

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET
FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT DE GÉNIE MÉCANIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du diplôme de Master

Domaine : Sciences & Technologie

Filière : Génie Mécanique

Parcours : Master

Option : Énergétique

THÈME

Etude numérique de l'écoulement d'un fluide viscoplastique à travers une singularité : élargissement brusque

Préparé par : M. MAKBOUL Mohamed Amine Abdelhak

M. BOURABAH Naceur

Devant le jury :

Noms et prénoms	Grade	Lieu d'exercice	Qualité
ABED Belkacem	MCA	UIK Tiaret	Président
MEKROUSSI Said	MCA	UIK Tiaret	Examineur
SAD CHEMLOUL Nord-Eddine	MCA	UIK Tiaret	Encadreur

Dédicace

...à ma famille

MAKBOUL Mohamed Amine

2018/2019

Dédicace

Je dédie ce modeste travail qui n'aura jamais pu voir le jour sans les soutiens Indéfectibles et sans limite de mes chers parents que grâce à eux je puisse arriver à ce que je suis aujourd'hui.

Que dieu vous protège et que la réussite soit toujours à ma portée pour que je puisse vous combler de bonheur.

BOURABAH Naceur

Remerciements

Tout d'abord, Nous tenons à remercier le bon Dieu le tout Puissant de nous avoir donné la force et le courage de mener à bien ce modeste travail, également nous remercions infiniment nos parents, qui nous encouragé et aidé à arriver à ce stade de cette formation.

Nos remerciements vont à M. Nouredine SAD CHEMLOUL notre encadreur pour nous avoir guidé pour la réalisation de ce projet.

Nos plus grands remerciements vont à M. Boutkhil GUEMMOUR le chef de département de génie mécanique à M. Mokhtar BEKHADRA pour leurs aides et les nombreux conseils qu'ils nous prodigués tout au long de ce travail.

Nous remercions ensuite l'ensemble des membres du jury, qui nous ont fait l'honneur d'assister à la présentation de ce travail : M. MEKROUSSI Said pour avoir accepté d'examiner cette thèse ; M. ABED Belkacem pour nous avoir fait l'honneur d'accepter de présider ce jury.

Sommaire

Introduction générale.....	1
I.Etude bibliographique.....	3
I.1.Grandeurs rhéologiques	3
I.1.1.Contrainte de cisaillement (shear stress).....	3
I.1.2.Déformation (shear strain)	4
I.1.3.Vitesse de déformation (shear rate)	4
I.1.4.Viscosité dynamique	5
I.1.5.Viscosité cinématique	6
I.2.Nombres adimensionnels	6
I.2.1.Nombre de Reynolds.....	6
I.2.2.Nombre de Bingham	7
I.2.3.Nombre de Hedstrom	7
I.3.Travaux antérieurs	8
II.Rhéologie et classification des fluides.....	12
II.1.Rhéologie.....	12
II.2.Classification des fluides	13
II.2.1.Fluides newtoniens	13
II.2.2.Fluides Non-Newtonien.....	13
II.3.Les fluides indépendants du temps	14
II.3.1.Les fluides pseudoplastique (Shear-thinning)	14
II.3.2.Les fluides dilatants (Shear-thickening)	16
II.3.3.Les fluides viscoplastiques	17
II.4.Les fluides dépendants du temps	20
II.4.1.Fluides thixotropes	20
II.4.2.Fluides antithixotrope	20
II.5.Les fluides viscoélastiques	21

II.6.Ecoulement laminaire en conduite cylindrique d'un fluide de Herschel-Bulkley.....	22
III.Formulation mathématique et méthodes numérique	24
III.1.Equation de continuité.....	24
III.2.Equation de conservation de quantité de mouvement.....	24
III.3.Méthodes des volumes finis	25
III.4.Notion de maillage	25
III.4.1.Nœuds et éléments	25
III.4.2.Géométrie et topologie	26
III.4.3.Connectivité	26
III.5.Présentation du code de calcul	27
III.5.1.Pré - processeur "GAMBIT" :	28
III.5.2.Solveur "FLUENT"	28
III.5.3.Post-processeur "FLUENT"	29
IV.Résultats et interprétations	30
IV.1.Description de la géométrie	30
IV.1.1.Géométries et maillage sous Gambit	31
IV.1.2.Test du maillage	31
IV.2.Validation dynamique	32
IV.3.Influence de rapport d'aspect.....	38
IV.4.L'influence de nombre de Reynolds	42
IV.4.1.Rapport d'aspect $D / d = 2$	44
IV.4.2.Rapport d'aspect $D / d = 3$	46
IV.4.3.Rapport d'aspect $D / d = 4$	48
V.Conclusion.....	50

Table des figures

Figure I-1 : Forces de frottement s'exerçant sur deux couches adjacentes lors de cisaillement	3
Figure I-2 Déformation d'une particule de fluide.....	4
Figure I-3 Cisaillement simple d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles.....	5
Figure II-1 Variation linéaire de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation pour les fluides Newtoniens.....	13
Figure II-2 Différents comportements rhéologiques	14
Figure II-3 comportement d'un fluide pseudoplastique[22].....	15
Figure II-4 Variation de viscosité et de contrainte de cisaillement en fonction de vitesse de déformation	17
Figure II-5 Comportement rhéologique du fluide de Bingham.....	18
Figure II-6 Comportement de fluide d'Herschel-Bulkley	19
Figure II-7 comportement rhéologique des fluides dépendant du temps	20
Figure II-8 Configuration d'écoulement d'un fluide d'Herschel-Bulkley en conduite cylindrique en régime laminaire.....	22
Figure III-1 Illustration de la notion de maillage	26
Figure III-2 Quelques types d'éléments.....	26
Figure III-3 Exemples de maillages	27
Figure III-4 Structure de base du code "FLUENT"	28
Figure IV-1 : géométrie étudiée	30
Figure IV-2 : Géométrie et maillage du domaine d'étude.	31
Figure IV-3 : Choix de maillage	32
Figure IV-4 : Comparaison entre les profils de vitesse axiale de la présente étude et ceux de [1] pour $Re = 1,83$	33
Figure IV-5 : Comparaison entre les profils de vitesse radiale de la présente étude et ceux de [1] pour $Re = 1,83$	35
Figure IV-6 : Comparaison des vecteurs des vitesses le long de l'élargissement obtenus	36
Figure IV-7 : Comparaison des lignes de courant le long de l'élargissement obtenus	36
Figure IV-8 : Comparaison de la viscosité effective le long de l'élargissement obtenus	37
Figure IV-9 Profils des vitesses pour différents rapports d'aspect.....	39
Figure IV-10 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds ($Re=1,83$)	40
Figure IV-11 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds ($Re=12, 38$)	40
Figure IV-12 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds ($Re=30,9$)	40
Figure IV-13 : Géométrie du domaine d'étude après la modification	41

Figure IV-14 : Profils de la vitesse axiale dans toutes les positions et pour $Re = 1,83$ et $Re = 12,38$.	41
Figure IV-15 : Comparaison des profils de la vitesse axiale obtenue dans les différentes positions pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 2$.	44
Figure IV-16 : Les lignes de courant.	45
Figure IV-17 : Les contours de la viscosité.	45
Figure IV-18 : Comparaison des profils pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 3$ dans tous les positions.	46
Figure IV-19 : Les lignes de courant.	47
Figure IV-20 : Les contours de la viscosité.	47
Figure IV-21 : Comparaison des profils pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 4$ dans tous les positions.	48
Figure IV-22 : Les lignes de courant.	49
Figure IV-23 : Les contours de la viscosité.	49

Nomenclature

d	Diamètre de premier tube	$[L]$
D	Diamètre de deuxième tube	$[L]$
F	Force	$[MLT^{-2}]$
k	Coefficient de consistance du fluide	$[ML^{-1}T^n]$
L	Longueur	$[L]$
n	Indice d'écoulement	
P^*	Pression statique	$[ML^{-1}T^{-2}]$
Q_v	Débit volumique	$[L^3T^{-1}]$
r	Composante de position radial adimensionnel $r = \frac{2R}{D}$	
R	Composante de position radial	$[L]$
Re	Nombre de Reynolds	
t	Temp	$[T]$
$\overline{\overline{T}}$	Tenseur de contraintes (Cauchy stress tensor)	$[ML^{-1}T^{-2}]$
u	Composante de vitesse axial	$[LT^{-1}]$
U_i	Vitesse moyenne à l'entrer	$[LT^{-1}]$
U	Composante de vitesse axial adimensionnel $U = \frac{u}{U_i}$	
v	Composante de vitesse radial	$[LT^{-1}]$
V	Composante de vitesse radial adimensionnel $V = \frac{v}{U_i}$	
$\overline{\overline{V}}$	Vecteur de vitesse $\overline{\overline{V}}(u, v, w)$	$[LT^{-1}]$
x, y	Composantes des positions en coordonnées cartésien	$[L]$
X	Composante de position suivant x adimensionnel $X = \frac{x}{d}$	

Lettre grecques

γ	Déformation	
$\dot{\gamma}$	Vitesse de cisaillement	$[T^{-1}]$
η	Viscosité effective	$[ML^{-1}T^{-1}]$
μ	Viscosité dynamique	$[ML^{-1}T^{-1}]$
ν	Viscosité cinématique	$[ML^{-1}T^{-1}]$
ρ	Masse volumique	$[ML^{-3}]$
τ	Contrainte de cisaillement	$[ML^{-1}T^{-2}]$

Introduction générale

Une vaste gamme des fluides de structures complexes sont maintenant utilisées dans l'industrie et la fabrication d'un nombre croissant de produits dans un large éventail d'industries, notamment les industries alimentaires, des polymères, pharmaceutique et chimique, en plus d'applications dans les secteurs du pétrole, des mines, de la construction, du traitement des eaux et industries de production d'énergie. Des exemples de tels fluides comprennent les huiles industrielles, les solutions polymères, les mousses, les suspensions organiques telles que les peintures, les suspensions inorganiques et les produits alimentaires tels que le yogourt, la mayonnaise, le jus et les purées de fruits et de légumes etc... La majorité des fluides manifestent une rhéologie non newtonienne, ce qui rend le comportement newtonien des fluides l'exception et pas la règle.

Dans ce travail nous allons étudier numériquement l'écoulement laminaire d'un fluide viscoplastique (modèle d'Herschell-Bulkley) non newtonien à travers un élargissement brusque.

L'écoulement laminaire à travers l'élargissement brusque retient depuis longtemps l'attention des chercheurs en raison de son importance fondamentale autant que pratique. La géométrie peut être trouvée dans de nombreux équipements, tels que les échangeurs de chaleur, les chambres de combustion, les cuves de mélange, les réacteurs, ainsi que de nombreux autres équipements de traitement, de manipulation et de transport de fluides.

L'élargissement brusque se démarque comme l'un des cas importants de modèles géométriques considérés bidimensionnels ou tridimensionnels. Quoique étant simple, l'attrait de ce modèle géométrique est que les écoulements sont caractérisés par d'importants phénomènes fondamentaux reliés à la mécanique des fluides : le développement d'une couche limite sur la paroi horizontale en amont, décollement et développement d'une couche de cisaillement au coin de la marche, formation d'une zone de recirculation en aval de la paroi verticale, recollement de la couche de cisaillement sur la paroi horizontale en aval et redéveloppement d'une couche limite en aval du point de recollement.

C'est d'ailleurs dû à la présence de ces phénomènes fondamentaux que l'élargissement brusque a fait l'objet de plusieurs travaux de recherche au fil des années. De nombreuses études fournissent des données sur l'influence des différents paramètres sur l'écoulement.

Ce travail est divisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre est consacré à l'étude bibliographique qui présente des notions rhéologiques de base pour comprendre les écoulements des fluides non newtoniens, et quelques travaux antérieurs qui traitent les écoulements dans l'élargissement brusque.

