



REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEURE ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

MEMOIRE

Présenté à :

FACULTÉ DES SCIENCES DE LA MATIERE

Département de Physique

Pour l'obtention du diplôme de :

MASTER

Spécialité : [physique des matériaux]

Présentée et Soutenue par :

KHEROUF ABDERREZAK

Sur le thème :

***Etudes théoriques et modélisation de la fluidisation des poudres
nanométriques : Application au ciment***

Membres de jury :

Mr TRARI Benaissa	Dr	Université Tiaret	Président
Mr LARABI Abdelkarim	Dr	Université Tiaret	Examineur
Mr TURKI Djamel	Pr.	Université Tiaret	Encadrant
Mr DJAFRI Youcef	Dr	Université Tiaret	Co-encadrant

2021-2022

Remerciements

Remerciements

Je remercie en premier lieu Dieu tout puissant de m'avoir accordé la puissance et la volonté pour achever ce travail.

J'adresse mes sincères remerciements à Monsieur le Professeur Turki Djamel Directeur du mémoire pour son suivi, ses conseils judicieux et ses discussions qui m'ont beaucoup aidé au cours de mes recherches.

Je tiens à remercier avec plus grande gratitude Monsieur Djaafri Youcef de m'avoir encadré, orienté, aidé et conseillé.

Je remercie mes très chers parents, Mohamed et Belkhair denia, qui ont toujours été là pour moi. Je remercie mes sœurs, et mon frère Sohaib, pour leurs encouragements.

Mes remerciements vont également à Mes collègues, Baha Eddine, Bouchaib Youcef, et à tous ceux et celles qui ont contribué de près ou de loin, par leurs conseils, leurs suggestions et par leurs encouragements, à la réalisation de ce travail.

À tous ces intervenants, je présente mes remerciements, mon respect et ma gratitude.

Dédicaces

Dédicaces

A ma très chère mère

Quoi que je fasse ou que je dise, je ne saurai point te remercier comme il se doit. Ton affection me couvre, ta bienveillance me guide et ta présence à mes côtés a toujours été ma source de force pour affronter les différents obstacles.

A mon très cher père

Tu as toujours été à mes côtés pour me soutenir et m'encourager. Que ce travail traduit ma gratitude et mon affection.

A mes très chers frères Sohaib, Kadi et Abderrahman. Puisse Dieu vous donner santé, bonheur, courage et surtout réussite.

Tables des matières

Tables des matières

Remerciements

Dédicace

Table de matière

Liste des figures

Liste des tableaux

Liste des abréviations

Notations et symboles

Résumé

INTRODUCTION GENERALE 2

Chapitre I Etude bibliographique

I.1. DEFINITION DE LA FLUIDISATION 4

I.2. DESCRIPTION ET INTERPRETATION DU PHENOMENE DE FLUIDISATION 4

I.3. HISTORIQUE ET APPLICATIONS INDUSTRIELLES 5

I.4. REGIMES DE FLUIDISATION ET PERTE DE CHARGE 6

I.4.1. LE LIT FIXE 7

I.4.2. LE MINIMUM DE FLUIDISATION 7

I.4.3. LE MINIMUM DE BULLAGE 7

I.4.4. LA FLUIDISATION BOUILLONNANTE 8

I.4.5. LE PISTONNAGE 8

I.4.6. LE LIT TURBULENT 8

I.4.7. LE LIT TRANSPORTE OU ENTRAINE 8

I.4.8. LA FLUIDISATION A DEBIT DECROISSANT 8

I.5. AVANTAGES ET INCONVENIENTS DE LA FLUIDISATION 9

I.6. CLASSIFICATION DE GELDART 9

I.7. FLUIDISATION DE POUDRES DE CLASSE C 12

I.7.1. MISE EN EVIDENCE DES REGIMES DE FLUIDISATION ABF ET APF 12

I.7.2. MORPHOLOGIE ET PROPRIETES DES AGGLOMERATS 15

I.8. LES FORCES HYDRODYNAMIQUES 17

I.9. FORCES INTER-PARTICULAIRES 20

Chapitre II Ciment

II.1. DEFINITION 25

II.2. LES FAMILLES DU CIMENT 25

II.3. STOCKAGE ET ECOULEMENT DE PARTICULES SOLIDES. 25

Tables des matières

II.4. TYPES DES ECOULEMENTS GRANULAIRES DANS UN SILO :	26
II.4.1. ÉCOULEMENT EN MASSE	26
II.4.2 ÉCOULEMENT EN EN CHEMINEE	26
II.5. ZONES D'ECOULEMENT :	27
II.6. CRITERES D'ECOULEMENT AU SEUIL - CERCLE DE MOHR :	28
II.7. PROBLEMES ASSOCIES AUX ECOULEMENTS CAS DANS UN SILO	31
II.7.1. FORMATION DE VOUTES :	32
II.7.2. FORMATION DE CHEMINEE STABLE :	32
II.7.3 ÉCOULEMENT IRREGULIER :	32
II.7.4 SUBMURGENCE :	32
II.7.5. SEGREGATION :	32
II.8. CARACTERISTIQUES PHYSIQUES DU CIMENT :	33
II.9. APLICATION DE LA FLUIDISATION AU NIVEAU DES SILOS POUR LA DECHARGE DES POUDRE DU CIMENT	34

Chapitre III Modélisation mathématique de la fluidisation

III.1 INTRODUCTION	39
III.2 NOTIONS SUR CFD	39
III.2.1. DEFINITION DU CFD	39
III.2.2. LES ETAPES DU CFD	40
III.3. LES DIFFERENTES ECHELLES DE LA MODELISATION DE FLUIDISATION	40
III.4. LES DIFFERENTES APPROCHES	41
III.4.1. APPROCHES EULER - EULER APPLIQUEES AUX MELANGES SOLIDE-LIQUIDE	42
III.5. LES EQUATIONS DE NAVIER-STOKES	43
III.6. DISCRETISATIONS DES EDP	44
III.6.1. LES TROIS GRANDES FAMILLES DE METHODES :	44
III.6.1.1. Les differences finies.	44
III.6.1.2. Les volumes finis.	44
III.6.1.3. Les éléments finis.	45
III.6.2. CHOIX DES METHODES D'APPROXIMATION	45
III.7. METHODE DES DIFFERENCES FINIES	47
III.7.1. INTÉRÊTS DES MÉTHODES DE DIFFÉRENCES FINIES	47
III.7.2. DÉMARCHE DE METHODE DE DIFFERENCES FINIES :	47
III.7.3. SCHÉMAS DE DIFFÉRENCES FINIES	47
III.8. MODÉLISATION ET RÉOLUTION DES ÉQUATIONS DE NAVIER-STOKES	48
III.9. DISCRETISATION DES ÉQUATIONS DIFFERENTIELLES 1ET 2	50
III.9.1. MAILLAGE	50

Tables des matières

III.9.2. DISCRETISATION PAR DIFFERENCES FINIES	50
III.9.3. CONDITIONS LIMITES	54
III.9.4. RESOLUTION DES SYSTEMES LINEAIRES	55
<i>III.9.4.1. Les méthodes directes</i> :	55
<i>III.9.4.2. Les méthodes itératives</i> :	56
III.10. ALGORITHME SIMPLER:	57
III.10.1. LES ETAPES A SUIVRE DANS L'ALGORITHME DE SIMPLER	57
III.10.2. ORGANIGRAMME D'APRES LA METHODE SIMPLER	58
III.11. CODAGE	58
III.12. LES CODES COMMERCIAUX DE CFD	59
III.13. CHOIX DE LANGAGE :	59
CONCLUSION GENERALE	61
RÉFÉRENCE BIBLIOGRAPHIQUES	63

Listes des figures

Listes des figures

LISTE DES FIGURES

Chapitre I

Figure I.1: (a) Evolution de la perte de charge totale d'un lit de particules en fonction de la vitesse de fluidisation. (b) Evolution du lit fluidisé.

Figure I.2: Régimes de fluidisation en fonction de la vitesse de gaz U .

Figure I.3: Evolution des pertes de charge subies par le gaz à la traversée du lit en fonction de la vitesse superficielle de gaz U .

Figure I.4: diagramme de Geldart.

Figure I.5: Fluidisation en régime : a) APF et b) ABF.

Figure I.6: Clichés obtenus au microscope électronique à partir de l'Aerosil 300 en régime APF – a) Structure tridimensionnelle, b) Agglomérat simple, c) Agglomérat complexe - d) Agglomérat simple d'Aérosil 150 en régime ABF.

Figure I.7: Pont liquide de forme concave entre deux sphères de taille égale. a correspond à la mi-distance entre les particules. r_1 et r_2 représentent respectivement le rayon de courbure et le rayon de la gorge. R est le rayon des particules. α et β sont respectivement l'angle de remplissage et l'angle de contact .

Chapitre II

Figure II.1: Modes d'écoulement dans les silos.

Figure II.2: Les différentes zones d'écoulement.

Figure II.3: Critère de Coulomb - Courbe d'écoulement au seuil.

Figure II.4: Classification des écoulements en fonction de la fonction d'écoulement ffc . La courbe (A) représente la fonction d'écoulement de la poudre A (Dietmar Schulze et al, 2008).

Figure II.5: Problèmes associés à un écoulement dans un silo.

Figure II.6 : La distribution de taille de poudre de ciment

Chapitre III

Figure III.1: Exemple de maillage conforme (à gauche) et non conforme (à droite).

Figure III.2: Un maillage décritisé

Figure III.3: Organigramme d'après la méthode SIMPLER

Liste des abréviations

Liste des abréviations

Listes d'abréviations

CFD	Computational Fluid Dynamics
ABF	Agglomerate Bubbling Fluidization.
APF	Agglomerate Particulate Fluidization.
MSA	Multi-Stage Agglomerates.
SSA	Single-Stage Agglomerates.
ENS	Simulation of Navier stocks équation.
SND	direct numerical simulation.
SPH	Smoothed Particle Hydrodynamics.
DNS	Direct numerical simulation.
DEM	Discret Element Method.
SIMM	Shear-Induced-Migration Model.
MMA	Multi-Phase Mean Age.
E-E/KTGF	Euler-Euler/ Kinetic Theory of Granular Flow.
EDP	Equation aux dérivés partiels.
SIMPLER	Simi-Implicit-Method for Pressure -Linked- Equation –Revised.

Notations et symboles

Notations et symboles

NOTATIONS ET SYMBOLES

ΔP	Perte de pression (Pa).
U	la vitesse de gaz (m/s).
U_{mf}	Vitesse minimale de fluidisation (m/s).
U_t	Vitesse terminale de chute (m/s).
U_{mb}	La vitesse minimale de bullage (m/s).
H_0	hauteur initiale (m).
H_{mf}	Hauteur du lit au minimum de fluidisation (m).
H	Hauteur du lit correspondant à la fluidisation bouillonnante (m).
d_p	Diamètre des particules (m).
Re	le nombre de Reynolds particulaire
CD	Le coefficient de traînée
p	La pression de fluide.
n	la normale extérieure.
Re	le nombre de Reynolds particulaire.
ν	la viscosité cinématique.
V_p	le volume de la particule.
η	viscosité de fluide.
ρ_p	la densité de la particule.
Z	distance entre les deux corps macroscopiques.
H_a	la constante de Hamaker.
R	rayon de la particule.
$H\omega$	le coefficient de Liftshits-van der Waals.
H_r	est la dureté du solide.
q	La charge de la particule.

Résumé

Résumé

La nouvelle classification des poudres cohésives (le régime APF et ABF) montre que la fluidisation des poudres de classe C de Geldert est possible sous forme d'agglomérates individualisées. D'où on peut appliquer la technique de fluidisation au niveau des silos de stockage des poudres de ciment afin d'éliminer plusieurs phénomènes comme le voutage et la formation des cheminés sable pour rendre la décharge de ces poudres parfaite.

Nous avons développé la solution numérique et nous avons aussi déterminé l'algorithme et nous avons proposé python comme le choix le plus logique et le plus à jour et il nous reste de faire un programme pour connaître l'évolution de la pression et le champ de vitesse dans chaque point dans le domaine de calcul et faire tout ça sous forme visuelle graphique pour une étude précise sur l'évolution des deux paramètres les plus importants (champ de vitesse et la pression) dans le lit des particules.

Mots clés : le régime APF et ABF. Des poudres de classe C de Geldert. La technique de fluidisation. Le voutage et la formation des cheminés sable.

Introduction Générale

Introduction Générale

Introduction générale

Ces dernières années, les équipements des lits fluidisés sont largement utilisés dans les applications industrielles. A cet effet on peut citer : l'industrie pharmaceutique, agroalimentaire, pétrolière et métallurgique. La principale raison de ce succès est la capacité du lit fluidisé à effectuer un certain nombre d'opérations unitaires, par exemple: mélange, séchage, revêtement et granulation au sein de la même pièce d'équipement, soit séparément ou séquentiellement. Comme la technologie de fluidisation est reconnue pour ses excellentes capacités de mélange et de transport de chaleur et de masse, elle est considérée comme un outil efficace pour réaliser ces opérations techniques et industrielles [1].

Cependant les lits fluidisés conviennent bien pour les réactions chimiques car ils permettent d'approcher des conditions isothermes. Ces conditions rendent possible l'obtention de meilleurs rendements et aussi une sélectivité supérieure. On atteint ces conditions grâce au brassage important du solide qui évite la présence de points locaux chauds ou froids dans les réacteurs. De plus la présence de solides ayant toujours des capacités thermiques élevées par rapport à celles des gaz est un bon moyen pour stabiliser la température des gaz [2].

Notre manuscrit est réparti en trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique. Cette partie comporte des connaissances générales sur le phénomène de fluidisation : historique, application, définition, classification des particules solides, ainsi que les forces hydrodynamique et les forces interarticulaires présent dans le lit.

Dans le deuxième chapitre nous avons fait une étude sur le stockage des particules solides et les type d'écoulement dans les silos, ensuite nous avons discuté les différents problèmes associés aux écoulements dans un silo.

Dans le troisième chapitre, nous nous intéresserons de plus près à la Modélisation mathématique de la fluidisation, nous avons donné des notions générale sur CFD, aussi les différentes méthodes de discrétisation, ensuite nous avons choisis la méthode des différences finis pour faire la discrétisation des équations de Navier Stockes.

Enfin, nous terminerons ce manuscrit par une conclusion qui résume l'ensemble des objectifs atteints.

Chapitre I

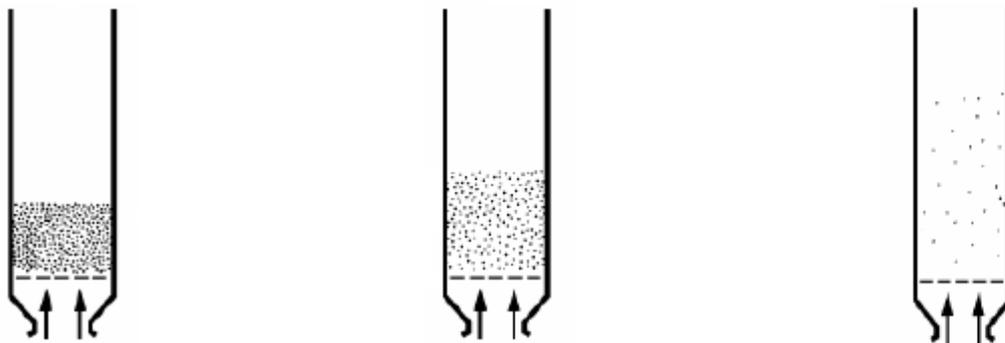
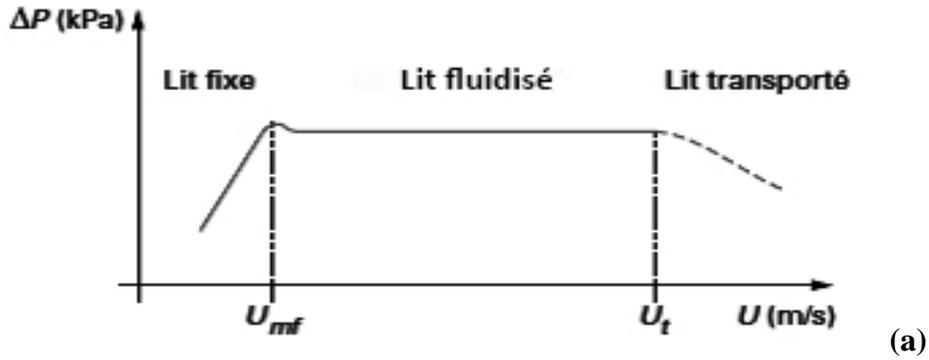
Etude bibliographique

I.1. Définition de la fluidisation

La fluidisation consiste à faire passer une phase fluide (très souvent un gaz) à travers un lit de particules, supportées par une grille, pour les mettre en suspension. Le terme fluidisation vient du fait que la suspension gaz/solide est amenée dans un état semblable à celui des fluides. Par exemple, si l'on inclinait le lit fluidisé, la surface de la suspension reste horizontale et ne suivrait pas le mouvement du récipient. On peut aussi plonger un objet dans le lit fluide sans une résistance particulière de la suspension, comme ce serait le cas pour un fluide. Cet état est dû au fait que les forces de frottement particule/particule sont généralement négligeables (exception faite des poudres cohésives) bien que les particules soient relativement libres de leurs mouvements [3].

I.2. Description et interprétation du phénomène de fluidisation

Lorsqu'un courant fluide passe à travers une couche de particules solides en lit fixe (Figure I.1) il se produit une perte de charge due aux frottements et interactions du fluide sur la surface des particules, aux frottements du fluide sur lui-même et sur les parois de l'enceinte, causés par les changements de direction imposés par les particules, ces interactions ne sont pas suffisantes pour équilibrer le poids des particules. A faible vitesse du courant le lit reste fixe, on a une simple percolation. Lorsque la vitesse augmente, les forces de traînées augmentent également et deviennent suffisantes pour équilibrer le poids des particules qui ont tendance à être entraînées, le gradient de pression en résultant tend à compenser exactement le poids apparent de la suspension, la vitesse minimale de fluidisation U_{mf} est atteinte et les particules solides s'éloignent légèrement les unes des autres et se mettent en suspension. Elles forment alors une sorte de couche mobile non jointive et se comportent globalement comme un fluide, d'où l'expression de lit fluidisé [4-5].



Liquide ou gaz

liquide ou gaz

liquide ou gaz

(faibles vitesses)

(grandes vitesses) (b)

Figure I.1 : (a) Evolution de la perte de charge totale d'un lit de particules en fonction de la vitesse de fluidisation. (b) Evolution du lit fluidisé [6].

I.3. Historique et applications industrielles

Les premières applications de la technique des lit fluidisés remonte au moyen âge, dès le XVe siècle les lits fluidisés ont été utilisés pour la purification des minerais; il s'agissait de mettre en suspension de petit grains de minerai dans une cuve d'eau fortement agitée, cette opération rendait possible la séparation de la gangue du minerai métallique plus lourd, cependant cette technique était purement artisanale et parfaitement discontinue [7].

Au XIXe siècle, la fluidisation a trouvé d'autres usages tels que la purification des eaux résiduaires qui consistait à faire passer l'eau usée à travers une couche de sable, une fois le filtre saturé d'impuretés la couche filtrante est alors rendue à nouveau perméable par

inversion de l'écoulement: la couche de sable dilatée et agitée forme un lit fluidisé et les impuretés sont entraînées [7].

En 1910, le premier brevet sur la fluidisation a été déposé par PHILIPS et BULTEEL; il s'agit d'un réacteur à lit fluidisé avec circulation continue de solide, c'est l'ancêtre des craquages catalytiques en lit fluidisé. C'est grâce à WINCLER que la première application industrielle de la fluidisation a vu le jour en 1922 dans la gazéification du charbon mais le rendement de cette méthode était faible. Ensuite dans les années quarante le craquage d'hydrocarbures en phase gazeuse aux Etats Unis a marqué le grand démarrage industriel des lits fluidisés. Depuis, le champ d'application des lits fluidisés s'est élargi [8].

Actuellement, les lits fluidisés sont également appliqués dans la protection de l'environnement. A cet effet, ils sont utilisés dans les usines d'incinérations d'ordures ménagères et de traitement des eaux usées. Ils interviennent également en industrie pharmaceutique dans la mise en forme de principes actifs [9].

La technique de fluidisation s'impose dans un nombre croissant de domaines : pétrole et pétrochimie, chimie organique et chimie minérale, agroalimentaire, métallurgie, matériaux de construction et bien d'autres domaines.

I.4. Régimes de fluidisation et perte de charge

Selon la vitesse de gaz qui passe au travers du lit, la poudre adopte plusieurs comportements appelés régimes. Ces régimes et les phénomènes qui leur sont associés sont représentés en (Figure I.2) et l'évolution des pertes de charge subies par le gaz à la traversée du lit (différence de pression ΔP entre le haut et le bas du lit) en (Figure I.3) [10].

