

République Algérienne Démocratique et Populaire  
Ministère de l'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique



Université Ibn Khaldoun – Tiaret  
Faculté des Sciences de la Matière  
Département de Physique

## Mémoire

Présenté par :  
Melle BELGRANA Houda

Pour obtenir le diplôme de

*Master*

Filière : Physique

Spécialité: Génie des matériaux

Sujet :

*Modélisation du phénomène de transport  
dans un composite à fibres métalliques  
orientées*

Soutenu le : 25 juin 2014

Devant le jury:

<b>M. YANALLAH</b> Khelifa	<b>Prof. Université de Tiaret</b>	<b>Président</b>
<b>M. BETTAHAR</b> Noureddine	<b>MCA Université de Tiaret</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. KADDARI</b> Ahmed	<b>MCA Université de Tiaret</b>	<b>Examineur</b>
<b>M. BELARBI</b> El-Habib	<b>Prof. Université de Tiaret</b>	<b>Encadreur</b>

ANNEE UNIVERSITAIRE 2013/20014

## Remerciement

Avant tout, je remercie **Dieu le tout puissant** qui m'a donné la force et la foi et de m'avoir permis d'atteindre mon objectif.

Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur

**M. BELARBI El-Habib, Professeur à l'Université Ibn-Khaldoun de Tiaret** d'avoir porté un intérêt permanent à mon travail, tout le long de sa réalisation.

Je tiens à remercier Monsieur **KHATMIBelkheir , Professeur à l'université IBN KHALDOUN Tiaret** qui a bien voulu analyser le renfort métallique du composite que j'ai étudié.

J'exprime ma reconnaissance aux membres du jury qui ont accepté de juger ce travail.

J'exprime toute ma gratitude à Monsieur **YANALLAH Khelifa Professeur à l'Université Ibn-Khaldoun de Tiaret** d'avoir accepté de présider ce jury.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur **BETTAHAR Noureddine, Maitre de Conférences à l'Université Ibn-Khaldoun de Tiaret** Chef de département de physique d'avoir accepté d'examiner ce travail.

J'exprime ma reconnaissance à Monsieur **Kadari Ahmed, Maitre de Conférences à l'Université Ibn-Khaldoun de Tiaret** d'avoir accepté d'examiner ce travail.

Très nombreux sont les gens qui m'ont aidé, soutenue et encouragée de près ou de loin. Je leur exprime ma profonde reconnaissance.

# DEDICACES

À

*Mes parents*

À

*Ma sœur et mes frères,*

À

*Toute ma famille,*

*À Mes fidèles amies,*

*à mes très chers amis.*

*Et à tous ceux qui me sont chers.*

*À tous ceux qui ont sacrifié leur temps pour la science*

*Et tous ceux qui utilisent la science pour le bien et la*

*Prospérité de l'humanité.*

*À tous ceux qui militent pour une humanité solidaire et prospère.*

**B\_HOUDA**

## Sommaire

Sommaire.....	Page 3
Liste des figures.....	Page 5
Liste des tableaux	Page 6
Introduction générale.....	Page 7
Références .....	Page 10
<u>Chapitre I</u>	
I.1 Introduction.....	Page 12
I.2. Définition d'un matériau composite.....	Page 13
I.3. Classement des matériaux composites.....	Page 14
I.4. Composition d'un matériau composite.....	Page 15
1.5 Le rôle des interfaces.....	Page 16
I.6 Structures composites tissées .....	Page 20
Références.....	Page 24
<u>Chapitre II</u>	
II.1 Introduction.....	Page 26
II.2. Définition de percolation.....	Page 26
II.3. Percolation de sites.....	Page 31
II.4. Percolation de liens.....	Page 33
II.5 Le seuil de percolation.....	Page 35
II.6. Grandeurs caractéristiques.....	Page 39
II.6.a Nombre d'amas de taille normalisée par site .....	Page 40
II.6.b Le nombre total d'amas .....	Page 41
II.6.c Probabilité d'appartenir à l'amas infini .....	Page 41
II.6.d Taille moyenne des amas .....	Page 42

II.6.e Les longueurs caractéristiques.....	Page 43
Références.....	Page 46
<b><u>Chapitre III</u></b>	
III.1 Introduction .....	Page 48
III.2 Percolation orientée.....	Page 49
III.2.1 Conduction d'un réseau.....	Page 49
III.2.2 Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini ...	Page 50
III.2.3 Schématisation de l'amas infini.....	Page 53
III.2.3.a Modèle SSDG.....	Page 54
III.2.3.b Modèle fractal .....	Page 55
Références .....	Page 57
<b><u>Chapitre IV</u></b>	
IV.1 Introduction.....	Page 59
IV.2 Echantillons étudiés.....	Page 59
IV.3 Montage expérimental.....	Page 61
IV.4 Mesures de la température.....	Page 62
<b><u>Chapitre V</u></b>	
V.1 Introduction.....	Page 66
V.2 Résultats expérimentaux.....	Page 67
V.3 Discussion .....	Page 73

## Liste des figures

Figure I.1 : un matériau composite.

Figure I.2 : Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules.

Figure I.3 : Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites.

Figure I.4 : Structures d'un composites unidirectionnelle.

Figure I.5 : Une âme nid d'abeilles.

Figure I.6 : Structures stratifiées.

Figure I.7 : Un stratifié qui comporte des couches orientées.

### **Chapitre II**

Figure II.1: Mosaïque des territoires de deux populations en fonction de leur proportion respective

Figure II.2 : Percolation de site sur un réseau carré ; les cercles représentent les sites occupés pour trois différentes concentrations

Figure II.3: Réseau carré de liens.

Figure II.4: Réseau carré de liens à différentes échelles.

Figure II.5.1 : Exemple de percolation sur un réseau carré de sites pour différents  $P$ .

Figure II.5.2 : Exemple de percolation sur un réseau carré de liens pour différents  $p$ .

Figure II.6 : Variation de la probabilité de percolation  $P(p)$ .

Figure II.7 : Évolution et dépendance de quelques grandeurs en fonction de  $p$ .

### **Chapitre III**

Fig. III.1 : conductance sur un réseau aléatoire de résistance.

Fig. III.2 : Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini

Fig. III.3: Décomposition de l'amas percolant

Fig. III.4 Structure du squelette de l'amas infini près du seuil dans le modèle des nœuds, des chaînes et des boucles. La distance entre les nœuds est de l'ordre de  $\xi$ .

Figure III.5 : Structure de l'amas infini dans le modèle SSDG.

Figure III.6: Structure de l'amas infini dans le modèle fractal

## **Liste des tableaux**

Tableau I.1 : Principales différences entre matrices TP et TD

Tableau II.1 : Exemples de processus à grande échelle engendrés par l'accumulation de contributions à petite échelle.

Tableau II.2 - Valeurs du seuil de percolation pour quelques réseaux à 2D et 3D

Tableau II.3 : Valeurs des exposants critiques pour le modèle basique

Tableau V.1 valeurs des conductances du circuit en fonction du courant injecté dans le composite.

# INTRODUCTION GENERALE



L'utilisation des matériaux composites remonte à la nuit des temps. L'intégrité des premiers habitats construits était maintenue par des tiges de roseaux mélangées à l'argile, les égyptiens utilisaient le coton imprégné des résines naturelles comme bandages de leurs momies, les assemblages de lamelles collées de bois et de cornes animales composaient les meilleurs arcs... Si les premières générations de composites démontraient des propriétés qui étaient la somme des propriétés de leurs constituants, les composites modernes permettent des synergies intéressantes pour satisfaire aux nouvelles exigences de conception, de fabrication, de résistance, de sécurité et de confort (P. E. Bourban, L. Carlsson, J. P. Mercier, J. A. E. Manson, 2004).

L'étude des matériaux composites a commencé il y a plus d'un siècle et les efforts en vue de concevoir de nouveaux produits n'ont cessé d'être soutenus. Dans les années soixante-dix du siècle dernier, suite à la crise pétrolière, un intérêt très particulier a été porté sur ces matériaux (Harry S. Katz, 1978). L'industrie des plastiques avait traversé à l'époque une crise profonde liée à l'embargo de 1973, qui avait provoqué un manque de matières premières et de résines sur le marché, et initié une série d'escalades dans les prix des polymères. Cette situation avait conduit à une croissance d'intérêt pour l'utilisation des charges (remplisseurs) et des renforcements comme moyen de réduction des prix des composés à moulage et d'extension de l'offre des résines.

Le succès des matériaux composites provient de la possibilité d'obtenir des propriétés très diverses en fonction des caractéristiques des phases constituantes. La caractéristique effective d'un matériau composite ne dépend pas seulement des propriétés physiques de ses constituants, mais elle est également déterminée par la micro géométrie d'un tel système hétérogène. Il s'agit principalement des formes d'inclusions, de leur répartition dans la matrice, de leur orientation par rapport aux contraintes externes (forces électriques, forces mécaniques, ...), et de leur fraction volumique

(concentration). Ainsi, la caractéristique effective du matériau est une fonction très complexe, dépendant de tous ces facteurs, et difficile à décrire.

L'application des composites s'étend de l'industrie du sport à l'aérospatiale.

Dans cette étude nous proposons une approche simple de simulation de la rupture du renfort d'un composite à fibre métallique orienté par la théorie la percolation.

Ce travail comprend essentiellement 5 chapitres. Le premier chapitre porte sur la présentation des matériaux composites, leurs classements, leur composition, et leurs différentes structures.

Le deuxième chapitre est consacré à des définitions et des rappels théoriques sur la théorie de la percolation.

Le troisième chapitre, intitulé "percolation et conductivité" est consacré à établir le lien entre le processus de conduction dans un milieu inhomogène et la percolation.

Le quatrième chapitre est consacré aux techniques expérimentales utilisées dans le cadre de ce mémoire.

Le cinquième chapitre est consacré aux résultats obtenus et discussion.

## **Références**

P. E. Bourban, L. Carlsson, J. P. Mercier, J. A. E. Manson, Matériaux composites à matrice organique: Constituants, procédés, propriétés, Presses polytechniques et universitaires romandes, 2004.

Handbook of fillers and reinforcements for plastics, Edited by Harry S. Katz and J.V. Milewski, Published by Van Nostrand Reinhold Company, New York 1978.

# **Chapitre I**

## **Généralités sur les matériaux composites**

## I.1 Introduction

Au cours de l'Égypte antique, les paysans ont eu l'idée d'utiliser de la boue renforcée avec de la paille pour ériger leurs cabanes. Ainsi le torchis est le premier matériau composite né de la main de l'homme. Ils se sont aperçus que deux matériaux de nature différentes et associés permettaient d'aboutir à un nouveau matériau dont les performances étaient supérieures à celles des composants pris séparément.

Cette association de phases différentes (matrice + renfort) reste encore la base de tous les matériaux composites d'aujourd'hui. Les renforts, sous forme de fibres, assurent la fonction de résistance mécanique aux efforts. La matrice assure quant à elle la cohésion entre ces renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques (Jones R. M., 1975).

Le fait que le composite soit hétérogène lui confère des propriétés anisotropes (c'est-à-dire que les propriétés mécaniques sont différentes suivant la direction)

Un matériau composite est l'association d'éléments aux propriétés souvent contrastées, généralement une matrice dans laquelle est inclus un autre constituant appelé renfort ou charge.

Cette association de deux ou plusieurs éléments vise généralement à élaborer des propriétés intermédiaires à celles des matériaux ou parfois à obtenir pour le composite une propriété nouvelle qu'aucun des constituants pris séparément ne possède. Il est possible de distinguer deux classes de composites. Les composites structuraux ou de structure et les composites aléatoires macroscopiques.

Cette distinction est liée à la répartition du renfort dans la matrice. Ainsi, dans les composites structuraux, le renfort, généralement des fibres longues ou

des tissus, est disposé de manière ordonnée et orientée dans différentes directions de tissage (3D, 4D, ...). Les améliorations recherchées concernent alors essentiellement les propriétés mécaniques du composite.

Dans les matériaux composites aléatoires, la charge (poudre, fibres courtes, etc.) est dispersée uniformément et aléatoirement. On vise alors à modifier les propriétés mécaniques, optiques ou électriques des matériaux (Carmona F, 1988, et Norman R.H. 1970).

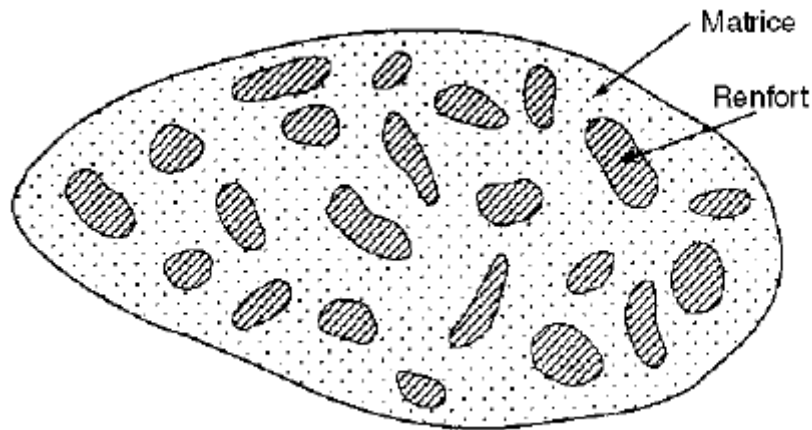
Le développement des composites modernes est essentiellement dû à la nécessité de satisfaire les exigences de plus en plus poussées de l'industrie, surtout dans les secteurs:

- aérospatial et aéronautique;
- défense;
- sport;
- biomécanique.

## **I.2. Définition d'un matériau composite**

Un matériau composite est constitué de l'assemblage de deux matériaux de natures différentes, se complétant et permettant d'aboutir à un matériau dont les performances sont supérieures à celles des composants pris séparément.

Un matériau composite est constitué dans le cas le plus général d'une ou plusieurs phases discontinues réparties dans une phase continue. La phase discontinue, appelée renfort ou matériau renforçant, est habituellement plus dure avec des propriétés mécaniques supérieures à celles de la phase continue, appelée matrice (Fig I.1) (Tsai S. W., Hahn H. T., 1980).



**Figure I.1** : un matériau composite

### **I.3. Classement d'un matériau composite :**

En fonction de la forme des renforts, les composites sont classés en deux grandes classes :

- **les composites à fibres** : constitués de fibres continues ou discontinues (fibres coupées ou courtes). Leur orientation permet de moduler les propriétés mécaniques du matériau et d'obtenir des matériaux isotropes ou anisotropes.
- **les composites à particules** : les particules sont généralement utilisées pour améliorer certaines propriétés des matériaux.

Dans le domaine industriel, les matériaux composites ont différents domaines d'application :

- Electricité et électronique.
- Bâtiment et travaux publics.
- Transports routiers, ferroviaires, maritimes, aériens et spatiaux.
- Sports et loisirs (skis, raquette de tennis, planche à voile, surf, club de golf, aviron,...).

La définition précédente montre que les propriétés des composites proviennent de deux facteurs : les propriétés des constituants eux-mêmes, et la structure selon laquelle ils sont agencés.

Une originalité des composites est d'être souvent (pas toujours) organisés selon une structure à deux échelles :

- à l'échelle microscopique : les composites possèdent une microstructure, comme tous les matériaux ;
- mais également, pour certains d'entre eux, à l'échelle mésoscopique, c'est-à-dire à une échelle intermédiaire entre le matériau et la pièce : de nombreuses pièces composites sont généralement construites par l'assemblage de "motifs" élémentaires, et non pas "taillées dans la masse".

#### **I.4. Composition d'un matériau composite :**

**La matrice** : lie les fibres renforts, répartie les efforts (résistance à la compression ou à la flexion), assure la protection chimique. Par définition, c'est un polymère ou une résine organique (Tsai S. W., Hahn H. T., 1980).

On utilise actuellement surtout des résines thermodurcissables (TD) que l'on associe à des fibres longues, mais l'emploi de polymères thermoplastiques (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement.

Il est important de bien situer les différences fondamentales de ces deux types de matrices.

La structure des TP se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient alors), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible.