Le deuxième chapitre présente une vision générale sur la rhéologie et les différents types des fluides et leurs modèles mathématiques les plus utilisés, on a aussi présenté une solution analytique pour le problème d'écoulement de fluide d'Herschell-Bulkley dans une conduite cylindrique bidimensionnelle en régime laminaire.

Le troisième chapitre traite de la formulation mathématique adaptée aux équations (équation de continuité et de conservation de quantité de mouvement) régissant sur les champs dynamiques de l'écoulement du fluide, nous avons aussi exposés dans le ce chapitre la méthode de volume finie, les types de maillages, le code de calcul FLUENT et le pré - processeur GAMBIT qui sont utilisée dans ce travail.

Dans le quatrième chapitre nous avons fait une validation dynamique qui consiste à comparer nos résultats avec ceux des travaux expérimentaux et numérique d'autres auteurs, suivi d'une présentation des champs des vitesses radiales, vitesses axiales, les ligne des courants et les de contours de viscosité obtenue et une discussion et critique de ces résultats.

Enfin, nous terminons notre mémoire par une conclusion générale résumant l'essentiel de notre travail.

I. Etude bibliographique

Le fluide est toute matière qui se déforme d'une manière continue sous l'effet d'une contrainte de cisaillement ou d'une force extérieure, la propriété commune des fluides est qu'ils n'ont pas de forme propre, c'est-à-dire qu'ils sont dépourvus de rigidité [2].

La distinction entre solide et fluide n'est pas parfaitement nette, puisqu'on trouve des corps comme les gelées, les peintures, les pâtes, certaines solutions concentrées de polymères, qui manifestent à la fois des comportements de solides (pendant des temps courts) et des comportements de liquides (pendant des temps longs).

I.1. Grandeurs rhéologiques

I.1.1. Contrainte de cisaillement (shear stress)

Une contrainte de cisaillement τ est une contrainte mécanique appliquée de manière parallèle ou tangentielle à une face d'un matériau, par opposition aux contraintes normales qui sont appliquées de manière perpendiculaire.

$$\tau = \frac{dF}{dS} \quad (\text{I.1})$$

Cette contrainte qui apparaît au cours de mouvement laminaire des fluides, du mouvement relatif des couches les unes par rapport aux autres, résulte l'apparition des forces de frottement qui s'exercent tangentiellement à la surface de la couche [3].

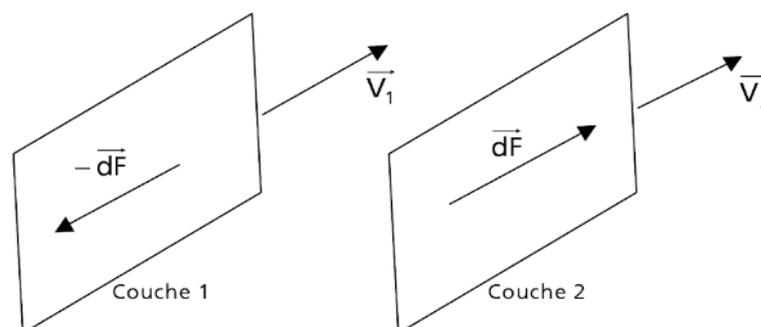


Figure I-1 : Forces de frottement s'exerçant sur deux couches adjacentes lors de cisaillement

I.1.2. Déformation (shear strain)

Les résultats de l'action d'une force externe peuvent être soit le mouvement d'un corps dans l'espace dans son ensemble, soit une modification sa forme. Le changement de la forme d'un corps est essentiellement le changement des distances entre différents sites à l'intérieur d'un matériau, et ce phénomène s'appelle la déformation, déformation n'est qu'un concept géométrique.

Le changement de distance entre des points à l'intérieur d'un corps peut être surveillé en suivant le changement de très petite distance entre deux points voisins. Donc on peut dire que la déformation γ est le rapport entre la longueur de la déformation et la longueur perpendiculaire dans le plan de la force appliquée [4]. Autrement dit c'est la tangente de l'angle de déformation α

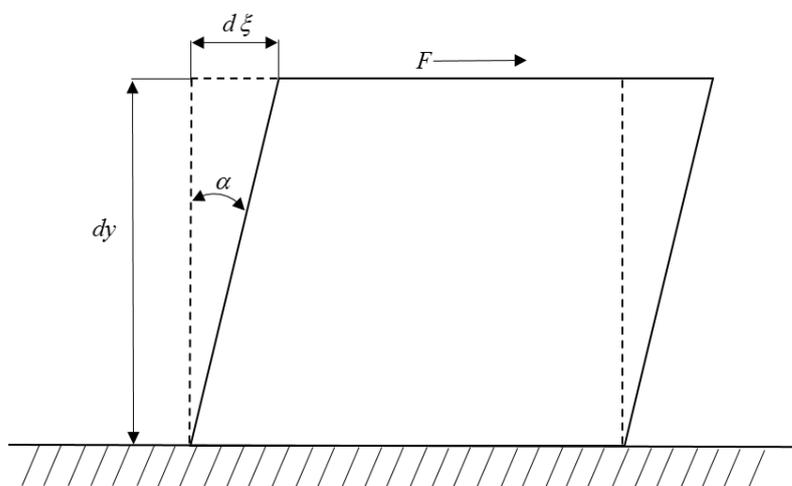


Figure I-2 Déformation d'une particule de fluide

$$\gamma = \frac{d\xi}{dy} = \tan(\alpha) \approx \alpha \quad (\text{I.2})$$

I.1.3. Vitesse de déformation (shear rate)

Par définition, la vitesse de cisaillement ou le taux de cisaillement noté $\dot{\gamma}$ est la dérivée par rapport au temps de déformation :

$$\dot{\gamma} = \frac{d\gamma}{dt} = \frac{d}{dt} \frac{d\xi}{dy} = \frac{d}{dy} \frac{d\xi}{dt} = \frac{du}{dy} \quad (\text{I.3})$$

I.1.4. Viscosité dynamique

L'idée de viscosité pour un fluide réel (fluide visqueux) est apparue en 1687 de Isaac Newton, suite aux expériences de Robert Hooke en 1678 sur un solide élastique. En observant la résistance à l'écoulement d'un fluide, Newton suggère en fait que la viscosité, c'est-à-dire la réaction à la contrainte appliquée, est proportionnelle au gradient de vitesse. La viscosité résulte des échanges de quantité de mouvement entre les différentes couches de fluide liées à l'agitation moléculaire d'origine thermique [5].

La viscosité dynamique est donnée par :

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad (\text{I.4})$$

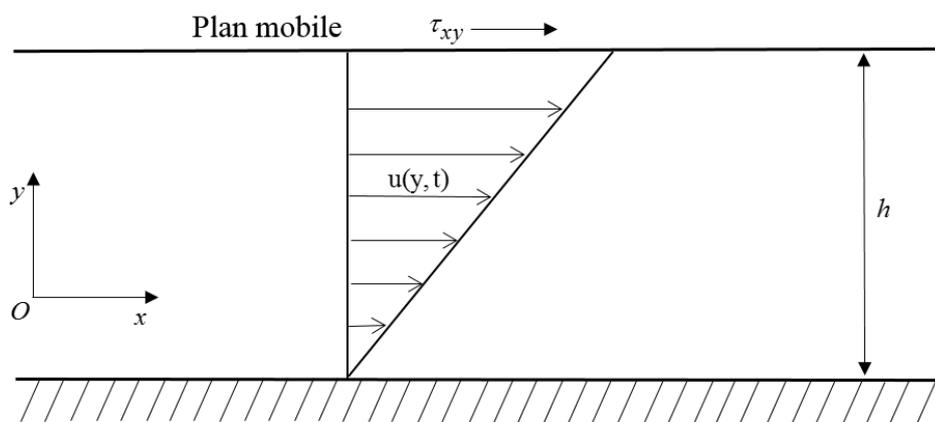


Figure I-3 Cisaillement simple d'un fluide newtonien entre deux plans parallèles

La viscosité d'un fluide μ mesure sa résistance à la déformation lorsqu'une contrainte de cisaillement est appliquée. Si la viscosité est faible, le liquide s'écoulera facilement et à l'inverse, il s'écoulera plus lentement en cas de forte viscosité.

La viscosité dépend de plusieurs critères :

- Le type de fluide
- La contrainte et la vitesse de cisaillement
- La température
- Le temps

Il existe certaines substances pour lesquelles la viscosité dépend de la contrainte de cisaillement et/ou la vitesse de cisaillement (fluides non Newtoniens). Leur coefficient de viscosité dynamique est alors appelé viscosité apparente et noté η , leur l'équation rhéologique s'écrit :

$$\tau = \eta \dot{\gamma} \quad (\text{I.5})$$

I.1.5. Viscosité cinématique

Ce coefficient est défini par la relation :

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad (\text{I.6})$$

Bien que la définition de la viscosité cinématique puisse s'appliquer à tous les liquides, qu'ils soient newtoniens ou non newtoniens, cette notion est surtout utilisée dans le cas des liquides newtoniens : c'est seulement pour ces liquides qu'il existe une méthode de détermination directe de la viscosité cinématique par rhéométrie capillaire, ce qui justifie l'intérêt de ce coefficient.

I.2. Nombres adimensionnels

Les nombres adimensionnels en mécanique des fluides constituent un ensemble de quantités sans dimension qui jouent un rôle important dans l'analyse du comportement des fluides. Ils réduisent le nombre de variables décrivant un système, réduisant ainsi le nombre de données expérimentales nécessaires pour établir des corrélations de phénomènes physiques.

I.2.1. Nombre de Reynolds

Le nombre de Reynolds Re représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses. Ce nombre sans dimension apparaît naturellement en adimensionnant les équations de Navier-Stokes.

On le définit de la manière suivante :

$$Re = \frac{\rho U_i d}{\mu} \quad (\text{I.7})$$

Dans le cas des fluides non Newtoniens, il est nécessaire d'utiliser la viscosité apparente. Car dans l'écoulement laminaire dans une conduite la contrainte de cisaillement varie en fonction de positions radiales y et aussi la viscosité.

Dans ce cas on utilise le Nombre de Reynolds généralisé proposé par Metzner et Reed (1955) [6] définit par :

$$\text{Re} = \frac{\rho U_i^{2-n} d^n}{K} \quad (\text{I.8})$$

I.2.2. Nombre de Bingham

Le nombre de Bingham noté Bi intervient dans les écoulements de fluides viscoplastiques et représente le rapport entre les effets de la plasticité, c'est-à-dire les effets de contrainte du seuil, et les effets visqueux.

$$Bi = \frac{\tau_0}{K} \left(\frac{d}{U_i} \right)^n \quad (\text{I.9})$$

I.2.3. Nombre de Hedstrom

Le nombre de Hedstrom est un paramètre adimensionnel utile qui apparait souvent dans les études des fluides viscoplastique, donnée par :

$$He = \tau_0 \left(\frac{\rho^n d^{2n}}{K^2} \right)^{\frac{1}{2-n}} \quad (\text{I.10})$$

I.3. Travaux antérieurs

Hammad et al ont fait une étude expérimentale et numérique axisymétrique sur l'écoulement laminaire d'un fluide viscoplastique à travers un élargissement brusque, ils ont étudié l'influence de variation de nombre de Hedstrom et Reynolds sur l'écoulement, ils ont trouvé que pour les faibles nombres de Reynolds, une région de fluide non mobile était observée immédiatement en aval de la marche et il n'existe aucune zone d'écoulement séparée. Pour le plus haut En nombre de Reynolds, une zone d'écoulement en recirculation se forme en aval de l'étape de détente, suivie d'une zone de fluide stagnant adjacente à la paroi de la conduite et caractérisant recollement [1].

Halmos et D.V. Boger ont réalisé une étude d'écoulement axisymétrique d'un fluide non newtonien de la loi d'Ostwald-de Waele (loi en puissance) dans un élargissement brusque, cette étude était faite en deux partie : numérique [7] suivi d'une étude expérimentale [8] qui montrent un excellent accord avec les prédictions du modèle numérique. Les équations du mouvement ont été résolus à l'aide de Alternating Direction Implicit method Certains résultats sont présentés pour montrer l'influence du taux d'expansion.