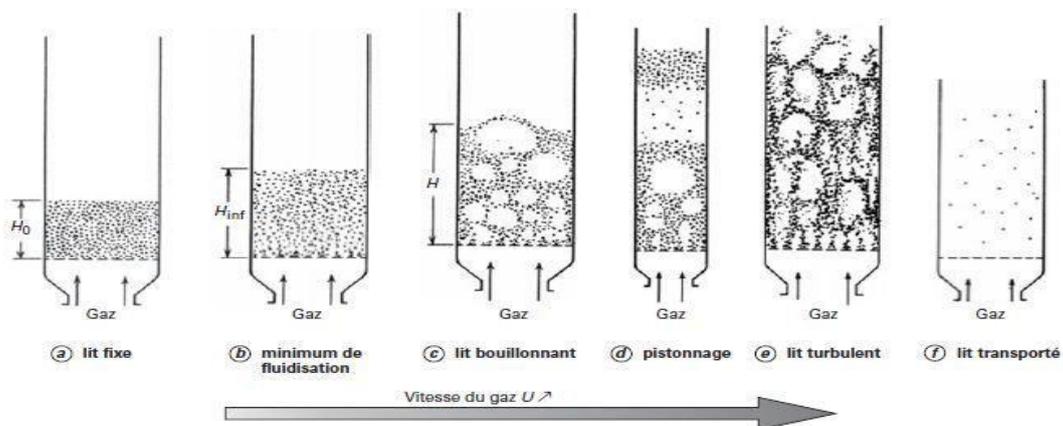


Figure I.2: Régimes de fluidisation en fonction de la vitesse de gaz U – d'après [11]

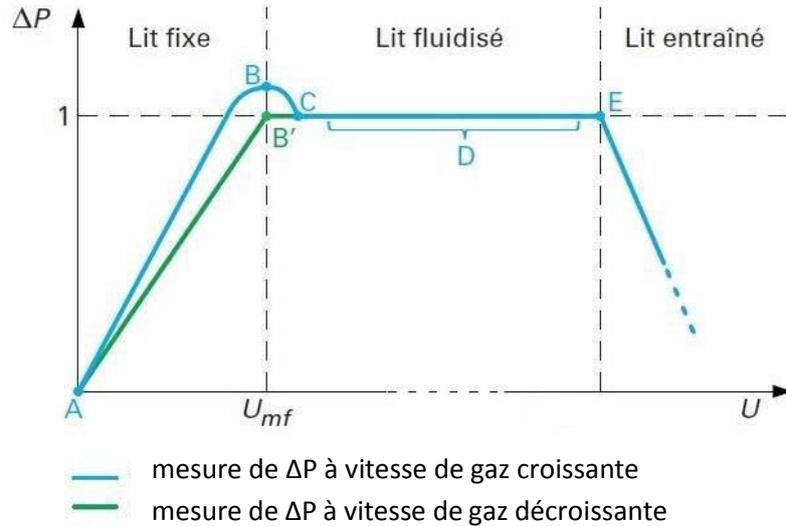


Figure I.3 : Evolution des pertes de charge subies par le gaz à la traversée du lit en fonction de la vitesse superficielle de gaz U – d'après [11].

I.4.1. Le lit fixe (Figure I.2.a)

Lorsque la vitesse de gaz U est inférieure à la vitesse minimale de fluidisation U_{mf} ($U < U_{mf}$), le lit reste fixe. Aucune variation de hauteur n'est visible, le poids des particules étant supérieur à la poussée d'Archimède (le lit a une hauteur initiale H_0). En revanche, la perte de charge ΔP augmente linéairement avec la vitesse U (Figure I.3– section AB). Cela est dû aux frottements du fluide sur la surface des particules et sur les parois de la colonne [10].

I.4.2. Le minimum de fluidisation (Figure I.2.b)

La vitesse minimale de fluidisation U_{mf} est atteinte lorsque la vitesse du gaz est suffisante pour compenser le poids des particules. Celles-ci sont alors soulevées et le lit s'expande à la hauteur minimale de fluidisation H_{mf} . La perte de charge (Figure I.3– section BC) subie par la phase gazeuse lors de son passage à travers le milieu divisé est alors égale au poids du lit par unité de surface de colonne (Figure I.3– section D) [12].

I.4.3. Le minimum de bullage (Figure I.2.c)

La vitesse minimale de bullage U_{mb} est la vitesse pour laquelle des bulles de gaz ascendantes se forment au sein du lit. Celui-ci peut alors être associé à un milieu hétérogène où les deux phases coexistent : la phase émulsion gaz-particules et la phase constituée par les bulles [13]. Pour les particules fines fluidisables (poudres du groupe A de la classification de Geldart (Geldart, 1973) qui est abordée plus loin), ce régime est distinct du minimum de fluidisation. Pour des particules plus grossières (groupes B et D), U_{mb} est égale à U_{mf} .

I.4.4. La fluidisation bouillonnante (Figure I.4.1.c) :

Lorsque la vitesse U augmente au sein du lit (Figure I.4.2– section D), le nombre et la taille des bulles ascendantes augmentent, l'ascension de ces bulles, de forme généralement sphérique, provoque un intense brassage du lit, donc des échanges thermiques et de matières élevés. Lorsque ces bulles viennent éclater à la surface du lit, une certaine quantité de particules est projetée, créant une zone de turbulence (appelée la splash zone [11]) où la concentration en solide est inférieure à la zone plus dense du lit. Ce régime couvre une large plage de vitesses de gaz et est couramment adopté pour les études scientifiques et les applications industrielles [14].

I.4.5. Le pistonnage (Figure I.4.1.d) :

Ce régime apparaît lorsque les bulles de gaz sont suffisamment grosses pour que leur taille approche le diamètre de la colonne. Il y a donc une alternance entre le lit de particules et les bulles qui poussent ce lit devant elles, à la manière d'un piston, le déplacement des pistons et leur désintégration provoquent de fortes variations de hauteur et de ΔP [10].

I.4.6. Le lit turbulent (Figure I.4.1.e) :

Pour des vitesses de gaz U encore plus grandes, le lit devient turbulent. Ce régime se caractérise par une croissance excessive de bulles de forme irrégulières et par une surface de lit difficilement distinguable [10].

I.4.7. Le lit transporté ou entraîné (Figure I.4.1.f) :

Quand la vitesse U est supérieure à la vitesse terminale de chute U_t des particules ($U > U_t$), les particules du lit sont entraînées en-dehors de la colonne (transport pneumatique). la perte de charge diminue alors jusqu'à atteindre une valeur équivalente à l'écoulement du gaz dans une colonne vide (Figure I.4.2– point E et au-de là) [10].

I.4.8. La fluidisation à débit décroissant (Figure I.4.2– sections DB' et B'A) :

Lorsque la vitesse de gaz U est progressivement ramenée à des valeurs inférieures à la vitesse minimale de fluidisation U_{mf} , la perte de charge ne se superpose pas exactement au profil obtenu pour des vitesses ascendantes. C'est le phénomène d'hystérésis. Les particules solides sont en effet soumises à certaines forces inter- particulaires (type Van der Waals) qui sont vaincues lors de la fluidisation (d'où la surpression ABC sur la Figure I.4.2) lorsque la vitesse de gaz diminue, ces forces n'existent plus et le lit est parfaitement aéré [10].

I.5. Avantages et inconvénients de la fluidisation

Cette technique de mise en contact de particules de faible diamètre avec un gaz présente de nombreuses propriétés avantageuses parmi lesquelles. [14, 15, 16,17].

- Une température homogène au sein du lit du fait d'un bon mélange des particules en régime fluidisé, contrairement au lit fixe qui est soumis à un fort gradient de température.
- Le coefficient de transfert de chaleur entre la suspension et les tubes échangeurs est très élevé et permet de chauffer ou de refroidir le matériel de façon efficace.
- Le lit fluidisé peut fonctionner en mode continu ou discontinu, étant donné la facilité de prélèvement et d'ajout de particules solides pendant son fonctionnement.
- Large gamme de tailles d'appareils.
- La vidange et le nettoyage du lit de particules se font très facilement.
- La possibilité de bénéficier d'un excellent mélange de solides, et de ce fait, d'avoir une bonne isothermie radiale et axiale et un bon contrôle de la température.

La fluidisation présente aussi des inconvénients, citons les deux principaux :

- Pour de très grandes vitesses de gaz, la partie de gaz sous forme de bulles quitte rapidement le lit. Dans ce cas l'échange de chaleur entre les bulles et les particules est beaucoup plus faible : le temps de contact solide/gaz est beaucoup plus faible.
- Une diminution progressive du diamètre des particules au cours de l'utilisation due à un frottement permanent entre elles. Les particules les plus fines peuvent alors quitter le lit, entraînées par le fluide et polluent l'aval du processus [18].
- Le produit doit être fluidisable, c'est-à-dire pulvérulent et peu humide.

I.6. Classification de Geldart

Les solides peuvent être classés selon leurs caractéristiques physiques. La classification de Geldart [19] est la classification de référence de la fluidisation. Les particules peuvent être réparties en 4 catégories selon leurs propriétés vis-à-vis de la fluidisation (Figure I.6). La classification des particules dépend de leur diamètre moyen et de la différence de masse volumique entre la particule et le gaz de fluidisation. Dans l'étude menée par Geldart, l'agent de fluidisation de référence est de l'air à température ambiante et à pression atmosphérique.

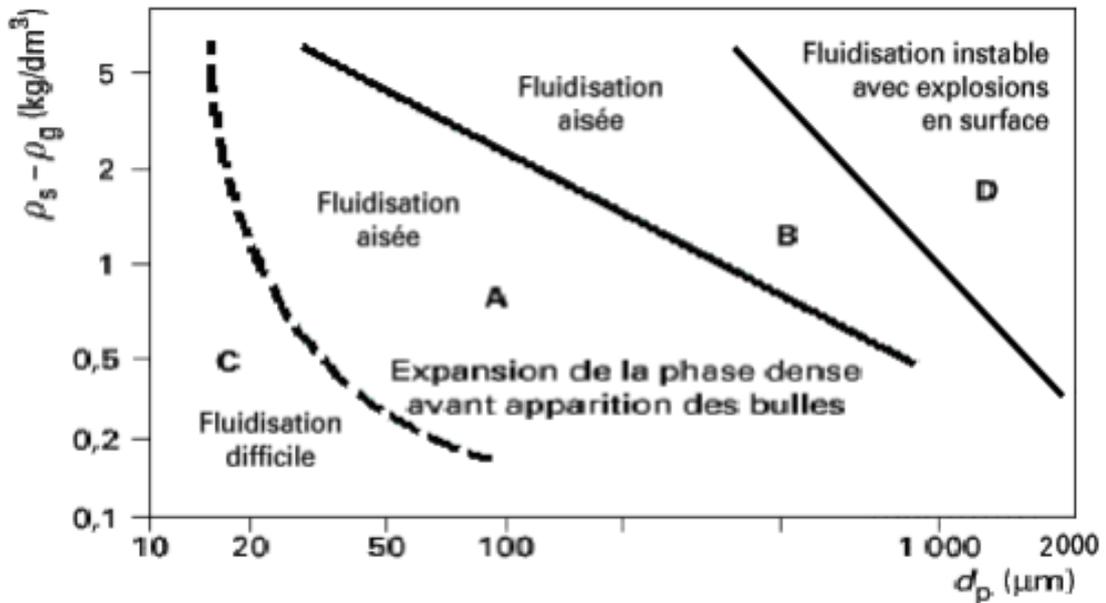


Figure I.4 : diagramme de Geldart. [20]

Les particules du groupe A sont caractérisées par une taille moyenne relativement faible. Lorsque la vitesse de fluidisation augmente, le lit de particules subit une expansion importante avant de rentrer dans un régime de bullage. Dans ce type de fluidisation, les phénomènes de circulation de particules au sein du lit commencent dès que la vitesse minimale de fluidisation est atteinte. En régime de bullage, les bulles migrent plus rapidement que le gaz interstitiel vers le haut du lit. Il y a généralement un bon mélange du gaz dans la phase dense du lit et un bon échange gazeux entre la phase bulle et la phase émulsion [21].

Les particules du groupe B ont une taille moyenne comprise entre $40 \mu\text{m}$ et $500 \mu\text{m}$ et une masse volumique généralement comprise entre 1400 kg/m^3 et 4000 kg/m^3 . Contrairement au groupe A, ces lits de particules rentrent dans un régime de bullage pratiquement au minimum de fluidisation. L'expansion du lit est faible et lors de l'arrêt de l'injection du gaz, la défluidisation du lit est rapide. La vitesse des bulles est plus rapide que la vitesse du gaz interstitiel. La taille des bulles augmente avec la hauteur et avec la différence entre la vitesse du gaz et la vitesse minimale de fluidisation ($U-U_{mf}$). Cette augmentation de la taille des bulles est principalement due à leur coalescence [22]. Pour une hauteur de lit et une différence de vitesse ($U-U_{mf}$) données, la taille des bulles est dépendante de la taille moyenne des particules. Le mélange au sein de la phase dense est relativement faible, comme l'échange entre la phase bulle et la phase émulsion. Le volume de traînée derrière la bulle est généralement non négligeable vis-à-vis du volume de la bulle [23]. Lorsque la vitesse de

fluidisation augmente le lit entre dans un régime pistonnant .C'est-à-dire que la taille des bulles peut parfois atteindre celle de la section du lit, entraînant l'ensemble du lit vers le haut.

Les particules du groupe C : ont la particularité d'être cohésives. Ce sont des particules de tailles inférieures à 100 μm . Elles ne sont pas fluidisables à proprement parler et sont le siège de phénomènes de renardage ou de pistonnage. Le renardage (channeling), correspond à un passage privilégié du gaz dans une partie du lit depuis le distributeur vers la surface du lit. Ces comportements sont liés aux forces de cohésions entre particules plus importantes que les forces générées par le frottement gaz-solide. Les particules de très petites tailles sont sensibles à l'électricité statique présente dans le réacteur, entraînant également des fluidisations non homogènes. Ces mauvaises fluidisations ont tendance à limiter le mélange des particules et à diminuer le transfert de chaleur au sein du lit [24]. On obtient donc généralement des transferts de chaleur et des taux de mélange plus faibles que pour des lits de particules de groupe A ou B. Il est possible d'améliorer la fluidisation en utilisant des agitateurs mécaniques, en faisant vibrer le lit ou en ajoutant une poudre fluidifiante de très petite taille (inférieur au micron). Les problèmes liés à l'électrostatique peuvent être diminués en augmentant la conductivité électrique de l'ensemble du réacteur. On peut pour cela humidifier l'air de fluidisation, ajouter une poudre conductrice ou rendre les parois conductrices.

Les particules du groupe D sont des particules de grande taille et/ou de forte masse volumique. Pour ce type de lit, les plus grosses bulles migrent vers le haut du lit plus lentement que le gaz interstitiel qui traverse donc les bulles du bas vers le haut. Ce phénomène entraîne des échanges entre les phases gazeuses différents de ce qui se passe pour les particules des groupes A et B. Le mélange de la phase gaz reste bon mais le mélange de la phase solide est relativement mauvais. Ces lits de particules nécessitent des vitesses de fluidisation élevées, entraînant un débit de gaz important. Cette fluidisation « rude » génère une attrition importante des particules et une élutriation rapide des fines produites [25]. Pour cette catégorie il est possible de fluidiser des particules relativement collantes car la vitesse de fluidisation est élevée et le contact particule-particule relativement faible. La taille des bulles est globalement la même que dans les lits de particules du groupe B ; leur formation a lieu environ 5 cm au-dessus du distributeur. Ces particules peuvent générer des lits à jets, (spouted bed ou multiple spouted bed) par exemple, si le distributeur d'air se compose d'une unique arrivée de gaz au centre du lit

I.7.Fluidisation de poudres de classe C

La fluidisation des poudres fines (groupe C) et des nanoparticules rencontre actuellement un nombre croissant d'applications dans diverses industries (semi-conducteurs, catalyseurs, pharmaceutiques, cosmétiques, produits alimentaires, plastiques, métallurgie des poudres, etc.) ces poudres sont caractérisées par leur faible diamètre et leur grande surface spécifique mais aussi par des forces de cohésion inter-particulaires élevées. L'influence de ces forces d'interaction sur la fluidisation est encore mal cernée et l'état actuel des connaissances est tel qu'il reste difficile de prédire le comportement global d'une poudre à partir des caractéristiques individuelles des particules qui la constituent. Il est à noter que le terme nanoparticules est généralement utilisé pour désigner des particules primaires de taille inférieure à 100 nm (plus précisément, des matériaux granulaires ayant au moins une dimension inférieure à 100 nm). Le groupe C correspond à des particules de taille inférieure à un diamètre compris entre 20 et 80 μm en fonction de leur densité (frontière entre les groupes A et C de la classification de Geldart).

Selon la classification de Geldart, les poudres du groupe C ne sont pas fluidisables en raison de forces inter-particulaires très élevées. Or, l'analyse de la littérature montre que la fluidisation des poudres fines et nanoparticules est parfois possible sous forme d'agglomérats (ou « clusters »). En effet, l'agglomération des particules primaires en structures de taille plus importante permet de déplacer favorablement le rapport entre les forces inter-particulaires et hydrodynamiques. Ces phénomènes d'agglomération font ainsi apparaître de nouveaux régimes parfois qualifiés de « fluidisation par agglomération ». Néanmoins, la fluidisation de ce type de poudres peut poser plusieurs problèmes : entraînement et élutriation de particules, détérioration des transferts de matière et de chaleur, défluidisation, etc. Pour améliorer la qualité de fluidisation de celles-ci (homogénéité de la couche fluidisée, fluidisation à faibles vitesses de gaz, diminution de la taille des agglomérats, etc.), différentes technologies peuvent être mises en oeuvre : agitation mécanique, vibration, fluidisation sous champ centrifuge, utilisation de microjets, ajout d'agents d'écoulement, etc. [26]

I.7.1.Mise en évidence des régimes de fluidisation ABF et APF

La fluidisation de poudres cohésives est rendue difficile par la formation de bouchons (particules agglomérées) et de passages préférentiels de gaz. Cependant, certains auteurs tendent à montrer que pour des vitesses de gaz suffisamment élevées, la fluidisation des

particules fines peut être réalisée sous forme d'agglomérats individualisés. Deux comportements en fluidisation sont mis en avant dans la littérature :

Certaines poudres fines (nanométriques) se réarrangent en formant des clusters ultra-poreux homogènes en taille. Ce phénomène a été mis en évidence la première fois par Chaouki et coll [27], sur des particules d'Aérogel Cu-Al₂O₃. Les auteurs affirment qu'une augmentation de la vitesse du gaz au-delà de la vitesse minimale de fluidisation théorique (calculée par la relation d'Ergün) induit une rupture du renardage et conduit à la mise en fluidisation progressive du lit, essentiellement au niveau des bords et en haut du lit. La fluidisation du lit devient complète lorsque la vitesse du gaz est suffisante (par un excès de 0,04 m/s dans leur cas) et l'on assiste alors à un régime de fluidisation par agglomération (Figure I.5.a). Ce régime est caractérisé, de façon similaire à une fluidisation liquide-solide, par l'absence de bulles et une forte expansion de la couche fluidisée.

Dans d'autres études réalisées par Morooka et coll [28] et Pacek et coll [29], les particules s'agglomèrent pour former des structures de tailles irrégulières conduisant à une stratification au niveau du lit. Près du diffuseur, les agglomérats sont gros et de l'ordre du millimètre, tandis qu'ils sont plus petits en haut du lit (Figure I.5.b). Le régime de fluidisation se caractérise par une faible expansion du lit et une forte présence de bulles. Morooka et coll [28] affirment cependant qu'en augmentant davantage la vitesse du gaz, les gros agglomérats se fragmentent pour former des agglomérats homogènes en taille. Le comportement en fluidisation devient similaire à celui obtenu par Chaouki et coll [27], mais implique une forte élutriation des particules fines.

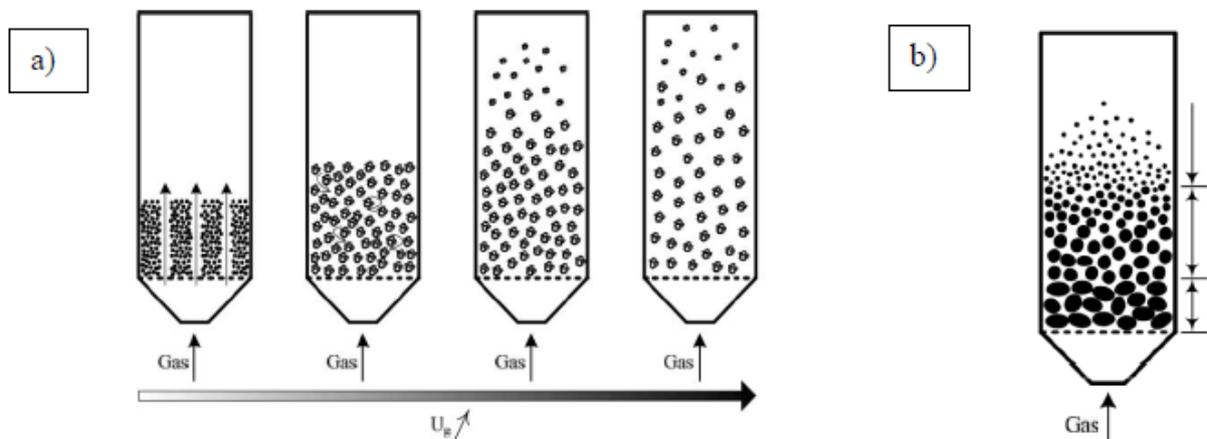


Figure I.5 : Fluidisation en régime : a) APF et b) ABF [30].

