench et son système d'analyse "Magnétostatique"? , qui nous a aidés et assistés à présenter les modes critiques pour chaque élément de quelques organes constitutif de la presse, et proposer des actions pour réduire la criticité.

En ce qui concerne les résultats obtenus, notre simulation a fournie en guise de résultats la distribution du flux magnétique, thermique ainsi que les températures qui s'établissent dans l'environnement du four à induction pour fusion de la fonte. Il est à noter que le manque de données pratiques ainsi que les difficultés liées à l'exploitation du logiciel Ansys et à la simulation, mettent les résultats obtenus sujet à une comparaison réelle et à une vérification.

Dans le but d'améliorer d'une part les performances énergétiques du four à induction en tant qu'outil de production et entant qu'équipement critique et d'améliorer d'autre part la qualité des produits de moulage, le résultat de mon travail peut servir comme source à toute personne voulant contribuer à ce travail.

---

---

**RÉFÉRENCES**  
**BIBLIOGRAPHIQUES**

---

---

---

## BIBLIOGRAPHIES

- [1] **Y.A. CENGEL, M.A. BOLES, M. KANOGLU**, "Thermodynamics-an engineering approach", Edition Mac GRAW Hill Education, 2015.
- [2] **V. SMIRNOV**, " Cours de mathématiques supérieures-T2 deuxième partie", édition MIR, Moscou, 1979.
- [3] **V. SMIRNOV**, " Cours de mathématiques supérieures-T1 ", édition MIR, Moscou, 1979.
- [3] **MINIPHYSICS**, <https://www.miniphysics.com/uy1-basic-concepts-of-thermal-energy.html>
- [4] **J.H. LIENHARD IV, J.H. LIENHARD V**, "A Heat Transfer Textbook", Phlogiston Press, 2003
- [5] **BENRABEH ABDELREZAK** « étude d'un circuit d'air et d'un gaz d'un four d'étuvage » Mémoire de master énergétique **2017**
- [6] <http://tsaucray.free.fr/métallurgie/11fusion/F21b.htm>.
- [7] **FOUAGUIG D, DAIS O** « Evaluation du FMD d'un four à arc électrique au niveau l'entreprise d'ALFET Tiaret », Mémoire Master **2017**
- [8] <https://fr.scribd.com/document/374673951/Generalites-Sur-Les-Fours>.
- [9] <https://fr.wikipedia.org/wiki/Four>.
- [10] <https://www.airex-industries.com/fr/produits/procede-thermique/four-industriel>.
- [11] **R. LEVESQUE**, technique de l'ingénieur, chaudières-et-fours industriels. M330.
- [12] [https://fr.wikipedia.org/wiki/Plaque\\_CA0\\_induction#Historique](https://fr.wikipedia.org/wiki/Plaque_CA0_induction#Historique)
- [13] **MAMMERI Toufik** « contribution à l'étude théorique d'un four à induction » Mémoire de Magister Matériaux électrotechnique **2012**
- [14] **LOUIS CHAZE**, Fusion de la fonte au cubilot Principes, technologie, aspects technico-économiques, CTIF **1998**.
- [15] **INRS** (institut national de recherche et de sécurité) champs électromagnétiques (ED4211) **jun2012**.
- [16] **MAURICE ORFEUIL** « Electrothermie industrielle » Paris Dunod **1981**.
- [17] **S. L. SEMIATIN et D.E. STUTZ** « Induction heat treatment of steel » Metals Park, Ohio American Society for Metals **1986**, Etats-Unis.
- [18] **HUGO CALLEJA et JOEL PACHECO** « Power distribution in pulse-density modulated.
- [19] **JAMILA ESSADAoui** « commande d'un onduleur de puissance destiné au chauffage par induction par la modulation de densité d'impulsions avec amélioration du facteur de puissance », Mémoire présenté à l'université du Québec à Trois-Rivières novembre **2003**.
- [20] Documentations de l'entreprise **ALFET**.
- [21] **ANSYS**, "Ansys magnétostatique", Aide Ansys Work Bench", Ansys .inc.