G. C. Vradis et M. V. Ötügen Ont étudié l'écoulement d'un fluide de Bingham viscoplastique non newtonien dans un élargissement brusque axisymétrique en résolvant numériquement les équations de continuité elliptiques. Les solutions sont obtenues pour une large gamme de nombre de Reynolds et des contrainte de seuil l'écoulement était laminaire avec des propriétés de fluide constantes [9].

F. Drust et al 1973 ont fait une étude d'un écoulement dans un élargissement symétrique de rapport d'aspect de 9–3:1 dans une conduite rectangulaire par visualisation de l'écoulement et par La vélocimétrie laser (ou anémométrie laser Doppler (LDA)), l'écoulement s'est avéré d'être fortement dépendant du nombre de Reynolds. Des profils de vitesse symétriques existaient après l'élargissement qui devenue complètement développé parabolique loin en aval, bien qu'il y ait des effets tridimensionnels importants au voisinage des régions de séparation. Les profils de vitesse étaient en bon accord avec ceux obtenus en résolvant l'équation bidimensionnelle du moment, cependant à faible nombre de Reynolds $Re=114$ deux zones apparaissent avec une longueur différente, la troisième zone apparaît sur le mur tandis que $Re = 252$ [10].

W. Chedron et al. 1976 ont fait une étude d'un écoulement par visualisation de l'écoulement et par La vélocimétrie laser (ou anémométrie laser Doppler (LDA)) pour avoir une description détailler sure les profiles des vitesse symétrique qui appairé dans un élargissement brusque bidimensionnelles, les résultats ont montré que l'écoulement symétrique ne peut exister dans un

élargissement brusque que pour une gamme limitée de nombres de Reynolds. À des nombres de Reynolds plus élevés, les petites perturbations générées au niveau de l'expansion soudaine sont amplifiées par les couches de cisaillement formées entre le flux principal et le flux de recirculation dans les angles, ce que résulte l'asymétrie [11].

B. F Armaly et al 1982 une étude théorique et expérimentale a été effectuée pour un écoulement newtonien avec une gamme du nombre de Reynolds $70 < Re < 8000$. Les résultats expérimentaux montrent la variation de la longueur de séparation caractérisée par différents nombres de Reynolds, non seulement mais aussi par la zone de séparation supplémentaire générée par l'augmentation du nombre de Reynolds, les résultats théoriques ont montré un bon accord pour ces nombres de Reynolds [12].

D. Drikakis 1997 a été réalisée une étude numérique des écoulements laminaires incompressibles dans les élargissement brusque en plan symétrique pour différents nombres de Reynolds et de rapports d'aspect. Les résultats ont montré que l'écoulement restait symétrique jusqu'à un certain nombre de Reynolds en fonction de rapport d'aspect, et que les asymétries apparaissaient à un nombre de Reynolds plus élevé. Egalement les calculs indique que le nombre de Reynolds critique de la symétrie interrompte, diminue lorsque le rapport d'aspect augmente.[13]

Gilmer R. Burgos et Andreas N. Alexandrou (1999) ont étudié numériquement le développement d'un écoulement de fluide de Herschel-Bulkley dans un élargissement brusque en trois dimensions, les résultats montrent que deux régions de recirculation et des zones mortes se forment dans les angles lors de l'évolution de l'écoulement, deux régions de recirculation diminuent avec le gradient de pression et le nombre de Reynolds et augmentent avec l'indice de l'énergie faible [14].

Pascal Jay et al 2001 ont étudié l'influence de l'amincissement par cisaillement, de l'inertie et de la contrainte de limite élastique valeurs sur la structure de l'écoulement et sur les pertes de charge et de pression en utilisant un écoulement viscoplastique à travers un élargissement brusque axisymétrique de rapport d'aspect 1:4 , les résultats montrent que deux vortex et deux zones rigides sont générés par la contrainte d'écoulement, l'étude montre également que l'inertie et les contraintes de limite agissent de manière opposée (la taille du vortex augmente avec l'augmentation de l'inertie, tandis que la contrainte de limite augmente la diminution de la taille du vortex et l'augmentation de celle du rigide).

Andreas N. Alexandrou 2001 ont étudié l'écoulement permanent numériquement de fluide de Herschel-Bulkley dans un élargissement brusque tridimensionnelle, la solution a été obtenue en utilisant la méthode d'élément fini de Galerkin avec la procédure d'itération de Newton-Raphson couplé à un solveur itérative, les résultats sont présenter pour les rapports d'aspect (2 :1 et 4 :1) révèlent une forte interaction entre les nombres de Bingham et de Reynolds et leur influence sur la formation et la dissolution des zones stagnantes et de recirculation dans l'angle de l'élargissement et sur la taille et l'emplacement des régions centrales.[15]

Chiang et al 2001 ont réaliser une simulation numérique à 3 dimensions pour étudier l'influence des parois latérales sur l'écoulement du fluide dans une canal rectangulaire à élargissement brusque pour un rapport d'aspect de (3 :1) et des rapports d'expansion latéral de (3,3.5, 3.75, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 18, 24, 48) pour un nombre de Reynolds fixe $Re = 60$. Les résultats montrent une nature symétrique de l'écoulement lorsque le rapport d'expansion du canal a une valeur inférieure à 3.5. Au-delà de ce rapport critique, la symétrie du l'écoulement ne peut plus être maintenue en raison de l'effet Coanda. [16]

Paulo J. Oliveira 2003 a fait une étude numérique de l'écoulement d'un fluide viscoélastique travers un élargissement brusque symétrique en 2 dimensions. Pour le fluide Newtonien de rapport d'aspect de 1 :3 l'écoulement devient asymétrique pour un nombre de Reynolds supérieur à 54. Pour le fluide non Newtonien la transition dépend de concentration et de l'extensibilité du modèle et la tendance et que la transition se produit à des Nombres de Reynolds plus élevés.[17]

Neofytou 2005 A présenter une étude numérique qui a comme objectif d'examiner la transition de symétrie à l'asymétrie de l'écoulement des fluides Newtoniens généraliser à travers un élargissement brusque symétrique de rapport d'aspect 1 :2. L'étude comprend à la fois des fluides pseudo-plastique et dilatants couvrant une large plage de l'indice n de modèle de loi de puissance. [18]

Battaglia et al ont effectués des simulations numériques et des calculs de bifurcation pour un écoulement dans un élargissement brusque bidimensionnel pour mieux comprendre l'influence de rapport d'aspect sur la symétrie et asymétrie de l'écoulement, deux techniques numériques distinctes a été utilisées pour meilleur précision et véracité. Le nombre de Reynolds critique qui représente la transition d'un jet en développement symétrique à un développement asymétrique au point de bifurcation a été déterminé pour différents rapports d'aspect. [19]

D/d	Nombre de Reynolds critique Re_c	
	Simulation	Bifurcation
1.5	150-155	143.6
2	57-58	53.8
4	35-40	35.8
5	27-30	28.4

Tableau I-1 Nombre de Reynolds critique pour des différents rapports d'aspect par simulation et bifurcation selon [19]

Prabhata K. Swamee et Nitin Aggarwal 2011 ont fait une étude analytique pour résoudre les trois problèmes typiques rencontrés avec les écoulements en charge : facteur de friction inconnu, débit inconnu et problème de diamètre inconnus. Bien que des équations explicites pour l'écoulement de fluides newtoniens et de fluides de loi de puissance soient accessibles, il n'existe pas de telles équations utilisables pour les fluides de Herschel–Bulkley. Donc ils ont proposé des équations explicites pour l'écoulement des fluides de Herschell-Bulkley dans le régime laminaire .[20]

Founargiotakis et al 2008 Ont présenté une méthode intégrée pour l'écoulement des fluides d'Herschel–Bulkley dans un espace annulaire concentrique représenté par une fente, couvrant la gamme complète des types d'écoulement, à savoir laminaire, en transition et turbulent. Des solutions analytiques antérieures sont utilisées pour l'écoulement laminaire. La comparaison avec les données expérimentales et les données de simulateurs de diverses sources montre un très bon accord pour la gamme complète des types d'écoulement. [21]

II. Rhéologie et classification des fluides

II.1. Rhéologie

La rhéologie (du grec *rheo*, couler et *logos*, étude) est l'étude de la déformation et de l'écoulement de la matière sous l'effet d'une contrainte appliquée. Le mot *rheology* (en anglais) a été introduit en 1928 par Eugene Bingham, professeur à l'université Lehigh aux États-Unis, sur une suggestion de son collègue Markus Reiner.

Dans la pratique, la rhéologie est une extension des disciplines telles que l'élasticité et la mécanique des fluides newtoniens, aux matériaux dont le comportement mécanique ne peut être décrit par ces théories classiques. Elle permet également de déterminer les propriétés mécaniques macroscopiques à partir d'une étude basée sur la structure micro ou nanoscopique du matériau, par exemple la taille moléculaire et l'architecture d'un polymère en solution ou encore la distribution de taille de particules dans une suspension solide.

Mécanique des milieux continus	Résistance des matériaux	Elasticité	
		Viscoélasticité	Rhéologie
		Viscoplasticité	
	Plasticité		
	Mécanique des fluides	Fluides non-Newtoniens	
Fluides Newtoniens			

Tableau II-1 : La rhéologie fait partie de la mécanique de milieux continus

II.2. Classification des fluides

II.2.1. Fluides newtoniens

Ce sont fluides pour lesquels le taux de déformation est linéairement proportionnel à la contrainte de cisaillement, ils sont appelés fluides newtoniens d'après Sir Isaac Newton, Les fluides les plus courants tels que l'eau, l'air et les huiles sont des fluides newtoniens (Figure II-1). Le sang et les plastiques liquides sont des exemples de fluides non newtoniens [2]

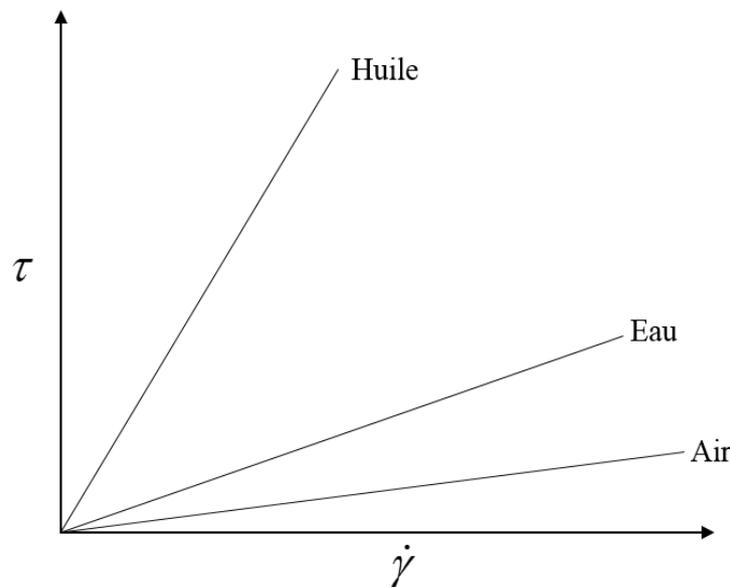


Figure II-1 Variation linéaire de la contrainte de cisaillement en fonction de la vitesse de déformation pour les fluides Newtoniens.

Dans un écoulement de cisaillement unidimensionnel de fluides newtoniens, la contrainte de cisaillement peut être exprimée par la relation linéaire :

$$\tau = \mu \left[\frac{du}{dy} \right] \quad (\text{II.1})$$

Où μ est une constante et ne dépend ni du temps ni de la vitesse de déformation.