Wang et coll [31] ont également observé ces deux comportements lors de la fluidisation d'une variété de nanopoudres de silice. En étudiant de plus près leurs caractéristiques, en particulier la taille des agglomérats et la densité des lits, les auteurs ont établi une nouvelle classification des poudres cohésives. D'un côté, le régime APF pour fluidisation particulaire d'agglomérats (Figure I.5.a) en référence aux résultats obtenus par Chaouki et coll [27] et de l'autre, le régime ABF signifiant la fluidisation bouillonnante d'agglomérats (Figure I.5.b). L'ensemble des caractéristiques des deux comportements est détaillé dans le tableau I.1 ci-dessous. Cette classification a été par la suite adoptée par la communauté scientifique et est évoquée à plusieurs reprises dans la littérature [32] [33]. L'état actuel des connaissances est tel qu'il reste difficile de prévoir le comportement global d'une poudre à partir des caractéristiques individuelles des particules qui la constituent.

Propriété	APF	ABF
Taille des particules primaire	Nanoparticules	Microniques/Submicroniques/Nanoparticules
Densité aérée (lit constitué d'agglomérats)	Faible (< 100 kg/m ³)	Élevée (>100 kg/m ³)
Propriétés des agglomérats	Complexes (MSA)* : Poreux	Simple (SSA)* : denses, lourds
Bullage	Absence de bulles	Présence de bulles
Expansion du lit (H₀ = hauteur initiale)	Forte (H/H ₀ > 2)	Faible (H/H ₀ < 2)
Vitesse minimale de fluidisation	Faible	Élevée
Distribution de taille des agglomérats	Homogène	Stratification
Élutriation	Faible	Forte

Tableau I.1 : Comparaison des comportements APF et ABF [31]. *MSA, SSA : Multi- ou Single-Stage Agglomerates.

I.7.2.Morphologie et propriétés des agglomérats

Selon Yao et coll [31], le régime APF (fluidisation particulaire d'agglomérats) est caractérisé par la formation d'agglomérats complexes (Multi-Stage Agglomerates -MSA). Ces derniers sont générés en trois étapes : les particules primaires se lient les unes aux autres pour donner naissance à des structures tridimensionnelles de taille submicronique (Figure I.6.a). Ces structures se regroupent ensuite pour former des agglomérats simples dont la taille est généralement comprise entre 1 et 100 microns (Figure I.6.b). Enfin, lors de leur mise en fluidisation, les agglomérats simples s'assemblent en des structures complexes (Figure I.6.c).

La structure tridimensionnelle de base permet d'expliquer le comportement des agglomérats complexes en fluidisation APF. En effet, cette structure engendre une porosité très élevée dans le lit fixe avant fluidisation. Le nombre de points de contact entre les agglomérats simples est limité et la distance les séparant est donc relativement importante. Ainsi les forces hydrodynamiques apportées par un courant gazeux peuvent facilement rompre le lit fixe ainsi que les chemins préférentiels. Dans le cas d'un régime ABF, il n'existe pas de structure tridimensionnelle en réseau. Il en résulte que les agglomérats simples sont constitués d'amas de particules primaires (Figure I.6.d). Le lit fixe, plus dense et plus compact, est en conséquence plus difficile à rompre.

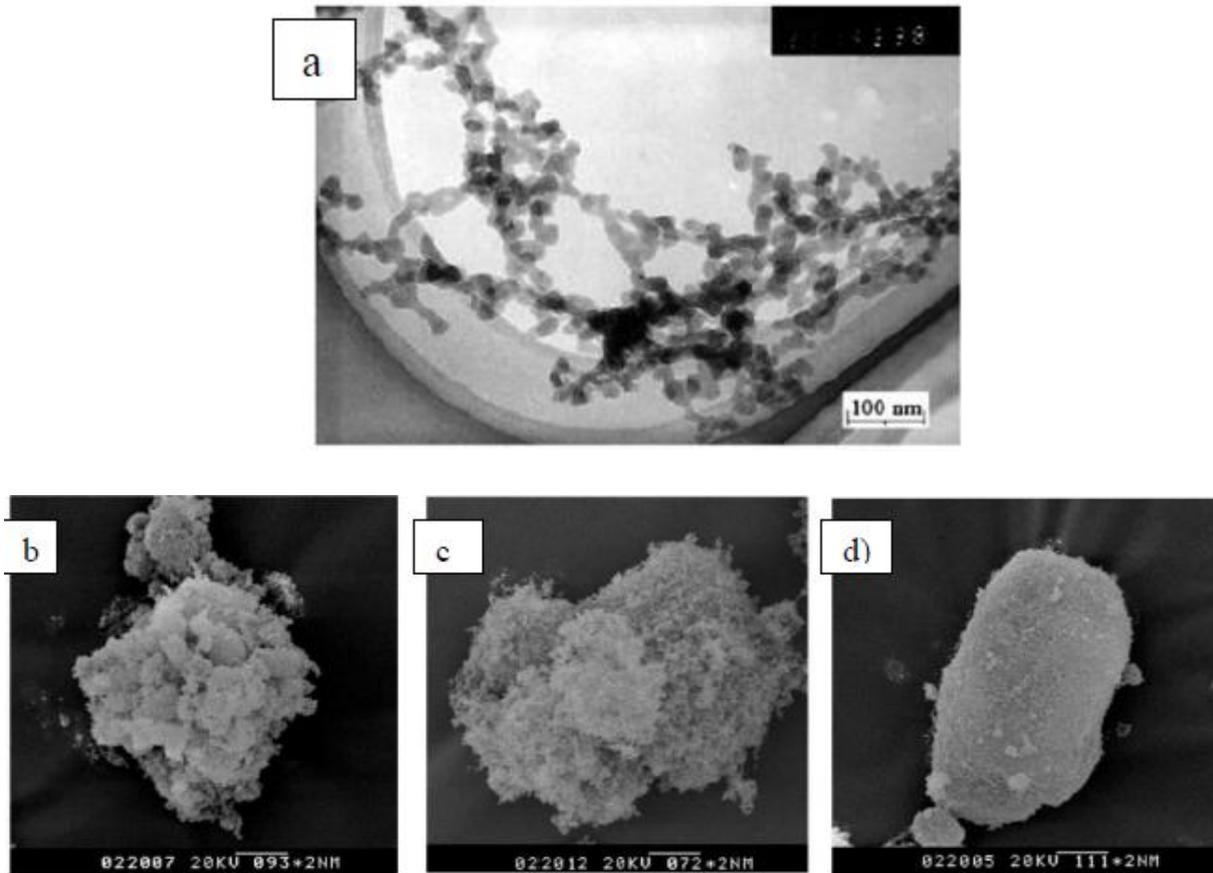


Figure I.6 : Clichés obtenus au microscope électronique à partir de l’Aerosil 300 en régime APF – a) Structure tridimensionnelle, b) Agglomérat simple, c) Agglomérat complexe - d) Agglomérat simple d’Aérosil 150 en régime ABF [31].

D’après Hakim et coll [34], les agglomérats suivent durant leur fluidisation, du fait des nombreuses collisions entre eux et des forces exercées par le gaz, un processus dynamique de désagglomération et de reformation. Il en résulte que leurs tailles ainsi que leurs formes sont continuellement changées. Cette dynamique concerne essentiellement les agglomérats (simples ou complexes) dont les particules primaires sont liées de façon « lâche » par des interactions de type van der Waals. Dans ce cas-là, les agglomérats sont dit éphémères (ou dynamiques), c’est-à-dire suffisamment friables pour se désagglomérer en fluidisation. En revanche, si les liaisons entre particules sont trop fortes, ce qui serait dû à une coagulation des particules en présence d’humidité (formation de ponts capillaires), les agglomérats formés auront tendance à être indivisibles durant leur mise en fluidisation. Les auteurs préconisent de les éliminer en effectuant un tamisage des poudres. Le séchage des poudres avant leur mise en fluidisation est également une étape importante afin de limiter la formation d’agglomérats persistants via les ponts capillaires.

I.8. Les forces hydrodynamiques

L'interaction fluide-solide vise à étudier les mécanismes physiques qui couplent les mouvements simultanés des fluides et des solides. La réponse du solide peut être fortement affectée par l'action du fluide et vice versa. L'étude de ce type d'interaction quand la phase solide est constituée de grains, est motivée par le fait que les phénomènes résultants sont parfois à l'origine de l'apparition d'instabilités hydromécaniques. Le fluide est caractérisé par son champ de vitesse et de pression. Il exerce des forces (aérodynamiques ou hydrodynamiques) sur l'interface du solide qui peut se déplacer et éventuellement [35].

Considérons un grain sphérique de diamètre d , de volume V_g et de surface S_g . Les forces extérieures agissant sur le grain proviennent de l'action du fluide et s'expriment sous la forme [36] :

$$\sum \vec{F}_{ext} = \int_{S_g} (-p\vec{n} + \bar{\sigma}_f \cdot \vec{n}) ds \quad (\text{I.1})$$

où \vec{n} est la normale extérieure à S_g . $\bar{\sigma}_f$ et \vec{p} sont respectivement le tenseur des contraintes et la pression du fluide. Plus concrètement, l'action du fluide est définie comme la somme de plusieurs forces extérieures. Nous allons cependant décrire chaque force considérée individuellement. Sans rentrer dans les détails, nous nous contenterons dans la suite de ne donner que les principaux résultats concernant les interactions hydrodynamiques.

✓ Force de traînée \vec{F}_d

Considérons un grain en mouvement à une vitesse constante u^p par rapport à un fluide immobile de densité ρ_f et de viscosité η . La dynamique de l'écoulement est contrôlée par un seul nombre sans dimension, le nombre de Reynolds particulaire Re comparant les effets inertiels aux effets visqueux et défini par [36] :

$$Re = \frac{\rho_f u R d}{\eta} = \frac{u R d}{\nu} \quad (\text{I.2})$$

où $\nu = \eta/\rho_f$ est la viscosité cinématique.

La force de traînée représente les frottements entre le fluide et le grain et se manifeste sous la forme d'une dissipation d'énergie au cours du mouvement. Son expression est donnée par la relation [36]:

$$\mathbf{Fd} = \frac{1}{2} \rho_f CD (Re) Sa |u^R| |u^R| \quad (\text{I.3})$$

Où $u^R = u^P - u^F$ est la vitesse relative entre le grain et le fluide, Sa est la section géométrique qu'offre la particule à l'écoulement et CD le coefficient de traînée. Ce coefficient de traînée CD est une fonction du nombre de Reynolds particulaire et peut être exprimé à l'aide de formules empiriques.

Si $Re \ll 1$ la force de traînée, appelée force de Stokes dans cette limite, s'écrit alors [36] :

$$\mathbf{F} = -3\pi\eta d u^R \quad (\text{I.4})$$

Le coefficient de traînée CD est donc donné par [36] :

$$CD = \frac{24}{Re} \quad (\text{I.5})$$

✓ Force d'Archimède \vec{F}_a

La poussée d'Archimède est la force particulière que subit un corps plongé, totalement ou en partie, dans un fluide (liquide ou gaz) soumis à son champ de gravité. Cette force est la résultante des contraintes qui se seraient exercées sur la particule si celle-ci avait été fluide, sans tenir compte des perturbations de l'écoulement créées par la particule. Cette force est définie comme l'intégrale surfacique des contraintes fluides sur la particule [36] :

$$\mathbf{F}_a = \oint \sigma^f \cdot d\mathbf{s} = \int \text{div} \sigma^f d\mathbf{v} \quad (\text{I.6})$$

Où σ_{ij}^f est le tenseur des contraintes du fluide non perturbé. En se servant de l'équation de la dynamique du fluide non perturbé, la poussée d'Archimède \vec{F}_a est donc égale à [36]:

$$\vec{F}_a = -\rho_f V_p \vec{g} \quad (\text{I.7})$$

Où V_p est le volume de la particule.

C'est à partir de cette force qu'on définit la force de flottaison d'un corps qui n'est rien d'autre que la force de gravité déjaugée de la poussée d'Archimède[36] :

$$\vec{F}_{flottaison} = \vec{F}_a + m_p \vec{g} = (\rho_p - \rho_f) V_p \vec{g} \quad (\text{I.8})$$

Où ρ_p est la densité de la particule.

✓ **Force de masse ajoutée \vec{F}_{ma}**

Cette force apparaît quand il existe une accélération relative entre le fluide et la particule. Lorsque, par exemple, une particule accélère dans un fluide au repos, celle-ci entraîne dans son mouvement le fluide qui l'entoure. Cette force sert donc à accélérer le fluide autour de la particule. L'inertie du fluide s'ajoute ainsi à l'inertie de la particule elle-même. Dans le cas du déplacement d'une particule à la vitesse u^p dans un mouvement uniforme d'un fluide visqueux u^f la force de masse ajoutée s'écrit [36] :

$$F_{ma} \approx \rho_f V_p C_{ma} \left(\frac{du^p}{dt} - \frac{du^f}{dt} \right) \quad (\text{I.9})$$

Où C_{ma} est le coefficient de masse ajoutée. Celui-ci dépend de la géométrie des particules et vaut pour une particule sphérique : $C_{ma} = \frac{1}{2}$ (I.10)

✓ **Force d'histoire ou de Basset \vec{F}_b**

Cette force résulte de l'effet de la viscosité du fluide. Lorsque la particule subit une accélération, le fluide réagit avec un certain retard à cause de la viscosité qui diffuse la quantité de mouvement. Ce décalage crée donc une force qui agit tant que le fluide n'a pas atteint son état d'équilibre. La force de Basset est donc proportionnelle au temps écoulé depuis la phase d'accélération de la particule. On peut la décrire ainsi donc comme une fonction de transfert temporelle. Les travaux de Basset [37] ont montré que cette force s'exprime dans le cas d'une sphère solide comme :

$$F_b = 3\pi\eta d \int K(\tau) \left(\frac{du^p}{dt} - \frac{du^f}{dt} \right) (t - \tau) d\tau \quad (\text{I.11})$$

où le noyau de convolution $K(\tau)$ est une fonction sans dimension. A bas nombre de Reynolds, le noyau $K(\tau)$ traduisant des corrélations aux temps longs est donné par la relation :

$$K(\tau) = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{d}{v\tau} \quad (\text{I.12})$$

Dans la plupart des cas, cette force est négligée notamment à cause de la complexité de son expression. Il est en effet nécessaire de connaître l'accélération relative des deux phases en présence pour obtenir une bonne estimation de cette force.

✓ **Force de Magnus \vec{F}_m**

La force de Magnus est la force de portance qui se crée lorsqu'un corps en rotation se déplace dans un fluide. Autrement dit lorsque, dans un écoulement homogène, en plus de se translater à la vitesse \mathbf{U}^P , un grain tourne à une vitesse angulaire Ω . Une force perpendiculaire à $\mathbf{U}^R = \mathbf{U}^P - \mathbf{U}^F$ et à Ω apparaît alors et s'exprime comme [36] :

$$\mathbf{F}_m = \frac{\pi}{8} C_m \rho_f d^3 \Omega \wedge (\mathbf{U}^P - \mathbf{U}^F) \quad (\text{I.13})$$

I.9. Forces inter-particulaires

Les forces d'interaction entre les particules solides peuvent être de différentes natures et on retrouve principalement les trois contributions suivantes [26] :

- les forces de van der Waals,
- les forces électrostatiques
- les forces capillaires.

✓ **Forces de van der Waals**

Les forces de van der Waals tiennent compte des interactions entre les moments dipolaires des atomes ou des molécules mis en jeu. Elles sont le résultat de l'interaction entre deux dipôles permanents, deux dipôles induits, ou entre un dipôle permanent et un dipôle induit. Ces forces sont attractives la plupart du temps et ont la particularité, notamment en ce qui concerne les dipôles induits, d'être présentes quelle que soit la nature du matériau ou de l'objet considéré.

Elles dépendent de la distance de séparation Z des dipôles ; plus précisément, elles sont inversement proportionnelles à Z^7 pour des dipôles induits entre eux (forces de van der Waals-London). Lorsque ces actions intermoléculaires sont intégrées entre des corps macroscopiques, contenant des distributions de dipôles, par exemple pour des particules sphériques, la force de London résultante est moins sensible à la distance de séparation : elle devient inversement proportionnelle à Z^2 . L'expression de la force de van der Waals utilisée, que ce soit pour une interaction sphère-plan ou sphère-sphère, est la suivante [38] :

$$f_{vdw} = \frac{H_a R}{6Z^2} \quad (\text{I.14})$$

où Z représente la distance entre les deux corps macroscopiques, H_a , la constante de Hamaker et R , le rayon de la particule supposée sphérique. Dans le cas d'un contact entre deux particules sphériques de rayons différents, R_1 et R_2 , la force peut être calculée à partir de l'équation précédente en supposant que :

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (1.15)$$

L'état de surface des poudres influence grandement l'intensité de la force de van der Waals. Pour des surfaces rugueuses présentant des aspérités, ou bien pour des fines particules collées, l'interaction est réduite du fait que la distance entre les deux corps est rallongée ($Z' = Z + R_s$). D'après Visser [39], la force de van der Waals s'annule pour des aspérités dont la taille est environ de $1 \mu\text{m}$. Pour tenir compte de cette diminution de l'interaction, certains auteurs [40][27] considèrent qu'il convient d'utiliser le rayon de l'aspérité plutôt que le rayon des particules pour le calcul de la force à partir de l'expression (1.2). En mesurant par microscopie électronique la taille moyenne des particules fines collées en surface de grain (silice), Massimilla et coll [41] suggèrent de prendre une valeur typique de R_s comprise entre $0,1$ et $0,2 \mu\text{m}$.

A l'inverse, pour des surfaces maximisant le contact entre les deux corps, la force de van der Waals est considérablement augmentée. En général, cette situation est favorisée lorsqu'une déformation plastique du constituant solide survient. Une correction de l'expression de la force de van der Waals est donnée par Krupp [42] dans les cas des solides déformables :

$$f_{vdw} = \frac{H\omega}{8\pi Z^2} R \left(1 + \frac{H\omega}{2\pi^2 Z^3 H_r} \right) \quad (1.16)$$

où $H\omega$ est le coefficient de Lifshits-van der Waals, fonction de la nature des corps en contact et du milieu environnant. Pour la plupart des solides en contact avec l'air, sa valeur est souvent comprise entre 1 et 10 eV . Par exemple, celle-ci vaut approximativement 2 eV pour la silice et l'alumine. H_r est la dureté du solide. Pour les solides indéformables, Krupp [42] suggère de conserver cette expression en prenant une valeur pour la dureté H_r de 108 N/m^2 .

✓ Force électrostatique

Les forces électrostatiques sont présentes lorsque le milieu granulaire est soumis à des frottements (entre les particules ou avec la paroi), notamment dans le cadre d'opérations de

broyage ou de transport. Elles sont attractives si les charges présentes à la surface des particules sont de signes opposés, ou répulsives si les charges sont de même signe. Son expression est donnée à partir de la loi de Coulomb.

$$f_e = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{z^2} \quad (\text{I.17})$$

Où q_1 et q_2 sont les charges portées par les deux particules, Z est la distance entre les deux objets, et ϵ est la permittivité du milieu environnant.

Dans un lit fluidisé, les charges sont générées par collision des particules entre eux. Ce phénomène peut être mis à profit pour déterminer les caractéristiques du lit fluidisé. En plaçant deux électrodes dans le lit, l'une au niveau du diffuseur (électrode inférieure) et l'autre par l'intermédiaire d'une tige en inox placée dans l'axe central du tube à hauteur du lit, Escalante et coll [43] ont pu mesurer le courant induit par le lit, formé de billes de verre, en fonction de la vitesse de gaz décroissante. Le graphique mettant en évidence une chute du courant lorsque les billes se retrouvent immobiles, les auteurs ont pu aisément estimer la valeur de U_{mf} .