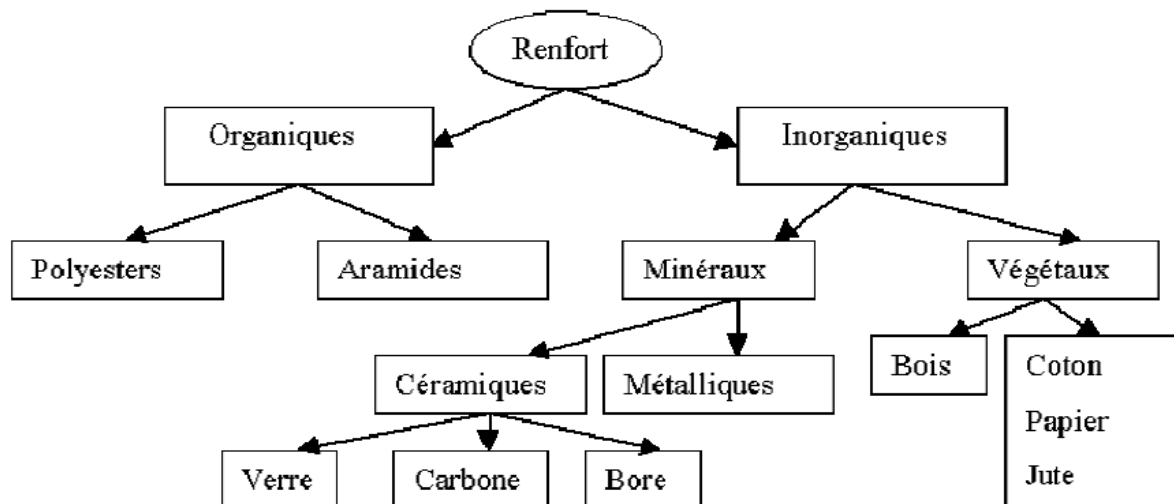
La structure des TD a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se ponte (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible.

Matrices	Thermoplastiques TP	Thermodurcissables TD
Etat de base	solide prêt à l'emploi	liquide visqueux à polymériser
Stockage	illimité	réduit
Mouillabilité renforts	difficile	aisée
Moulage	chauffage + refroidissement	chauffage continu
Cycle	court	long
Tenue au choc	assez bonne	limitée
Tenue thermique	réduite	bonne
Chutes et déchets	recyclables	perdus ou recyclés en charges
Conditions de travail	propreté	émanation pour "méthode humide"

**Tableau I.1** : Principales différences entre matrices TP et TD

**Le renfort** : armature, squelette, il assure la tenue mécanique (résistance à la traction et rigidité). Souvent de nature filamentaire (des fibres organiques ou inorganiques).

a) **Les principaux renforts :**

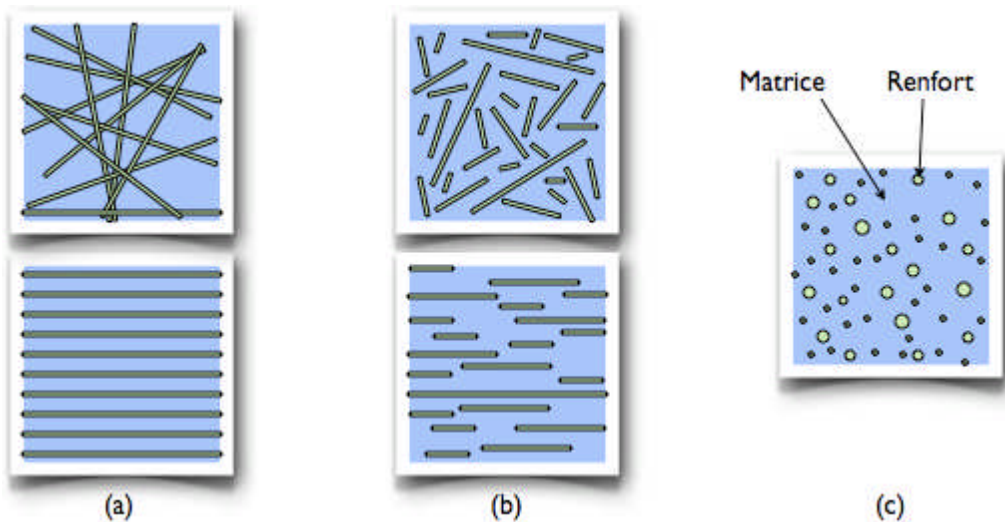


## b) Géométrie des renforts :

D'un point de vue géométrique, on peut distinguer trois grands types de renfort :

- les fibres longues (c'est-à-dire de longueur comparable aux dimensions de la pièce, voir Figure 2(a) ;
- les fibres courtes (c'est-à-dire de longueur faible devant les dimensions de la pièce, voir Figure 2(b) ;
- les particules, ou charges renforçantes Figure 2(c).

Tous ces renforts sont inclus au sein d'une matrice qui répartit les efforts entre eux et les protège des agressions extérieures, comme indiqué ci-dessus. En outre, lorsque les renforts sont des fibres, celles-ci peuvent être soit orientées dans une direction précise, soit disposées "en vrac", aléatoirement (Pedersen P, 1997).



**Figure I.2 :** Les structures géométriques des composites : (a) fibres longues, (b) fibres courtes, (c) particules.

Les propriétés mécaniques du composite dépendent fortement de la forme et de l'orientation des renforts :

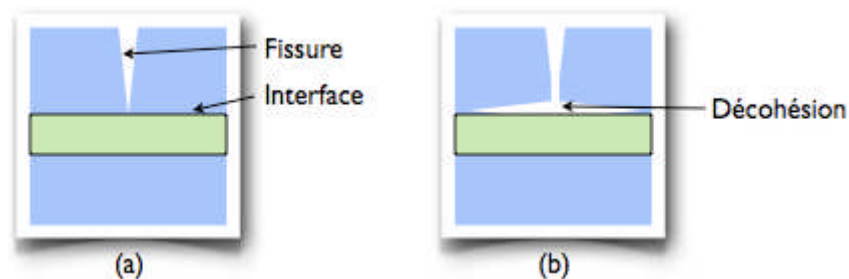
- les composites à fibres longues présentent un meilleur comportement mécanique que les composites à fibres courtes ou à particules, du moins dans les directions renforcées par les fibres ;
  - les composites à fibres parallèles présentent un comportement mécanique anisotrope, tandis que les composites à fibres orientées aléatoirement ou à particules présentent un comportement à peu près isotrope.
- ❖ **Additifs** : Des produits peuvent être incorporés à la résine pour renforcer les propriétés mécaniques (charges renforçantes, ex : charges sphériques creuses 5 à 150  $\mu\text{m}$ ). Des charges non renforçantes peuvent être également utilisées pour diminuer le coût des matrices en résine. Des additifs, de type colorant ou agent de démoulage sont largement utilisés lors de la conception des structures constituées de matériaux composites.

En plus de ces deux constituants de base, il faut rajouter : une interface qui assure la compatibilité renfort-matrice, qui transmet les contraintes de l'un à l'autre sans déplacement relatif. Bonne adhérence en couche fine (m). Des produits chimiques entrent aussi dans la composition du composite, l'interphase etc. ... qui peuvent jouer sur le comportement mécanique, mais n'interviennent pratiquement jamais dans le calcul de structure composite.

### **1.5 Le rôle des interfaces :**

Les composites étant des matériaux hétérogènes, ils possèdent des interfaces, c'est-à-dire des surfaces de contact entre la matrice et le renfort. Tant que le composite est intact, les deux constituants adhèrent parfaitement l'un à l'autre, et l'interface ne joue donc aucun rôle particulier. Cependant, l'interface joue un rôle important lorsque le composite subit des dégradations mécaniques et commence à se fissurer suite à une surcharge, à la fatigue....

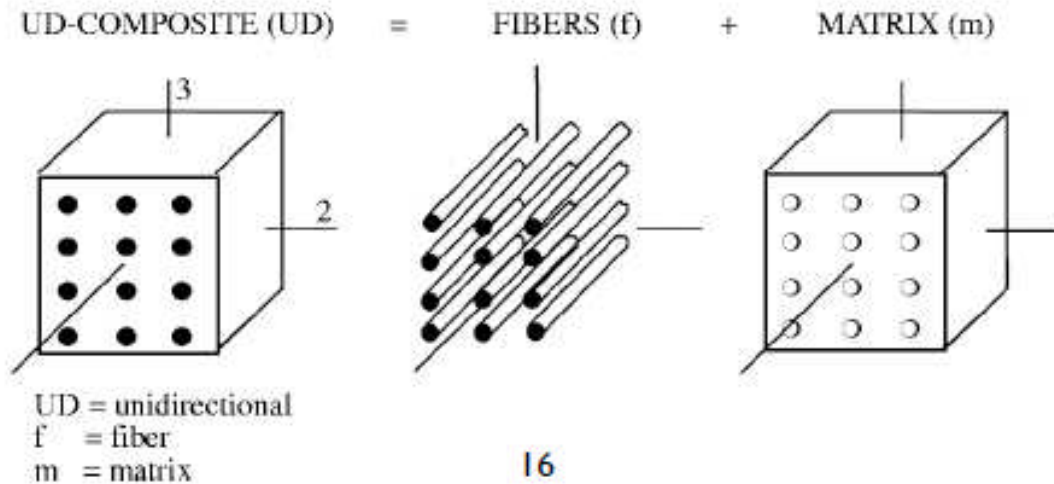
En effet, les interfaces ont la propriété de dévier les fissures : lorsqu'une fissure se propage dans la matrice et atteint l'interface Figure3(a), elle ne traverse généralement pas cette dernière et les renforts ne sont donc pas endommagés. Au lieu de cela, la fissure change de direction et suit l'interface Figure3(b). En d'autres termes, au lieu d'une rupture brutale, on observe plutôt une décohésion, c'est-à-dire un décollement progressif entre les renforts et la matrice. L'interface joue donc le rôle de fusible et rend les composites plus ductiles et plus tenaces, c'est-à-dire plus résistants à la rupture, que leurs constituants élémentaires (Gay D., 1997).



**Figure I.3 :** Le rôle de l'interface sur la ténacité des composites : lorsqu'une fissure atteint l'interface (a), elle est déviée (b). Au lieu d'une rupture brutale, on observe donc une décohésion progressive des constituants

## I.6 Structures composites tissées :

### 1. Unidirectionnelles :



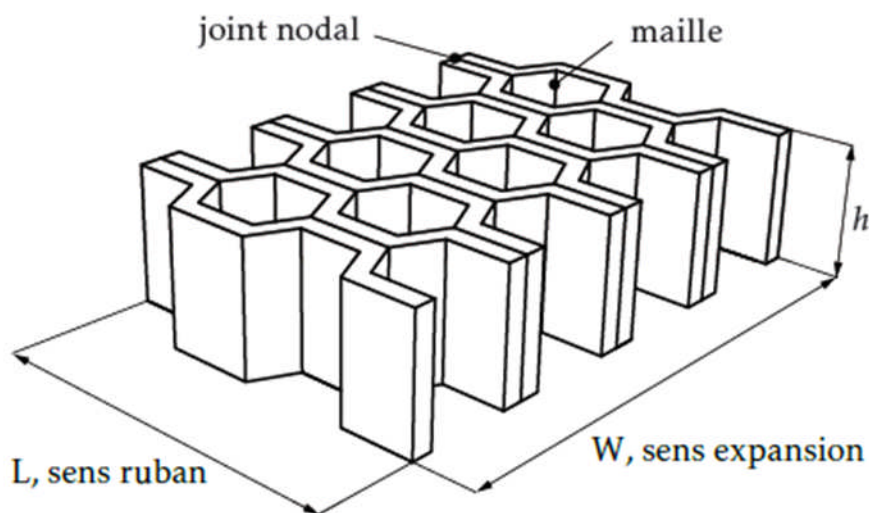
**Figure I.4 :** Structures d'un composites unidirectionnelle

### 2. Multidirectionnelles :

Il est possible de créer des pièces en matériaux composites de type tridimensionnelles massives ou des formes de révolution. Des tissages volumiques de type 2D (deux directions de renfort), 3D-Evolutif (deux directions de renfort et un piquage dans la troisième direction), 3D (trois directions de renfort), 4D (quatre directions de renfort), ou plus sont élaborés dans l'industrie aéronautique. Il est également possible de tisser des cylindres ou des cônes afin de réaliser des réservoirs ou des tuyères. Dans ces derniers cas, les fils de renforts s'entrecroisent en hélice. Quelques exemples de matériaux composites multidirectionnels sont maintenant présentés. Les structures massives sont principalement utilisées dans le domaine aéronautique et restent très marginales en raison de leur coût de production très élevé (Berthelot J.M., 1999).

➤ **Structures sandwiches :**

Les structures composites subissant des sollicitations de type flexion ou torsion sont généralement construites en matériaux sandwichs. Une structure sandwich est composée d'une âme et de deux peaux en matériaux composites. L'assemblage est réalisé par collage à l'aide d'une résine compatible avec les matériaux en présence. Les âmes les plus utilisées sont de type nid d'abeilles, âme ondulée ou mousse. Les peaux sont généralement constituées de structures stratifiées. Une âme nid d'abeilles est présentée sur la **figure I.5**.



**Figure I.5 :** Une âme nid d'abeilles

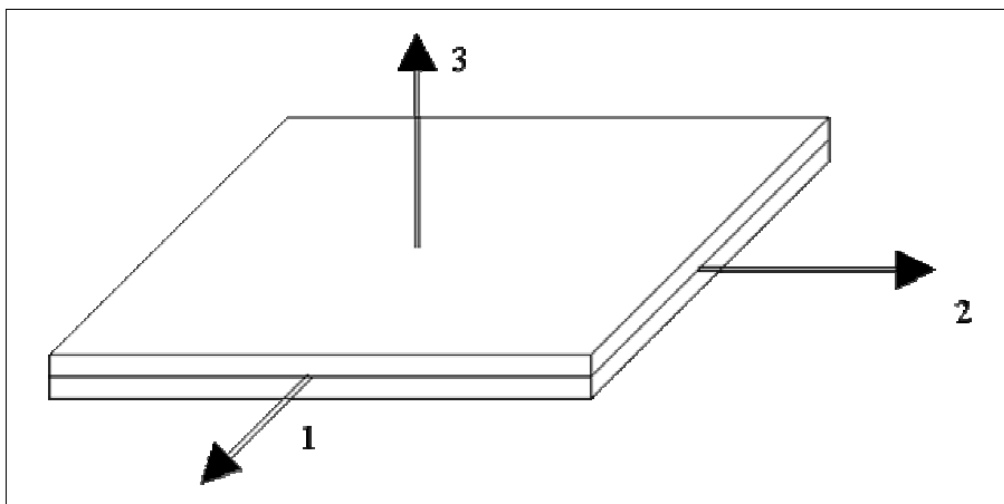
Ces structures ont une grande rigidité en flexion et torsion. L'âme de la structure sandwich résiste principalement aux contraintes de cisaillement et de décompression hors plan, les peaux inférieures et supérieures supportent quant à elles les efforts dans leur plan.

➤ **Structures composites stratifiées :**

Les structures composites stratifiées sont constituées de couches successives de renforts imprégnés de résines. Les couches sont également nommées plis. Les structures stratifiées réalisées à partir de matériaux composites sont constituées d'empilements de nappes unidirectionnelles ou

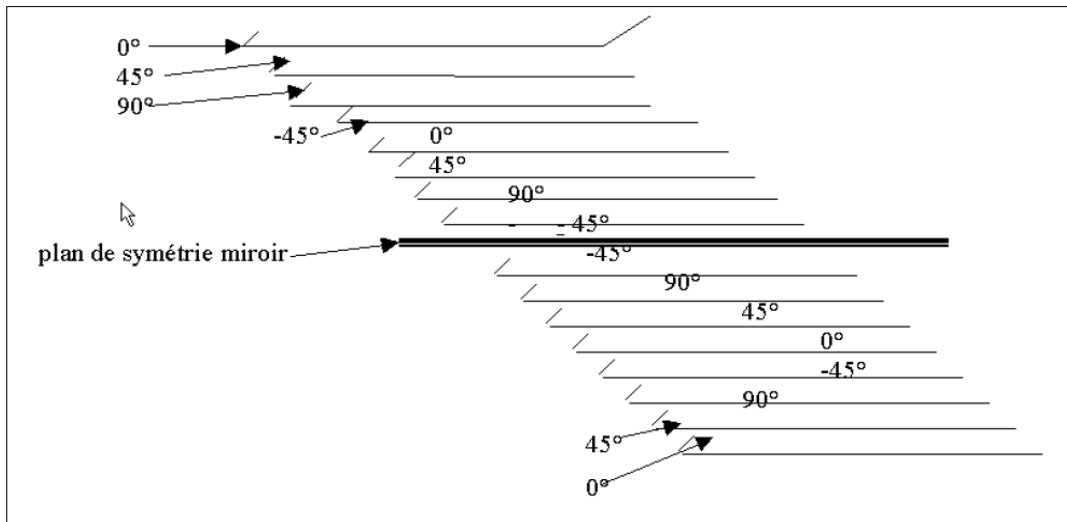
bidirectionnelles. Ces nappes sont formées de renforts en fibres longues liées par de la résine. Le rôle du renfort est d'assurer la fonction de résistance mécanique aux efforts. La résine assure quant à elle la cohésion entre les renforts de manière à répartir les sollicitations mécaniques. Les pièces structurales sont réalisées par empilement de nappes en optimisant les directions des renforts en fonction des charges qu'elles doivent subir.