II.2.2. Fluides Non-Newtonien

Un fluide non newtonien est défini par le fait que sa viscosité n'est pas constante et peut être dépendante de paramètres liés à l'écoulement ou encore du temps, nous répertorions dans cette partie la plupart des comportements rencontrés lorsque l'on manipule ces matériaux.

II.3. Les fluides indépendants du temps

Les fluides non-Newtonien indépendant du temps sont les fluides qui obéit à la relation

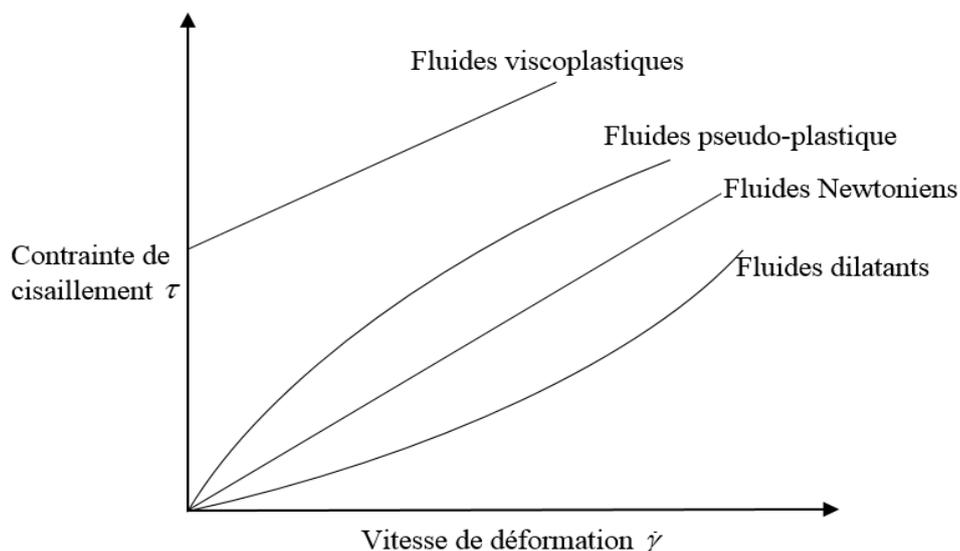


Figure II-2 Différentes comportements rhéologiques

$$\tau = \eta(\dot{\gamma})\dot{\gamma} \quad (\text{II.2})$$

Où la viscosité $\eta(\dot{\gamma})$ dépend de vitesse de déformation, on distingue 3 types des fluides indépendants du temps :

- Les fluides pseudo-plastiques (Shear-thining)
- Les fluides dilatants (Shear-thickening)
- Les fluides Viscoplastique

II.3.1. Les fluides pseudoplastique (Shear-thining)

Quatre-vingt-dix pour cents (90%) des fluides non-newtoniens sont des fluides pseudoplastiques. La viscosité du fluide diminue avec l'augmentation du taux de cisaillement. Ceci s'explique au niveau microscopique : ces liquides sont constitués de macromolécules entremêlées qui vont se séparer avec la pression et s'aligner sous l'effet de la taux de cisaillement [22]. Les fluides pseudo-plastique présentent toutefois un comportement newtonien à très faible et très élevé taux de cisaillement, donnant lieu à deux valeurs limites de la viscosité apparente, viscosité à cisaillement nulle η_0 et viscosité à cisaillement infinie η_∞ (Figure II-3).

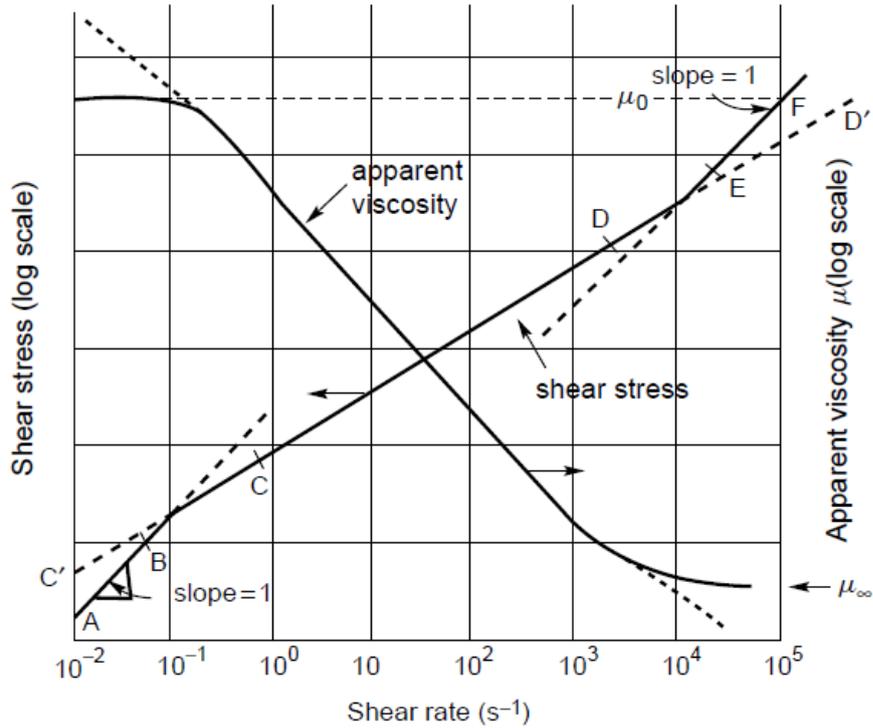


Figure II-3 comportement d'un fluide pseudoplastique[22]

De nombreux modèles ont été élaborés pour rendre compte de l'écoulement pseudoplastique d'un fluide, donnant autant de modèles phénoménologiques pour la viscosité.

II.3.1.a. Model d'Oswald de Waelle (Power-law model)

Une des lois empiriques fréquemment utilisée en rhéologie pour les fluides visqueux incompressibles est la loi d'Oswald-DeWaelle appelée aussi "loi puissance" ou loi "pseudoplastique"- [23], qui s'écrit :

$$\eta = k \dot{\gamma}^{n-1} \tag{II.3}$$

Si $n > 1$ le fluide est et dilatant

$$\begin{cases} \eta_0 \equiv \eta(\dot{\gamma} = 0) = 0 \\ \eta_\infty \equiv \eta(\dot{\gamma} \rightarrow \infty) = \infty \end{cases} \tag{II.4}$$

Si $n < 1$ le fluide est pseudoplastique et

$$\begin{cases} \eta_0 \equiv \eta(\dot{\gamma} = 0) = \infty \\ \eta_\infty \equiv \eta(\dot{\gamma} \rightarrow \infty) = 0 \end{cases} \tag{II.5}$$

Si $n = 1$ le fluide est Newtonien

Où k est un coefficient (encore appelée consistance du fluide) et n l'exposant qui traduit l'écart avec le comportement newtonien pour lequel $n = 1$ (ou indice de structure du fluide ou indice d'écoulement).

II.3.1.b. *Model de Carreau*

Une extension du modèle d'Ostwald est la relation de Carreau, Lorsqu'il y'a des déviations importantes par rapport au modèle de la loi de puissance sont obtenus avec des taux de cisaillement très élevés et très faibles, il est nécessaire d'utiliser un modèle prenant en compte les valeurs limites des viscosités

$$\frac{\eta - \eta_{\infty}}{\eta_0 - \eta_{\infty}} = \left[1 + (\lambda \dot{\gamma})^2 \right]^{(n-1)/2} \quad (\text{II.6})$$

Pour ce modèle, η_0 et η_{∞} sont respectivement la viscosité à cisaillement nul et infini, λ est une constante de temps, n est une constante et a un paramètre qui décrit la transition entre le comportement à faible cisaillement et la région en loi de puissance [8].

II.3.1.c. *Model d'Ellis*

Lorsque la déviation par rapport au modèle de loi de puissance ne sont significatifs qu'à des taux de cisaillements faibles, il est peut-être plus approprié d'utiliser le modèle d'Ellis [23].

$$\eta = \frac{\eta_0 \dot{\gamma}}{1 + \left(\frac{\tau}{\tau_{1/2}} \right)^{\alpha-1}} \quad (\text{II.7})$$

Avec trois paramètres à déterminer : η_0 viscosité de la première région newtonienne, α un coefficient qui traduit l'écart avec le comportement newtonien pour lequel $\alpha = 1$ et $\tau_{1/2}$ qui représente la contrainte pour laquelle $\eta = \frac{\eta_0}{2}$.

II.3.2. Les fluides dilatants (Shear-thickening)

Ce sont des fluides dont la viscosité croît avec le taux de cisaillement. Le fluide dilatant est beaucoup plus rarement observé que le pseudo-plastique. Toutefois certaines suspensions concentrées (amidon de maïs par exemple) et le sable mouillé ont un comportement dilatant. Un fluide peut être pseudo-plastique pour une certaine gamme de taux de cisaillement, et dilatants pour une autre.

Parmi les fluides indépendants du temps, cette sous-classe a reçu très peu d'attention ; par conséquent, très peu de données fiables sont disponibles. Jusqu'à récemment, le comportement des fluides dilatants était considéré comme beaucoup moins répandu dans les industries chimiques et de traitement [22].

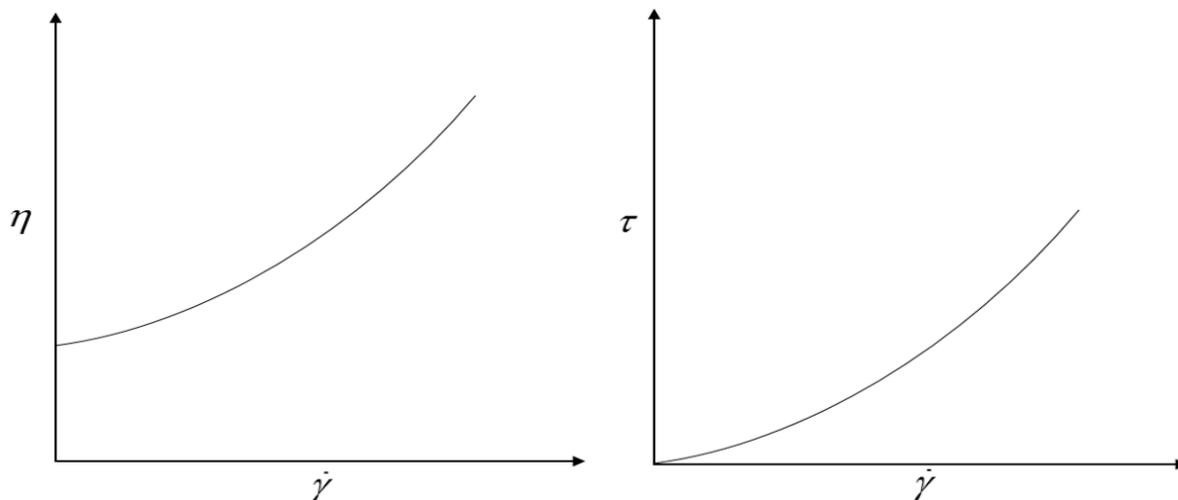


Figure II-4 Variation de viscosité et de contrainte de cisaillement en fonction de vitesse de déformation

On utilise la loi de puissance pour les représenter

$$\eta = k \dot{\gamma}^{n-1} \quad (\text{II.8})$$

Avec un exposant $n > 1$ qui est d'autant plus grand que le matériau s'écarte du comportement newtonien.

II.3.3. Les fluides viscoplastiques

Il s'agit d'un cas particulier de fluides non-newtoniens, ces fluides ne s'écoulent qu'à partir d'une certaine contrainte, dite contrainte seuil τ_0 . En dessous de celle-ci, ils se comportent comme des solides et au-delà ils s'écoulent comme un fluide newtonien ou rhéofluidifiant. Cette propriété se rencontre dans certaines solutions de polymères et suspensions très concentrées, et dans la vie courante avec le dentifrice, le yaourt, le ketchup ou encore les argiles (Lapointe et bentonite par exemple) et les boues de forage. Ce comportement peut être interprété par la présence d'agrégats dans le matériau ou de gels qui subsistent jusqu'à la contrainte seuil. Pour une suspension concentrée, un réseau d'interactions peut en effet exister et doit être briser pour provoquer l'écoulement de la suspension [5].