✓ Force capillaire

A forte humidité, la vapeur d'eau se condense à la surface des particules et des forces capillaires apparaissent. Ces dernières sont dues à la formation d'un pont liquide entre les particules voisines [44]. La tension superficielle γ est à l'origine de la cohésion par capillarité entre les deux particules grâce, d'une part, à l'interface liquide-gaz qui se comporte comme une membrane tendue et, d'autre part, grâce à l'action de la différence de pression entre le liquide et le gaz, appelé aussi phénomène de succion s'il s'agit d'une interface eau-air (à pression atmosphérique).

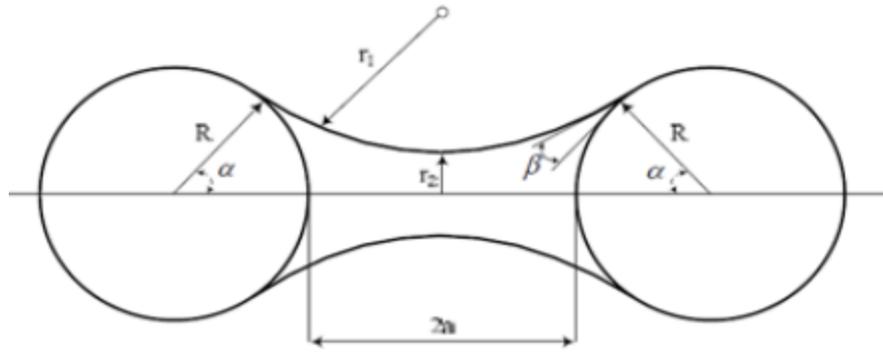


Figure I.7 : Pont liquide de forme concave entre deux sphères de taille égale. a correspond à la mi-distance entre les particules. r_1 et r_2 représentent respectivement le rayon de courbure et le rayon de la gorge. R est le rayon des particules. α et β sont respectivement l'angle de remplissage et l'angle de contact [30].

En considérant la forme toroïdale du pont liquide (Figure I.9), la force Capillaire générée par les deux contributions peut être calculée à partir de la méthode dite « de la gorge » [44]. Cette dernière consiste à utiliser l'aire de la surface au niveau de la gorge pour calculer la force issue de la différence de pression et la tangente à la gorge pour obtenir la contribution de la tension superficielle. L'expression de la force prend ainsi la forme suivante :

$$F_{capillaire} = 2\pi r_2 \gamma + 2\pi r_2^2 \Delta p \quad (\text{I.18})$$

La différence de pression est donnée par l'équation de Laplace :

$$\Delta p = \gamma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \quad (\text{I.19})$$

Chapitre II

Ciment

II.1. Définition

Le ciment est une matière pulvérulente formant avec de l'eau ou avec une solution saline une pâte plastique liante, capable d'agglomérer, en durcissant, des substances variées. Son emploi le plus habituel est sous forme de poudre utilisée avec de l'eau pour agréger du sable et des graviers (granulats) pour donner le béton [45].

Comme définition physique; le ciment est un liant hydraulique se présentant sous forme de poudre fine qui est à base de calcaire et d'argile utilisée qui fait prise par ajouts d'eau [46]. Il durci rapidement et atteignant en peu de jours son maximum de résistance. Après durcissement, cette pâte conserve sa résistance et sa stabilité, même sous l'eau.

Une définition chimique peut être aussi donnée à ce matériau: alors, un ciment artificiel est un produit provenant de la cuisson de mélanges artificiels (de la main de l'homme) de silice, d'alumine et de carbonate de calcium (de chaux), sur lesquels l'eau n'a aucune action (ou qu'une action particulièrement lente avant la trituration) et qui, réduits en poudre mécaniquement, font prise sous l'effet de l'eau en des temps variables suivant leur qualité.

II.2. Les familles du ciment

Il existe deux grandes familles du ciment :

- ✓ **Les ciments Portland**, constitués majoritairement de silice et de chaux et qui utilisés principalement dans les bétons de bâtiments et les ouvrages de génie civil.
- ✓ **Les ciments alumineux** qui se composent essentiellement d'alumine et de chaux. Ils ont développés au début du 20ème siècle par Bied. En raison de leur résistance aux attaques chimiques, de leur prise rapide ou de l'absence de chaux, ils sont utilisés en génie civil pour la confection des sols industriels, d'ouvrage d'assainissements ou des mises en service rapides, et dans la réalisation des réfractaires monolithiques utilisés dans l'industrie sidérurgique ou verrière [47].

II.3. Stockage et écoulement de particules solides.

Le silo représente la méthode de stockage de matériaux la plus simple, composée d'un réservoir, souvent de forme cylindrique ou conique. Afin de disposer de la matière, une sortie

est généralement placée en bas du réservoir. Lors de l'ouverture du silo, si la base est plate, il y a formation de zones quasi-statiques proches de la sortie. L'ajout d'une base conique tronquée permet de limiter ces zones lors de la vidange. Beverloo et al. [49] relève que le débit massique des particules dépend principalement de cette partie basse. En effet, des expériences démontrent que le poids des grains se répartit par des interconnexions entre les grains et les parois. Le phénomène d'interconnexion entre particules-particules et particules-paroi est appelé chaînes de force. Ces interconnexions limitent l'impact de la géométrie supérieure [50].

II.4. Types des écoulements granulaires dans un silo :

Deux types d'écoulements extrêmes peuvent être notés lors de l'écoulement d'un silo (Jenike) [51] :

II.4.1. Écoulement en masse

L'écoulement en masse est un comportement parfait qui se produit lorsque les parois sont bien pentues et lisses et quand la matière possède une bonne aptitude à l'écoulement sous contrainte. En tout point du silo la matière se déplace uniformément vers le bas. Selon le principe first-in/first-out flow les particules introduites en premier sortiront les premières. Ce type d'écoulement en masse permet une vidange totale du silo et un temps de stockage cohérent pour la totalité des particules. [52].

II.4.2 Écoulement en en cheminée

C'est un écoulement partiel dans lequel uniquement une partie de la matière existe dans une cheminée centrale, se déplace vers la sortie. Par contre les particules dans la zone qui enveloppe cette cheminée, restent bloquées et immobiles. Ce volume mort représente le désavantage essentiel de ce type d'écoulement. L'écoulement en cheminée se produit quand les parois ne sont pas assez pentues ou lorsqu'elles ne sont pas trop lisses. Lors de l'écoulement, et pour une vidange complète de silo il est nécessaire de faire appel aux interventions humaines. Par contre, l'écoulement en cheminée garantit une protection des parois puisque l'écoulement s'effectue sur une couche stable de la partie immobile. [52].

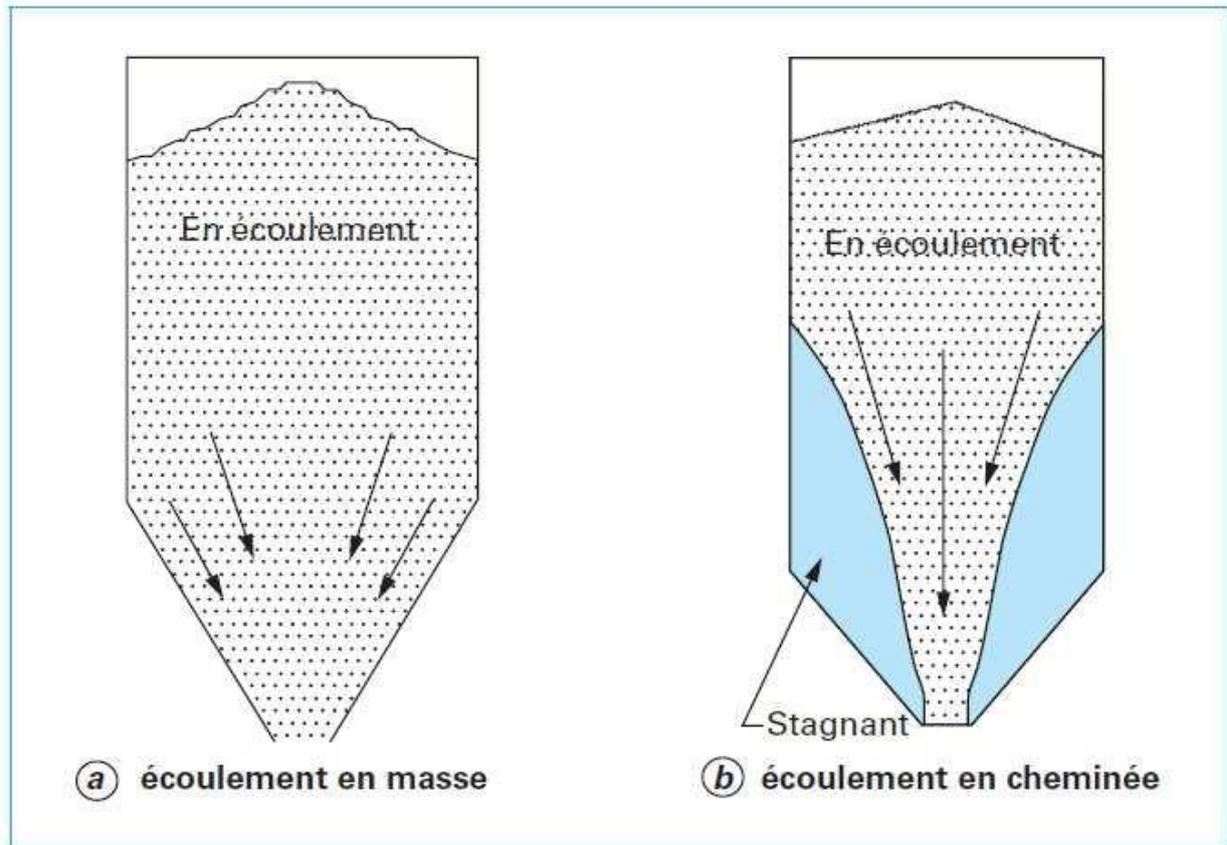


Figure II.1: Modes d'écoulement dans les silos [52].

Dans un silo l'apparition d'un type d'écoulement dépend, d'une part, des propriétés du matériau ensilé et, surtout, de sa cohésivité et, d'autre part, du dimensionnement de la trémie de vidange (pentes, orifice...). Ainsi, soit la rugosité excessive des parois soit le changement des propriétés du produit ensilé (humidité, durée de stockage trop long) peuvent être à l'origine d'un écoulement en cheminée. L'écoulement en masse c'est un écoulement parfait, et idéalement recherché, par contre les silos industriels fonctionnent, généralement, en écoulement cheminée, suite à une mauvaise étude de conception ou d'une cohésivité importante du matériau ensilé [52].

II.5. Zones d'écoulement :

Durant une vidange cinq zones d'écoulement peuvent être distinguées selon Schewedes (1998).

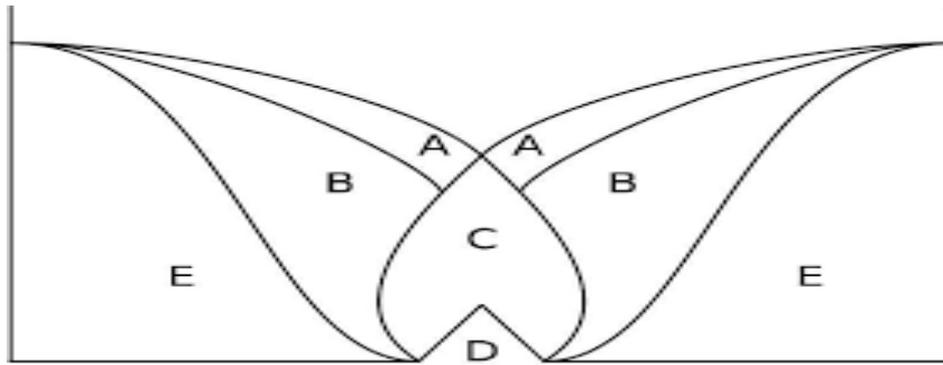


Figure II.2: Les différentes zones d'écoulement [53].

Les particules roulent librement le long de la couche A, qui elle-même se déplace rapidement comme un bloc au-dessus de la couche B. La zone B se déplaçant très lentement comparée à la zone A. La zone E ne bouge pas du tout, c'est la zone morte ou stagnante. L'inclinaison du plan de séparation entre les zones B et E est plus importante que l'angle observé à la surface libre. Dès que des particules atteignent la zone C elles sont accélérées. Les particules qui composent la zone D perdent le contact avec leurs voisines et tombent librement. Lors de la mise en place de l'écoulement, les zones D, C, A et B sont formées les unes après les autres [53].

II.6. Critères d'écoulement au seuil - Cercle de Mohr :

Il est nécessaire de connaître certains critères d'écoulement au seuil représentés par l'équation de Coulomb :

$$\tau = \sigma \tan \delta + C \quad (\text{II.1})$$

Pour une consolidation donnée σ (KPa), τ est la contrainte de cisaillement (KPa), δ est l'angle de friction interne ($^\circ$) et C, l'indice de cohésion. Généralement, cette équation est obtenue expérimentalement à l'aide de cellules de cisaillement (ex. Cellule de Jenike, rhéomètre Freeman FT4) (Dietmar Schulze, Schwedes, & Carson, 2008) [54].

Pour un élément de solide quelconque, les contraintes auxquelles il est soumis peuvent être présentées sous formes de contraintes de consolidation appelées contraintes normales σ (présentées sur l'axe x) et contraintes tangentielles appelées contraintes de cisaillement τ (présentées sur l'axe y). Selon l'état de consolidation initiale du système granulaire, l'ensemble de paires (σ, τ) est mesuré afin de constituer la courbe d'écoulement au seuil selon (Figure II.3).[55]

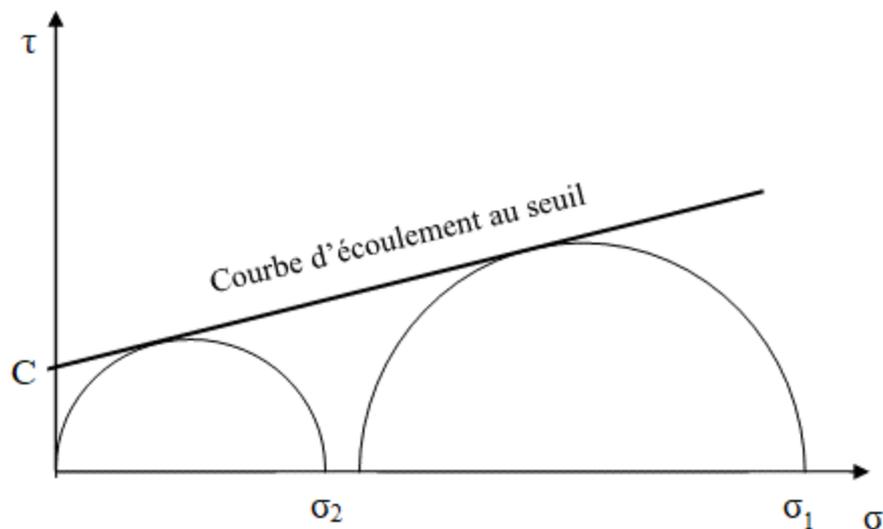


Figure II.3: Critère de Coulomb - Courbe d'écoulement au seuil.[55]

L'intersection droite du cercle de contraintes de Mohr avec l'axe σ représente la contrainte normale maximale appelée la contrainte principale majeure σ_1 qui est égale à σ_v , tandis que la plus petite contrainte normale est appelée la contrainte principale mineure σ_2 qui correspond à σ_h . Lorsque le système granulaire est stocké dans un silo vertical, il est comprimé seulement dans le sens vertical par son propre poids avec aucune déformation dans le sens horizontal (Compression uni-axiale). Ainsi, la contrainte horizontale est plus petite que la contrainte normale (les parois sont supposées sans frottement). Cependant, en réalité, le frottement entre le solide et les parois ne peut être négligé ($\tau \neq 0$). Cela s'applique même dans l'état statique du système, car le solide en vrac est déjà compacté pendant que le silo est rempli et, par conséquent, se déplace un peu vers le bas le long des parois du silo. Ce dernier implique une friction entre le solide et la paroi. Dans ce cas, la contrainte sur la paroi ne peut pas être représentée par la contrainte principale mineure, mais par un point plus ou moins éloigné de l'axe σ . Cependant, dans la section verticale d'un silo, la contrainte horizontale est inférieure à la contrainte verticale, quel que soit l'effet du frottement de la paroi [55].

La courbe du cercle de Mohr sert aussi à [55] :

calculer la fonction d'écoulement d'un système granulaire « ffc » qui permet de déterminer le type d'écoulement selon la Figure II.4 (A. Jenike, 1964; Dietmar Schulze et al., 2008). On peut classer l'écoulement en quatre catégories:

- ✓ $ffc > 10$: écoulement libre;
- ✓ $4 < ffc < 10$: écoulement aisé;
- ✓ $2 < ffc < 4$: écoulement difficile (poudres cohésives);
- ✓ $ffc < 2$: écoulement naturel impossible (poudres très cohésives avec formation de voûtes).

1. L'angle d'inclinaison de la trémie α en fonction de l'angle de friction interne effectif et l'angle de friction de la poudre avec les parois.

2. Le diamètre d'ouverture de la trémie B selon l'équation suivante[55] :

$$\mathbf{B} = \frac{\sigma_c H(\alpha)}{\rho g} \quad (\text{II.2})$$

D'où le facteur $H(\alpha)$ est déterminé en fonction de la conicité de la trémie [55] :

$$\mathbf{H}(\alpha) = 2 + \frac{a}{60} \quad (\text{II.3})$$

σ_c est la contrainte critique.

ρ est la densité apparente de la poudre et g est l'accélération.

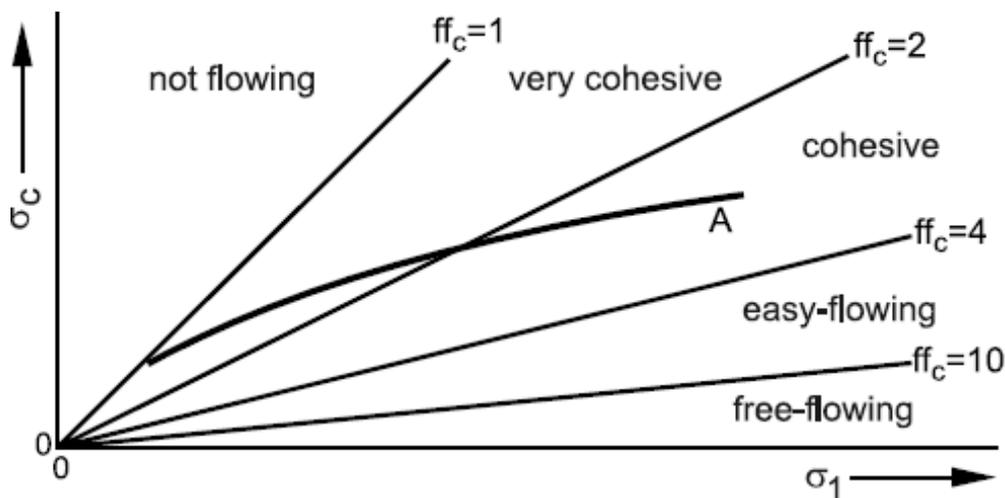


Figure II.4: Classification des écoulements en fonction de la fonction d'écoulement ffc . La courbe (A) représente la fonction d'écoulement de la poudre A (Dietmar Schulze et al, 2008) [55]

II.7. Problèmes associés aux écoulements cas dans un silo : [52] [56] [57] [58].

Lors du remplissage, du stockage ou du soutirage des produits dans les silos, de nombreux phénomènes regrettables peuvent se produire. Certains sont liés à un écoulement en cheminée, d'autres peuvent se créer indépendamment du type d'écoulement.