---

[22] **EGT**, "Ramming mix for induction furnace", Refrakter Gereçler Endustri Ve Ticaret.Ltd, Catalogue général, **2008**.

---

## Résumé

Le transfert de chaleur décrit l'échange d'énergie thermique entre les systèmes physiques, en fonction de la température, en dissipant la chaleur. Les modes fondamentaux de transfert de chaleur sont la conduction, la convection et le rayonnement. En tant que système technique à dominante énergétique, les fours industriels s'intègrent généralement dans une ligne de production complexe dont ils sont des éléments principaux, la nécessité de leur adaptation aux fonctions qu'ils doivent assurer dans les différentes branches industrielles. Les fours qu'ils soient de fusion ou de maintien peuvent être utilisés pour la fusion et le maintien. Le plus souvent, les fours à induction sont utilisés pour la fusion des métaux. Les fours à induction sont plus propres sachant qu'il n'utilise aucun combustible. La durée de vie de la paroi d'un four à induction sous des contraintes thermiques, est un sujet d'étude intéressant à découvrir. Cette étude a porté sur le sujet de l'épaisseur ultime de la paroi pour les pertes de chaleur les plus faibles sur les parois du four à induction. Trois matériaux utilisés pour la paroi du four, à savoir l'oxyde de zirconium, le carbure de tungstène et le carbure de bore, sont utilisés. Cette simulation a été effectuée dans l'environnement Ansys APDL pour l'obtention des résultats relative aux champs de température ainsi qu'à la distribution des contraintes thermiques dans la paroi réfractaire du four de fusion à induction.

## Abstract

Heat transfer describes the exchange of thermal energy between physical systems, as a function of temperature, by dissipating heat. The fundamental modes of heat transfer are conduction, convection and radiation. As a predominantly energy-based technical system, industrial furnaces are generally integrated into a complex production line of which they are main elements, the need to adapt them to the functions they must perform in the various industrial branches. Both melting and holding furnaces can be used for melting and holding. Most often, induction furnaces are used for melting metals. Induction furnaces are cleaner knowing that they do not use any fuel. The life of the wall of an induction furnace under thermal stress is an interesting subject of study to discover. This study focused on the subject of the ultimate wall thickness for the lowest heat losses on the walls of the induction furnace. Three materials used for the furnace wall, namely zirconium oxide, tungsten carbide and boron carbide, are used. This simulation was performed in the Ansys APDL environment to obtain results relating to the temperature fields as well as the thermal stress distribution in the refractory wall of the induction melting furnace.

## ملخص

يصف نقل الحرارة تبادل الطاقة الحرارية بين الأنظمة الفيزيائية كدالة لدرجة الحرارة، عن طريق تبديد الحرارة. الأساليب الأساسية لنقل الحرارة هي التوصيل والحمل الحراري والإشعاع كنظام تقني في الغالب قائم على الطاقة، يتم دمج الأفران الصناعية بشكل عام في خط إنتاج معقد تكون فيه عناصر رئيسية، والحاجة إلى تكيفها مع الوظائف التي يجب أن تؤديها في مختلف الفروع الصناعية. يمكن استخدام كل من أفران الصهر والتثبيت في الصهر والتثبيت. في أغلب الأحيان، تستخدم أفران الحث لصهر المعادن. تعتبر أفران الحث أكثر نظافة مع العلم أنها لا تستخدم أي وقود. تعد حياة جدار فرن الحث تحت الضغط الحراري موضوعًا مثيرًا للدراسة لاكتشافه. ركزت هذه الدراسة على موضوع سمك الجدار النهائي لأقل فقد للحرارة على جدران فرن الحث. يتم استخدام ثلاث مواد مستخدمة لجدار الفرن، وهي أكسيد الزركونيوم وكربيد التنجستن وكربيد النيورون. تم إجراء هذه المحاكاة في بيئة Ansys APDL للحصول على نتائج تتعلق بمجالات درجة الحرارة بالإضافة إلى توزيع الإجهاد الحراري في الجدار الحراري لفرن الصهر التعريفي.

---