Plusieurs modèles mathématiques existent pour décrire le comportement rhéologique d'un fluide à seuil. Qui sont tous simplement les résultats d'ajustement des courbes empiriques. Les plus utilisés sont :

II.3.3.a. Modèle de Bingham

Un fluide avec une courbe linéaire pour $|\tau_{yx}| > |\tau_0|$ s'appelle un fluide plastique de Bingham et se caractérise par une viscosité plastique constante K (la pente de la courbe de contrainte de cisaillement en fonction du taux de cisaillement) et une contrainte de seuil.

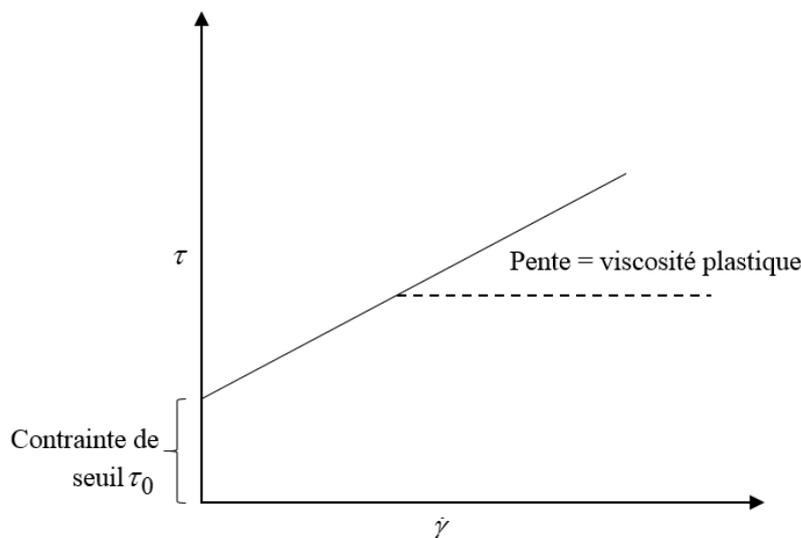


Figure II-5 Comportement rhéologique du fluide de Bingham

L'équation décrivant le comportement en écoulement de ce fluide en cisaillement constant à une seule dimension, elle s'écrit :

$$\begin{cases} \tau_{yx} = \tau_0 + K \dot{\gamma} & \text{pour } |\tau_{yx}| > |\tau_0| \\ \dot{\gamma}_{yx} = 0 & \text{pour } |\tau_{yx}| < |\tau_0| \end{cases} \quad (\text{II.9})$$

II.3.3.b. Modèle d'Herschell-Bulkley

C'est une généralisation simple de fluide de Bingham pour les courbes d'écoulement non linaires après $|\tau_{yx}| > |\tau_0|$, ce modèle est caractérisé par 3 constants la consistance K , l'indice de structure du fluide n et la contrainte de seuil τ_0

$$\begin{cases} \tau_{yx} = \tau_0 + K \dot{\gamma}^n & \text{pour } |\tau_{yx}| > |\tau_0| \\ \dot{\gamma}_{yx} = 0 & \text{pour } |\tau_{yx}| < |\tau_0| \end{cases} \quad (\text{II.10})$$

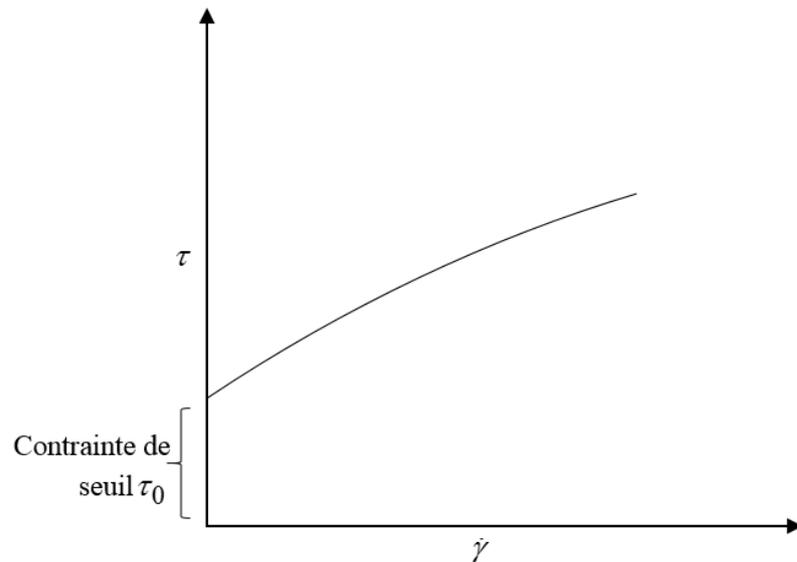


Figure II-6 Comportement de fluide d'Herschel-Bulkley

La viscosité apparente est donc

$$\begin{cases} \eta = K \dot{\gamma}^{n-1} + \frac{\tau_0}{\dot{\gamma}} & \text{pour } \tau > \tau_0 \\ \eta \rightarrow \infty & \text{pour } \tau < \tau_0 \end{cases} \quad (\text{II.11})$$

II.3.3.c. Modèle de Casson

Le modèle de Casson est un modèle qui est largement utilisée pour modéliser l'écoulement sanguin dans les artères étroites. Il a été établi par Merrill et al [24] que le modèle fluide de Casson prédit de manière satisfaisante les comportements d'écoulement du sang dans des tubes de $130 - 1000 \mu\text{m}$ de diamètre.

Le modèle est défini par la relation :

$$\begin{cases} \sqrt{|\tau_{yx}|} = \sqrt{|\tau_0|} + \sqrt{K |\dot{\gamma}|} & \text{pour } |\tau_{yx}| > |\tau_0| \\ \dot{\gamma}_{yx} = 0 & \text{pour } |\tau_{yx}| < |\tau_0| \end{cases} \quad (\text{II.12})$$

II.4. Les fluides dépendants du temps

Certains liquides peuvent avoir un écoulement dont les caractéristiques dépendent des traitements antérieurs. Dans ce cas, la viscosité apparente n'est plus fixée pour une valeur donnée de la contrainte ou du taux de déformation mais dépend également du temps.

II.4.1. Fluides thixotropes

Les fluides thixotropes ont une viscosité qui diminue avec le temps quand une contrainte constante leur est appliquée. Par définition la thixotropie est une variation réversible de la viscosité lorsqu'un fluide est soumis à une sollicitation. Cela suppose que dès que la contrainte appliquée est arrêtée, la viscosité du matériau augmente de nouveau jusqu'à atteindre sa valeur d'origine au bout d'un certain temps. Ce comportement s'interprète par des changements de structures internes du fluide voire une destruction progressive de cette microstructure. Celle-ci peut s'apparenter à une configuration spatiale de particules pour les suspensions ou de gouttelettes pour les émulsions, ou encore à un entremêlement de macromolécules pour les polymères. La modification résulte alors de la compétition entre les forces hydrodynamiques (qui détruisent la microstructure) et les forces de cohésion et le mouvement brownien (qui reforment la microstructure)[25].

II.4.2. Fluides antithixotrope

Plus rarement, on rencontre le comportement opposé à la thixotropie, dit antithixotrope ou rhéopectique [25] pour lequel le matériau voit sa viscosité apparente augmenter avec le temps à contrainte ou vitesse de déformation donnée.

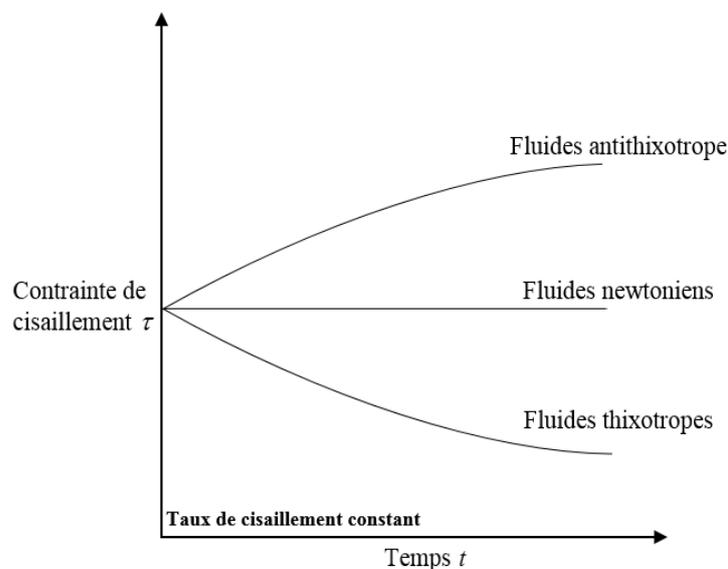


Figure II-7 comportement rhéologique des fluides dépendant du temps

II.5. Les fluides viscoélastiques

La viscoélasticité [26] est un comportement non newtonien important. Les fluides viscoélastiques se caractérisent par leur capacité à présenter un comportement variable selon le temps de sollicitation auquel le matériau est soumis. La réponse de celui-ci à une sollicitation (élongation ou cisaillement) présente à la fois le comportement d'un solide élastique (déformation instantanée avec stockage d'énergie) et le comportement d'un fluide visqueux (déformation continue avec dissipation d'énergie). A l'arrêt de la sollicitation, le matériau reprend en partie sa forme initiale ou peu éventuellement se rompre dans le cas de sollicitations trop importantes. Un exemple de fluide viscoélastique est la pâte de silicone (ou sillyputy, conçu par James Wright en 1943) qui rebondit instantanément comme une balle élastique mais finit par s'étaler au bout de quelques minutes comme un fluide visqueux. L'échelle du temps d'observation est donc très importante. En fait, à une échelle suffisamment faible, tous les fluides sont viscoélastiques. On introduit de ce fait le temps caractéristique intrinsèque du fluide, noté λ , qui correspond au temps de réarrangement de la structure interne du matériau. Ainsi, on a $\lambda_{solide} = \infty$ et $\lambda_{fluide} = 0$

Le type de test qui peut permettre la détermination des propriétés viscoélastiques de ces fluides consiste à :

- Imposer un cisaillement oscillatoire de pulsation donnée : évolution sinusoïdale de la contrainte et de la vitesse de déformation au cours du temps.
- Imposer une contrainte (ou une déformation) de cisaillement constant et étudier la déformation qui en découle (ou la contrainte nécessaire pour maintenir la déformation constante)

II.6. Écoulement laminaire en conduite cylindrique d'un fluide de Herschel-Bulkley

En régime laminaire, les couches de liquide s'écoulent concentriquement les unes sur les autres sans qu'il y ait de mélange : il n'existe pas de composante de vitesse normale à la direction de l'écoulement. L'écoulement d'un fluide viscoplastique dans une conduite cylindrique est caractérisé par la présence d'une zone iso-vitesse au centre de l'écoulement et d'une zone à gradient de vitesse

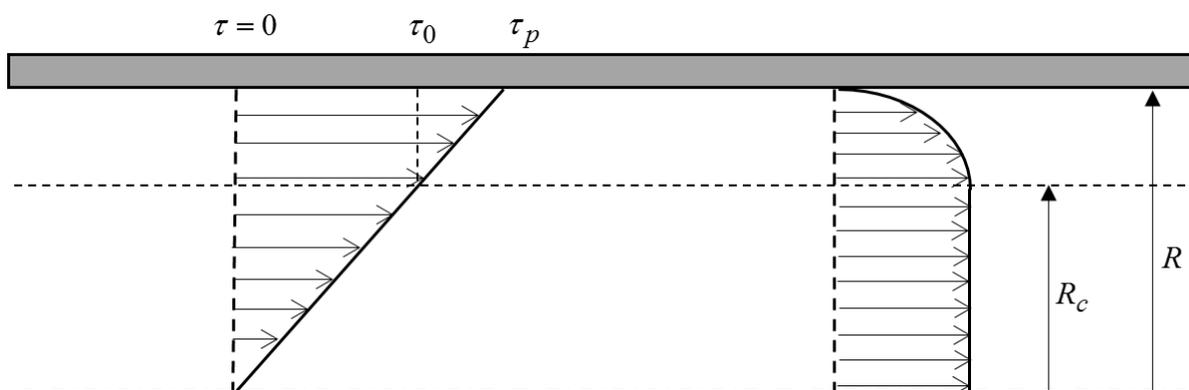


Figure II-8 Configuration d'écoulement d'un fluide d'Herschel-Bulkley en conduite cylindrique en régime laminaire

au voisinage de la paroi Figure I-1. Le rayon critique R_c délimite les deux zones.