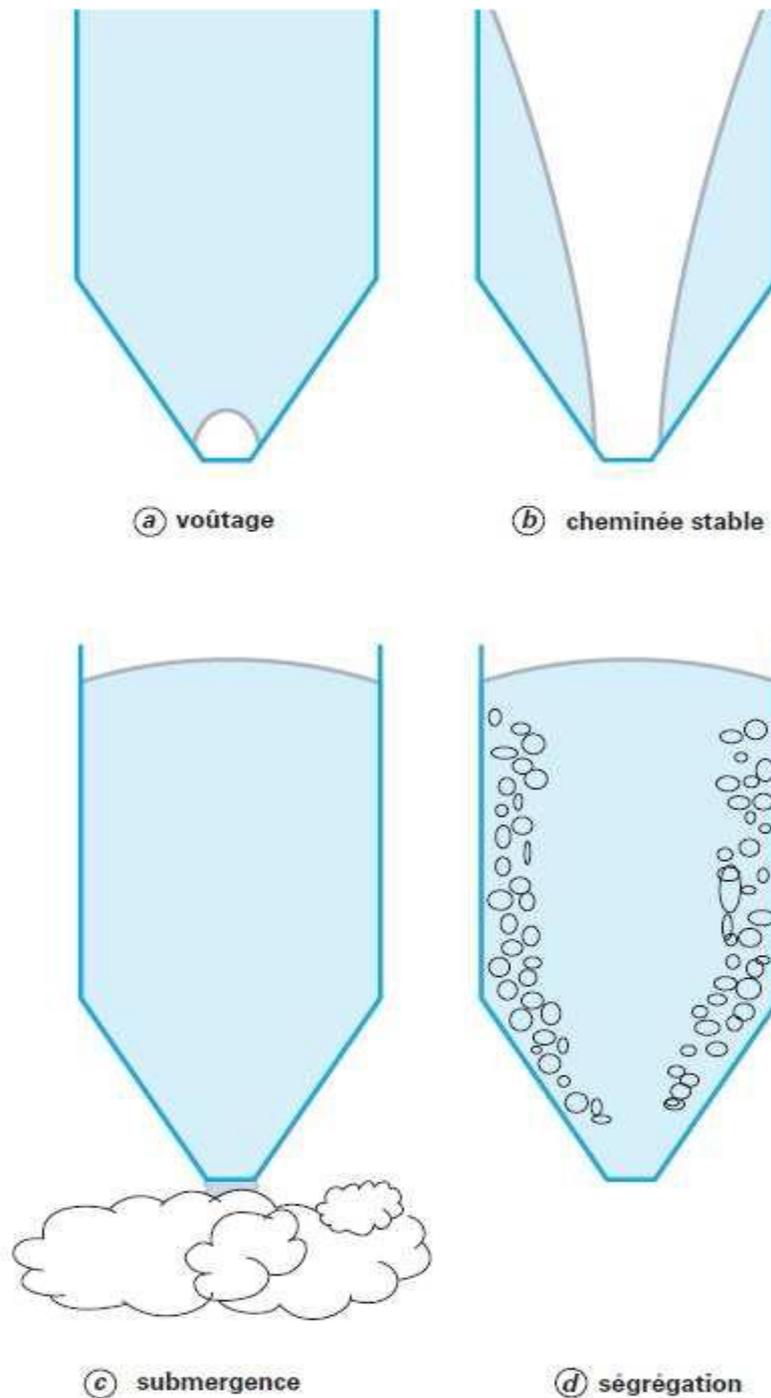


Figure II.5: Problèmes associés à un écoulement dans un silo. [52]

II.7.1. Formation de voûtes :

Phénomène de voûtage s'agit de la construction d'une voûte fixe, au-dessus de l'orifice de vidange qui bloque l'écoulement des matériaux ensilés. La voûte peut être due au chevauchement des particules (pour les matériaux grossiers non cohésifs) ou aux actions de cohésion entre les particules fines. Dans les deux cas, pour la résolution de ce phénomène il est nécessaire de déterminer correctement les paramètres de l'orifice de la sortie. Pour éviter l'imbrication mécanique, il est conseillé d'utiliser un diamètre de sortie plus grand 5 à 10 fois la taille des particules les plus grosses.[59].

II.7.2. Formation de cheminée stable :

Pour les matériaux fins cohésifs, il peut arriver que seuls les matériaux directement au-dessus de l'orifice s'écoulent. Une cheminée stable est produite, dont le diamètre correspond à l'entour de la diagonale de l'orifice de sortie.

II.7.3 Écoulement irrégulier :

Si des voûtes instables s'écroulent, une grande quantité de matériau tombe brusquement dans les vides qui se trouvent au-dessous causant la compression du solide en vrac et de nouvelles arches.

II.7.4 Submergence :

Pour des écoulements irréguliers, du fait de l'écroulement des voûtes ou de la cheminée, la poudre peut acquérir une vitesse suffisante pour être fluidisée. Alors, le matériau en vrac se comporte comme un liquide et sort du silo de manière incontrôlée. Ce phénomène se produit, en général, avec les poudres fines habiles de retenir l'air (molécules aérables).

II.7.5. Ségrégation :

Le phénomène de ségrégation peut se produire quand un silo est chargé par un mélange de matériaux hétérogènes de tailles ou de densités différentes, et même si le mélange est initialement homogène. En effet, les matériaux les plus grosses (ou plus denses), ont davantage à déplacer sur le talus au sommet du silo et à se trouver dans le contour, alors que les fines particules sont simplement arrêtées par le tas et se trouvent au centre du silo. Cette ségrégation conduit à une distribution en couches des deux parties fines et de grosses

particules. Pourtant, cette stratification par éboulement n'est pas seule responsable de la ségrégation. D'autres processus peuvent aussi être cause de ce phénomène à savoir :

- ✓ Vibration.
- ✓ Ejection.
- ✓ Aération.
- ✓ Elutriation.

II.8. Caractéristiques physiques du ciment :

Les différents mélanges de ciment utilisés dans la construction se caractérisent par leurs propriétés physiques. Certains paramètres clés contrôlent la qualité du ciment. Les propriétés physiques d'un bon ciment sont basées sur :

- Finesse du ciment
- Solidité
- Résistance
- Temps de prise
- Chaleur d'hydratation
- Gravité spécifique (densité relative)
- **Finesse du ciment**

La taille des particules du ciment est sa finesse. La finesse requise d'un bon ciment est obtenue en broyant le clinker lors de la dernière étape du processus de production du ciment. Comme le taux d'hydratation du ciment est directement lié à la taille des particules de ciment, la finesse du ciment est très importante

➤ **Solidité du ciment**

La solidité fait référence à la capacité du ciment à ne pas rétrécir lors du durcissement. Un ciment de bonne qualité conserve son volume après la prise sans expansion retardée, qui est causée par un excès de chaux libre et de magnésie.

➤ **Résistance du ciment**

Trois types de résistance du ciment sont mesurés : compression, traction et flexion. Divers facteurs affectent la résistance, tels que le rapport eau-ciment, le rapport ciment-

agrégats fins, les conditions de durcissement, la taille et la forme d'un spécimen, le mode de moulage et de mélange, les conditions de chargement et l'âge.

➤ **Temps de prise du ciment**

Le ciment prend et durcit lorsque de l'eau est ajoutée. Ce temps de prise peut varier en fonction de plusieurs facteurs, tels que la finesse du ciment, le rapport ciment-eau, la teneur en produits chimiques et les adjuvants. Le ciment utilisé dans la construction doit avoir un temps de prise initial pas trop court et un temps de prise finale pas trop élevé.

➤ **Chaleur d'hydratation**

Lorsque de l'eau est ajoutée au ciment, la réaction qui se produit est appelée hydratation. L'hydratation génère de la chaleur, ce qui peut affecter la qualité du ciment et également être bénéfique pour maintenir la température de durcissement par temps froid. D'autre part, lorsque la génération de chaleur est élevée, en particulier dans les grandes structures, cela peut provoquer des contraintes indésirables.

➤ **Gravité spécifique (densité relative)**

la gravité spécifique définit que la substance est combien plus lourde que l'eau ou la substance de référence du même volume. La gravité spécifique du ciment allant de 3,1 à 3,16 g/cc. Par cette déclaration, nous pouvons garantir que le ciment est 3,1 à 3,16 fois plus lourd que l'eau du même volume. Et il coule dans l'eau. Parce que la gravité spécifique est supérieure à 1. [48].

II.9. Application de la fluidisation au niveau des silos pour la décharge des poudre du ciment

➤ **Distribution taille de poudre de ciment**

La distribution de taille de poudre de ciment illustrée à la figure 5 a été mesurée avec un instrument de diffusion Laser Ligh (Beckman-Coulter, LS230). Le diamètre moyen de la poudre de ciment a été calculé conformément à la définition du diamètre du sauter «Volume de surface».

Explicitement, le diamètre moyen est le diamètre moyen est calculé en fonction de la définition du diamètre «surface-volume» ou diamètre sauter comme :

$$d_p = \frac{\sum N_i d_i^3}{\sum N_i d_i^2} \quad (\text{II.4})$$

Où N_i est le nombre de particules en classe i et d_i est le diamètre moyen de la particule dans cette classe.

Le diamètre moyen a été donné par l'instrument de diffusion de lumière laser (Beckman-Coulter, LS230), en utilisant l'algorithme pour calculer le diamètre Sauter à partir d'un grand ensemble de données, donnant un diamètre moyen de 4,6 μm [90].

La densité des particules ρ_p a été mesurée avec un pycnomètre d'hélium (microméritique, accupyc 1330) donnant une densité de 3577 kg / m³. Compte tenu de la densité des particules et de la taille moyenne de la poudre de ciment, la poudre peut être classée dans le groupe C de la classification de Geldart (1973) [90].

D'après l'étude précédente sur la fluidisation des poudres de classe C de Geldert (1973) dans le chapitre I on peut dire que les poudres de ciment ne sont pas fluidisables en raison des forces inter-particulaire très élevées mais la fluidisation reste possible sous forme d'agglomérats individualisés.

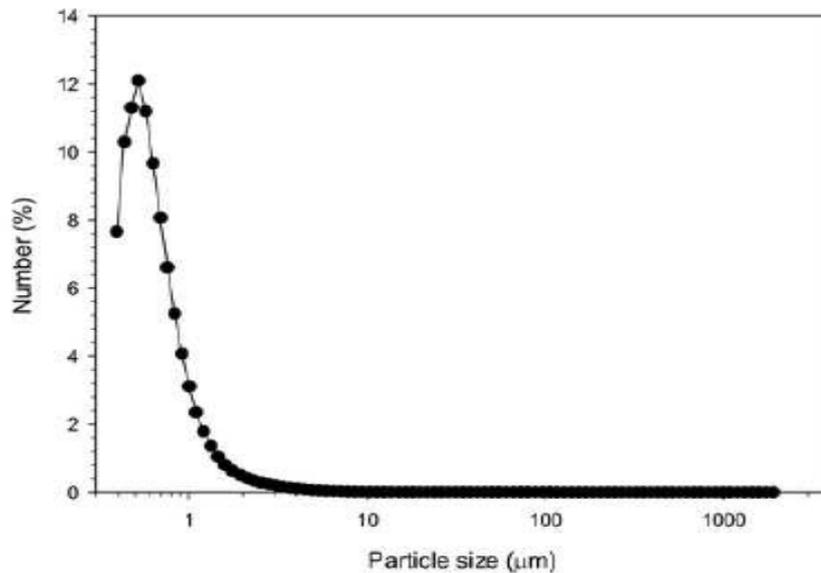


Figure II.6 : La distribution de taille de poudre de ciment [90].

➤ déchargement de poudre fine dans un silo

Les silos et les trémies sont largement utilisés comme installations de stockage pour les matériaux granulaires dans les applications industrielles. Par conséquent, la compréhension physique de la décharge des silos reste un sujet de recherche intensive. Il existe généralement deux types d'écoulements distincts observés lors de la décharge du silo : l'écoulement massique et l'écoulement en entonnoir (ou écoulement central). Le débit de décharge de poudre d'un silo est un facteur critique dans la conception d'un silo. L'équation de Beverloo [91] peut être utilisée pour prédire le taux de décharge du silo. Dans cette équation, le débit de décharge augmente avec le diamètre de sortie de l'orifice du silo mais diminue avec la taille des particules. Pendant le processus de décharge, certaines poudres adjacentes à la périphérie de la sortie forment une zone de stagnation annulaire, ce qui entraîne moins de poudres à s'écouler. Une taille de particule plus grande provoque généralement un effet de zone annulaire plus fort. Crewdson et al. [92] ont étudié expérimentalement le comportement de décharge dans un silo conique. Ils ont observé que le débit de décharge augmentait avec la

diminution de la taille de la poudre, ce qui est en accord avec l'équation de Beverloo. Cependant, des études antérieures ont montré que lorsque la taille des particules était inférieure à une valeur critique, le débit de décharge diminue avec la diminution de la taille des particules. Ce sujet est important pour l'application industrielle de stockage et de déchargement de poudres très fines, comme dans les industries du ciment, de l'alimentation et de la pharmacie. Les espaces interstitiels sont très petits pour les poudres fines dans un silo, et des interactions solides/gaz diphasiques significatives se produisent dans les flux de poudre lorsqu'elles se déchargent dans des silos ou des trémies par rapport aux matériaux granulaires plus grossiers. En particulier, pour un silo ou une trémie à toit fermé, le débit massique de rejet de poudre fine est nettement inférieur à celui des particules grossières car un gradient de pression d'air plus élevé se forme lorsque l'air s'écoule vers le haut depuis la sortie inférieure du silo ou de la trémie. Une décharge instable se produit également parce que l'air ambiant a du mal à s'écouler dans le silo et à travers un lit de poudre fin.

Plusieurs études antérieures ont étudié la décharge de poudre fine. Pour examiner l'effet d'un gradient de pression élevé, Verghese et Nedderman [93] ont modifié l'équation de Beverloo pour analyser le taux de décharge pour des poudres plus fines. Bideau et Hansen [94] et Wu et al. [95] ont démontré un phénomène de décharge oscillatoire de poudres fines à l'aide de sabliers et ont présenté plusieurs propriétés intéressantes pour améliorer la compréhension de l'écoulement granulaire avec le fluide interstitiel jouant un rôle critique. Janda et al. [96] ont étudié les fluctuations du débit lors du déchargement des grains d'un silo bidimensionnel (2D). Leurs résultats ont démontré que la puissance.

Chapitre III

Modélisation mathématique de la fluidisation

III.1 Introduction

Au 19^{ème} siècle, les physiciens Claude Navier et George Stokes ont écrit les équations qui permettent encore aujourd'hui d'étudier les comportements très variés et complexes d'un fluide en écoulement. Pendant longtemps l'étude de ces équations n'a pu être possible qu'à partir d'approximations plus ou moins élaborées, car dans la plupart des cas, ces équations ne possèdent pas de solutions analytiques. A partir des années 60, l'arrivée des premiers calculateurs a donné un outil formidable pour étudier la modélisation des équations de Navier-Stokes (ENS). Les industriels ont très vite compris l'intérêt de la simulation numérique pour simuler des écoulements réels parfois très complexes. Par ailleurs, avec la montée en puissance des machines de calcul, le recours à la simulation numérique directe (SND) est devenu de plus en plus courant dans des domaines comme l'aéronautique ou la météorologie, pour étudier des écoulements fluide à grand nombre de Reynolds ou grand nombre de Mach (exemple en régime turbulent). L'utilisation de la SND pour des écoulements lents n'a fait son apparition que depuis le début des années 90, et connaît un formidable essor grâce aux développements récents des problèmes d'interfaces (problèmes diphasique, microfluidique, ...). Ce qui permet de traiter des problèmes pluridisciplinaires à faible nombre de Reynolds faisant intervenir des écoulements en présence de parois, éventuellement mobiles ou élastiques comme par exemple dans l'étude des suspensions, des écoulements sanguins, des écoulements dans des milieux poreux,...[60]

III.2 Notions sur CFD

III.2.1. Définition du CFD

La CFD (Computational Fluid Dynamics) est simplement le calcul numérique appliqué à la mécanique de fluides. Cela consiste à résoudre dans une géométrie donnée les équations fondamentales de la mécanique des fluides, que l'on peut éventuellement coupler aux équations de transfert thermique ou de réaction chimique. Historiquement, le CFD a commencé à se développer en génie mécanique, pour étudier les écoulements autour d'un objet afin de mieux le profiler (ailes d'avions, automobiles).[61]

On peut définir aussi le CFD comme l'obtention d'informations qualitatives et quantitatives sur les manières dans lesquelles les fluides se comportent en des situations données. Pour cela on utilise [62]:

- D'un coté des calculateurs électroniques (PC's, stations de calcul ou super computer vectoriel).
- et d'un autre coté une variété de technologies tels que: Les mathématiques ; l'informatique; l'engineering et la physique du problème étudié.

Ces outils doivent être rassemblés pour fournir les moyens de modélisation des écoulements des fluides. La qualité et l'exactitude de ces résultats dépend essentiellement du :

- Niveau de complexité du problème étudié.
- Des logiciels utilisés (pre-processing, simulation et post-processing)
- De la machine de calcul disponible (capacité de stockage, mémoire vif et fréquence de l'horloge du processeur)
- De la compétence et le savoir-faire de l'utilisateur (maîtrise et spécialisation dans le domaine étudié et expérience dans le domaine de la simulation numérique).

III.2.2. Les étapes du CFD

La résolution numérique d'un problème de Mécanique des Fluides passe les quatre grandes étapes [62]:

- Problème physique continu est décrit par un modèle mathématique continue (mis en équations)
- Modèle mathématique continu est discrétisé en s'appuyant sur une méthode numérique
- Equations discrétisées sont approximées à l'aide des schémas numériques appropriés, l'algorithme de résolution est établi
- Enfin l'algorithme est codé (C, Fortan, Matlab, Java,..) ce qui est nommé un code commercial.

III.3. Les différentes échelles de la modélisation de fluidisation

Commençons par définir les trois types d'échelles intervenant à savoir [63] :

- L'échelle macroscopique qui correspond aux dimensions caractéristiques du système.
- L'échelle microscopique où l'on se situe à l'échelle de la particule, par exemple.

— L'échelle mésoscopique qui est une échelle intermédiaire. Cela peut, par exemple, correspondre à l'échelle d'une cellule du maillage fluide (lorsque celle-ci est plus grosse que les particules).

Ces échelles caractéristiques maintenant définies, nous comprenons bien que, dans le cas de système polyphasique, chaque phase peut être observée avec sa propre échelle caractéristique [63].

III.4. Les différentes approches

Un mélange d'eau et de particules forme un écoulement multiphasique où la phase particulaire représente les particules et la phase continue est le fluide dans lequel les particules se meuvent. Le mouvement d'un ensemble de particules dans un fluide peut être modélisé par différentes méthodes : le transport d'une concentration, l'approche Euler-Euler et l'approche Euler-Lagrange. Une nouvelle méthode a par ailleurs commencé à être utilisée ces dernières années : les simulations SPH (Smoothed Particle Hydrodynamics en anglais). Dans les méthodes SPH, la phase fluide est traitée comme la phase particulaire en utilisant le formalisme lagrangien. Ces méthodes peuvent être considérées comme une approche Lagrange-Lagrange. Les méthodes SPH sont toujours en cours de développement à l'heure actuelle [64].

Généralement, dans l'approche s'appuyant sur le transport de concentration, le transport solide est modélisé par une équation d'advection-diffusion sur la concentration en sédiment dans l'écoulement (Wu et al. 2000). L'évaluation de la dispersion et des lois de dépôts nécessaires à l'application sur un bassin de décantation peut s'avérer difficile (Torres, 2008 ; Yan, 2013). Cette méthode est souvent appliquée dans le cas des rivières ou en ingénierie côtière (Zhang, 2009 ; Wu, 2004) [64].

Dans les modèles Euler-Lagrange, les équations de Navier-Stokes sont toujours résolues pour la phase fluide alors que l'équation du mouvement de Newton est utilisée pour modéliser le mouvement de phase particulaire. La trajectoire de chaque particule est calculée à partir d'un bilan des forces agissant sur celle-ci (Maxey & Riley, 1983). On distingue quatre possibilités pour établir l'équation du mouvement [64]:

- Le couplage « one-way » où le mouvement de la particule est affecté par la phase fluide mais pas l'inverse.

- Le couplage « two-way » où la phase particulaire a en plus une influence sur la phase fluide.
- Le couplage « three-way » où la modification de l'écoulement par la phase particulaire affecte le mouvement de la particule.
- Le couplage « four-way » où les collisions et d'autres interactions entre les particules ont un impact sur le mouvement de particule.

Pour les écoulements peu chargés, comme le cas des eaux de ruissellement, les interactions entre les particules sont rares et les forces dynamiques du fluide gouvernent le transport des particules. L'influence de la phase particulaire sur la phase fluide est également négligée en raison des faibles concentrations en particules (Dufresne, 2008 ; Yan, 2013).

Cette approche est très coûteuse et elle ne sera utilisée que lorsqu'une précision très importante est requise. Un exemple de méthode utilisant cette approche est la DNS-DEM (Direct numerical simulation - Discret Element Method) [65].

III.4.1. Approches Euler - Euler appliquées aux mélanges solide-liquide

Dans les modèles Euler-Euler, la phase fluide et la phase particulaire sont toutes les deux traitées comme une phase continue. Le comportement de la phase particulaire, comme celui de la phase fluide, est donc décrit à partir des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement. Des équations supplémentaires doivent être ajoutées pour modéliser les échanges entre les deux phases, par exemple l'impact de la force de traînée du fluide sur les particules. Une description complète de ce type d'approche peut être trouvée dans Van Wachen & Almstedt (2003). Cette approche a été appliquée avec succès pour simuler par exemple le phénomène d'affouillement autour d'une conduite placée sur un lit de sable (Zhao & Fernando, 2007). Les méthodes Euler-Euler sont particulièrement adaptées aux cas où les concentrations en particules sont élevées, le couplage entre le fluide et les particules ainsi que les collisions entre les particules étant prépondérants. Les forces d'interaction entre le fluide et les particules sont la plupart du temps calculées à partir des propriétés moyennes des particules comme le diamètre médian, ce type d'approche peut donc être problématique dans le cas d'une distribution granulométrique de particules (Hsu et al., 2003). L'approche Euler-Euler apparaît comme prometteuse pour une application aux bassins de décantation bien que celle-ci ait été peu utilisée dans ce contexte (Stovin et al., 2008).