Un stratifié est constitué d'un empilement de monocouches ayant chacun une orientation propre par rapport à un référentiel commun aux couches et désigné comme le référentiel du stratifié (Berthelot J.M., 1999).



**Figure I.6** : Structures stratifiées

Le choix de l'empilement et plus particulièrement des orientations permettra d'avoir des propriétés mécaniques spécifiques.



**Figure I.7** : Un stratifié comporte des couches orientées.

On pourra avoir des stratifiés de type :

- Equilibré : stratifié comportant autant de couches orientée suivant la direction +q. que de couches orientée suivant la direction -q.
- Symétrique : stratifié comportant des couches disposées symétriquement par rapport à un plan moyen.
- Orthogonal : stratifié comportant autant de couches à  $0^\circ$  que de couches à  $90^\circ$ .



## Références

Jones R. M., 1975: Mechanics of composite materials. McGraw-Hill.

Carmona F. Ann. Chim. Fr., 13 :395, 1988.

Norman R.H. Conductiverubbers and plastics. Elsevier Publishing Company Ltd, London, 1970.

Tsai S. W., Hahn H. T., 1980: Introduction to Composite Materials. Technomic.

Pedersen P., 1997: Elasticity, anisotropy, laminates. Cours d'élasticité orientéaux stratifié, sur le site web [www.fam.dtu.dk/html/pp.html](http://www.fam.dtu.dk/html/pp.html)

Gay D., 1997: Matériaux composites. Hermès.

Berthelot J.M., 1999: Matériaux composites. Comportement mécanique et analyse des structures. Ed. Technique et documentation.

# **Chapitre II**

## **Théorie de la percolation**

## **II.1 Introduction :**

On parle de percolation car notre travail utilise ce concept. En effet la percolation se définit comme l'étude des trajectoires définies par certaines règles dans des milieux aléatoires.

Le premier processus de percolation a été développé par P.J. FLORY (1941) et W.H. STOCKMAYER (1943) pour décrire la polymérisation des molécules ramifiées lors d'une transition sol-gel. Cependant, les deux auteurs n'ont développé leur théorie de gélification que pour un type de réseau particulier (le réseau de Bethe) dont la structure arborescente est infinie et sans boucle. Dans le champ des mathématiques, l'étude de la percolation tire son origine d'une question posée en 1954 par S.R. BROADBENT sur l'utilisation des méthodes de Monte-Carlo pour analyser la pénétration d'un fluide ou d'un gaz, dans un labyrinthe formé de passages ouverts ou fermés (Hammersley, 1983-b, p. 48). La singularité du problème nécessitait une terminologie qui lui soit particulière. C'est la ressemblance du phénomène au mécanisme de la fabrication du café dans un *percolateur* qui poussa J.M. HAMMERSLEY à le baptiser du nom de « percolation ». En 1957, S.R. BROADBENT et J.M. HAMMERSLEY ont alors introduit le terme de percolation dans un article fondateur où ils définissent la percolation comme le modèle *dual* de celui de la diffusion.

## **II.2. Définition de percolation :**

Percolation vient du latin « percolare » : couler à travers. Dans la pratique courante, on sait faire du café avec un percolateur qui injecte de l'eau dans une poudre de café comprimée. Pour obtenir du café, il faut qu'il y ait suffisamment de passages entre les grains pour laisser l'eau filtrer. L'eau peut ne pas passer, soit parce que des pores sont bouchés, soit parce que les connexions entre les

pores sont bloquées. Pour avoir du café, il faut que l'eau puisse « percoler ». On pourrait penser qu'il n'y a qu'à diluer les grains et avoir des pores grands ouverts. Mais si les pores sont trop grands et contiennent trop d'eau, on extraira bien les arômes, mais le café sera trop dilué. Au contraire, si la poudre est trop compactée, on bouchera aléatoirement trop de pores et... plus de café.

Ce phénomène peut se modéliser par un réseau de canaux entre les particules de café, canaux qui sont ouverts ou fermés de façon aléatoire (Zallen, 1983, pp. 9-11). Lorsque la densité augmente, le nombre de canaux fermés s'accroît et l'eau passe alors plus difficilement. Le seuil de percolation est atteint lorsque qu'il n'existe plus de chemins permettant l'écoulement de l'eau à travers les canaux ouverts.

Peu à peu, le concept de percolation s'est répandu dans de nombreux domaines (Tableau II.1).

Eléments à petite échelle	Processus à grande échelle
Pores dans le marc de café	Écoulement du liquide
Régions conductrices	Passage du courant électrique
Émergence d'une île sous l'effet de la baisse du niveau de l'océan	Formation d'un continent
Liaison entre deux polymères	Gel : « molécule » de dimension macroscopique
Contamination d'un individu	Epidémie
Un arbre s'enflamme	La forêt brûle

**Tableau II.1 :** Exemples de processus à grande échelle engendrés par l'accumulation de contributions à petite échelle

Généralement, ce concept cherche à décrire un phénomène critique (crucial) : le seuil de percolation. Avant le seuil de percolation, il n'y a pas d'écoulement. Au-delà de ce seuil, le débit de l'écoulement croît avec la porosité. C'est pourquoi on emploie ce terme en épidémiologie. Il pourrait aussi s'appliquer à tout phénomène de contagion : dans une forêt en feu, un arbre ne brûle que si plusieurs de ses voisins sont en flammes. La percolation peut être isotrope

(identique dans toutes les directions) ou anisotrope (le feu va peu contre le vent etrevient difficilement sur la terre brûlée). On réalise une multiplication aléatoire de liens entre des couples de points d'un ensemble. Au-delà d'un certain seuil de connexion, un écoulement se réalise de part en part.

L'émergence d'un véritable réseau solidarise le fonctionnement de l'ensemble. Pierre Gilles de Gennes, prix Nobel français de Physique en 1991 (pour ses découvertes sur les cristaux liquides et les polymères), est l'auteur de travaux sur la percolation. En 1969, P. W. Kasteleyn et C. M. Fortuin ont montré la correspondance entre les grandeurs mesurant la percolation et celles utilisées pour simuler des transitions de phase. La percolation réunit des éléments, de proche en proche, pour former des amas (mouillés, malades, conducteurs,.. etc.) de plus en plus gros.

### **Le problème de transmission**

La percolation peut s'envisager comme un problème de transmission posé dans un milieu étendu où sont distribués régulièrement un grand nombre de « sites » susceptibles de relayer localement une *information* (Roussenq, 1992, p. 838). Le terme d'information est pris au sens large et il s'adapte selon le contexte où il est utilisé (propriété physique ou biologique, fluide, etc.). La communication entre les sites s'effectue par des liens d'efficacité *aléatoire*. Suivant que la proportion de liaisons actives est ou non supérieure à une valeur seuil (notée  $p_c$ ), il existe ou non la possibilité de transmettre une information à grande distance.

Dans cette description du concept de percolation, on retrouve des hypothèses fondamentales :

- le phénomène étudié doit prendre place dans un espace contenant un grand nombre d'éléments ;

- la relation entre les éléments repose sur un aspect *local*, comme la contiguïté physique ou comme une autre dimension de « proximité » ;
- cette relation entre les éléments a un caractère aléatoire.

À partir de ces hypothèses, la théorie de la percolation décrit l'apparition d'un phénomène critique au niveau *global* : au-dessous du seuil de percolation l'information est limitée à l'îlot où elle a été initiée, alors qu'au-dessus du seuil elle « percole » à travers le milieu étudié. Ce phénomène critique est une des caractéristiques fondamentales de la percolation car ce type de comportement ne s'observe pas dans les modèles ordinaires de diffusion (Hammersley et Welsh, 1980, p. 593).

Cependant, le phénomène critique de percolation ne se limite pas au problème de transmission. Il peut également s'envisager en étudiant l'émergence de zones dont les éléments ont des propriétés identiques.

### **La question de l'émergence**

Le terme de percolation s'associe à l'étude de milieux désordonnés binaires, dans lesquels une propriété *locale* peut se réaliser de deux façons codées 0 ou 1 (Lesne, 1996, p. 314). La structure à petite échelle est ainsi une imbrication de régions 0 ou 1, perçue comme aléatoire par un observateur macroscopique.

À titre d'exemple, on peut étudier un système constitué de deux espèces *N* et *B*. Selon la proportion respective de ces deux espèces, on observe pour un espace donné, l'émergence d'une mosaïque de zones *N* et de zones *B*. Dans les figures ci-dessous, les individus de chaque espèce ont été placés de façon aléatoire dans l'espace.

**Figure II.1: Mosaïque des territoires de deux populations en fonction de leur proportion respective**

(a) *blanc* : 30 % ;  
*noir* : 70 %

(b) *blanc* : 50 % ;  
*noir* : 50 %

(c) *blanc* : 70 % ;  
*noir* : 30 %



Sur les figures 1 (a), (b) et (c), l'espèce *B* en blanc représente respectivement 30 %, 50 % et 70 % de la population totale, le reste correspondant à l'espèce *N* en noir. On constate que la *forme*, la *taille* et le *nombre* de régions pour chacune des deux espèces, varient selon la proportion qu'elles représentent dans la population totale. L'étude de la distribution et des propriétés structurelles de ces régions peuplées d'individus *N* ou *B* appartient également à la théorie de la percolation.

De façon générale, le modèle de percolation s'intéresse à des désordres binaires. Il permet de rendre compte de l'état d'un phénomène ou d'un système composé de multiples éléments aux relations ou aux caractéristiques hétérogènes. La théorie de la percolation fait partie de la famille des transitions de phase, c'est-à-dire que le passage d'une phase à l'autre s'obtient en modifiant de façon continue la valeur d'un paramètre. Chaque phase correspond à une situation qualitative particulière déterminée par la présence ou l'absence d'un amas percolant.

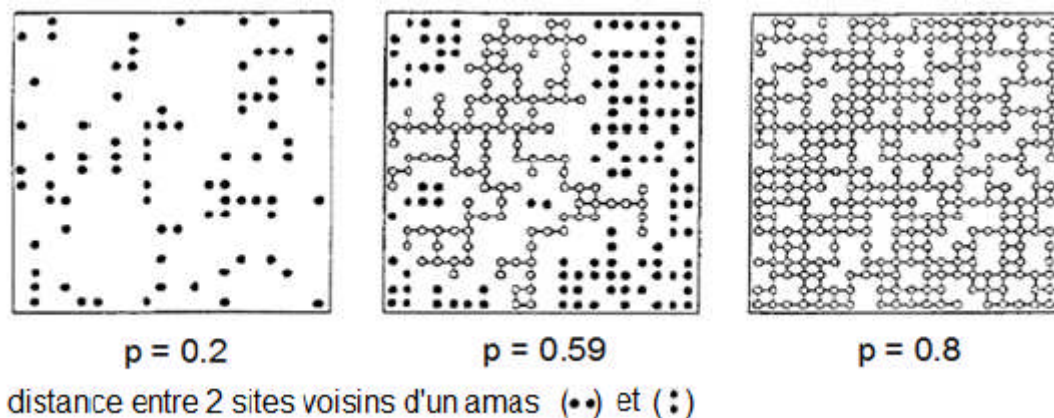
Il existe deux types de percolation.

### II.3. Percolation de sites :

Historiquement, la théorie de la percolation a été largement utilisée pour comprendre la conductivité électrique de matériaux composites. La théorie de la percolation introduit la notion de seuil de percolation la concentration ou la probabilité de présence des constituants conducteurs telle que dans un réseau infini il apparait un amas de taille infinie. La théorie de la percolation décrit les propriétés des réseaux désordonnés (peuplés de façon aléatoire). Considérons un réseau carré (bidimensionnel) dans lequel chaque site est occupé aléatoirement avec une probabilité  $p$  ou vide avec une probabilité  $(1-p)$  (Figure II.2).

Un amas est dit infini s'il traverse l'échantillon de part en part.

Lorsque l'on augmente  $p$  pour obtenir un amas infini, la valeur obtenue de  $p$  est appelée seuil de percolation  $p_c$ .



**Figure II.2 :** Percolation de site sur un réseau carré ; les cercles représentent les sites occupés pour trois différentes concentrations :  $p = 0.2, 0.59$  et  $0.80$ . Les cercles pleins se situent dans les amas finis. Les cercles vides sont reliés par des traits et constituent des amas infinis.

Les sites vides et pleins peuvent représenter des propriétés physiques différentes. Par exemple, nous pouvons supposer que les sites occupés sont des conducteurs électriques et les sites vides des isolants : le courant électrique



circulant entre deux sites conducteurs voisins. Aux faibles concentrations  $p$ , les sites conducteurs sont isolés ou forment de petits amas lorsqu'ils sont connectés entre eux. La figure II.2.a montre que le système est globalement isolant électrique, car aucun chemin conducteur ne traverse le système de bout en bout. Pour des valeurs de  $p$  plus élevées (Figures II.2.b et II.2.c), il existe des chemins conducteurs traversant le système (formation d'amas infinis). Le courant peut alors traverser le matériau qui devient conducteur électrique. Il existe donc une concentration  $p_c$  (seuil de percolation) à partir de laquelle le système devient conducteur : le courant peut alors percoler de part en part du matériau. Nous avons un isolant pour  $p < p_c$  et un conducteur pour  $p > p_c$ . La transition de percolation est une transition de phase géométrique, contrairement aux transitions de phases thermiques (par exemple, transition solide-liquide). Pour de faibles valeurs de  $p$  ( $p < p_c$ ), il n'existe que des petits amas (Figure II.2.a). A la concentration critique  $p_c$ , il apparaît un grand amas (appelé amas infini) connectant les faces opposées du matériau. Quand  $p$  augmente le nombre d'amas infinis s'accroît et la taille moyenne des petits amas décroît. Tous les sites sont dans un seul amas infini à  $p = 1$  (aucun amas de petite taille). La concentration critique  $p_c$  dépend du type de réseau et de sa dimension (2D ou 3D). Pour une dimension fixée (2D ou 3D),  $p_c$  dépend de la coordonnée  $z$  de chaque site, c'est-à-dire le nombre de plus proches voisins d'un site donné, pour différents réseaux.

Un amas est dit infini s'il traverse l'échantillon de part en part.

Lorsque l'on augmente  $p$  pour obtenir un amas infini, la valeur obtenue de  $p$  est appelée seuil de percolation  $p_c$ .

## II.4. Percolation de liens :

Pour modéliser la percolation de liens, la création d'un labyrinthe se fait en affectant aux *arêtes* l'un de deux états possibles : 1 ou 0, actif ou inactif, conducteur ou isolant, occupé ou vide, etc. Chaque lien est actif avec la probabilité  $p^b$  et inactif avec la probabilité  $q^b = (1 - p^b)$ .

Soit  $L_{ij}$  la liaison entre  $S_i$  et  $S_j$ , deux sites plus proches voisins. Dans le problème de percolation de liens, il existe un *chemin conducteur* entre deux sites actifs  $S_i$  et  $S_n$  si et seulement si, il existe une suite  $S_i, S_j, \dots, S_m, S_n$  de sites conducteurs reliés par des arêtes  $L_{ij}, L_{j, \dots}, L_m, L_{mn}$  actives. On dit que deux liens appartiennent au même *amas*, s'il existe au moins un chemin conducteur entre les trois sites ainsi reliés. Pour résumer, le modèle de percolation de liens postule que tous les sites sont actifs, mais que les contacts entre sites sont contrôlés par les liens.

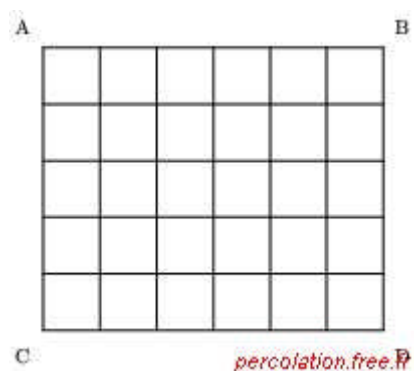
De même que nous l'avions indiqué pour la percolation de sites, la valeur  $p_c$  du seuil de percolation dans le modèle de liens est d'autant plus faible que la connexité du réseau est importante. Plus le nombre de liens par site augmente et plus la valeur critique nécessaire au développement d'un amas infini est faible.