Le bilan de quantité de mouvement pour l'étude de l'écoulement permanent établi d'un fluide dans une conduite cylindrique s'écrit :

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r \tau}{\partial r} = \frac{\partial P^*}{\partial x} = cte \tag{II.13}$$

La loi rhéologique d'Herschel-Bulkley est donnée par :

$$\begin{cases} \tau = K \dot{\gamma}^n + \tau_0 & \text{pour } \tau > \tau_0 \\ \dot{\gamma} = 0 & \text{pour } \tau < \tau_0 \end{cases} \tag{II.14}$$

$$\tau = \frac{r}{2} \frac{\partial P^*}{\partial x} + \frac{A}{r}$$

La fonction de vitesse axial $u(r)$ obtenue par l'intégration est donnée par :

$$u(r) = \frac{nR}{n+1} \left(\frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left[\left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} - \left(\frac{r}{R} - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad , \text{si } \tau > \tau_0 \quad (\text{II.15})$$

$$u(r) = \frac{nR}{n+1} \left(\frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{n+1}{n}} \quad , \text{si } \tau < \tau_0 \quad (\text{II.16})$$

Le débit Q_v est donnée par :

$$Q_v = \pi R^2 u_d = \int_0^R u(r) 2\pi r dr \quad (\text{II.17})$$

Avec u_d : vitesse débitante

$$u_d = \left(\frac{R}{4} \right) \left(\frac{4n}{3n+1} \right) \left(\frac{\tau_p}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \left(1 - \frac{\tau_0}{\tau_p} \right)^{\frac{1}{n}} \left[1 - \frac{(\tau_0/\tau_p)}{2n+1} \left[1 + \frac{2n}{n+1} \left(\frac{\tau_0}{\tau_p} \right) \left(1 + \frac{n\tau_0}{\tau_p} \right) \right] \right] \quad (\text{II.18})$$

A la paroi

$$\tau_p = \frac{R \Delta P^*}{2 L} \quad (\text{II.19})$$

III. Formulation mathématique et méthodes numérique

III.1. Equation de continuité

L'équation de la conservation de masse est donnée par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \vec{V}) = 0 \quad (\text{III.1})$$

Pour un écoulement permanent $\left(\frac{\partial \rho}{\partial t} = 0\right)$ bidimensionnelle incompressible ($\rho = \text{cte}$) l'équation

(III.1) devient :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (\text{III.2})$$

III.2. Equation de conservation de quantité de mouvement

L'équation de bilan de la quantité de mouvement découle du principe fondamental de la dynamique appliqué à un fluide. Avec l'équation de conservation de la masse et l'équation de la chaleur elle fait partie des équations de Navier-Stokes. Elle est donnée par :

$$\rho \left[\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla p + \nabla \bar{T} + \rho b \quad (\text{III.3})$$

$$\text{Avec } \bar{T} = \begin{Bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{Bmatrix}$$

Dans un régime permanent et en négligeant les forces de volumes

$$\rho \left[(\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} \right] = -\nabla p + \nabla \bar{T} \quad (\text{III.4})$$

Par projection sur l'axe (x) et (y) on obtient :

$$\begin{cases} ox : \rho \left[u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} \\ oy : \rho \left[u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right] = -\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} \end{cases} \quad (III.5)$$

Pour un fluide viscoplastique la relation entre le tenseur des contraintes de cisaillement τ_{ij} et le tenseur de taux de cisaillement Δ_{ij} est donnée par :

$$\tau_{ij} = \begin{cases} \left[K \left(\frac{1}{2} \Delta_{ij} \Delta_{ij} \right)^{(n-1)/2} + \frac{\tau_y}{\left(\frac{1}{2} \Delta_{ij} \Delta_{ij} \right)^{1/2}} \right] \Delta_{ij} & , \text{pour } \frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ij} > \tau_y^2 \\ \Delta_{ij} = 0 & , \text{pour } \frac{1}{2} \tau_{ij} \tau_{ij} \leq \tau_y^2 \end{cases} \quad (III.6)$$

III.3. Méthodes des volumes finis

La méthode des volumes finis est caractérisée par son avantage à satisfaire la conservation de masse, de quantité de mouvement et d'énergie dans tous les volumes finis ainsi que dans tout le domaine de calcul. Elle facilite la linéarisation des termes non linéaires dans les équations de conservation tels que le terme source par exemple. La méthode consiste à partager le domaine de calcul en plusieurs volumes, où chaque volume entoure un nœud.

III.4. Notion de maillage

III.4.1. Nœuds et éléments

La modélisation numérique repose sur la reformulation des équations de conservation sur des volumes V_n élémentaires ou discrets, appelés éléments ou mailles. A ces éléments, sont associés les nœuds de discrétisation, c'est-à-dire les points de résolution des équations discrètes. Ceux-ci peuvent être aussi bien placés aux sommets des éléments qu'en leur centre ou encore sur les faces, selon la méthode de discrétisation utilisée.

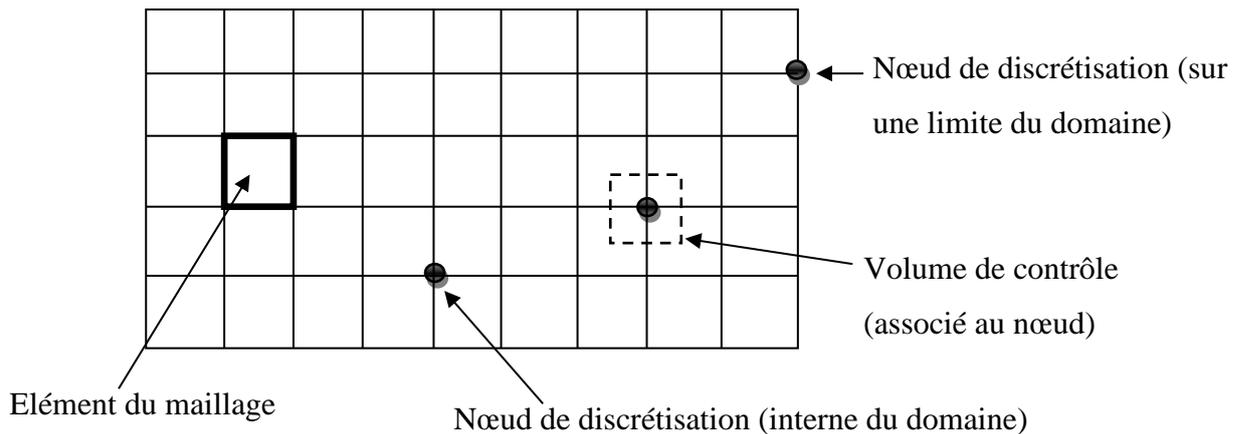


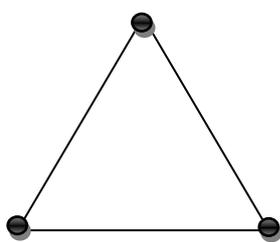
Figure III-1 Illustration de la notion de maillage

Les éléments et les nœuds associés composent le maillage, qui se fait par un découpage géométrique du domaine de calcul.

III.4.2. Géométrie et topologie

Nous faisons la différence entre la géométrie qui caractérise la forme du domaine et la topologie qui est le résultat du découpage spatial du domaine sur lequel s'appuie le maillage. La topologie est donc une classification des objets de type segments, faces, etc.

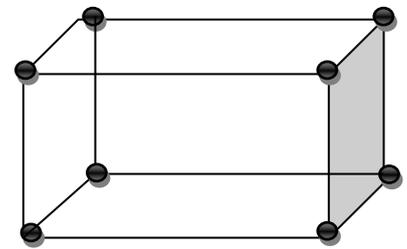
Nous distinguons plusieurs types de maillages, définis par le nombre de nœuds associés à chaque élément (Figure III.2) et par le nombre de liaisons pour chaque nœud.



Élément 2D de type triangle



Élément 2D de type quadrilatère



Élément 3D de type Hexagone

Figure III-2 Quelques types d'éléments

III.4.3. Connectivité

La connectivité décrit les liaisons entre les sommets des éléments. On parle de maillage structuré si les nœuds de même type (dans le domaine, sur une limite ou sur un coin) ont toujours le même nombre de nœuds voisins, ou sont associés au même nombre d'éléments.

La connectivité associée à ces nœuds est alors toujours de même type. Dans le cas d'un maillage non-structuré, la connectivité est de type quelconque, et le nombre de nœuds voisins de chaque nœud diffère localement (Figure III.3).

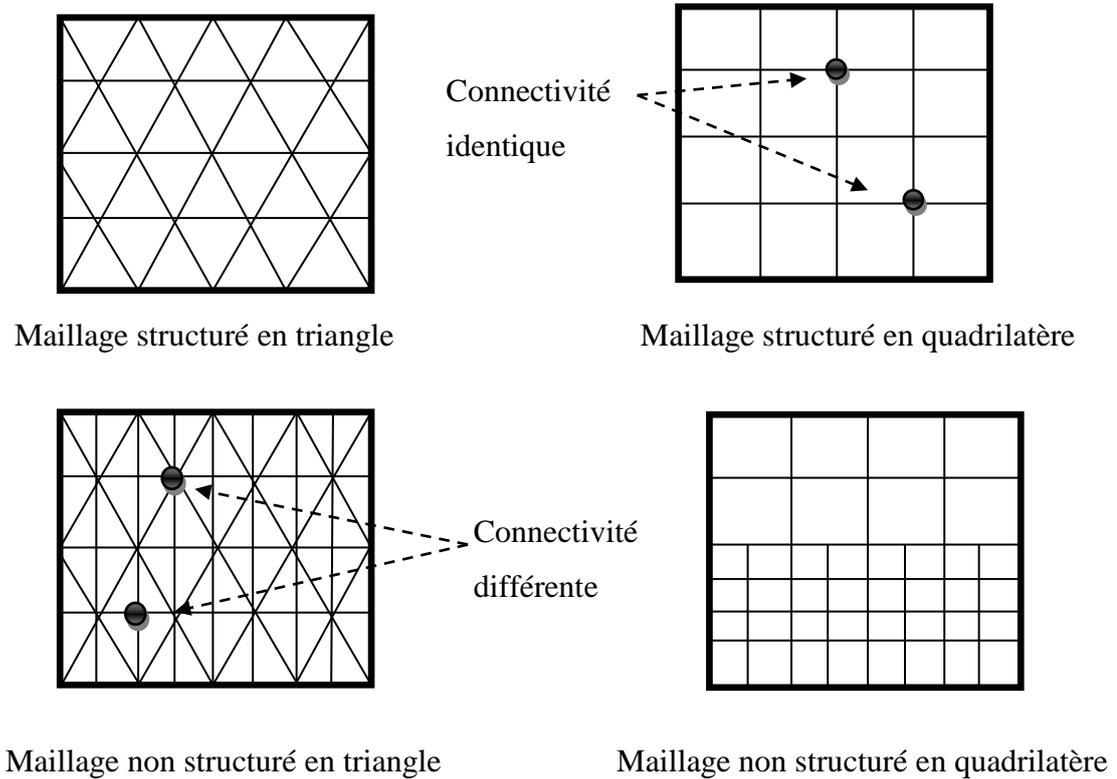


Figure III-3 Exemples de maillages

III.5. Présentation du code de calcul

Il existe un certain nombre de codes industriels, aux meilleures performances, permettant la prédiction d'écoulements de fluides (FLUENT, CFX, PHOENICS, STAR-CD, TRIO, FEMLAB, CFD-ACE, FLOTRAN, N3S, CFDS-FLOW3D ...).