Nous allons recentrer maintenant sur des applications plus spécifiques au mélange solide-liquide. On peut déjà commencer par noter que la très large majorité des études de mélange solide-liquide ont été menées avec des approches de type Euler-Euler et notamment avec le modèle à deux fluides. Ainsi, nous pouvons citer les travaux de Micale et al [66] où il est démontré qu'un tel modèle permet de retrouver la hauteur de suspension. Ensuite, il semble indispensable de se concentrer sur les recherches de Tamburini et al, qui ont fortement contribué à l'analyse numérique des opérations de mélange solide liquide [67.68.69.70.71]. A travers ces différentes études, la méthode à deux fluides a montré son efficacité pour déterminer la fraction de particule suspendue. Cette méthode est également pertinente pour faire différentes analyses paramétriques ayant un impact sur la qualité de mélange, permettant même d'obtenir la conclusion qu'une suspension complète n'est pas forcément nécessaire pour assurer un bon transfert de masse entre les phases. Nous pouvons cependant noter que ce modèle n'est pas très robuste et fortement dépendant des modèles de force utilisés.

On peut noter d'autres méthodes utilisant une approche de type Euler-Euler. Ainsi, nous pouvons citer la méthode SIMM (Shear-Induced-Migration Model) développée par Fradette et al [72]. Cette méthode repose sur l'analyse de la migration des particules des zones de fortes concentrations vers les zones de faibles concentrations, ainsi que des zones à haut taux de cisaillement vers les zones à faible taux de cisaillement. Cependant, ce modèle possède de nombreuses limitations notamment pour gérer l'interaction avec les géométries environnantes [73]. Russ et Berson ont, quant à eux, développé une nouvelle méthode appelée « Multi-Phase Mean Age » (MMA), pour prendre en compte la phase solide dans la CFD, sans augmenter de façon significative les temps de calculs [74]. Enfin, on peut noter des méthodes que l'on pourrait classer d'intermédiaires basées sur des approches Euler-Euler, mais améliorées pour mieux prendre en compte des phénomènes d'interactions qui se produisent au sein de la phase solide. C'est le cas de la méthode E – E/KTGF (Euler-Euler/ Kinetic Theory of Granular Flow) employée par Xie & Luo [75].

III.5. Les équations de Navier-Stokes

En mécanique des fluides, les équations de Navier-Stokes sont des équations aux dérivées partielles non linéaires qui décrivent le mouvement des fluides. Celles-ci sont issues d'un bilan de force et de masse sur un volume élémentaire de fluide. Ces équations sont bien connues et sont détaillées dans de nombreux ouvrages comme Versteeg & Malalasekera

(2007). Ces équations sont nommées ainsi pour honorer les travaux de deux scientifiques, le mathématicien et ingénieur des Ponts Henri Navier, qui est le premier à introduit la notion de viscosité dans les équations d'Euler en 1823[76], et le physicien George Gabriel Stokes, qui a donné sa forme définitive à l'équation de conservation de la quantité de mouvement en 1845. [77] [78] Entre-temps, divers scientifiques ont contribué à l'avancement du sujet : Augustin Louis Cauchy [79] et Siméon Denis Poisson en 1829 [80] et Adhémar Barré de Saint-Venant en 1843. Les équations de Navier-Stokes s'écrivent à travers une loi de conservation de la masse (2-1) et une loi de conservation de la quantité de mouvement, exprimée sous forme tensorielle (2-2). Dans ces équations, les notations suivantes sont employées : ρ est la masse volumique du fluide ; \mathbf{u} le vecteur vitesse instantanée ; p la pression ; ν la viscosité cinématique du fluide et \mathbf{g} l'accélération de la pesanteur.

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{u}) = -\frac{1}{\rho} \nabla p + \mathbf{g} + \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}) \quad (2.2)$$

III.6. Discrétisations des EDP

III.6.1. Les trois grandes familles de méthodes :

La résolution des équations différentielles ou plus généralement des équations aux dérivées partielles occupe une place importante en ingénierie et en mathématiques appliquées. Chacune de ces disciplines apporte une contribution différente mais complémentaire à la compréhension et à la résolution de tels problèmes [81]. Pour passer d'un problème exact continu régi par une EDP au problème approché discret, il existe trois grandes familles de méthodes [82] :

III.6.1.1. Les différences finies.

La méthode consiste à remplacer les dérivées partielles par des différences divisées ou combinaisons de valeurs ponctuelles de la fonction en un nombre fini de points discrets ou nœuds du maillage [82].

III.6.1.2. Les volumes finis.

La méthode intègre, sur des volumes élémentaires de forme simple, les équations écrites sous forme de loi de conservation. Elle fournit ainsi de manière naturelle des approximations

discrètes conservatives et est particulièrement bien adaptée aux équations de la mécanique des fluides. Sa mise en œuvre est simple avec des volumes élémentaires rectangles.

Avantages : permet de traiter des géométries complexes avec des volumes de forme quelconque, détermination plus naturelle des conditions aux limites de type Neumann.

Inconvénient : peu de résultats théoriques de convergence [82].

III.6.1.3. Les éléments finis.

La méthode consiste à approcher, dans un sous-espace de dimension finie, un problème écrit sous forme variationnelle (comme minimisation de l'énergie en général) dans un espace de dimension infinie. La solution approchée est dans ce cas une fonction déterminée par un nombre fini de paramètres comme, par exemple, ses valeurs en certains points ou noeuds du maillage [82].

Avantages : traitement possible de géométries complexes, nombreux résultats théoriques sur la convergence.

Inconvénient : complexité de mise en œuvre et grand coût en temps de calcul et mémoire.

III.6.2. Choix des méthodes d'approximation

Aujourd'hui, les algorithmes de simulation numérique les plus populaires pour l'étude de ces problèmes d'interface sont basés sur la méthode des éléments finis [83]. Cela est dû en grande partie au cadre mathématique qu'elle fournit, qui permet d'aborder naturellement la formulation faible de problèmes d'écoulements, c'est à dire la formulation dans laquelle les preuves mathématiques sont en général les plus accessibles.

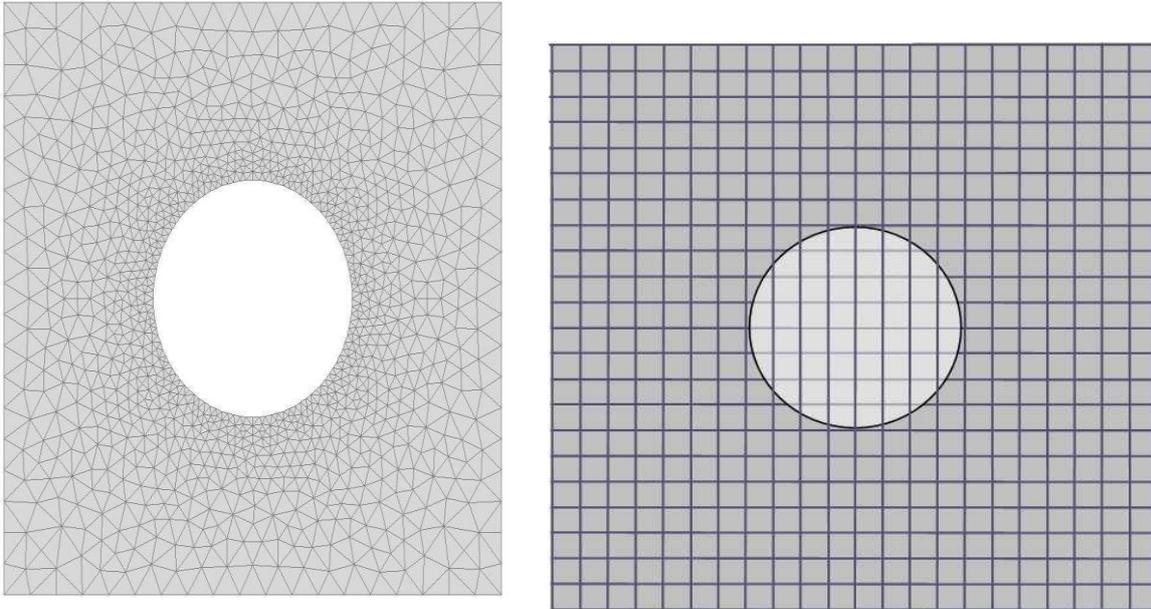


Figure III.1:Exemple de maillage conforme (à gauche) et non conforme (à droite).[60]

Mais son succès provient peut être surtout de la possibilité d'appuyer les éléments finis sur des maillages irréguliers. Étant donné un domaine de forme quelconque que l'on souhaiterait étudier, il est en effet toujours possible de construire un maillage "conforme", c'est à dire dont les bords vont décrire le contour du domaine choisi, comme illustré Figure III.1-gauche. Si la géométrie du domaine d'écoulement change au cours du temps—c'est le cas par exemple si un objet se déplace à l'intérieur du fluide, il est encore possible de préserver la conformité du maillage en le recalculant régulièrement. Cette opération de "remaillage" est, cependant, numériquement coûteuse et on préférera souvent l'éviter. [60]

Cela a motivé de nouvelles approches visant à développer des méthodes sur des maillages structurés cartésiens. Ces méthodes présentent l'avantage majeur de ne pas nécessiter la construction du maillage mais uniquement le repérage des cellules par des indices. Ainsi le cas de frontières mobiles ne pose aucun problème de remaillage. Des solveurs rapides et des préconditionneurs efficaces peuvent être utilisés. De plus, ces méthodes peuvent facilement être combinées à des algorithmes de raffinement local adaptatif de maillage ou des méthodes de type multi-échelles. Leur principal défaut réside dans la prise en compte précise des frontières complexes du domaine physique. Ainsi la structure cartésienne du maillage contraint ces méthodes à être utilisées sur des domaines de forme géométrique simple.

Le choix de travailler en différences finies nous garantit donc une certaine simplicité d'implémentation, mais ne laisse aucune flexibilité pour épouser les contours d'un domaine de forme quelconque.[60]

III.7. Méthode des différences finies

C'est la méthode la plus ancienne pour la résolution numérique des équations aux dérivées partielles. Elle est supposée avoir été introduite par Euler dans la seconde moitié du 18ème siècle. Cette technique est couramment utilisée pour des géométries simples avec des maillages structurés. Pour chaque nœud, les équations différentielles sont approximées en remplaçant les dérivées partielles par la valeur de la fonction. Le résultat est une équation algébrique par nœud et par variable. Cette variable apparaît comme une inconnue dans le nœud courant et dans les nœuds voisins. La méthode la plus souvent utilisée pour obtenir l'approximation des dérivées des variables par rapport aux coordonnées est le développement limité en séries de Taylor. Ils existent aussi des autres méthodes d'ajustement polynomial.[84]

III.7.1. Intérêts des méthodes de différences finies

- simplicité de mise en oeuvre.
- Efficacité.
- possibilité de construire des approximations d'ordre élevé.
- Analyse locale(simple) de la précision et de la convergence.[85]

III.7.2. Démarche de méthode de différences finies :

- ✓ On part des équations écrites sous leurs formes différentielles.
- ✓ Le domaine de calcul est couvert par une grille.
- ✓ On discrétise les équations différentielles en chaque point de la grille en approximant les dérivées partielles à partir des valeurs aux noeuds de la fonction, ce qui donne une équation algébrique pour chaque noeud de la grille.
- ✓ Puis on résout le système d'équation algébrique pour toute la grille.[85]

III.7.3. Schémas de différences finies

Les schémas de différences finies sont obtenus grâce aux formules de Taylor.[86]

$$u_{i-1} = u_i - \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \Delta x + \frac{\delta^2 u}{\delta x^2}_i \frac{\Delta x}{2} + \dots .ou u_{i-1} \text{ est défini en } u(x - \Delta x) \quad (\text{III.1})$$

$$u_{i+1} = u_i + \left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i \Delta x + \frac{\delta^2 u}{\delta x^2}_i \frac{\Delta x}{2} + \dots .ou u_{i+1} \text{ est défini en } u(x + \Delta x) \quad (\text{III.2})$$

En soustrayant les deux équations précédentes on obtient une approximation de la dérivée du premier ordre :

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i = \frac{u_{i+1} - u_{i-1}}{2\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{III.3})$$

En additionnant les deux équations (1.1) et (1.2) on obtient une approximation de la dérivée seconde :

$$\left(\frac{\delta^2 u}{\delta x^2}\right)_i = \frac{u_{i+1} + 2u_i - u_{i-1}}{\Delta x} + 0(\Delta x) \quad (\text{III.4})$$

III.8. Modélisation et résolution des équations de Navier-Stokes

Il existe bien des formes d'équations des Navier-Stokes. Nous n'en présenterons que certaines. La formulation différentielle de ces équations est la suivante :

- Équation de continuité (ou équation de bilan de la masse).

$$\frac{\delta(\varepsilon \rho_g)}{\delta t} + \Delta(\varepsilon \rho_g u_g) = 0 \quad \text{Equilibre de masse} \quad (\text{III.5})$$

- Équation de bilan de la quantité de mouvement.

$$\frac{\delta(\varepsilon \rho_g u_g)}{\delta t} + \Delta(\varepsilon \rho_g u_g u_g) = -\varepsilon \Delta P - \beta(u_g - v_p) - \Delta \varepsilon \tau + \varepsilon \rho_g \cdot g \quad \text{Equilibre des moments} \quad (\text{III.6})$$

Avec

$$\tau = - \left[\left(\mu_b - \frac{2}{3} \mu_g \right) (\Delta u) I + \mu_g \left[(\Delta u) + (\Delta u)^T \right] \right] \quad (\text{III.7})$$

μ_b « viscosité du fluide » et μ_g « viscosité de cisaillement »

$$\beta = 150 \cdot \frac{(1-\varepsilon)^2}{\varepsilon} \cdot \frac{\mu_g}{d_p^2} + 1.75(1-\varepsilon) \frac{\rho_g}{d_p} |u_g - v_p| \quad \text{pour } \varepsilon < 0.8 \quad (\text{III.8})$$

$$= \frac{3}{4} C_d \frac{\varepsilon(1-\varepsilon)}{d_p} \rho_g |u_g - v_p| \cdot \varepsilon^{-2.65} \quad \text{pour } \varepsilon > 0.8 \quad (\text{III.8})$$

Le paramètre de transfert de quantité de moment β dépend du nombre de Reynolds des particules.

$$\left\{ \begin{array}{l} C_d = \begin{cases} 0.44 & R_e \geq 1000 \\ \frac{24}{R_e} (1 + 0.15(R_{ep})^{0.687}), & R_e < 1000 \end{cases} \\ R_e = \frac{\varepsilon \rho_g |u - v| \cdot d_a}{\mu_g} \end{array} \right. \quad (\text{III.9})$$

Selon les deux axes (x ,y) on obtiens :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_y)}{\delta y} = 0 \\ \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_x)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_x \cdot u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_x \cdot u_y)}{\delta y} = -\varepsilon \frac{\delta P}{\delta x} - \beta \cdot (u_x - v_x) + \frac{4}{3} \varepsilon \mu_g \left[\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} \right] + \frac{\mu_g \cdot \varepsilon}{3} \cdot \frac{\partial^2 u_y}{\partial x \partial y} + \mu_g \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \\ \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_y)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_y \cdot u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_y \cdot u_y)}{\delta y} = -\varepsilon \frac{\delta P}{\delta y} - \beta (u_y - v_y) + \frac{4}{3} \varepsilon \mu_g \left[\frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right] + \frac{\mu_g \cdot \varepsilon}{3} \cdot \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial y} + \mu_g \cdot \varepsilon \frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} \\ - \varepsilon \cdot \rho_g \cdot g \end{array} \right. \quad (\text{III.10})$$

Nous allons voir comment effectuer la discrétisation des équations différentielles, puis comment résoudre le système d'équations obtenu avec une méthode itérative.

III.9. Discrétisation des équations différentielles 1et 2

III.9.1. Maillage

Le domaine carré est divisé avec un maillage dont les mailles sont carrées. On note h le pas d'espace du maillage. La figure suivante (Figure III.1) représente quelques mailles. Les valeurs initiales sont placées dans des nœuds différents. La pression $P=p/\rho_g$ dans le point (i,j) les composantes des vitesses u_x dans les points $(i+1,j)$ et les composantes des vitesses u_y dans les points $(i,j+1)$.

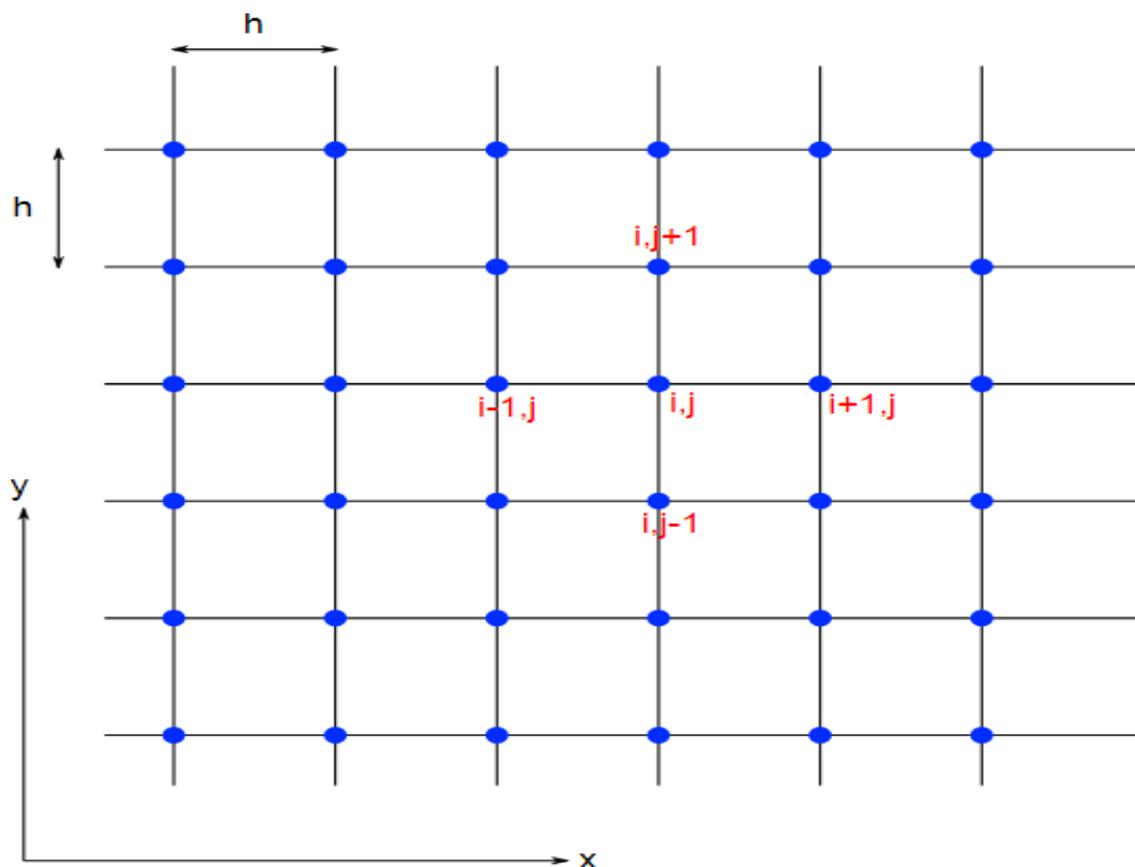


Figure III.2: Un maillage décritisé.