### Réseau carré

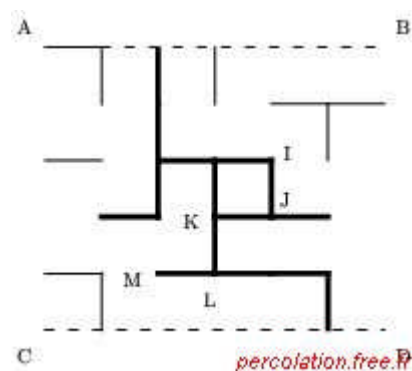
Tout comme en percolation de sites, le réseau carré est l'un des plus familiers. Les figures 3 (a) et 3 (b) montrent respectivement le maillage en pavé pour un réseau dont tous les liens sont actifs, et un exemple de réseau dont une partie seulement des liens sont actifs

**Figure II.3: Réseau carré de liens**

(a) *Maillage en pavé*



(b) *Exemple de percolation de liens*



**Source :** Clerc *et al.* (1983)

Sur la figure II.3, on distingue des amas isolés ainsi qu'un gros amas qui relie les droites ( $AB$ ) et ( $CD$ ), que nous pourrions appeler « électrodes » par analogie avec un réseau de résistances. Cet amas (en gras sur le schéma) est appelé *amas infini*, puisqu'il relie un côté à l'autre dans la représentation. L'examen de l'amas infini nous permet de distinguer trois sortes de liens (Clerc *et al.*, 1983, pp. 55-56) :

- les liens formant le corps ou les bandes de l'amas, dont la suppression entraîne une baisse de la *conductance* (exemple :  $IJK$ ) ;
- les « liens sensibles » qui fragmentent l'amas et rendent la conductance nulle lorsqu'ils sont coupés (exemple :  $KL$ ) ;
- les « bras morts » dont la suppression ne modifie en rien la conductance (exemple :  $LM$ ).

Dans la majorité des cas, la représentation des modèles de percolation de liens s'effectue sans que les sites ne soient dessinés. La lecture du graphe s'en trouve alors facilitée quelle qu'en soit l'échelle (figure II.4).

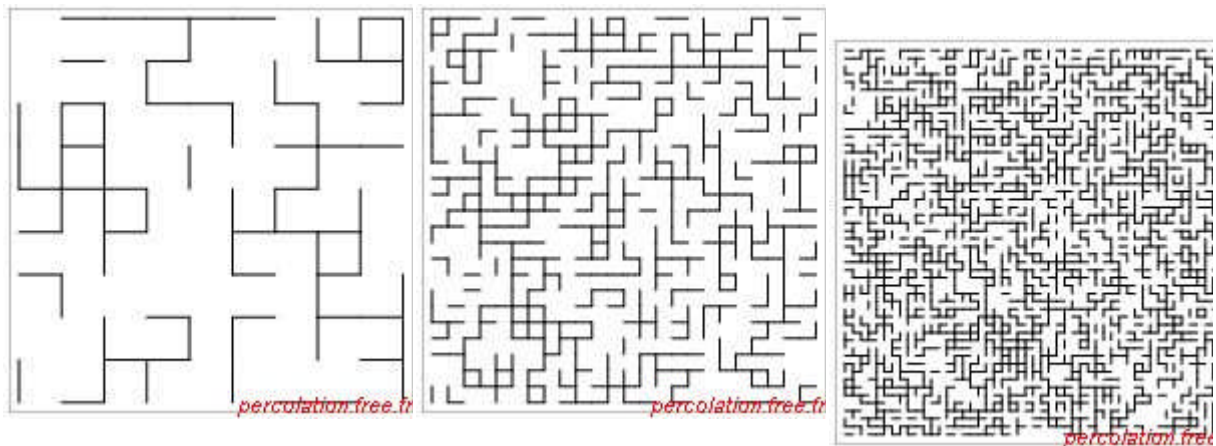
**Figure II.4: Réseau carré de liens à différentes échel**

(45 % de liens actifs)

(a)  $(10 \times 10)$  sites

(b)  $(25 \times 25)$  sites

(c)  $(50 \times 50)$  sites



180 liens max.

1 200 liens max.

4 900 liens max.

Le nombre de liens qui seraient présents si 100 % d'entre-deux étaient actifs a été précisé sous chaque figure. Dans un réseau carré, le calcul de ce nombre de liens maximum est trivial. Pour un réseau de taille  $(n \times n)$  sites, il existe au plus

$$2 n (n - 1) \text{ liens.}$$

## II.5 Le seuil de percolation :

Pendant longtemps, la recherche s'est focalisée sur l'étude du seuil de percolation. En conséquence, de nombreuses méthodes ont été développées, et plusieurs études sont faites pour déterminer la valeur de seuil de percolation.

En percolation on connaît très peu de valeurs exactes de seuils. En fait, en dehors des systèmes à une seule dimension et des systèmes à une infinité de dimensions, on ne connaît que deux valeurs remarquables, toutes deux relatives à des problèmes plans.

1. La valeur  $\frac{1}{2}$  : elle apparaît lorsque le processus présente une certaine symétrie, en particulier lorsque le réseau est identique à son réseau en effet la somme des seuils de deux réseaux rivaux est égale à un. C'est le cas pour le réseau carré, en percolation de lien, ou pour le réseau triangulaire en percolation de site.
2. La valeur  $p_0 = 1 - 2 \sin(\pi/18) \approx 0,652\ 704$  : et son complément à l'unité : 0,347 296. Ces valeurs correspondent respectivement à la percolation de lien du réseau nid d'abeille et de son rival (en lien), le réseau triangulaire. Elles furent trouvées en 1963 par Sykes et Essam qui exploitèrent le fait qu'on peut passer d'un réseau à l'autre par une transformation étoile-triangle.

Au sein d'un réseau dans lequel les sites (figure II.5.1) ou les liens (figure II.5.2) sont actifs avec une probabilité  $p$  et inactifs avec une probabilité  $q=1-p$ , le seuil de percolation  $p_c$  se définit comme la concentration  $p$  pour laquelle un amas de taille infinie apparaît dans un réseau de taille infinie.

Pour tout  $p > p_c$ , une chaîne s'étend d'un côté à l'autre du système alors que pour  $p < p_c$ , il n'existe pas de « chemin » de ce type. La figure II.5.1.b montre l'apparition de l'amas percolant à  $p = p_c$  dans un réseau carré de sites. Au fur et à mesure que la proportion d'activité  $p$  s'accroît, la taille des amas augmente mais reste de taille finie (figure II.5.1.a).

À partir d'une valeur déterministe, on observe l'apparition d'un amas qui joint les bords opposés (figure II.5.1.b). Cet amas est l'amas percolant et la valeur de cette probabilité critique correspond au seuil de percolation ( $p = 0,5928$  pour un réseau carré de sites). Les sites (éléments) de l'amas infini sont représentés ci

noir pour mettre en relief la jonction des côtés opposés. Les sites gris sont les sites actifs distincts de l'amas percolant. On ne constate que le nombre de sites séparés de l'amas infini.

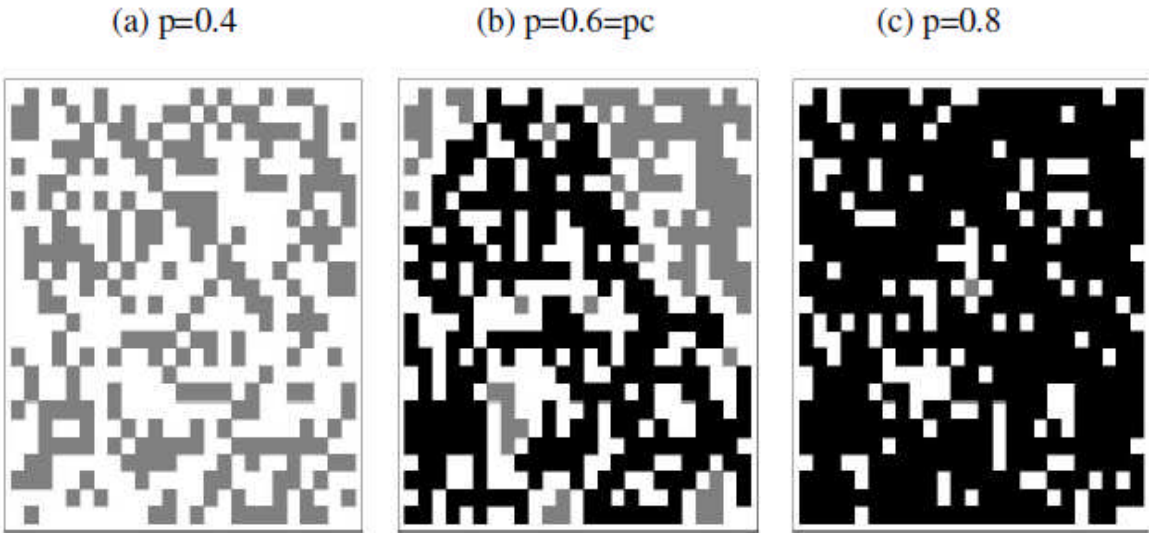


Figure II.5.1 Exemple de percolation sur un réseau carré de sites pour différents  $P$

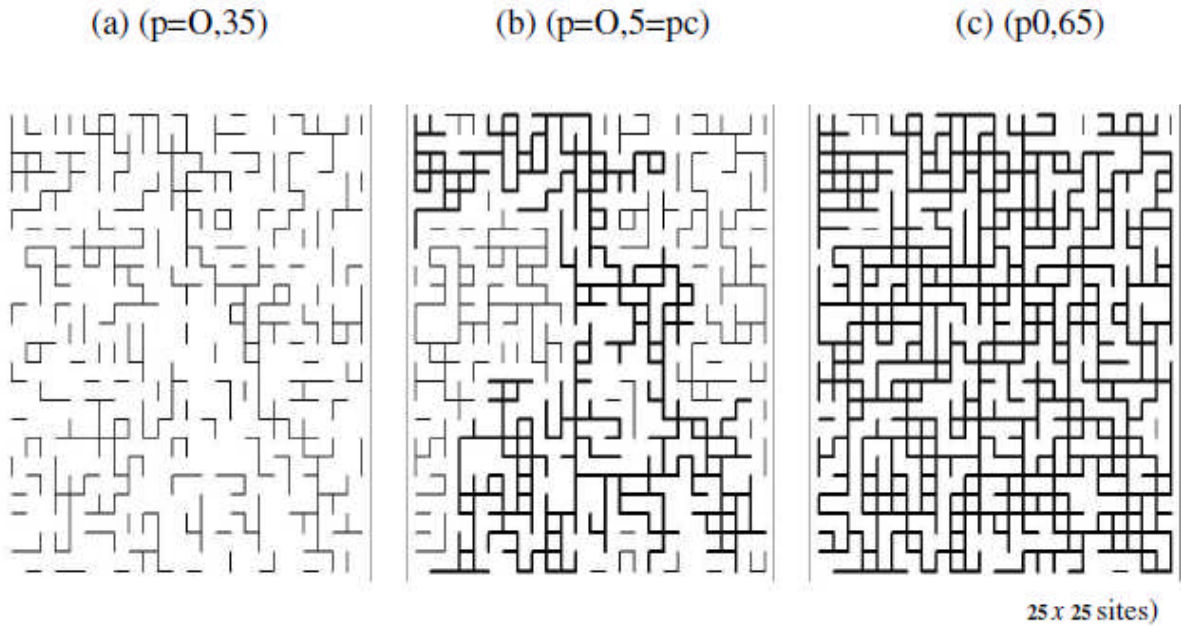


Figure II.5.2 -Exemple de percolation sur un réseau carré de liens pour différents  $p$

Dans la théorie de la percolation, l'existence du seuil est fondamentale. Cette valeur critique se caractérise par

$$P(p) \begin{cases} = 0 & \text{si } p < p_c \\ > 0 & \text{si } p > p_c \end{cases} \dots\dots\dots (1)$$

Le seuil de percolation  $p_c$  se définit alors comme la première valeur de  $p$  où la probabilité de percolation  $P(p)$  n'est pas nulle, ce qui se traduit de façon formelle par:

$$P_c = \max \{ p : P(p) = 0 \} \dots\dots\dots (2)$$

En conséquence, la forme générale de la fonction de probabilité de percolation  $P(p)$  est présentée sur la (Figure II.6).

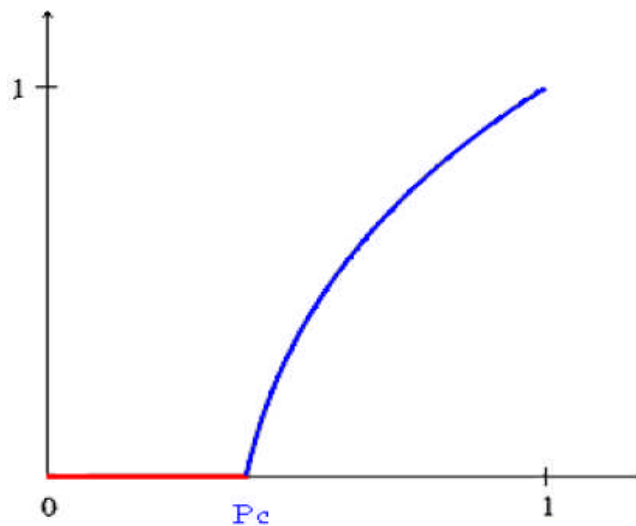


Figure II.6 : Variation de la probabilité de percolation  $P(p)$

➤ **La valeur de seuil de percolation :**

Le seuil de percolation  $P_c$  dépend du modèle de percolation choisi, de la géométrie ainsi que la dimension  $d$  du réseau et non de la façon dont on

réalise l'augmentation de  $p$  à partir de zéro. Ceci est une des caractéristiques fondamentales de l'aspect universel de la percolation.

Le (tableau II.2) indique les valeurs exactes (\*) ou approchées des seuils de percolation selon la forme du réseau, sa dimension et le modèle de percolation. ( $p^b$ : percolation de liens;  $p_s$ : percolation de sites). Il précise également la coordinnence  $z$ , c'est-à-dire le nombre de plus proches voisins d'un site donné, pour différents réseaux. On note que la valeur de seuil de percolation est cependant très difficile à estimer avec précision.

Dimension	Réseau	$p$ : Liens	$P$ : Sites	$z$
2D	Nid d'abeille (hexagonal)	$1 - 2 \sin(\pi/18)^*$	0,697	3
	Carré	$0.5^*$	0,593	4
	Triangulaire	$2 \sin(\pi/18)^*$	$1/2^*$	6
3D	Diamant	0,388	0,430	4
	Cubique simple	0,247	0,307	6
	Cubique centré	0,178	0,243	8
	Cubique faces centrées	0,119	0,195	12
	Hexagonal	0,124	0,204	12

\*valeurs exactes

Tableau II.2 - Valeurs du seuil de percolation pour quelques réseaux à 2D et 3D

## II.6. Grandeurs caractéristiques :

Dans un contexte statique, la situation d'un problème de percolation se décrit à travers quelques grandeurs fondamentales comme le nombre d'amas de taille  $n$  normalisé par site. La probabilité d'appartenir à l'amas infini, la taille moyenne des amas finis et les longueurs caractéristiques.



## II.6.a Nombred'amas de taille s normalisé par site :

La plus simple des grandeurs caractéristiques du problème de percolation est le nombre  $n$  d'amas de taille  $s$ , normalisé par site. Dans un échantillon fini comportant  $N$  sites,  $n$  est la moyenne du nombre d'amas de taille  $s$ . Pour le réseau infini,  $n$  est la limite de cette moyenne lorsque le nombre de sites tend vers l'infini. Pour un échantillon fini de  $N$  sites :

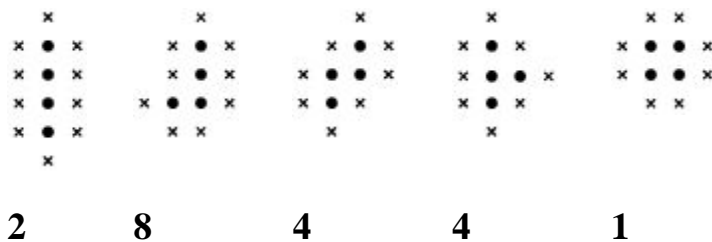
$$n_s = \frac{\text{nombre total d'amas de taille } s}{N} \dots\dots\dots (3)$$

Pour un réseau de taille infinie :

$$n_s = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\text{nombre total d'amas de taille } s}{N} \dots\dots\dots (4)$$

### Exemple

#### Configurations d'un amas de taille $s = 4$ en deux dimensions



Source : adapté de Stauffer et Aharony (1992).