Le code de calcul "FLUENT" est commercialisé par le groupe Ansys. Ce groupe est actuellement l'un des pôles de compétence en mécanique des fluides numérique les plus importants. Il développe et commercialise une solution complète sous forme de logiciels de CFD (Computational Fluid Dynamics) généralistes qui simule tous les écoulements des fluides compressibles ou incompressibles, impliquant des phénomènes physiques complexes tels que la turbulence, le transfert thermique, les réactions chimiques, les écoulements multiphasiques pour toute l'industrie. Les produits et services proposés par le groupe "FLUENT" aident les ingénieurs à développer leurs produits, à optimiser leur conception et à réduire leurs risques.

Ce code est largement utilisé dans l'industrie aéronautique, automobile et offre une interface sophistiquée qui facilite son utilisation. Le logiciel "FLUENT" modélise par la méthode des volumes finis des écoulements très variés dans des configurations plus ou moins complexes. Il est

composé, comme tout logiciel de type CFD, de trois éléments clés qui sont : le pré-processeur, le solveur et le post-processeur. Nous détaillons ci-dessous ces trois éléments.

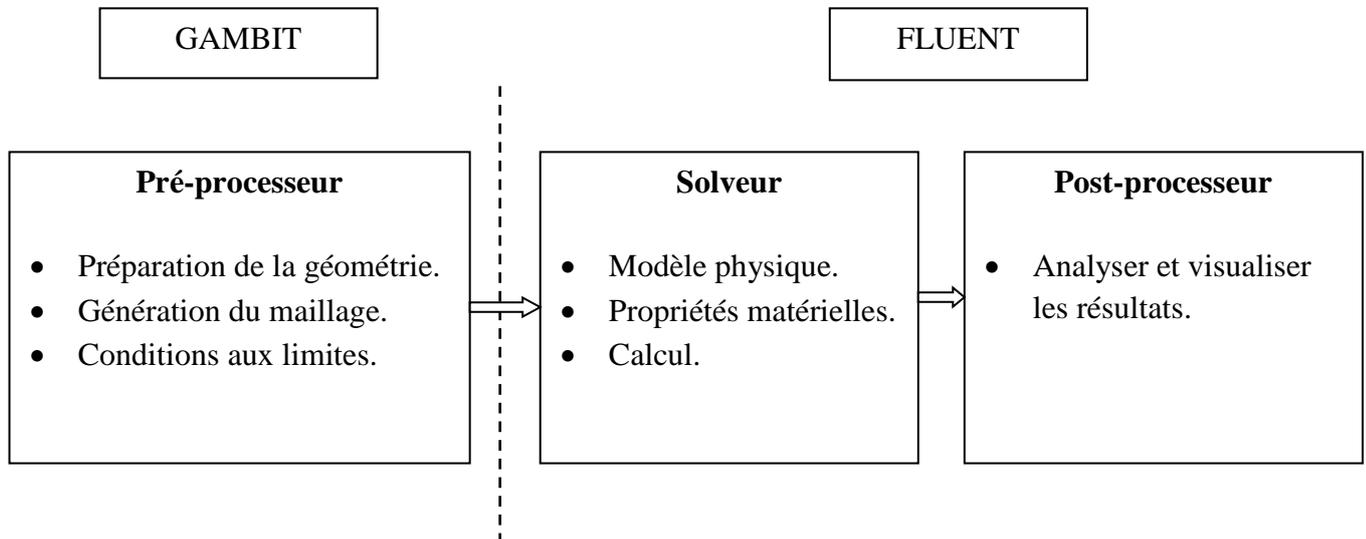


Figure III-4 Structure de base du code "FLUENT"

III.5.1. Pré - processeur "GAMBIT" :

Il permet à l'utilisateur de construire la géométrie du domaine de calcul et de subdiviser ce dernier en petits volumes de contrôle ou cellules de calcul. L'ensemble de ces volumes élémentaires constitue le maillage. La définition des conditions aux limites appropriées, au niveau des cellules qui coïncident ou touchent la frontière du domaine de calcul, se fait également à ce niveau.

III.5.2. Solveur "FLUENT"

Pour des fluides incompressibles, les calculs se font en pression relative. La méthode utilisée est la méthode des volumes finis. Cette méthode a l'avantage d'être conservatrice, c'est-à-dire que tout le flux sortant d'un volume de contrôle entre dans les volumes voisins. Les étapes de calcul dans le solveur sont les suivantes :

- Intégration des équations continues sur chaque volume de contrôle. Le théorème d'Ostrogradski est utilisé pour transformer certaines intégrales de volume en intégrales de surface.
- Discrétisation en espace et en temps (pour les écoulements non permanents) des équations : substitution des dérivées partielles par des approximations en différences finies ; transformation du système d'équations en système algébrique.

· Résolution du système algébrique par un processus itératif ; utilisation d'un algorithme pour corriger la pression et les composantes de la vitesse afin d'assurer la conservation de la masse.

III.5.3. Post-processeur "FLUENT"

Le Post-processeur permet de visualiser les différents résultats à l'écran (champs de vitesse, champs de température, ligne de courant ...etc.).

IV. Résultats et interprétations

IV.1. Description de la géométrie

La géométrie considérée est composée de deux tubes, un de $d = 12,7\text{mm}$ de diamètre et de longueur $L_1 = 813\text{mm}$, et le second tube (section d'essai) est de longueur $L_2 = 965\text{mm}$ et de $D = 25,4\text{mm}$ de diamètre pour le premier temps, Ce qui nous donne un rapport d'aspect est $D/d = 2$ [27], La géométrie est illustrée dans la Figure IV-1, nous allons faire varier le diamètre D du second tube pour obtenir des rapports d'aspect de $D/d = 3$ et $D/d = 4$.

Le fluide utilisé est un mélange de trois fluides homogènes 60% du diéthylène glycol ; 20% L'alcool benzylique et 20% d'eau.

Les paramètres du rhéologique pour un modèle Herschell-Bulkley de ce fluide sont :

Consistance $K = 0.33\text{Pa}\cdot\text{s}^n$; indice d'écoulement $n = 0.68$; contrainte de seuil $\tau_0 = 0.733$ Pa ; viscosité au seuil $\eta_0 = 736.01 \text{ Kg/m}\cdot\text{s}$.

La masse volumique du fluide est de $\rho = 1148.917 \text{ kg/m}^3$

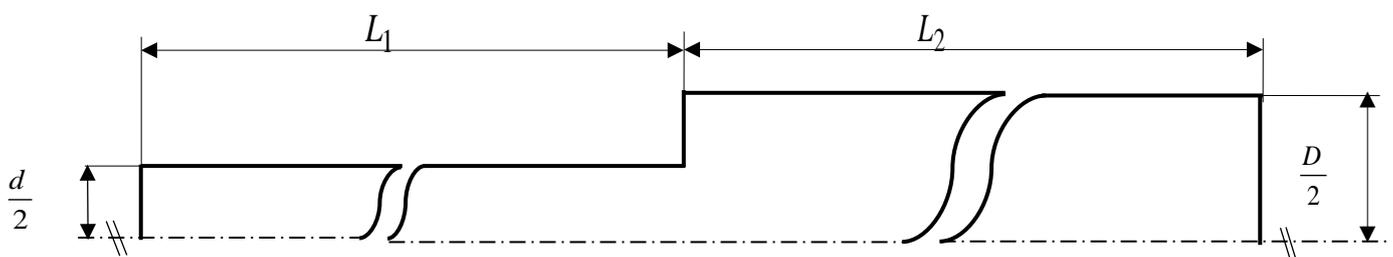


Figure IV-1 : géométrie étudiée

La simulation numérique bidimensionnelle de l'écoulement d'un fluide viscoplastique dans un élargissement brusque, a été réalisée à l'aide du code de calcul ANSYS Fluent 6.3.26. La construction des géométries et leurs maillages sont faits à l'aide du logiciel Gambit. Les principaux résultats obtenus reflétant les profils des vitesses et la viscosité dans l'élargissement, sont exposés dans ce chapitre.

IV.1.1. Géométries et maillage sous Gambit

Ce logiciel est utilisé pour définir et créer le domaine d'étude (surface ou volume) et de le mailler suivant le bon vouloir de l'utilisateur. Dans cette étude nous avons utilisé trois configurations de maillage.

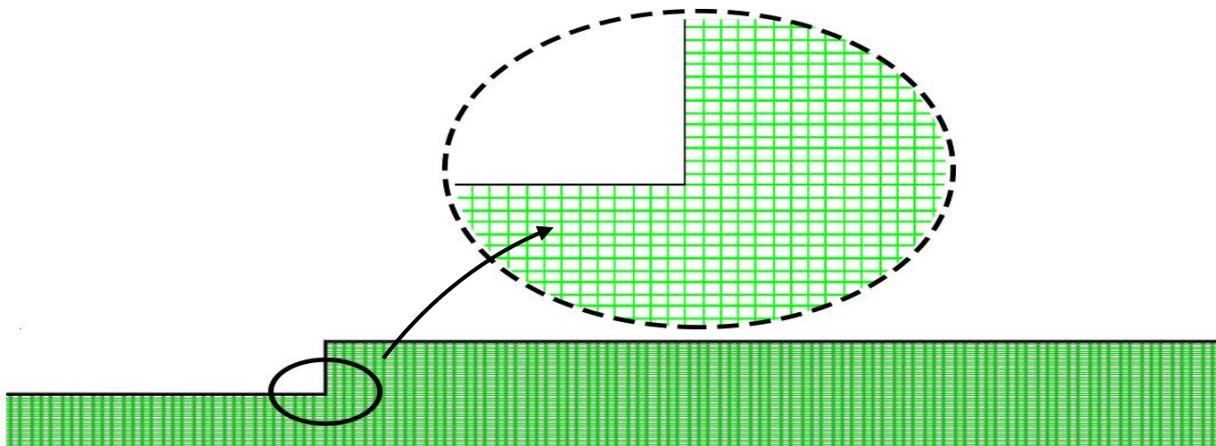


Figure IV-2 : Géométrie et maillage du domaine d'étude.

IV.1.2. Test du maillage

La vérification de la dépendance du maillage est effectuée pour assurer que le maillage utiliser n'as pas une influence sur les résultats, le maillage optimal assure une meilleure précision et moins temps de calcul. Pour cela, le profil de vitesse dans la position $X = 1,41$ avec $Re = 1,83$ des trois maillages sont testés et comparés [1]. Le Tableau IV-1 présente les trois maillages utilisés.