III.9.2. Discrétisation par différences finies

Nous allons maintenant discrétiser l'équation de continuité et l'équation de bilan de la quantité de mouvement en utilisant la méthode des différences finies. Cette méthode consiste à remplacer les dérivées par des différences finies, afin d'obtenir des équations vérifiées par les valeurs $U_{i,j}$ aux nœuds du maillage. Pour discrétiser une dérivée seconde, on utilise les développements de Taylor suivants ;

Différentielle	Discrétisation	Type
$\frac{\delta u}{\delta t}$	$\frac{u^{n+1} - u^n}{\Delta t}$	Ordre (h)
$\frac{\delta^2 u}{\delta x^2}$	$\frac{u_{i+1,j} - 2u_{i,j} + u_{i-1,j}}{\Delta x^2}$	Ordre (h ²)
$\frac{\delta u^2}{\delta x}$	$\frac{u_{i+1,j}^2 - u_{i-1,j}^2}{2\Delta x}$	
$\frac{\delta p}{\delta x}$	$\frac{p_{i+1,j} - p_{i,j}}{\Delta x}$	

Cette discrétisation est appliquée dans un premier temps aux équations des moments:

$$\begin{aligned}
(u_x)_{i+1,j}^{n+1} = & (u_x)_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x)_{i+2,j}^2 - (u_x)_{i,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_x u_y)_{i+1,j+1} - (u_x u_y)_{i+1,j-1} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i+2,j} - P_{i,j}) - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \mathcal{E}} \left[(u_x)_{i+1,j} - (v_x)_{i+1,j} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+3,j} - 2(u_x)_{i+1,j} + (u_x)_{i-1,j} \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_y)_{i+2,j+1} - (u_y)_{i,j+1} \right] - \left[(u_y)_{i+2,j-1} - (u_y)_{i,j-1} \right] \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+1,j+2} - 2(u_x)_{i+1,j} + (u_x)_{i+1,j-2} \right]
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
(u_x)_{i-1,j}^{n+1} = & (u_x)_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x)_{i,j}^2 - (u_x)_{i-2,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_x u_y)_{i-1,j+1} - (u_x u_y)_{i-1,j-1} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i,j} - P_{i-2,j}) - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \mathcal{E}} \left[(u_x)_{i-1,j} - (v_x)_{i-1,j} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+1,j} - 2(u_x)_{i-1,j} + (u_x)_{i-3,j} \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_y)_{i,j+1} - (u_y)_{i-2,j+1} \right] - \left[(u_y)_{i-2,j-1} - (u_y)_{i-2,j-1} \right] \right]
\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
(u_y)_{i,j+1}^{n+1} = & (u_y)_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_y)_{i,j+2}^2 - (u_y)_{i,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x u_y)_{i+1,j+1} - (u_x u_y)_{i-1,j+1} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j+2} - P_{i,j}) - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \mathcal{E}} \left[(u_y)_{i,j+1} - (v_y)_{i,j+1} \right] \\
& + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i,j+3} - 2(u_y)_{i,j+1} + (u_y)_{i,j-1} \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_x)_{i+1,j+2} - (u_x)_{i-1,j+2} \right] - \left[(u_x)_{i+1,j} - (u_x)_{i-1,j} \right] \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{\Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i+2,j+1} - 2(u_y)_{i,j+1} + (u_y)_{i-2,j+1} \right] - g \cdot \Delta t
\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
(u_y)_{i,j-1}^{n+1} = & (u_y)_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_y)_{i,j}^2 - (u_y)_{i,j-2}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x u_y)_{i+1,j-1} - (u_x u_y)_{i-1,j-1} \right] \\
& - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j} - P_{i,j-2}) - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \mathcal{E}} \left[(u_y)_{i,j-1} - (v_y)_{i,j-1} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i,j+1} - 2(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i,j-3} \right] \\
& - \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_x)_{i+1,j} - (u_x)_{i+1,j-2} \right] - \left[(u_x)_{i-1,j} - (u_x)_{i-1,j-2} \right] \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{\Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i+2,j-1} - 2(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i-2,j-1} \right] - g \Delta t
\end{aligned} \tag{11}$$

Puis nous écrivons ces équations sous les formes suivantes

$$(u_x)_{i+1,j}^{n+1} = A_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i+2,j} - P_{i,j}) \tag{a}$$

$$(u_x)_{i-1,j}^{n+1} = A_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i,j} - P_{i-2,j}) \tag{b}$$

$$(u_y)_{i,j+1}^{n+1} = A_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j+2} - P_{i,j}) \tag{c}$$

$$(u_y)_{i,j-1}^{n+1} = A_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j} - P_{i,j-2}) \tag{d}$$

$$\begin{aligned}
A_{i-1,j} = & (u_x)_{i-1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x)_{i,j}^2 - (u_x)_{i-2,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_x u_y)_{i-1,j+1} - (u_x u_y)_{i-1,j-1} \right] \\
& - \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \mathcal{E}} \left[(u_x)_{i-1,j} - (v_x)_{i-1,j} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+1,j} - 2(u_x)_{i-1,j} + (u_x)_{i-3,j} \right] \\
& + \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_y)_{i,j+1} - (u_y)_{i-2,j+1} \right] - \left[(u_y)_{i-2,j-1} - (u_y)_{i-2,j-1} \right] \right]
\end{aligned} \tag{1a}$$

De la même façon les autres paramètres sont donnés par la suite:

$$A_{i+1,j} = (u_x)_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x)_{i+2,j}^2 - (u_x)_{i,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_x u_y)_{i+1,j+1} - (u_x u_y)_{i+1,j-1} \right] \quad (1b)$$

$$- \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \varepsilon} \left[(u_x)_{i+1,j} - (v_x)_{i+1,j} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+3,j} - 2(u_x)_{i+1,j} + (u_x)_{i-1,j} \right]$$

$$+ \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_y)_{i+2,j+1} - (u_y)_{i,j+1} \right] - \left[(u_y)_{i+2,j-1} - (u_y)_{i,j-1} \right] \right]$$

$$+ \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_x)_{i+1,j+2} - 2(u_x)_{i+1,j} + (u_x)_{i+1,j-2} \right]$$

$$A_{i,j+1} = (u_y)_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_y)_{i,j+2}^2 - (u_y)_{i,j}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x u_y)_{i+1,j+1} - (u_x u_y)_{i-1,j+1} \right] \quad (1c)$$

$$- \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \varepsilon} \left[(u_y)_{i,j+1} - (v_y)_{i,j+1} \right]$$

$$+ \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i,j+3} - 2(u_y)_{i,j+1} + (u_y)_{i,j-1} \right]$$

$$+ \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_x)_{i+1,j+2} - (u_x)_{i-1,j+1} \right] - \left[(u_x)_{i+1,j} - (u_x)_{i-1,j} \right] \right] - g \cdot \Delta t$$

$$A_{i,j-1} = (u_y)_{i,j-1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} \left[(u_y)_{i,j}^2 - (u_y)_{i,j-2}^2 \right] - \frac{\Delta t}{\Delta x} \left[(u_x u_y)_{i+1,j-1} - (u_x u_y)_{i-1,j-1} \right] \quad (1d)$$

$$- \frac{\beta \cdot \Delta t}{\rho_g \cdot \varepsilon} \left[(u_y)_{i,j-1} - (v_y)_{i,j-1} \right] + \frac{4 \cdot \mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta y^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i,j+1} - 2(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i,j-3} \right]$$

$$+ \frac{\mu \cdot \Delta t}{3 \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \rho_g} \left[\left[(u_x)_{i+1,j} - (u_x)_{i+1,j-2} \right] - \left[(u_x)_{i-1,j} - (u_x)_{i-1,j-2} \right] \right]$$

$$+ \frac{\mu \cdot \Delta t}{\Delta x^2 \cdot \rho_g} \left[(u_y)_{i+2,j-1} - 2(u_y)_{i,j-1} + (u_y)_{i-2,j-1} \right] - g \Delta t$$

Equation de continuité ou équilibre de masse s'écrit :

$$\frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g)}{\delta t} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(\varepsilon \cdot \rho_g \cdot u_y)}{\delta y} = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{\delta(u_x)}{\delta x} + \frac{\delta(u_y)}{\delta y} = 0$$

La discrétisation de ces équations par différences finies donne:

$$\frac{(u_x)_{i+1,j}^{n+1} - (u_x)_{i-1,j}^{n+1}}{\Delta x} + \frac{(u_y)_{i,j+1}^{n+1} - (u_y)_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta y} = 0 \quad (e)$$

On remplace les équations a,b,c,d dans l'équation (e) :

$$\frac{1}{\Delta x} \left[A_{i+1,j} - \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i+2,j} - P_{i,j}) - A_{i-1,j} + \frac{\Delta t}{\Delta x} (P_{i,j} - P_{i-2,j}) \right] + \frac{1}{\Delta y} \left[A_{i,j+1} - \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j+2} - P_{i,j}) - A_{i,j-1} + \frac{\Delta t}{\Delta y} (P_{i,j} - P_{i,j-2}) \right] = 0$$

d'où

$$\frac{P_{i+2,j} - 2P_{i,j} + P_{i-2,j}}{(\Delta x)^2} + \frac{P_{i,j+2} - 2P_{i,j} + P_{i,j-2}}{(\Delta y)^2} = \frac{A_{i+1,j} - A_{i-1,j}}{\Delta x \cdot \Delta t} + \frac{A_{i,j+1} - A_{i,j-1}}{\Delta y \cdot \Delta t}$$

Avec $\Delta x = \Delta y = h$ on obtient l'équation de Poisson

La méthode de Laplace de quatre points est appliquée pour une itération de calcul, pour résoudre l'équation de Poisson :

$$\nabla^2 P_{i,j} = \frac{(P_{i+2,j} + P_{i-2,j} + P_{i,j+2} + P_{i,j-2} - 4P_{i,j})}{(\Delta x)^2 \cdot (\Delta y)^2} = \frac{1}{\Delta t \cdot (\Delta x) \cdot (\Delta y)} [A_{i+1,j} + A_{i-1,j} + A_{i,j+1} - A_{i,j-1}] \quad (f)$$

$$P_{i,j}^* = \frac{\Delta x^2 \cdot \Delta y^2}{2\Delta t} \left[-\frac{\Delta t}{\Delta x^2} (P'_{i+2,j} + P'_{i-2,j}) - \frac{\Delta t}{\Delta y^2} (P'_{i,j+2} + P'_{i,j-2}) + \left[\frac{1}{\Delta x} [(u_x)_{i+1,j} - (u_x)_{i-1,j}] + \frac{1}{\Delta y} [(u_y)_{i,j+1} - (u_y)_{i,j-1}] \right] \right] \quad (g)$$

Les pressions et les vitesses sont données en deux composantes initiales et corrigées:

$$P = P^* + P' \quad u_x = u_x^* + u_x' \quad u_y = u_y^* + u_y'$$

d'ou le symbole (*) indique la partie initiale et le symbole (') indique la partie corrigée.

Equation (g) est utilisée pour tous les points intérieurs de la maille. Quand une étape de la procédure d'itération est accomplie, on doit vérifier si la solution converge, ceci peut être simplement examiné par un accroissement maximum de la valeur de pression dans la maille si cette valeur est comparée à une certaine valeur (ξ) de référence.

Le système d'équations linéaires de Poisson (f) s'écrit :

$$\frac{1}{h^2} \begin{Bmatrix} & 1 & \\ 1 & -4 & 1 \\ & 1 & \end{Bmatrix} \cdot P_{i,j} = \frac{1}{h \cdot \Delta t} [A_{i+1,j} - A_{i-1,j} + A_{i,j+1} - A_{i,j-1}]$$

III.9.3. Conditions limites

La méthode de SIMPLER aux conditions de limites est appliquée comme suit: La simple expression $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$ d'ou n est la normale aux parois, pour $i=0,1 \dots N_{x-1}$ points de la maille on applique :

$$P_{i,0} = P_{i,1} \text{ ceci donne } P_{1,0} = P_{1,1}, P_{2,0} = P_{2,1}, P_{3,0} = P_{3,1} \text{ etc. et } P_{i,ny-1} = P_{i,ny-2}$$

Cette procédure est appliquée aux parois supérieures et inférieures, respectivement.

Pour les vitesses on suppose des conditions de limites sans glissement, donc on a des valeurs nulles de vitesses pour chaque paroi. Donc pour chaque $j=0 \dots N_{y-1}$ on pose :

$$(u_y)_{0,j} = 0 \quad \text{et} \quad (u_y)_{nx-1,j} = 0$$

La même procédure est appliquée pour la vitesse (u_x) pour $i=0 \dots N_{x-1}$ et pour $j=0 \dots N_{y-1}$.

Pour une cavité en mouvement posons (u_x) égale à 1 pour $j=0$ ligne. Le problème est de fixer les conditions de limites aux autres parois d'où aucun point de vitesse n'est présent. On peut évaluer ces vitesses tout simplement par une interpolation linéaire, on utilisant les vitesses de proximités des points de la maille, donc pour la vitesse u et pour chaque $j=0 \dots N_{y-1}$

on pose: $(u_x)_{0,j} = -\frac{2}{3}(u_x)_{1,j}$ et $(u_x)_{nx-2,j} = -\frac{2}{3}(u_x)_{nx-3,j}$ Les mêmes conditions sont utilisées

pour les autres parois et vitesses (u_y) .

III.9.4. Résolution des systèmes linéaires

Il existe deux grandes familles de méthodes de résolution :

III.9.4.1. Les méthodes directes :

qui permettent de résoudre le système soit par triangularisation ou soit par factorisation de la matrice A. Les principales méthodes sont :

- Le pivot de Gauss .
- La factorisation LU.
- La factorisation de Cholesky.
- Les factorisations de Householder et QR.

Ces méthodes sont utilisées pour les matrices pleines et les petits systèmes (n peu élevé).[87]

Les méthodes directes sont cependant peu efficaces et peuvent présenter des problèmes de stabilité pour les très grands systèmes. On préfère utiliser une méthode itérative comme la méthode de Jacobi ou celle de Gauss-Seidel.

III.9.4.2. Les méthodes itératives:

Ces méthodes induisent un processus itératif par construction d'une suite de vecteur qui converge vers la solution du système. A chaque itération $k + 1$, un vecteur $X^{(k+1)}$ est évalué à partir du vecteur de l'itération précédente $X^{(k)}$, ce qui peut s'écrire sous forme matricielle.

$$MX^{k+1} = NX^k + B$$

Où le matrice M et N vérifient : $M-N=A$

Les principales méthodes sont :

- Méthode de Jacobi
- Méthode de Gauss-Seidel (avec ou sans relaxation)
- Méthode du gradient conjugué (avec ou sans préconditionnement)

Ces méthodes sont utilisées pour les matrices creuses et les grands systèmes.[87]

- **Méthode de Jacobi**

La méthode de Jacobi est une méthode itérative [88] de résolution d'un système d'équations linéaires. Une méthode itérative consiste à partir d'une matrice $U^{(0)}$ comportant des valeurs initiales nulles, puis à appliquer une relation de récurrence pour calculer une suite de matrices $U^{(k)}$.

La méthode de Jacobi nécessite, à chaque itération, le calcul d'une nouvelle matrice. On lui préfère généralement la méthode de Gauss-Seidel, un peu plus efficace et ne nécessitant qu'une seule matrice.

- **méthode de Gauss-Seidel**

La méthode de Gauss-Seidel est une amélioration de la méthode de Jacobi, consistant à modifier la matrice en ligne, c'est-à-dire sans créer une nouvelle matrice.

La matrice est parcourue par lignes successives, en partant de la ligne $j = 1$ (on utilise la numérotation précisée plus haut, avec les rangées fictives). Pour chaque ligne, l'indice de colonne i va de 1 à N . Le parcours complet de la matrice est appelé itération de Gauss-Seidel. Chaque élément de la matrice est modifié en utilisant ses 4 voisins, de la manière suivante :

$$U_{i,j} \leftarrow \frac{1}{C_{i,j}} (F_{i,j} - D_{i,j}U_{i+1,j} - G_{i,j}U_{i-1,j} - B_{i,j}U_{i,j+1} - H_{i,j}U_{i,j-1})$$

La modification de $U_{i,j}$ fait appel à deux points déjà calculés au cours de la même itération : le point situé à sa gauche et le point situé en dessous. La relation de récurrence s'écrit donc :

$$U_{i,j} = \frac{1}{C_{i,j}} (F_{i,j} - D_{i,j}U^{(K)}_{i+1,j} - G_{i,j}U^{(K+1)}_{i-1,j} - B_{i,j}U^{(K)}_{i,j+1} - H_{i,j}U^{(K+1)}_{i,j-1})$$

III.10. Algorithme Simpler:

L'algorithme SIMPLER (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations) a été créé par Patankar et Spalding en 1972. C'est une procédure itérative pour calculer la pression et la vitesse, en utilisant le maillage décalé.

III.10.1. Les étapes à suivre dans l'algorithme de SIMPLER

L'algorithme révisé consiste à résoudre l'équation de pression pour obtenir le champ de pression et à résoudre l'équation de correction de pression uniquement pour corriger les vitesses. La séquence des opérations peut être formulée comme suit: [89]

- 1) Commencez avec un champ de vitesse supposé.
- 2) Calculez les coefficients pour les équations de quantité de mouvement et donc calculez \hat{u} \hat{v} \hat{w} à partir des équations de quantité de mouvement en substituant la valeur des vitesses u_{nb} voisines.
- 3) Calculez les coefficients de l'équation de pression et résolvez-la pour obtenir le champ de pression.
- 4) En traitant ce champ de pression comme P^* , résolvez l'équation de quantité de mouvement pour obtenir u^* , v^* , w^* .
- 5) Calculez la source de masse et résolvez donc l'équation $p^{\wedge\{}$.
- 6) Corrigez le champ de vitesse à l'usage, en ne corrigeant pas la pression.
- 7) Résolvez les équations de discrétisation pour d'autres φ si nécessaire.

8) Revenez à l'étape 2 et répétez jusqu'à convergence.

III.10.2. Organigramme d'après la méthode SIMPLER

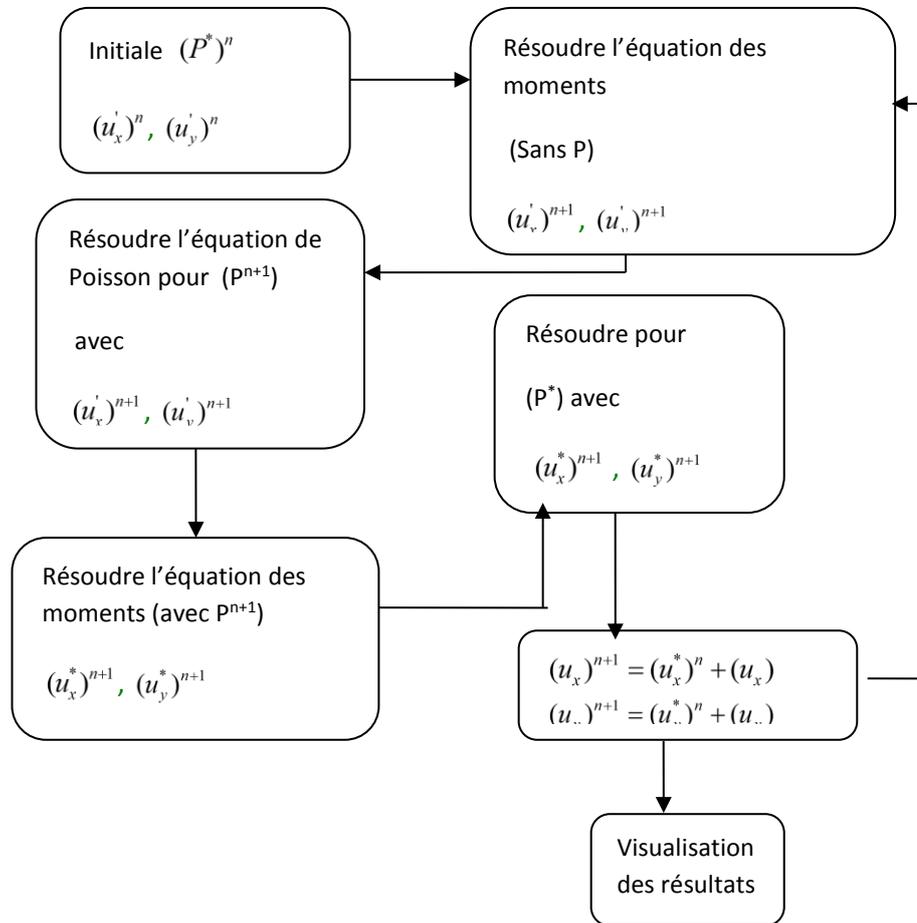


Figure III.3: Organigramme d'après la méthode SIMPLER

Maintenant il nous reste de faire un programme pour connaître l'évolution du pression et le champs de vitesse dans chaque point dans le domaine de calcule et faire tout ça sous forme visuelle graphe pour une étude précis sur l'évolution des deux paramètre les plus important (champ de vitess et la pression) dans le lits des particules.

III.11 Codage

L'étape finale dans la simulation d'un tel phénomène après avoir développé la solution numérique et déterminé l'algorithme avec lequel la solution finale peut être obtenue, le choix du langage de programmation est très importante. Ce choix est pris avec soin en tenant compte des différents facteurs qui pourraient affecter la rapidité et l'efficacité de ce processus.

Cependant, à des fins pratiques, pour éviter de passer par le travail rigoureux d'écriture d'un code aussi long et compliqué, la plupart des scientifiques utilisent des codes commerciaux.

III.12. Les codes commerciaux de CFD

Jusqu'à récemment l'utilisateur du CFD a été un spécialiste, qualifié probablement au niveau doctoral, travaillant dans un département de recherches et de développement. Maintenant, malgré cela, cette technologie est plus largement disponible et elle est apportée hors du laboratoire de recherches et elle est utilisée par beaucoup plus de personnes. Cette utilisation est en croissance, il y a maintenant de nombreux logiciels commerciaux de CFD sur le marché, où il n'est pas nécessaire que les utilisateurs doivent écrire leurs propres programmes afin d'obtenir des résultats d'un écoulement. Il est clair que les applications de CFD des différents problèmes ne peuvent être faites qu'avec un matériel (hardware) et un logiciel (software). Plusieurs publications et livres sont disponibles actuellement ont le but pour aider les scientifiques et les ingénieurs de comprendre comment ces logiciels peuvent être utilisés pour prévoir le mouvement des fluides dans une grande variété de situations [62].