**II.6.b Le nombre total d'amas :**

Le nombre total d'amas de toute taille, noté  $G(p)$ , normalisé par site est:

$$G(p) = \sum_s n_s \dots\dots\dots (5)$$

**II.6.c Probabilité d'appartenir à l'amas infini :**

Soit  $P_\infty(p)$  la probabilité qu'un site appartienne à l'amas infini. Dans un échantillon de taille finie, la probabilité qu'un site soit un élément de l'amas percolant se détermine en faisant le rapport du nombre de sites dans l'amas infini par le nombre total de sites actifs:

$$P_\infty(p) = \frac{\text{nombre de sites de l'amas infini}}{\text{nombre de sites actifs}} \dots\dots\dots (6)$$

Lorsque  $p < p_c$ , il n'existe pas d'amas infini. Par conséquent, la probabilité d'y être attaché est nulle. À  $p = p_c$  le caractère lacunaire de l'amas infini suggère qu'il occupe une fraction nulle du réseau. Enfin, si  $p > p_c$ , les simulations et les expériences mènent à supposer un comportement critique. De façon formalisée, ceci se résume par:

$$\begin{cases} P_\infty(p) = 0 & \text{si } p \leq p_c \\ P_\infty(p) \approx (p - p_c)^\beta & \text{si } p \geq p_c \end{cases} \dots\dots\dots (7)$$

Selon la même logique que pour l'amas infini, il est possible de calculer la probabilité d'appartenir à un amas fini. Dans un échantillon, cela revient à rapporter le nombre de sites actifs en amas fini au nombre total de sites:

$$\sum_s sn_s = \frac{\text{nombre de sites en amas fini}}{\text{nombre total de sites actifs ou non}} \dots\dots\dots (8)$$

Sachant  $P(p)$ , la probabilité qu'un site ne soit pas élément de l'amas infini est

1 — P(p). Pour qu'un site appartienne à un amas fini, il faut qu'il soit actif. En conséquence, la probabilité pour qu'un site fasse partie d'un amas fini est:

$$\sum_s sn_s = p(1 - P_\infty(p)) \dots\dots\dots (9)$$

Pour  $p < p_c$ , il n'existe pas d'amas infini d'où  $P_\infty(p) = 0$ , la probabilité qu'un site arbitraire appartienne à un amas fini est alors égale à la probabilité p qu'il soit occupé.

**II.6.d Taille moyenne des amas finis :**

La probabilité qu'un site quelconque appartienne à un amas de taille s est  $n_s s$ , et celle qu'il fasse partie de n'importe quel amas fini est  $\sum_s sn_s$ . Soit  $w_s$  la probabilité que l'amas auquel appartient un site actif arbitraire contienne exactement s sites:

$$w_s = \frac{n_s s}{\sum_s n_s s} \dots\dots\dots (10)$$

De là, la taille moyenne des amas finis se calcule telle que:

$$s = \sum_s w_s s = \sum_s \frac{n_s s^2}{\sum_s n_s s} \dots\dots\dots (11)$$

Cette définition du nombre moyen de sites par amas fini reste valable à la condition que l'amas infini, s'il existe, soit exclu de la somme. Le calcul de la taille moyenne des amas finis devient:

$$S(p) = \begin{cases} \sum_s s^2 n_s / p(1 - P_\infty(p)) & \text{si } p > p_c \\ \sum_s s^2 n_s / p & \text{si } p < p_c \end{cases} \dots\dots\dots (12)$$

## II.6.e Les longueurs caractéristiques :

### Lois d'échelle et exposants critiques

La valeur des grandeurs obtenues dans un problème de percolation dépend des éléments microscopiques du système comme par exemple la coordinence. Cependant, au voisinage du seuil critique, la plupart de ces grandeurs ont des comportements qui sont indépendants de la structure du réseau et des détails microscopiques (Sahimi, 1994). Après un exposé des diverses lois d'échelle qui décrivent ces comportements en théorie de la percolation, elles seront mises en évidence dans le cas du réseau de Bethe. Chaque exposant critique étant lié à une loi d'échelle particulière, nous évoquerons enfin les relations qu'entretiennent les divers exposants ainsi que les estimations de leurs valeurs respectives.

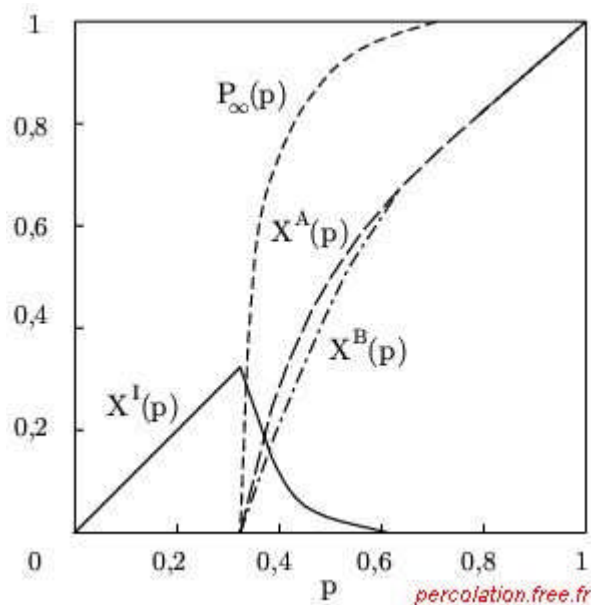
### Lois d'échelle

Au voisinage de  $p_c$ , l'insensibilité du comportement des grandeurs caractéristiques d'un problème de percolation aux détails microscopiques de la structure sur lequel il évolue, se résume dans les relations appelées « lois d'échelle ». Celles-ci concernent principalement  $\xi(p)$ ,  $P_\infty(p)$ ,  $S(p)$  et  $n_s(p)$ . Le degré de validité de ces relations n'étant pas totalement connu, les termes des diverses équations seront séparés par la relation logarithmique  $\xi$ .

Pour des valeurs inférieures au seuil aussi bien que pour des valeurs supérieures, la taille linéaire des amas finis se caractérise par la longueur de corrélation  $\xi$ . Elle se définit comme la distance moyenne entre deux sites du même amas. Au voisinage de  $p_c$ , c'est-à-dire lorsque  $p - p_c$  est faible, la longueur de corrélation augmente selon (Bunde et Havlin, 1991) :

$$\xi(p) \rightarrow \approx |p - p_c|^{-\nu} \text{ pour } p \rightarrow p_c \quad (13)$$

L'exposant  $\nu$  est identique pour  $p > p_c$  et  $p < p_c$  et il ne dépend que de la dimension  $d$ . Autrement dit, la longueur de corrélation croît au-dessous du seuil de la même façon critique qu'elle décroît au-dessus du seuil (Clerc *et al*, 1983).



Source : Sahimi (1994)

Figure II.7 : Évolution et dépendance de quelques grandeurs en fonction de  $p$

Exposant	$d = 2$	$d = 3$	$d = 4$	$d = 5$	$d = 6 - \varepsilon$	Bethe
$\alpha$	$-2/3$	$-0.62$	$-0.72$	$-0.86$	$-1 + \varepsilon/7$	$-1$
$\beta$	$5/36$	$0.41$	$0.64$	$0.84$	$1 - \varepsilon/7$	$1$
$\gamma$	$43/18$	$1.80$	$1.44$	$1.18$	$1 + \varepsilon/7$	$1$
$\nu$	$4/3$	$0.88$	$0.68$	$0.57$	$1/2 + 5\varepsilon/84$	$1/2$
$\sigma$	$36/91$	$0.45$	$0.48$	$0.49$	$1/2 + O(\varepsilon^2)$	$1/2$
$\tau$	$187/91$	$2.18$	$2.31$	$2.41$	$5/2 - 3\varepsilon/14$	$5/2$

Source : Stauffer et Aharony (1992)

Tableau II.3 : Valeurs des exposants critiques pour le modèle basique

## Références

- Broadbent, S.R., Hammersley, J.M., 1957. Percolation processes I. Crystals and mazes, in: Proc. Cambridge Philos. Soc. p. 41.
- Bunde, A., Havlin, S., 1991. Fractals and disordered systems. Springer-Verlag New York, Inc.
- Clerc, J.P., Giraud, G., Laugier, J.M., Luck, J.M., 1990. The electrical conductivity of binary disordered systems, percolation clusters, fractals and related models. *Advances in Physics* 39, 191–309.
- Flory, P.J., 1941. Molecular size distribution in three dimensional polymers. I. Gelation I. *Journal of the American Chemical Society* 63, 3083–3090.
- Fortuin, C.M., Kasteleyn, P.W., 1972. On the random-cluster model: I. Introduction and relation to other models. *Physica* 57, 536–564.
- Hammersley, J.M., Welsh, D.J.A., 1980. Percolation theory and its ramifications. *Contemporary Physics* 21, 593–605.
- Lesne, A., 1996. Méthodes de renormalisation. Paris, Eyrolles.
- Roussenq, J., 1992. Percolation. *Encyclopædia Universalis* 838–840.
- Sahimi, M., n.d. Applications of percolation theory, 1994. Taylor Francis, London, UK.
- Stauffer, D., Aharony, A., 1992. Introduction to percolation theory. Taylor and Francis, London.
- Stockmayer, W.H., Jacobson, H., 1943. Gel formation in vinyl-divinyl copolymers. *Journal of Chemical Physics* 11, 393.
- Sykes, M.F., Essam, J.W., 1963. Some exact critical percolation probabilities for bond and site problems in two dimensions. *Physical Review Letters* 10, 3.
- Zallen, R., 1983. The percolation model. *The Physics of Amorphous Solids* 135–204.

# **Chapitre III**

## **Percolation et conduction**

## **II.1 Introduction :**

Le phénomène de transport dans la percolation peut s'effectuer par plusieurs façons. Tout dépend des domaines étudiés et selon leurs caractéristiques, le cas du transport électrique dans les composites peut s'effectuer par exemple par l'analyse de la conductivité électrique d'un mélange de deux composants, l'un isolant et l'autre conducteur, la conductivité électrique qui dépend de la concentration en grain, leur taille, leur forme, et de certains paramètres extérieurs tels que la température et la fréquence auxquelles est soumis le matériau.

Last et Thouless (1971) furent les premiers à utiliser comme approche la percolation pour mesurer la résistance d'une feuille de graphite percé aléatoirement. Ils mirent en évidence la loi critique qui régit l'annulation de la conductivité électrique au seuil de percolation. Lobb et Forrester (1987) ont mesuré la conductivité des feuilles métalliques continues, percées aléatoirement. Ils trouvent l'exposant critique de la conductivité  $t = 1.3$ , confirmant ainsi les prévisions théoriques de Halperin et Al (1985).

## **III.2 Percolation orientée :**

Lorsqu'on regarde de près par exemple une résistance sur un circuit électrique, on remarque qu'il y a un réseau aléatoire dessus. De la même manière, si on prend une éponge, il y a un réseau aléatoire de canaux qui transporte l'eau. Dans le premier cas, le courant électrique doit passer dans le circuit dans un certain sens tout comme l'eau (par l'effet de l'apesanteur) doit circuler dans l'éponge, il y a donc une orientation dans le réseau. La percolation orientée consiste donc à l'étude des phénomènes de percolation sur des graphes aléatoires possédant une orientation, i.e, où les arêtes possèdent une direction.



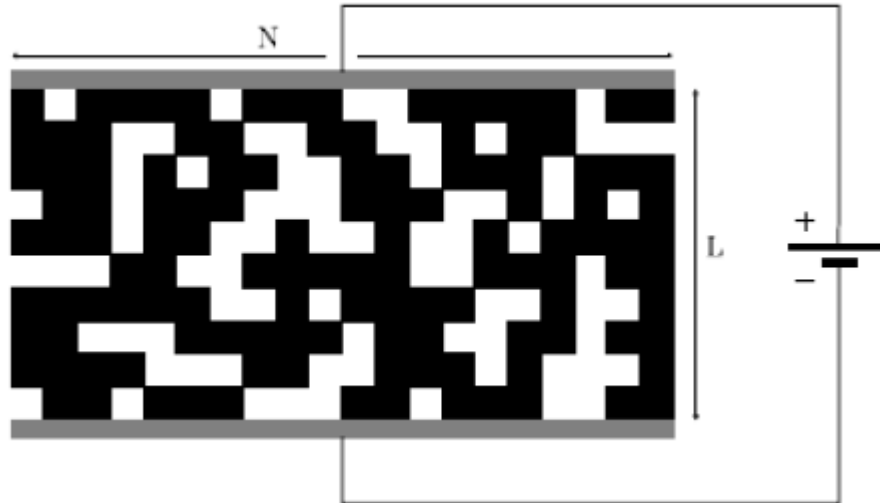
### III.2.1 Conduction d'un réseau :

Dans un réseau carré, on définit chaque site actif comme un élément conducteur et chaque site inactif comme un isolant. A titre d'illustration, les sites actifs peuvent être assimilés à des grains conducteurs et les sites inactifs à des grains de matière isolante. Dans un tel réseau, le courant électrique ne peut circuler que sur les grains conducteurs. La propagation du courant se fait uniquement entre des sites plus proches voisins, c'est-à-dire des sites ayant un côté en commun. Un courant électrique de voltage unitaire est appliqué au réseau aléatoire de résistance, par le biais de deux électrodes placées de part et d'autre du système. La quantité de courant qui parvient à traverser ce labyrinthe de résistances correspond à la conductance de l'échantillon.

Le réseau de résistances est défini selon une forme rectangulaire de taille  $N \times L$  sites, avec  $N$  le nombre de colonnes et  $L$  le nombre de lignes (fig. III.1).

Pour éliminer les effets de taille finie, les valeurs respectives de  $N$  et  $L$  sont supposées relativement importantes. Une électrode de taille  $N$  est placée sur la première et la dernière ligne du réseau. Un courant uniforme est ensuite appliqué au système à partir de ces électrodes.

Si le réseau était uniforme et homogène, comme par exemple dans le cas d'une feuille de cuivre, la conductance serait proportionnelle à  $N$  et inversement proportionnelle à  $L$ . De façon plus générale. La conductance d'un système en dimension  $d$  est inversement proportionnelle à la coupe transversale  $N^{d-1}$  de l'échantillon. Pour une dimension "d", la conductance est alors, proportionnelle à  $N^{d-1}/L$  et égale à  $\Sigma(N^{d-1}/L)$ . Le facteur de proportionnalité  $\Sigma$ , appelé **conductivité** du matériau, est par conséquent indépendant de la taille et de la forme carrée ou cubique, les côtés étant de même taille  $L$ , la conductivité du système est égale au rapport de la quantité de courant produit avec une tension de un volt, sur  $L^{d-1}$ .



**Fig. III.1** : conductance sur un réseau aléatoire de résistance

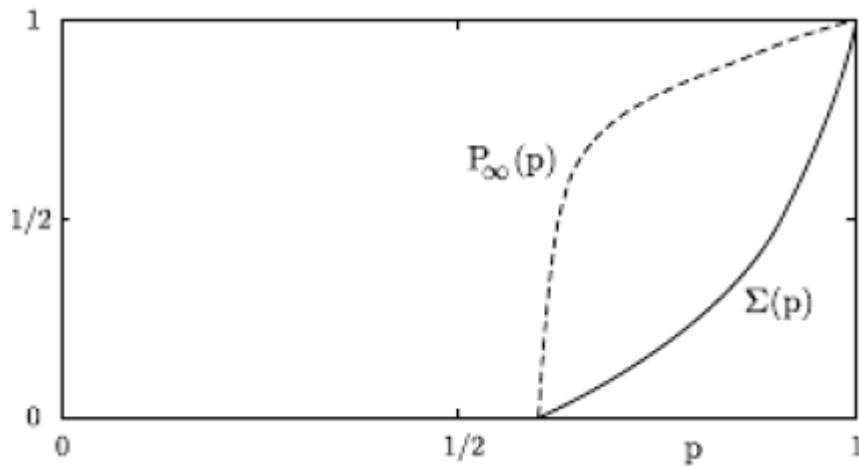
### III.2.2 Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini :

Suivant la théorie de la percolation, la probabilité d'apparition d'un amas percolant est nulle lorsque la proportion de sites conducteurs ( $p$ ) est inférieure au seuil critique ( $p_c$ ). Or, le courant ne peut pas traverser le réseau s'il n'existe pas d'amas infini. Par conséquent, la conductivité du réseau est nulle pour  $p < p_c$ . Au contraire, lorsque la proportion de sites conducteurs est plus grande que  $p_c$ , les grains conducteurs forment un amas percolant à travers le réseau de résistances. La conductivité ( $\Sigma$ ) et la probabilité pour un site d'appartenir à l'amas infini ( $P_\infty$ ) augmentent alors de façon quasi-linéaire avec la concentration  $p$  lorsque tous les sites sont conducteurs ( $p = 1$ ). La probabilité d'appartenance à l'amas percolant est certaine pour chaque site :  $P_\infty(p) = 1$ . Tous les sites étant conducteurs, le réseau transporte alors une unité de courant lorsqu'une tension de un volt est appliquée entre les deux électrodes. Dans ces conditions, la conductivité est posée égale à l'unité :

$$\Sigma(p = 1) = P_\infty(p = 1) = 1$$

Ainsi, une relation semble exister entre la conductivité  $\Sigma(p)$  et la masse de l'amas percolant, c'est-à-dire la probabilité pour un site d'appartenir à l'amas

infini  $P_{\infty}(p)$ . Malheureusement, les vérifications empiriques ne confirment pas cette hypothèse. L'évolution schématique de la conductivité d'une feuille de graphite perforée, en fonction de la proportion d'emplacement non perforé, est représentée par le trait plein sur la figure III.2.

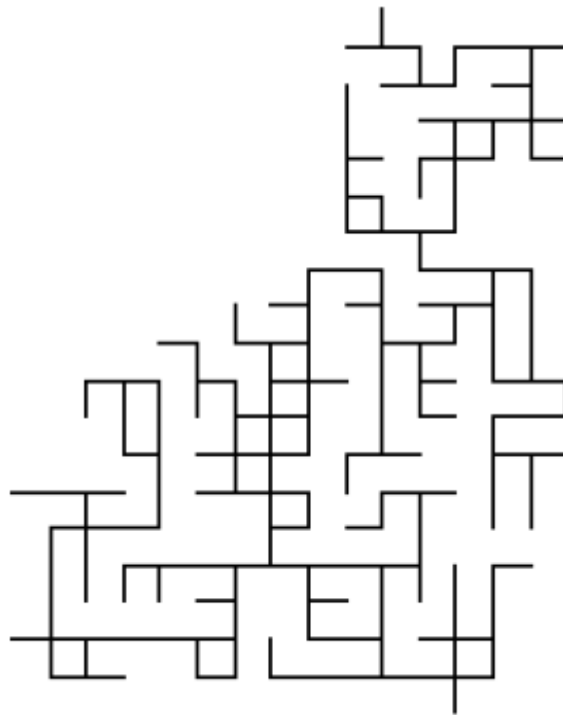


**Fig. III.2 :** Conductivité et probabilité d'appartenance à l'amas infini

La courbe en pointillé représente l'évolution schématique de la probabilité pour un site, d'appartenir à l'amas percolant selon le même protocole. Les deux courbes semblent avoir la même limite au seuil de percolation. Cependant, alors que la pente de la conductivité est nulle au point critique, la pente probabilité d'appartenance à l'amas percolant y est infinie. Cette divergence s'explique par les diverses sortes de liens qui composent le réseau.

La figure III.3 représente un amas percolant au seuil, dans un réseau carré de liens. Chaque lien représente une résistance. En appliquant une tension entre le haut et le bas de l'échantillon, plusieurs types de liens se distinguent. Une grande partie des liens ne porte aucun courant, car ils n'aboutissent nulle part. Ces chemins sans issues sont les « bras morts » du réseau électrique. Une fois débarrassée de ces bras morts, il ne reste que les liens participant à la conduction du courant. Cette structure correspond à l'« épine dorsale » de l'amas percolant. Elle se compose de liens sensibles et de boucles,

respectivement représentés en gras et en pointillé sur la figure III.3. La suppression d'un lien situé sur une boucle de l'épinedorsale fait diminuer la quantité de courant traversant le réseau. La suppression d'un lien sensible, par contre, annule totalement le passage du courant dans le réseau, car dès lors il n'existe plus d'amas percolant conducteur.



**Fig. III.3:** Décomposition de l'amas percolant

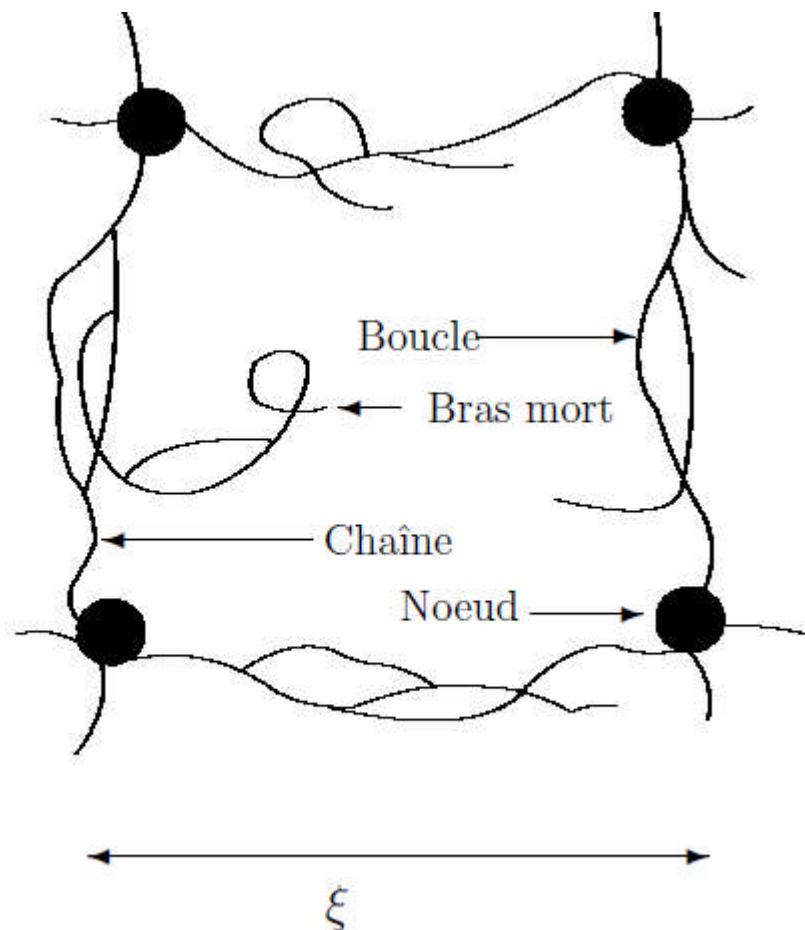
Ainsi, une grande partie de l'amas percolant est formée par des bras morts ne participant pas directement à la conduction de l'échantillon. Dans un amas infini, la plupart des éléments n'appartiennent pas à l'épine dorsale. Par conséquent, une faible part de la masse d'éléments pris en compte dans  $P_\infty$  intervient dans la conductivité. L'exposant critique associé à  $\Sigma$  est alors différent de  $\beta$  lié à la probabilité pour un site d'appartenir à l'amas infini. L'exposant critique de la conductivité est noté  $t$ , tel que :

$$\Sigma \propto (p - p_c)^t \quad \text{Pour } p \rightarrow p_c$$

En l'absence de résultat précis, il ne semble pas exister de relation entre  $t$  et les autres exposants. De là,  $t$  est considéré comme un nouvel exposant de base indépendant.

### III.2.3 Schématisation de L'amas infini :

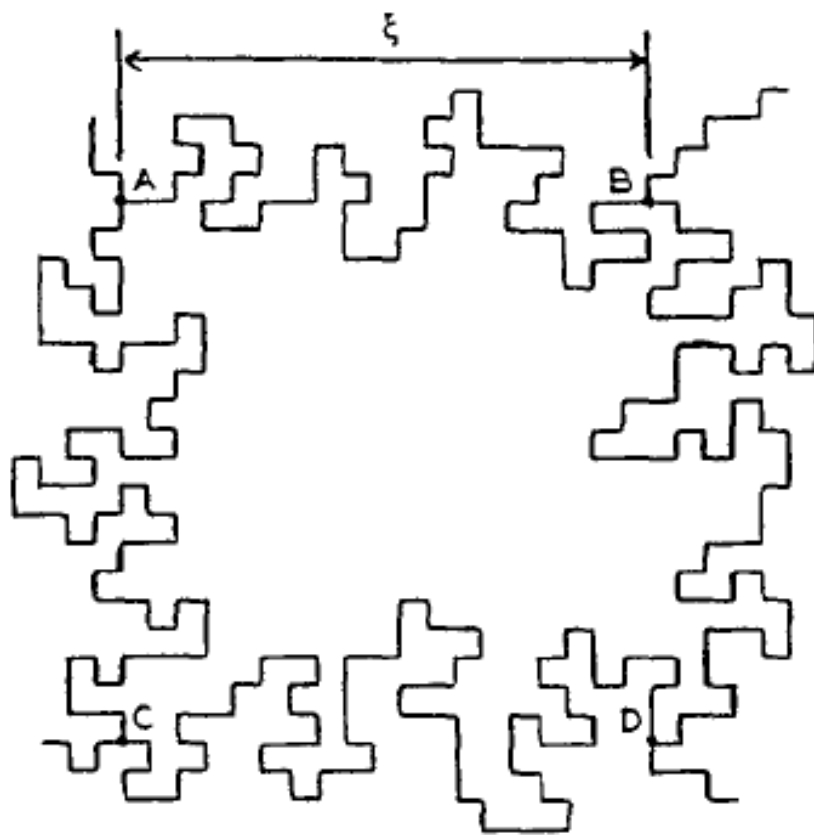
L'amas infini qui apparaît au seuil est le fruit d'un nombre croissant de contacts entre amas finis, lesquels sont eux aussi le résultat d'un grand nombre de contacts entre sites et/ou liens qui les composent. On peut ainsi s'interroger sur la structure d'un tel amas.



**Fig. III.4** Structure du squelette de l'amas infini près du seuil dans le modèle des nœuds, des chaînes et des boucles. La distance entre les nœuds est de l'ordre de  $\xi$ .

### III.2.3.a Modèle SSDG :

Ce modèle, décrit par Skal et Shklovskii et De Gennes (SSDG), représente l'amas infini comme un ensemble de chaînes unidimensionnelles (les macros liens), qui se rencontrent en des nœuds formant en première approximation un réseau dont le paramètre est de l'ordre de  $\xi$ , comme l'indique la Figure III.5. On appelle encore cette représentation modèle des chaînes et nœuds (dans la littérature modèle NL: nodes and links), ou du super-réseau.



**Figure III.5 :** Structure de l'amas infini dans le modèle SSDG. Deux nœuds tels que A et B, distants de  $\xi$ , sont reliés par un macrolien de longueur  $L \gg \xi$ ; au voisinage du seuil. Les bras morts ne sont pas représentés.

Il faut qu'au moins trois macrosliens se rencontrent pour faire un nœud. L'amas infini est simplifié à l'extrême en ne considérant aucun bras mort ou lien pendant (i.e. macrolien ne rejoignant aucun nœud) ni aucune boucle redondante.

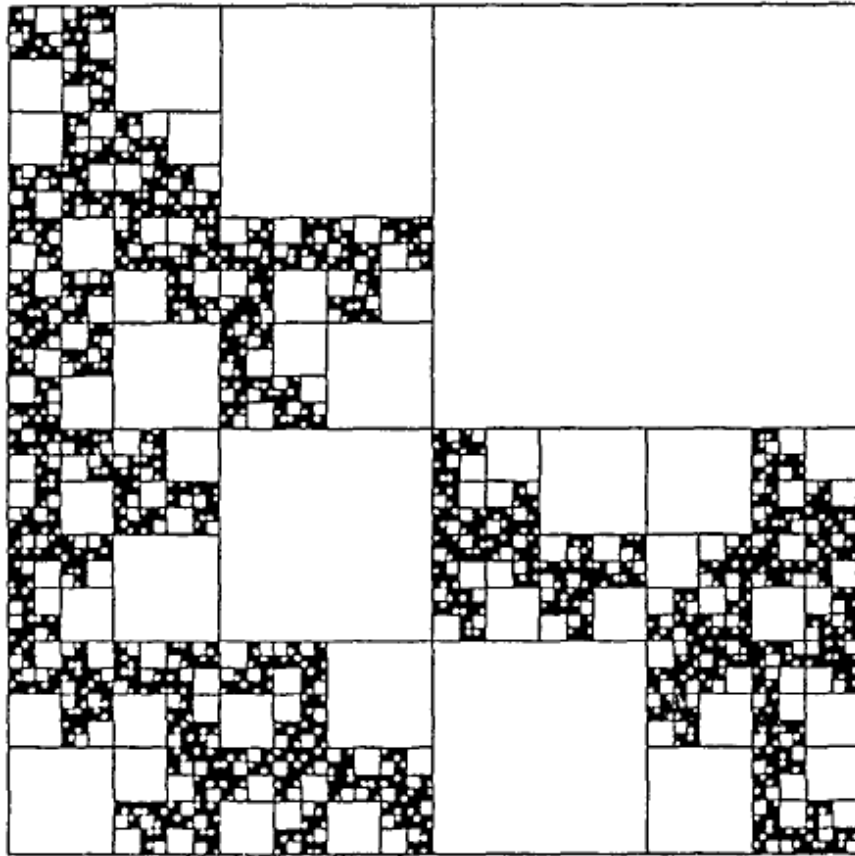
### III.2.3.b Modèle fractal :

En percolation, la structure des amas peut se décrire de façon efficace avec le concept de fractale.

Mandelbrot définit un objet comme fractal s'il obéit à la relation symbolique:  $\text{masse} \propto \text{Longueur}^D$ , où  $D$  est différent de la dimension euclidienne  $d$  de l'espace qui le contient. On appelle alors  $D$  la dimension fractale de cet objet. On montre que les amas finis à  $P < P_c$  sont fractals, et qu'ils deviennent "normaux" à  $P > P_c$ . L'amas infini, quant à lui, est toujours fractal.

Un aspect de l'objet fractal est ce que l'on nomme son autosimilarité ou "invariance par dilatation". En effet, si l'on regarde un amas infini à divers grossissements, on observe en moyenne toujours la même structure géométrique. Cela est seulement vérifié pour des échelles de longueur  $L$  telles que  $a \leq L \leq \xi$ , où  $a$  est le paramètre du réseau et  $\xi$  la longueur de corrélation. Il en est de même pour le squelette de l'amas infini.

Ce modèle fractal, tout d'abord proposé par Kirkpatrick, considère un amas infini uniquement composé de boucles régulières interconnectées, la contribution des macrosliens étant négligée; il est donc bien différent du modèle SSDG, constitué de chaînes quasi-unidimensionnelles. Pourtant, on peut obtenir de bonnes valeurs d'exposants géométriques par simulation en utilisant une telle représentation, alors que dans la réalité, un amas infini reste constitué en partie de macrosliens. La figure III.6 représente un exemple de ce modèle sur un réseau carré en 2 dimensions.



**Figure III.6:** Structure de l'amas infini dans le modèle fractal. Les sites actifs sont représentés en blanc, les sites vides en noir, et  $p=3/4$ . La grande cellule a une taille  $\xi$ . Un changement d'échelle dans chaque quart de cellule montre que  $p$  est toujours égal à  $3/4$ , et ainsi de suite.

En d'autres termes, on retrouve les mêmes propriétés géométriques à toutes les échelles supérieures à l'unité et inférieures à la taille du réseau. En ce sens, l'amas infini correspond à une fractale.

Malgré le travail intensif accompli jusqu'ici, la percolation demeure un domaine de recherche vif.



## Références

- Coniglio, A., 1981. Thermal phase transition of the dilute s-state Potts and n-vector models at the percolation threshold. *Physical Review Letters* 46, 250.
- Halperin, B.I., Feng, S., Sen, P.N., 1985. Differences between lattice and continuum percolation transport exponents. *Physical review letters* 54, 2391.
- Kirkpatrick, S., 1973. Percolation and conduction. *Reviews of modern physics* 45, 574.
- Last, B.J., Thouless, D.J., 1971. Percolation theory and electrical conductivity. *Physical Review Letters* 27, 1719–1721.
- Lobb, C.J., Forrester, M.G., 1987. Measurement of nonuniversal critical behavior in a two-dimensional continuum percolating system. *Physical Review B* 35, 1899.
- Stanley, H.E., 1977. Cluster shapes at the percolation threshold: and effective cluster dimensionality and its connection with critical-point exponents. *Journal of Physics A: Mathematical and General* 10, L211.

## **Chapitre IV**

# **Techniques expérimentales**

## **IV.1 Introduction**

Cette partie est consacrée aux techniques de mesures expérimentales effectuées sur notre matériau composite pour différentes valeurs de courant global qui traverse une grille de verre armé de dimensions connues.

La rupture des liens est déduite à partir de l'élévation excessive de la température dans certains liens par rapport à d'autres. La température ambiante de la salle de manipulations étant considérée comme l'origine des températures.