III.13. Choix de langage

Le choix traditionnel des informaticiens travaillant sur des simulations CFD était FORTRAN et C++, et la plupart des codes CFD commerciaux sont construits à l'aide de ces deux langages. Ces langues sont choisies pour leur temps d'exécution supposément rapide et leur valeur historique en tant que premières langues à entrer et dominer au sein de la communauté scientifique. FORTRAN est considéré comme le plus largement utilisé des deux. Cependant, de nouveaux langages de programmation apparaissent comme des outils prometteurs avec une meilleure syntaxe, ce qui les rend faciles à apprendre et plus accessibles. Python en particulier a un grand potentiel, surtout maintenant qu'il a une large communauté, qui fournit une grande variété de sous-routines et de bibliothèques déjà créées. MATLAB est également un autre outil qui a un public respectable, bien qu'il ait l'inconvénient d'être beaucoup plus lent que python ou des langages plus basiques comme FORTRAN et C++. JULIA est un autre nouveau langage prometteur, qui est promu au même niveau de vitesse que FORTRAN et C/C++ tout en conservant la syntaxe simple de python. Cela le rend plus avantageux. Cependant, comme il s'agit d'un langage nouvellement né, il a une petite communauté d'utilisateurs, ce qui rend sa bibliothèque bien plus pauvre par rapport

à python. En tenant compte de cela, nous proposons que python soit le choix le plus logique et le plus à jour dans notre cas.

Conclusion Générale

Conclusion générale

Dans ce travail nous avons fait une étude théorique sur la fluidisation gaz-solide, plus précisément sur la fluidisation des poudres fines (ciment).

Nous avons trouvé que cette catégorie de poudre est caractérisée par les forces inter-particulaires très élevées et que la fluidisation de ces dernier est possible sous forme des agglomérats individualisés.

Lors de la décharge de la poudre de ciment dans les silos, de nombreux phénomènes regrettables peuvent se produire. Certains sont liées à un écoulement en cheminée, d'autres peuvent se créer indépendamment du type d'écoulement comme le Phénomène de voûtage qu'il s'agit de la construction d'une voûte fixe, au-dessus de l'orifice de vidange qui bloque l'écoulement du poudre de ciment.

D'où on peut appliquer la technique de fluidisation au niveau des silos de stockage des poudres de ciment afin de vaincre les forces inter-particulaires et rende la décharge de ces poudre parfait.

Dans la partie de modélisation nous avons basé sur l'approche eulérienne qui traite la partie de solides comme une deuxième phase continue. Puis nous avons fait la discrétisation des équations de Navier Stokes par la méthode des différences finis, après nous avons proposé une méthode itérative (méthode de Gauss- Seidel) pour faire la résolution des systèmes d'équation algébrique. Nous avons proposé que python soit le choix le plus logique et le plus à jour dans notre cas.

Références bibliographique

Référence bibliographiques

- [1] W. Senadeera, B.R. Bhandari, G. Young, B. Wijesinghe, Methods for effective fluidization of particulate food materials, Dry. Technol. 18 (7) (2000) 1537–1557.
- [2] Rahmani Bouzina Salaheddine « etude numerique de l'écoulement dans la chambre d'espace d'un lit fluidise tourbillonnant ».thèse de magister. Université des Sciences et de la Technologie Mohammed BOUDIAF-Oran. 25 /01/2012.
- [3] Mikel LETURIA. Fluidisation gaz-solide. Bases et théorie. techniques-ingenieur.J4100.
- [4] M.Houdé, “Conception d'un réacteur triphasé à fluidisation gaz-solide Application à la synthèse en continu des magnésiens d'halogénures gazeux”, thèse de doctorat, 1990.
- [5] Gibilaro L.J., HOSSAIN G.: “Aggregate behaviour of liquid fluidized beds”. Can. J. Chem. Eng, 64, 931, 1986.
- [6] Shakourzadeh K, “Techniques de fluidisation”, technique de l'ingénieur, j3390, 2002.
- [7] Roger Dumont, “Les Applications Industrielles Des Lits Fluidisés”, Edition Masson-Paris, 1980.
- [8] Di Felice R., “Hydrodynamics of liquid fluidisation”. Chem. Eng. Sci. 50, 8, 1213-1245, 1995
- [9] Badens Elisabeth, “Mise en forme de principes actifs pharmaceutiques en phase supercritique”, technique de l'ingénieur, 2013.
- [10] M. PIERRE LASSEGUE. « Oxydation en lit fluidisé et dépôt de métaux par CVD en lit fluidisé sur nanotubes de carbone multi-parois - Application à l'industrie aéronautique .» Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse).2016.
- [11] M. leturia and K. Saleh, “Fluidisation gaz-solide - bases et théorie,” Tech. Ing., vol. J4100, p. 30, 2014.
- [12] W. Yao, G. Guangsheng, W. Fei, and W. Jun, “Fluidization and agglomerate structure of SiO₂ nanoparticles,” Powder Technol., vol. 124, pp. 152–159, 2002.

- [13] F. Vanni, “Etude du procédé de CVD en lit fluidisé en vue de revêtir des particules denses pour applications nucléaires,” Ph.D, Institut National Polytechnique de Toulouse, France, 2015.
- [14] K. Shakourzadeh, “Techniques de fluidisation,” Tech. Ing., vol. J3390, p. 24, 2002.
- [15] K. Rietema, « The effect of interparticle forces on the expansion of a homogeneous gas-fluidised bed », Chemical Engineering Science, vol. 28, no 7, p. 1493- 1497, juill 1973.
- [16] Trambouse et al, “ Les réacteurs chimiques’’, édition technip, Paris 1984.
- [17] Emilian K, “Aide-mémoire génie chimique’’, édition 3 DUNOD, 2009.
- [18] BOUNACEUR Arezki. Interaction lit fluidisé de particules solides-rayonnement solaire concentré pour la mise au point d’un procédé de chauffage de gaz à plus de 1000 K Directeurs. Thèse de doctorat d’état en énergétique, présentée à l’Ecole nationale supérieure des mines de paris, 2008.
- [19]. Geldart, D. Types of gas fluidization. Powder Technol. 7, 285–292 (1973).
- [20] <https://hmf.enseeiht.fr/travaux/projnum/book/export/html/1426>.
- [21]. Benjamin Cluet “Evaluation de la ségrégation de la biomasse dans un lit fluidisé et modélisation globale du procédé de gazéification”.these doctorat. Université de Lorraine.2014.
- [22]. Pyle, D. L. & Rose, P. L. Chemical reaction in bubbling fluidized beds. Chem. Eng. Sci. 20, 25– 31 (1965).
- [23]. Kunii, D. & Levenspiel, O. Fluidization Engineering. 2nd edition, (Butterworth-Heinemann, 1991).
- [24]. Baerns, M. Fluidization of fine particles. in (Amsterdam, Netherlands University Press, 1967).
- [25].Squires, A.M. Species of fluidization. Chem Eng Progr 58, (1962).
- [26] Mikel LETURIA. Fluidisation gaz-solide. Particules fines et nanoparticules. techniques-ingenieur. J4101.

- [27] J. Chaouki, C. Chavarie, D. Klvana, et G. Pajonk, « Effect of interparticle forces on the hydrodynamic behaviour of fluidized aerogels », *Powder Technology*, vol. 43, no 2, p. 117- 125, juill. 1985.
- [28] S. Morooka, K. Kusakabe, A. Kobata, et Y. Kato, « Fluidization state of ultrafine powders. », *J. Chem. Eng. Japan / JCEJ*, vol. 21, no 1, p. 41 - 46, 1988.
- [29] A.W. Pacey et A.W. Nienow, « Fluidisation of fine and very dense hardmetal powders », *Powder Technology*, vol. 60, no 2, p. 145- 158, févr. 1990.
- [30] Amine El Mansouri « developpement de la technologie cvd a lit fluidisé pour l'enrobage de poudres ceramiques par du pyrocarbone ».thèse doctorat.Université de Bordeaux.2021
- [31] W. Yao, G. Guangsheng, W. Fei, et W. Jun, « Fluidization and agglomerate structure of SiO₂ nanoparticles », *Powder Technology*, vol. 124, no 1 - 2, p. 152- 159, avr. 2002.
- [32] C. Zhu, Q. Yu, R.N. Dave, et R. Pfeffer, « Gas fluidization characteristics of nanoparticle agglomerates », *AIChE Journal*, vol. 51, no 2, p. 426- 439, 2005.
- [33] C.H. Nam, R. Pfeffer, R.N. Dave, et S. Sundaresan, « Aerated vibrofluidization of silica nanoparticles », *AIChE J.*, vol. 50, no 8, p. 1776- 1785, août 2004.
- [34] L. F. Hakim, J. L. Portman, M. D. Casper, et A. W. Weimer, « Aggregation behavior of nanoparticles in fluidized beds », *Powder Technology*, vol. 160, no 3, p. 149- 160, déc. 2005.
- [35] M. DYKE, *An Album of Fluid Motion*. Parabolic Press, Inc., 1982.
- [36] Jeff NGOMA.” Étude numérique et expérimentale de la déstabilisation des milieux granulaires immergés par fluidisation”.these doctorat.Université d’AIX MERSSEILLE.2015.
- [37] A. BASSET, *A treatise on hydrodynamics*. Dover, 1888.
- [38] H. C. Hamaker, « The London-van der Waals attraction between spherical particles », *Physica* 4, 1058, 1937.
- [39] J. Visser, « van der Waals and other cohesive forces affecting powder fluidization », *Powder Technol.*, vol.58, p. 1-10, oct.1989.
- [40]K. Rietema, « The effect of interparticle forces on the expansion of a homogeneous gas-fluidised bed », *Chemical Engineering Science*, vol. 28, no 7, p. 1493-1497, juill 1973.

- [41] L. Massimilla et G. Donsi, « Cohesive forces between particles of fluid-bed catalysts », Powder Technology, vol. 15, no 2, p. 253- 260, nov. 1976.
- [42] J. Krupp, « Particle adhesion theory and experiment », Advances in Colloid and Interface Science, vol. 1, no 2, p. 111- 239, mai 1967.
- [43] S. G. Leon Escalante, G. Dominguez, et G. Touchard, « Phénomènes électrostatiques dans les lits fluidisés et nouvelle méthode pour la mesure de la vitesse minimale de fluidisation dans les matériaux pulvérulents », Journal of Electrostatics, vol. 60, no 1, p. 1- 13, janv. 2004.
- [44] J. P. K. Seville, C. D. Willett, et P. C. Knight, « Interparticle forces in fluidisation: a review », Powder Technology, vol. 113, no 3, p. 261- 268, déc. 2000.
- [45] :www.svt.ac-versailles.fr
- [46] :www.ens-prof.ac-dijon.fr.
- [47] : J.M.Auvray, "Elaboration et caractérisation à haute température de bétons réfractaire à based'alumine Spinelle" thèse de doctorat, université de Limoges Science et technologie de santé 2003.
- [48] :RACHI LEILA et DENDANI MOHAMED AMINE. «Influence des différents granulométries des agrégats sur le comportement mécaniques du béton ordinaire ».Université de M'HAMED BOUGARA –BOUMERDES. Mémoire de master. 2017.
- [49] W. Beverloo, H. Leniger, and J. van de Velde. The flow of granular solids through orifices. Chemical Engineering Science, 15(3–4) :260 – 269, 1961. ISSN 0009-2509.
- [50] M. FRANÇOIS AUDARD. « Modélisation Eulérienne de la vidange d'un silo et de l'expansion du panache ». Institut National Polytechnique de Toulouse (INP Toulouse). 2016.
- [51] A. Jenike. Gravity flow of bulk solids. university of utah engineering experiment station. Bulletin, 108, 1961.
- [52] K. SALEH, P. GUIGON. Mise en oeuvre des poudres -Stockage et écoulement des silos - Techniques de l'ingénieur- 10 mars 2012.

- [53] C.DEGOUET. Caractérisation de matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux : Mise en oeuvre d'une méthode d'investigation expérimentale et numérique, Université de Bretagne occidentale - Brest, 2005. Français.
- [54] Schulze, Dietmar, Schwedes, J., & Carson, J. W. (2008). Flow properties of bulk solids. In D. Schulze (Ed.), *Powders and bulk solids: Behavior, characterization, storage and flow* (Springer, pp. 36–73). <https://doi.org/10.1007/978-3-540-73768-1>
- [55] Oumaima Chaib. « Prédiction de profils d'écoulement granulaire et de la contrainte normale en fonction des propriétés de friction ». Thèse de doctorat. Université de Sherbrooke. Juillet 2020.
- [56] ABRIAK N., Ecoulement d'un milieu granulaire à travers un orifice, Thèse, 1991.
- [57] Cédric Degouet « Caractérisation des matériaux granulaires et de leurs écoulements dans les silos verticaux ». Thèse de Doctorat. Université de Bretagne, 2005.
- [58] M. LOMBARDINI, N. TRIMBOUR, H. JOYEAU, R. SANDOVAL, W. BOUTU, P. DAKHEL., Milieux granulaires dans un silo, MAI 2002.
- [59] I. Zuriguel, A. Garcimartin, D. Maza, L. A. Pugnaloni, and J. Pastor. Jamming during the discharge of granular matter from a silo. *Physical Review E*, 71(5) :051303, 2005.
- [60] Abdelkader Hammouti. « Simulation numérique directe en différence finie de l'écoulement d'un fluide incompressible en présence d'interfaces rigides ». *Matériaux et structures en mécanique*. Ecole des Ponts ParisTech, 2009. Français.
- [61] David Frederick FLETCHER .Catherine XUEREB. mécanique des fluides numérique. techniques-ingenieur. Date de publication : 10 déc. 2004.
- [62] Rahmani Bouzina Salaheddine . etude numerique de l'ecoulement dans la chambre d'espace d'un lit fluidise tourbillonnant .these de magister. Université des Sciences et de la Technologie Mohammed BOUDIAF-Oran. 25 /01/2012.
- [63] Bastien Delacroix « Développement d'un modèle CFD-DEM en référentiel non-inertiel pour des applications au mélange solide-liquide. » Université de Montréal. Département de génie chimique. Décembre 2019.

- [64] Gilles ISENMANN. Approche Euler-Lagrange pour la modélisation du transport solide dans les ouvrages de décantation .these doctorat.Université de Strasbourg.2016.
- [65] Y. Yoshida, T. Katsumoto, S. Taniguchi, A. Shimosaka, Y. Shirakawa et J. Hidaka, “Prediction of viscosity of slurry suspended fine particles using coupled DEM-DNS simulation,” *Chemical Engineering*, vol. 32, 2013.
- [66] G. Micale, F. Grisafi, L. Rizzuti et A. Brucato, “CFD simulation of particle suspension height in stirred vessels,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 82, no. 9, p. 1204–1213, 2004.
- [67] A. Tamburini, A. Cipollina, G. Micale, A. Brucato et M. Ciofalo, “CFD simulations of dense solid–liquid suspensions in baffled stirred tanks : Prediction of the minimum impeller speed for complete suspension,” *Chemical engineering journal*, vol. 193, p. 234–255, 2012.
- [68] A. Tamburini, A. Cipollina, G. Micale, A. Brucato et M. Ciofalo, “CFD simulations of dense solid–liquid suspensions in baffled stirred tanks : Prediction of suspension curves,” *Chemical Engineering Journal*, vol. 178, p. 324–341, 2011.
- [69] Alessandro Tamburini, Andrea Cipollina et Giorgio Micale, “Cfd simulation of solid liquid suspensions in baffled stirred vessels below complete suspension speed,” *Chemical Engineering Transactions*, vol. 24, p. 1435–1440, avr. 2011.
- [70] A. Tamburini, A. Brucato, A. Cipollina, G. Micale et M. Ciofalo, “CFD predictions of sufficient suspension conditions in solid-liquid agitated tanks,” *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, vol. 13, no. 6, p. 427–443, 2012.
- [71] A. Tamburini, A. Cipollina, G. Micale, A. Brucato et M. Ciofalo, “CFD simulations of dense solid–liquid suspensions in baffled stirred tanks : Prediction of solid particle distribution,” *Chemical engineering journal*, vol. 223, p. 875–890, 2013.
- [72] L. Fradette, P. A. Tanguy, F. Bertrand, F. Thibault, J.-B. Ritz et E. Giraud, “CFD phenomenological model of solid–liquid mixing in stirred vessels,” *Computers & Chemical Engineering*, vol. 31, no. 4, p. 334 – 345, 2007.
- [73] P. Mishra et F. Ein-Mozaffari, “Critical review of different aspects of liquid-solid mixing operations,” *Reviews in Chemical Engineering*, vol. 0, no. 0, 2019.

- [74] D. C. Russ et R. E. Berson, “Computationally determined just suspended speed using multiphase mean age theory,” *Chemical Engineering Research and Design*, vol. 114, p. 13–17, 2016.
- [75] L. Xie et Z.-H. Luo, “Modeling and simulation of the influences of particle-particle interactions on dense solid–liquid suspensions in stirred vessels,” *Chemical Engineering Science*, vol. 176, p. 439–453, 2018.
- [76] Claude Louis Marie Henri Navier, *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences, Paris*, Vol. 6, p. 389-416, 1823.
- [77] George Gabriel Stokes, *Transactions of Cambridge Philosophical Society*, Vol. 8, p. 287–305, 1845.
- [78] Isabelle Gallagher, « Autour des équations de Navier-Stokes » [archive], sur images.math.cnrs.fr, 28 janvier 2010 (consulté le 25 janvier 2017).
- [79] Augustin Louis Cauchy, *Sur l'équilibre et le mouvement des liquides et des fluides élastiques*, *Mémoire de l'Académie Royale des Sciences*, 1829, t. 11, p. 413-418
- [80] Siméon Denis Poisson, *Mémoire sur les équations générales de l'équilibre et du mouvement des corps solides élastiques et des fluides*, lu à l'Académie royale des sciences le 12 octobre 1829 avant publication au 20e cahier du *Journal de l'École polytechnique*, 1830, t. 13, p. 394-412.
- [81] Dr. Mehri Allaoua “Méthode des différences finies pour les équations aux dérivées partielles.” Université 08 mai 1945 Guelma. 2018/2019.
- [82] Eric Goncalvès. « Résolution numérique, discretisation des EDP et EDO ». Institut national polytechnique de Grenoble. septembre 2005.
- [83] A. Ern and J.-L. Guermond. *Theory and Practice of Finite Elements*. Springer, 2004.
- [84] Leticia Fernandez Moguel. *Ingeniero Químico Industrial. Modélisation par CFD de la précipitation du carbonate de baryum en réacteur à lit fluidisé*. l'institut national polytechnique de Lorraine. 9 novembre 2009.
- [85] Pascal GALON. *Méthode des Volumes Finis pour les écoulements compressibles : Analyse Bibliographique*. 15/12/2003.

- [86] https://perso.univ-lyon1.fr/marc.buffat/COURS/COURSDF_HTML/node6.html.
- [87] Eric Goncalvès. Methodes, analyse et calculs numeriques. Institut polytechnique de Grenoble. Septembre 2005.
- [88] W.H. Press, S.A. Teukolsky, W.T. Vetterling, B.P. Flannery, Numerical recipes, the art of scientific computing, (Cambridge University Press, 2007).
- [89] Patankar, SV (1980) , Transfert de chaleur numérique et écoulement de fluide , Hemisphere Publishing Corporation, Taylor & Francis Group, New York. ISBN-13 : 978-0891165223.
- [90] Djamel Turki. Messaoud SAIDANI. El-Habib BELARBI.Nouria Ftah, Investigation of the effect of consolidation on cement flow behaviour. Advances in cement research, 32(7), pp. 315–322
- [91] WA Beverloo, HA Leniger, van de Velde, Le flux de solides granulaires à travers orifices, Chem. Ing. Sci. 15 (1961) 260–269.
- [92] BJ Crewdson, AL Ormond, RM Nedderman, Air-empêché de décharge de fines particules d'une trémie, Powder Technol. 197 (1977) 197–207.
- [93] TM Verghese, RM Nedderman, Le rejet des sables fins des trémies coniques, Chem. Ing. Sci. 507 (1995) 3143–3153.
- [94] D. Bideau, A. Hansen, Disorder and Granular Media, North Holland, 1993.
- [95] X. Wu, KJ Måløy, A. Hansen, M. Ammi, D. Bideau, Why hour glasses tick, Phys.Rev.Lett. 71 (1993) 1363.
- [96] A. Janda, R. Harich, I. Zuriguel, D. Maza, P. Cixous, A. Garcimartin, Fluctuations de débit dans le déversement des grains d'un silo bidimensionnel, Phys. Rev. E 791 (2009) 031302.