Les courants sont injectés à partir d'un générateur de courant de marque ThurlbyThandarIntruments TSX 1820 qui peut délivrer un courant maximal de 20 ampères sous une tension maximale de 18V. Les courants inférieurs à 8 ampères ne donnent pas dans notre cas des élévations appréciables de la température. Nous avons travaillé dans un intervalle de courant allant de 8 ampères à 18 ampères valeur la plus proche de la limite de l'appareillage utilisé.

## **IV.2 Echantillons étudiés**

Les échantillons étudiés sont des matériaux composites de type verre plat renforcé par des fibres métalliques sous forme de grille de dimensions connues (9x9 mailles)(Fig. IV.1).

Le métal est de type carbure de tungstène de résistivité et de dureté très élevées. Le carbure de tungstène est un matériau très dur, très dense et très résistant. Il se trouve à 9,0 sur l'échelle de Mohs, ce qui signifie que presque aucun matériau ne peut le rayer, mis à part certains alliages particuliers et le diamant.

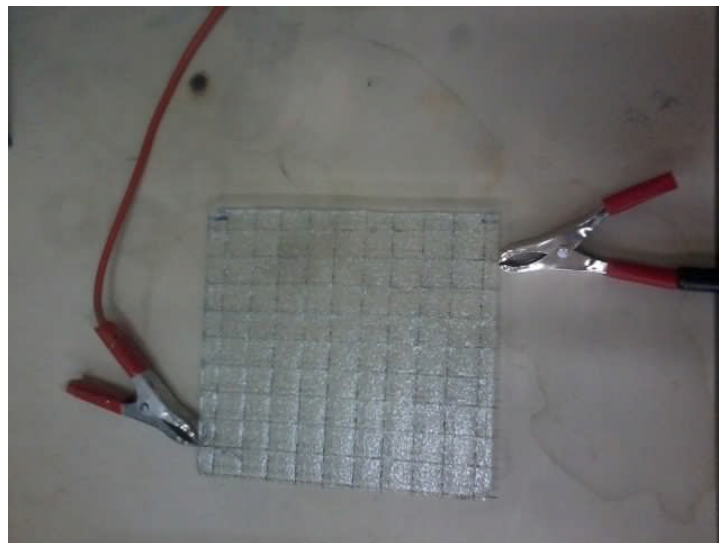
Il possède une très grande résistance aux pressions (nombre de dureté de Vickers de 2242), et aux chocs. Mais il est peu résistant à l'élongation avec un module d'Young de 550 GPa.

Chimiquement, il est très peu réactif, il n'est pas attaqué par des acides ou des bases, exception faite de l'acide nitrique ( $\text{HNO}_3$ ) et l'acide fluorhydrique ( $\text{HF}$ ).

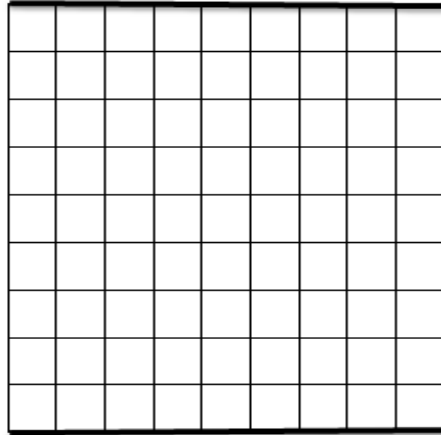
Il possède une structure cristalline de type hexagonal, ce qui le rend très compact, donc très dense.

Pour les raisons évoquées ci-dessus, la rupture des liens n'étant pas possible dans la gamme de courant utilisée. Cette rupture est prédite par l'élévation excessive de température dans certains liens de la grille.

Nous avons pris un réseau carré de taille  $L = 9$  (Fig. IV.2). Nous définissons deux phases pour le milieu, une phase isolante qui est le verre, et une phase conductrice qui est le fil de tungstène (selon la théorie de percolation).



**Fig.IV.1** composite en verre armé



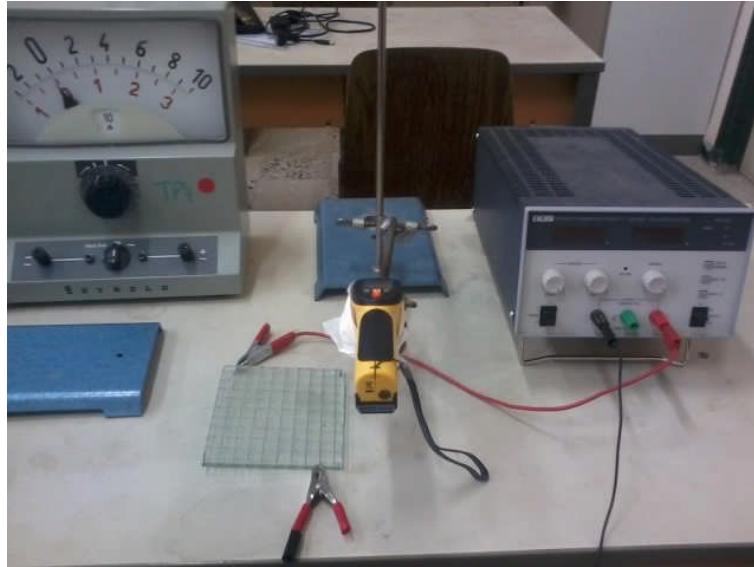
180 liens max

**Fig.IV.2** Schéma de la grille

Les trajectoires les plus probables des courants sont déduites à partir des températures des liens

### **IV.3 Montage expérimental**

Le montage expérimental (figIV.3) est constitué d'une source de courant de type TTI PSX 1820 à laquelle est connecté l'échantillon à travers deux fils conducteurs de section suffisante pour supporter les courant utilisés. Un ampèremètre pour contrôler l'intensité du courant qui traverse la grille et un pyromètre qui permet de mesurer la température de chaque nœud et chaque lien dans la grille pour un courant donné. Le pyromètre est maintenu à une distance fixe par rapport aux liens durant toutes les mesures de température. Ceci est réalisé grâce à un mat muni d'une pince qui permet de maintenir le pyromètre à une distance constante par rapport à la grille.



**Fig. IV.3** Montage expérimental

#### **IV.4 Mesures de la température**

Pour mesurer la température, nous avons utilisé un pyromètre (Fig. IV.4) qui permet de mesurer la température en ( $^{\circ}\text{C}$ ) d'un lien ou d'un site en le localisant à l'aide d'un pointeur laser sans qu'il y'ait un contact direct avec l'échantillon.

Ceci permet d'avoir une cartographie de la plaque en fonction de la température des différents liens. Les mesures sont refaites pour chaque courant injecté.



**Fig.IV.4** : Pyromètre

Le pyromètre que nous avons utilisé (Fig.IV.4) est un contrôleur de température portable professionnel qui permet de mesurer des températures sans contact avec un degré d'émission réglable, une relation de 50:1 et une plage de mesure de température jusqu'à +1000° C.

Grâce à ce contrôleur nous avons pu réaliser des mesures de températures superficielles sans contact. Certaines des caractéristiques spécifiques de ce pyromètre sont le point laser spécialement clair, une vaste plage de température et un degré d'émission réglable (selon le matériau). Grâce à l'usage facile du pyromètre à sa haute précision, sa relation avec le point de mesure de 50:1, on peut mesurer facilement la température des objets à une grande distance. Le petit diamètre du point de mesure de 6 mm à une distance de mesure de 30 cm est aussi intéressant dans ce pyromètre. Il est donc possible de réaliser des mesures de température dans de petits éléments. Ce pyromètre avec une valeur K réglable peut s'utiliser pour la mesure de la température de différents matériaux.

Il est constitué d'un écran à illumination de fond (Data Hold) pour une mémoire rapide des valeurs de mesure. Il fixe la valeur minimum, maximum, moyenne et différentielle d'une série de mesure.

## **Chapitre V**

### **Résultats et interprétations**



## V.1 Introduction

Dans ce chapitre nous présentons les résultats de mesures que nous avons obtenus avec le montage décrit dans le chapitre IV, sur un seul échantillon de verre armé dans lequel on injecte chaque fois un courant d'intensité différente. Nous n'avons considéré que les intensités supérieures à 8 ampères car les valeurs inférieures ne donnent pas des mesures significatives et nous nous sommes limités à une intensité maximale de 18 ampères car nous ne pouvons pas aller au-delà de cette valeur dans le cadre du montage utilisé.

En injectant un courant donné dans l'échantillon, les liens susceptibles d'être rompus sont à notre sens les liens qui auront les températures les plus élevées par rapport aux autres.

Dans la majorité des cas, la représentation des modèles de percolation de liens s'effectue sans que les sites ne soient dessinés. La lecture du graphe s'en trouve alors facilitée quelle qu'en soit l'échelle.

## V.2 Résultats expérimentaux

### V.2.1 cas d'un courant $I = 8 \text{ A}$ ; $U = 1.49 \text{ V}$

	19	10.6	4.2	2.7	3.2	4.6	1.4	1.1	0.9	1
	19.4	19.7	19	5	2.5	2.6	2.2	1.6	1.3	1
	17.7	16	5.2	4.2	8	2.5	2.2	1.7	1.1	
	16.7	15.9	5.4	4	4	3.1	2.4	2.2	1.5	1
	17.8	17.7	6.1	4.4	3.5	2.8	2.4	2.1	1.4	
	5	16.8	16.4	5.5	5	4	2.5	2.1	1.4	1.2
	5.2	6	16.5	4.9	5.1	2.5	2.8	2.1	1.3	
	5.8	6	16.7	5.1	5	4.8	5.1	5.4	3.7	2.1
	17.4	17.7	5.3	5	5.2	4.9	5.5	4.6	3.8	
	4.4	5	16.9	6	6	16.1	15.9	6.2	6.2	3.3
	4.2	5.1	17.1	16.7	6.1	6	6.3	6.5	6	
	3.8	4.3	6.4	17.8	6.5	16.3	16.8	16.9	3	3.9
	4	4.4	17.3	18.2	18	17.4	18.4	17.9	3.2	
	3.6	4	17	17.2	17.8	17.5	5	5.6	6	2.3
	3.2	4.2	7.3	7.5	7.2	7.3	4.3	6.2	18.6	
	3	2.2	2.4	2.5	18.7	19.7	21.8	28.2	20	4.4
	0.4	2	2	2.4	19.3	19.9	30.9	33.5	8	
	0	0.2	0.8	2.8	7	21	28.1	36.1	45.6	5
	0	1.4	2.7	3	17.4	22.2	23.4	49.7	20	

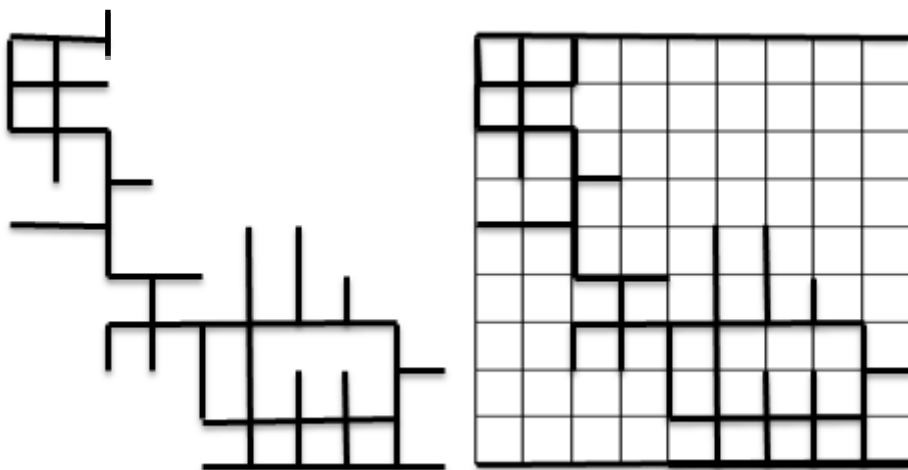


Figure A: L'amas infini à  $I = 8 \text{ A}$  ;  $U = 1.49 \text{ V}$

V.2.2 cas d'un courant  $I = 10A$  ;  $U = 0.95V$

	28.5	19.6	9.2	5.7	8.2	4.2	2.6	1.3	0.4	
30	20.7	26	16	5	3.6	2.8	1.9	0.9	0.3	
21	20	8.4	4.2	4.6	3.9	3.2	2.5	0.6		
22.8	20.9	17.4	4	4	3.1	2.4	2.2	2.1	0.2	
19.1	17.7	8.1	7.2	7	5.7	3.9	3.2	1.5		
6	25.8	6.4	5.5	5	4	2.5	2.1	1.4	1.2	
19.8	17.5	6.5	4.9	5.1	2.5	2.8	2.1	1.3		
21.2	4.7	5.7	5.1	5.3	4.8	5.1	5.4	3.7	2.1	
17.7	19	19.3	5.4	5.2	4.9	5.5	3.5	3.8		
4.2	4.7	6.5	20.4	7.3	5.9	4.9	4.6	6.1	2.4	
3.4	5.4	6.1	6	6.3	6	5.8	6.5	6		
3.1	3.4	6.4	17.8	6.5	6.8	16.8	16.9	4	2.9	
4	4	18.3	18.2	8	5.3	15.3	14.2	3.2		
3.3	4	5.2	7.8	20.7	17.5	18.4	17.4	5.6	3.2	
3.2	4.5	7.3	3.6	7.2	19.7	20.6	22.7	4.4		
3	4.2	3.5	2.5	18.7	19.7	21.8	28.2	26.3	4.5	
4.4	2.1	2.2	17.8	19.3	19.9	30.9	33.5	8		
5	3.2	3.9	12.8	18.3	21	8.1	36.1		8.3	
4.1	4.9	16	15.4	17.4	22.2	55.6	36.5	49.8 18.8		

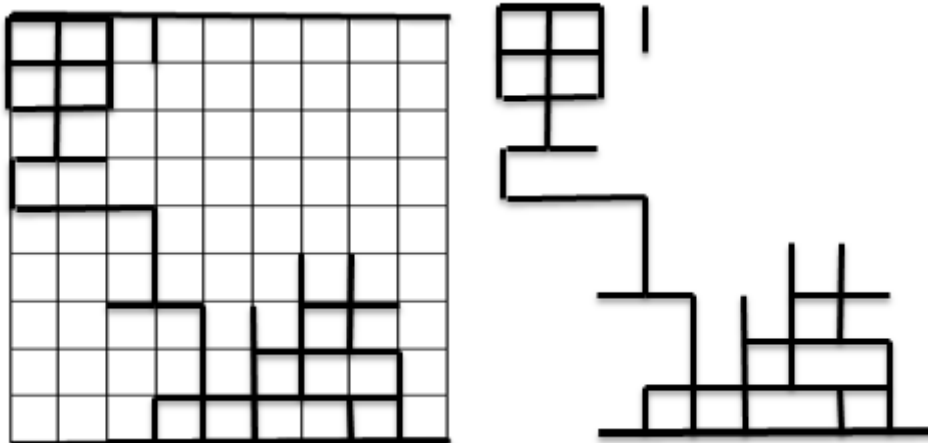


Figure B : L'amas infini à  $I = 10A$  ;  $U = 0.95V$

V.2.3 cas d'un courant  $I = 12A$  ;  $U = 1.19V$

	44.6	27.9	9.2	8.8	6	4.7	3.6	2.8	1.9	
	45.6	30.5	26	6	7.7	5.4	4.2	3.3	2.2	1
	31.6	24.4	8.4	4.2	7.1	6.6	5.6	4.7	3.1	
	27	25.3	5.3	9.5	7.1	6.8	6.6	5.8	4.8	2.6
	24.1	22.3	8.1	7.2	7	5.7	3.9	5.3	4.3	
	17.6	21.4	21.8	6.4	8.2	8	5.2	5.5	6.1	3.5
	7.7	7.5	6.2	5.1	5.1	6.5	5.9	5.7	5.7	
	7.6	7	18.7	5.1	5.3	4.8	5.1	5.4	3.7	2.1
	8.8	9	19.3	5.4	5.2	4.9	5.5	3.5	3.8	
	5.2	6.8	6.5	20.4	7.3	7.9	6.4	5.1	6.1	2.4
	3.4	6.4	6.1	16.7	6.3	8	5.8	4.6	6	
	3.1	5.1	6.4	6.7	17.4	8.1	16.8	16.9	4	2.9
	6.1	6.6	7.4	8.2	18.6	5.3	22	5	3.2	
	2.6	6	5.2	5.2	21.3	17.5	21.3	18.5	7	6.1
	3.2	3.3	4.1	3.9	28.8	29.3	30	22.7	8.2	
	4.5	4.2	3.5	5.2	9	33.8	38.2	28.2	26.3	8.4
	4.4	5.7	6.4	7.4	19.3	19.9	30.9	33.5	8	
	6.3	7.3	5.9	6.8	7.5	21	59.6	63.1		9
	2.6	6.8	7	7.4	7.4	35.5	61.8	41	54.8	8.8

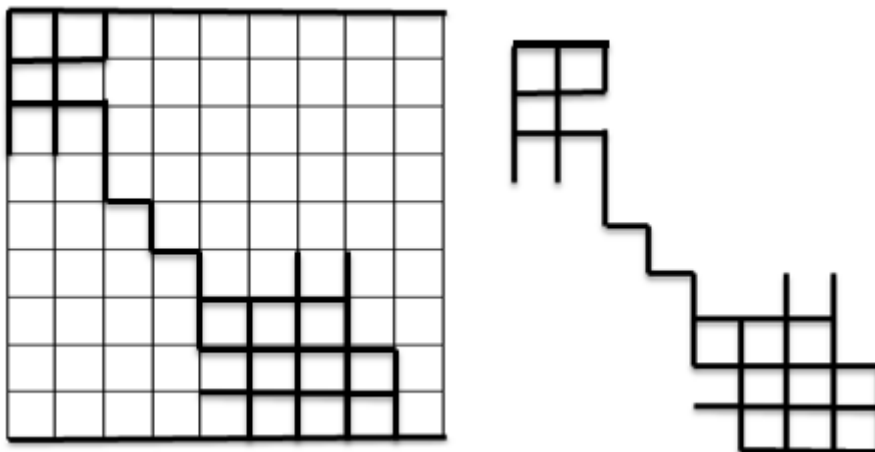
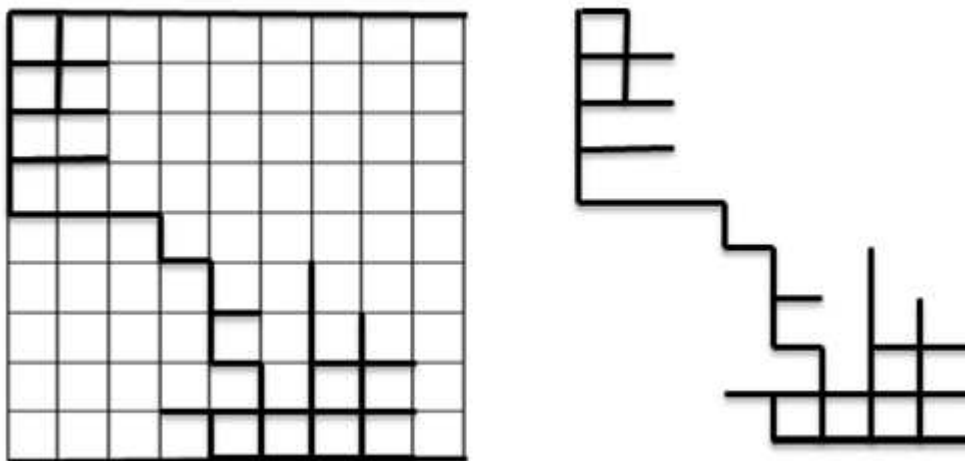


Figure C : L'amas infini à  $I = 12A$  ;  $U = 1.19V$

**V.2.4 cas d'un courant  $I=14\text{ A}$  ;  $U = 1.38\text{ V}$**

56	12.2	9.2	9	8.9	8.7	3.6	3.8	1.6	
60	42	26	7.1	6.6	5.4	4.2	4.1	3.2	1
43.7	24.4	8.4	4.2	7.1	5.4	6.5	4.7	3.1	
40.3	34.2	5.3	9.5	6.5	6.8	7.1	5.8	4.8	2.6
32.7	27.4	8.1	7.2	6.1	5.7	3.9	5.3	4.3	
29.2	9.2	21.8	6.4	8.2	5	5.2	6.3	6.1	3.5
27.7	27.5	6.2	5.1	5.1	6.5	5.7	5.7	6.2	
29.5	7	6.5	5.1	5.3	4.8	5.1	5.4	3.7	3.2
24.7	24.5	24.3	5.4	5.2	4.6	5.5	3.5	3.8	
4.1	4.2	5.1	25.6	7.3	7.9	6.4	5.1	6.1	4.1
3.4	4.6	5.3	24.7	6.3	8	5.8	4.6	6	
3.1	5.1	6.4	6.7	27.5	6.1	27	15	4	5.1
6.1	6.6	7.4	8.2	28.4	5.3	5.9	5	3.2	
3.1	4.2	4.4	6.4	29.7	7.5	35.2	55.4	7	6.1
3.6	3.7	5.2	4.1	32.2	10.2	45.2	35.6	11	
3.5	3.9	3.5	5.2	8.2	37.2	49.6	65.2	6.3	8.4
3.4	4.2	6.4	27.6	37.5	41.8	67.1	54.4	8	
3.1	6.1	5.9	6.8	35.2	52.4	81	83.6	9	7.3
1	4.7	7.6	9.5	41	69	106.4	66.8	9.1	

(9x9)  $I = 14\text{ A}$  ;  $U = 1.38\text{ V}$



**Figure D : L'amas infini à  $I=14\text{ A}$  ;  $U = 1.38\text{ V}$**

V.2.5 cas d'un courant  $I=16A$  ;  $U=1.59 V$

68.6	12.2	9.2	9	8.9	8.7	3.6	3.8	3.5	
90.8	55.1	30.6	7.1	6.6	5.4	4.2	4.1	3.2	3.1
57.5	41.2	30.4	4.2	7.1	5.4	6.5	4.7	3.1	
51.2	42.1	32	9.5	6.5	6.8	7.1	5.8	4.8	2.4
38.4	34.6	8.1	7.2	6.1	5.7	3.9	5.3	4.3	
30.7	29.2	26.9	6.4	8.2	5	5.2	6.3	0	0
29	28.5	6.2	6.3	5.1	6.5	5.7	5.7	0	
9	28.7	6.5	5.1	5.3	4.8	5.1	5.4	3.7	0
4.7	26.8	26.3	5.4	5.2	4.6	5.5	3.5	1.4	
6.5	7.5	7.7	25.6	7.3	6.1	5.7	5.1	6.1	0.8
4.3	6.4	6.3	6.5	6.3	8	5.2	4.6	6	
4.7	5.1	6.4	23.4	7.4	6.1	27	27	4	5.1
5.7	5.9	6.6	22.9	8.2	34	35.4	31	3.2	
4.5	5.2	5.4	7.4	29.7	35.7	43.1	55.4	9.1	6.1
4.3	4.7	6.7	24.1	36	45.4	54	55.6	11.2	
3.5	3.9	3.5	7.2	32	47	63	65.2	32	5.4
3.4	4.2	6.4	27.6	37.5	66.5	67.1	91	14	
4.2	5.1	6.1	5.4	37.3	61.8	100	108	38.6	7.3
2.6	5.3	6.7	8.3	47.3	91.8	139	63	17	

$I=16 A$  ;  $U=1.59 v$

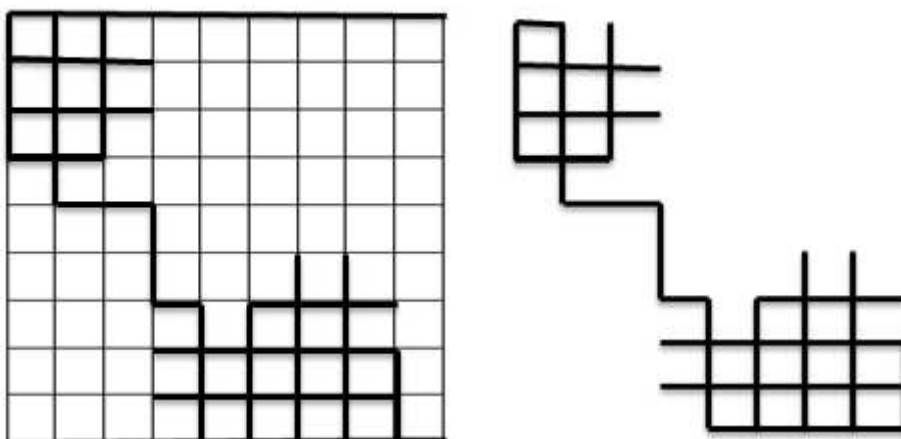


Figure E : L'amas infini à  $I=16A$  ;  $U=1.59 V$

V.2.1 cas d'un courant  $I = 18A$  ;  $U = 1.81v$

93.6	53.5	35	9	8.9	8.7	7.3	4.8	0.5	
104	66.3	44	37	6.6	5.4	4.2	4.5	2	.02
67	49.7	30.4	4.2	7.1	5.4	6.5	6.8	1.3	
64.2	51	37.7	33.6	6.5	6.8	7.1	5.8	4.8	0.8
47	37.5	36.3	7.2	6.1	5.7	3.9	5.3	3.5	
42.3	37.3	37.7	29.8	8.2	5	5.2	6.3	4.8	1.7
35.4	31.4	35.3	6.3	5.1	6.5	5.7	5.7	5.2	
31	30.6	28.3	31.5	5.3	4.8	5.1	5.4	3.7	3
9.7	6.8	6.7	5.4	6.3	4.6	5.5	3.5	1.4	
6.5	7.5	7.7	29.2	28	29.3	30.4	29.6	8	8.2
4.3	6.4	6.3	33.5	32.4	35.3	37.3	33	9.7	
4.7	4.1	6.4	35.6	33.7	6.1	43.4	42.4	10.4	5.1
5.7	6.9	27.5	33.9	39.4	34	53.2	45	13.7	
4.5	6.7	4.2	34.2	39.8	35.7	61.5	64	37.4	6.1
4.3	4.7	27.8	40.4	54	45.4	85	74	38.2	
3.5	5.3	4.6	35.7	50.9	47	90	97.2	47	5.4
10	4.2	32	45	66.9	66.5	142	91	45	
6.7	5.6	6.1	36.2	51.7	61.8	158.3	168.8	60	7.3
6.7	5.3	6.7	39.2	66	113	208	118.2	30	

$I = 18 A ; U = 1.81v$

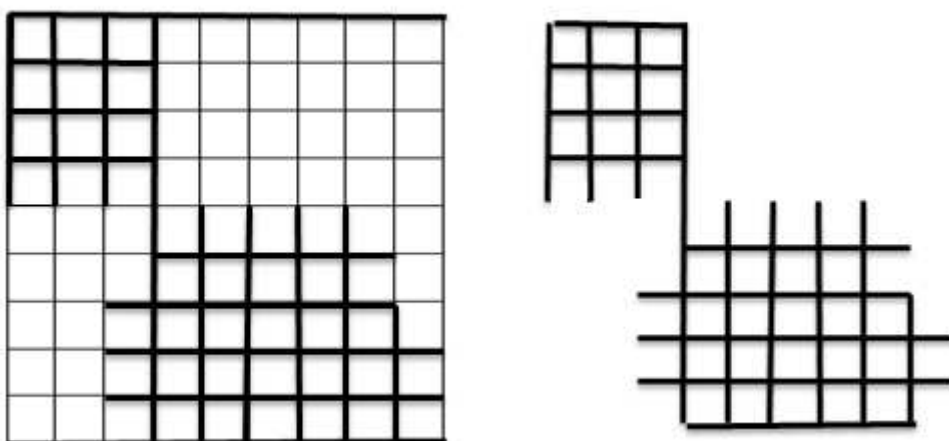


Figure F: L'amas infini à  $I = 18A$  ;  $U = 1.81v$

### V.3 Discussion :

Pendant que nous alimentons les deux bords de l'échantillon par un courant, il y a formation d'amas infini à l'intérieur du milieu. Cet amas est la trajectoire du courant dans l'échantillon.

On utilise les valeurs de température comme un guide pour dessiner la trajectoire de courant qui traverse l'échantillon.

Dans un réseau carré, le calcul de ce nombre de liens maximum est trivial. Pour un réseau de taille  $(n \times n)$  sites, il existe au plus  $2n(n-1)$  liens.

**Remarque :** L'amas infini est représenté en gras lorsqu'il existe.

Une grande partie de l'amas percolant est formée par des bras morts ne participant pas directement à la conduction de l'échantillon. Dans un amas infini, la plupart des éléments n'appartiennent pas à l'épine dorsale.

Suivant la théorie de la percolation, la probabilité d'apparition d'un amas percolant est nulle lorsque la proportion de sites conducteurs ( $p$ ) est inférieure au seuil critique ( $p_c$ ). Or, le courant ne peut pas traverser le réseau s'il n'existe pas d'amas infini.

Les portions d'amas ne constituant pas le squelette contribuent donc à la densité de l'amas, mais pas à sa conductivité.

En outre,  $\sigma$  n'est pas non plus proportionnelle à la masse du squelette conducteur, car on peut y distinguer deux types de liens:

- des liens "sensibles" en ce sens que l'amas infini est fragmenté si on les enlève; la conduction n'est alors plus possible.



- des liens non sensibles en ce sens qu'ils sont multiplement connectés. Leur suppression diminue la conductivité du réseau sans l'annuler car le courant a toujours la possibilité de passer ailleurs si on les enlève.

on distingue des amas contenant des liens sensibles plus que d'autres comme les amas des figures B ; C ; D ; et E qui fragmentent l'amas et rendent la conductance nulle lorsqu'ils sont coupés.

### **Détermination du seuil de percolation.**

Afin de déterminer le seuil de percolation expérimental, nous avons calculé la conductance du circuit pour chaque courant qui le traverse et les valeurs qu'on a trouvées sont consignées dans le tableau V.1

Courant (A)	8	10	12	14	16	18
Tension (V)	1.49	0.95	1.19	1.38	1.59	1.81
Conductance ( $\text{Ohm}^{-1}$ )	5.369	10.526	10.084	10.145	10.063	9.945

Tableau V.1 valeurs des conductances du circuit en fonction du courant injecté dans le composite.

Nous avons tenté de comparer la variation de cette conductance en fonction de la probabilité  $p$  d'avoir un amas infini avec la relation théorique qui donne la conductivité en fonction de cette même probabilité et du seuil de percolation  $P_c$  qu'on essayé de calculer à partir de cette comparaison.

La valeur du seuil qui a permis de donner la courbe théorique la plus proche des valeurs expérimentales était de 0.65 alors que la valeur théorique de  $P_c$  pour un réseau carré est de 0.5. Cette différence peut être attribuée à l'instabilité de la source de courant utilisé.

## **V.4 Conclusion**

Dans ce chapitre nous avons présenté les résultats de mesures que nous avons obtenus pour différentes valeurs de courants, ce ci afin de déterminer le nombre de liens dans le composite qui seront susceptibles d'être rompus. Les résultats obtenus ont été utilisés pour déterminer la conductance du circuit d'une part et les probabilités d'avoir un amas infini au sein de l'échantillon. La comparaison des résultats obtenus avec ceux de la théorie de percolation ont permis de déterminer un seuil de percolation expérimental de 0.65 pour un réseau carré qui doit être de 0.5 en théorie.

## CONCLUSION GENERALE

Dans ce projet de fin d'étude nous nous sommes intéressé à la modélisation du phénomène de conduction dans un composite constitué par une matrice en verre et un renfort en fibre métalliques (verre armé). Le travail expérimental a consisté à injecter des courants forts allant de 8 ampères à 18 ampères dans les fibres métalliques afin des les rompre. Le métal qui constituait notre échantillon est le carbure de tungstène, matériau très résistant et difficile à rompre avec les intensités de courant utilisées. Nous avons simulé la rupture des liens avec l'élévation de température et nous avons dénombré à chaque les liens qui ont une température nettement plus élevée que celle des autres. Ces liens était considérés comme des liens qui participent activement à la conduction et qui les plus aptes à être rompus. Le dénombrement de ces à permis d'établir un modèle de percolation qui a été comparé au modèles théorique de la conduction. La valeur du seuil de percolation déterminée était de 0.65. Ce ci ne constitue qu'un premier résultat qui doit confirmé et une analyse plus poussée des mesures est nécessaire.

## **Résumé :**

Le but de ce travail était de modéliser le phénomène de conduction dans un composite constitué par une matrice en verre et un renfort en fibre métalliques (verre armé). Le travail expérimental à consisté à injecter des courants forts dans les fibres métalliques jusqu'à la rupture de certains liens (simulée par l'élévation de température). Le dénombrement de ces liens a permis de déterminer le seuil de percolation en comparant les résultats expérimentaux avec le modèle théorique de la percolation appliquée à la conduction.

Mots clés : composites – verre armé – percolation - conduction