Le maillage	Nombre de cellules	Nombre d'itérations	Critère de convergence
Premier essai de maillage	2423	981	e^{-6}
Deuxième essai de maillage	69708	4436	e^{-6}
Troisième essai de maillage	140757	11698	e^{-6}

Tableau IV-1: Résultats des trois maillages utilisés

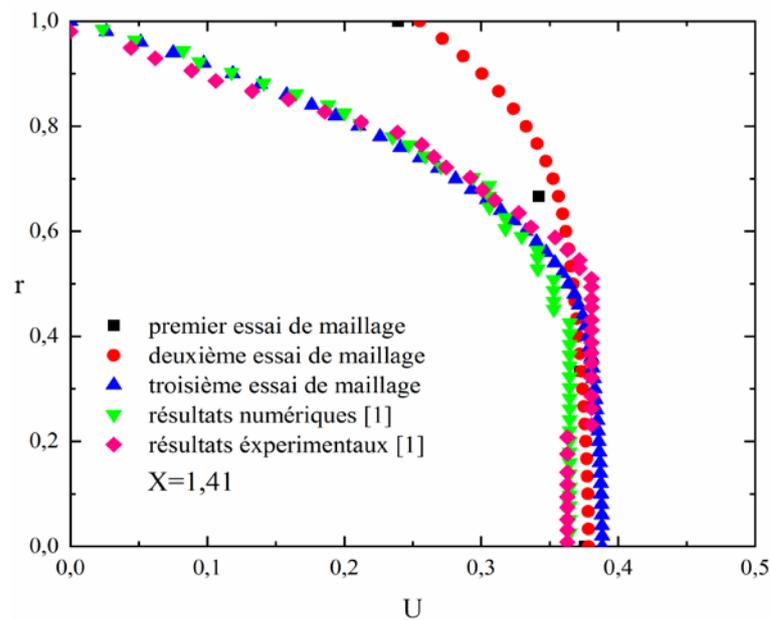


Figure IV-3 : Choix de maillage

Pour le choix du maillage, nous avons opté pour le maillage qui donne un profil de vitesse presque confondu avec le profil expérimental et numérique de [1]. La figure IV.2 donne une comparaison entre les profils de vitesse axiale obtenus pour les trois maillages pour la position $X = 1,41$ et $Re = 1,83$, et les résultats expérimentaux et numérique de [1]. On remarque que le maillage donnant des résultats qui se rapprochent le plus des résultats de [1] est celui du troisième essai (140757 cellules).

IV.2. Validation dynamique

Pour la validation des résultats numériques obtenus dans cette étude, nous avons comparé les profils de la vitesse axiale et de la vitesse radiale avec ceux de [1].

Les figures IV-4 et VI-5 montrent respectivement l'allure de la vitesse axiale et de la vitesse radiale pour $Re = 1,83$ et pour les positions $X = 0,018$; $X = 0,24$; $X = 0,46$; $X = 0,67$; $X = 0,91$; $X = 1,41$.

Pour la vitesse axiale on remarque que pour les positions $X = 0,018$ et $X = 0,24$, les résultats ont un profil similaire jusqu'à la région centrale, où on remarque que les profils des vitesses sont presque superposés, mais après la position $r = 0,4$, le profil de vitesse de la présente étude s'éloigne de ceux obtenus par [1].

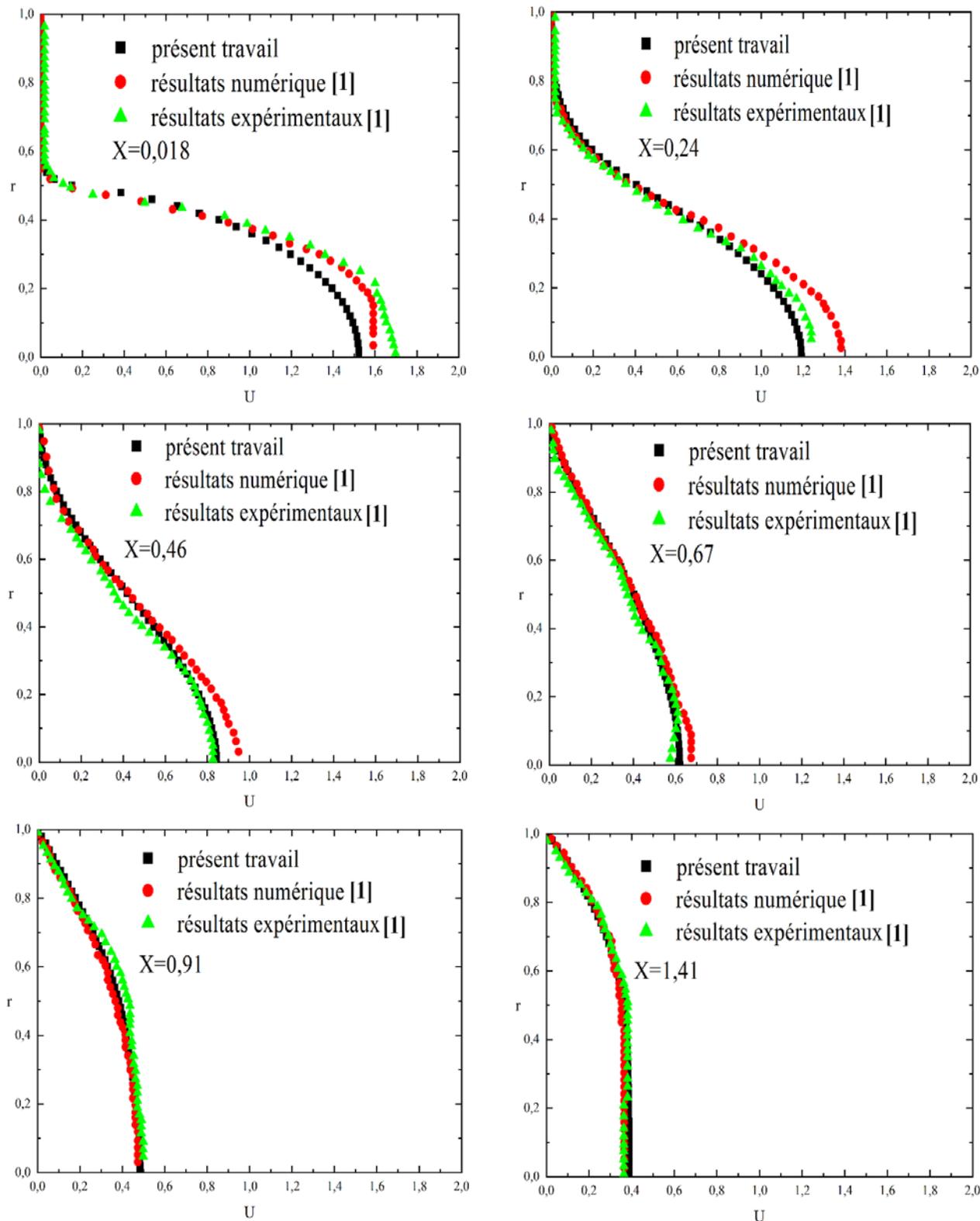


Figure IV-4 : Comparaison entre les profils de vitesse axiale de la présente étude et ceux de [1] pour $Re = 1,83$

Pour la position $X = 0,46$, on remarque que pour $r < 0,4$, le profil de vitesse de la présente étude est superposé avec le profil numérique de vitesses de [1], au-delà il y a une superposition entre le profil de vitesses de la présente étude et le profil expérimental de [1]

Pour les positions $X = 0,67$ et $X = 0,91$ $X = 1,41$, on remarque qu'il y a presque une bonne concordance entre le profil de vitesse du présent travail et ceux de [1]

Pour la vitesse radiale on remarque que pour la position $X = 0,018$, les profils de vitesses ont presque la même allure. A partir de $r = 0,45$ le profil de vitesse de la présent étude est plus proche du profil expérimental de [1].

Pour la position $X = 0,24$ on remarque que les profils de vitesse sont presque superposés sauf pour la zone $0,2 < r < 0,45$.

pour les positions $X = 0,46$; $X = 0,67$; $X = 0,91$ et $X = 1,41$ on remarque que le profil de vitesse du présent travail est plus proche du profil de vitesse expérimentale de [1].

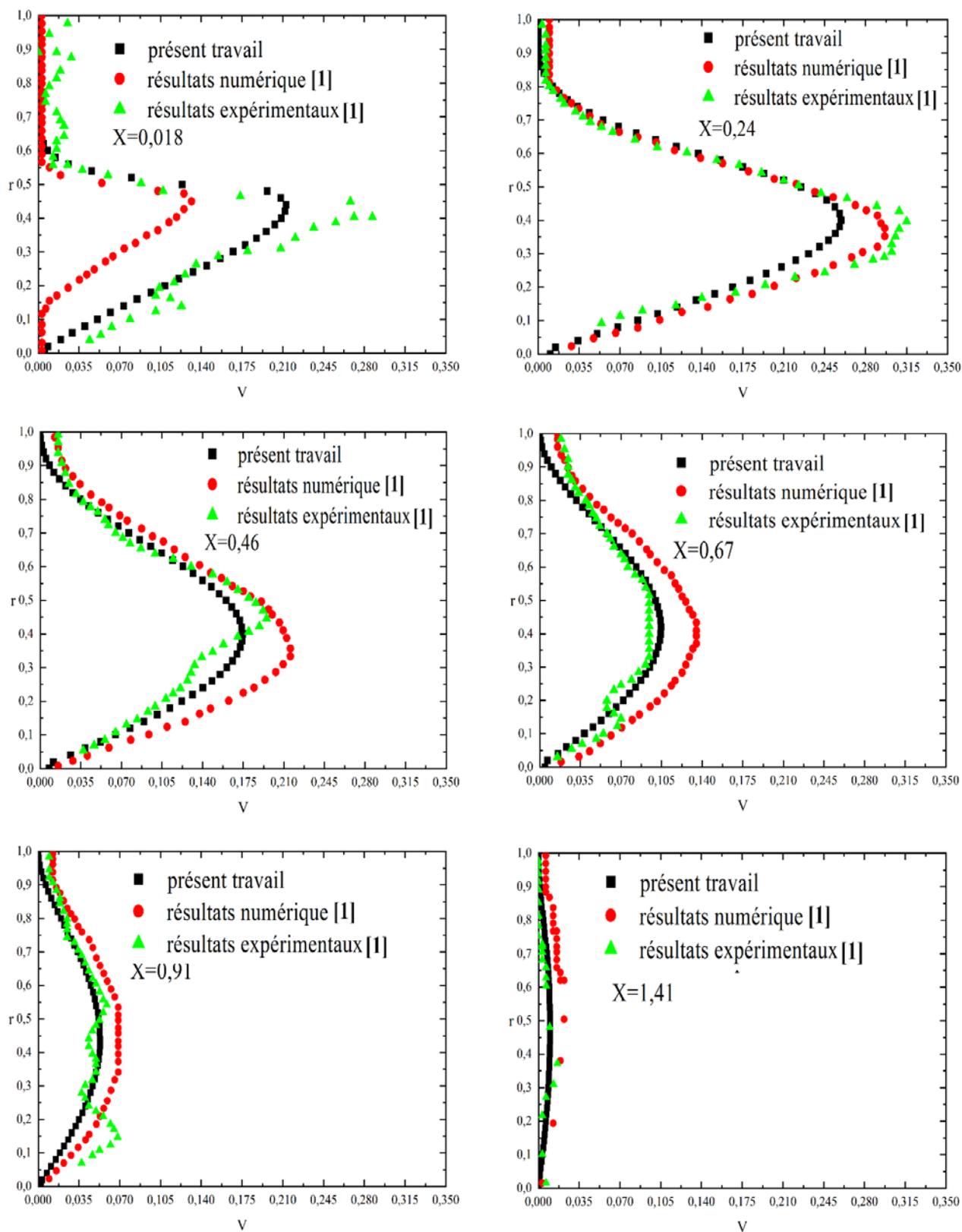


Figure IV-5 : Comparaison entre les profils de vitesse radiale de la présente étude et ceux de [1] pour $Re = 1,83$

Nous avons aussi fait une comparaison des vecteurs vitesses, des lignes de courant et des contours de la viscosité, de nos résultats avec ceux de [1].

Pour les vecteurs des vitesses et les lignes de courant (figures IV-6 et IV-7), on remarque que tous les profils sont similaires, ce qui prouve encore la véracité des résultats de notre simulation. On remarque que l'écoulement devient périodique à partir de la position $X=0,98$

Il faut noter que pour cette du nombre de Reynolds ($Re = 1,83$), il n'était pas possible de visualiser les vortex (les recirculations) au niveau de la zone morte. Cependant ces vortex apparaîtront à partir de la valeur de nombre de Reynolds ($Re = 12,38$) comme nous allons le voir dans la partie de L'influence de nombre de Reynolds.

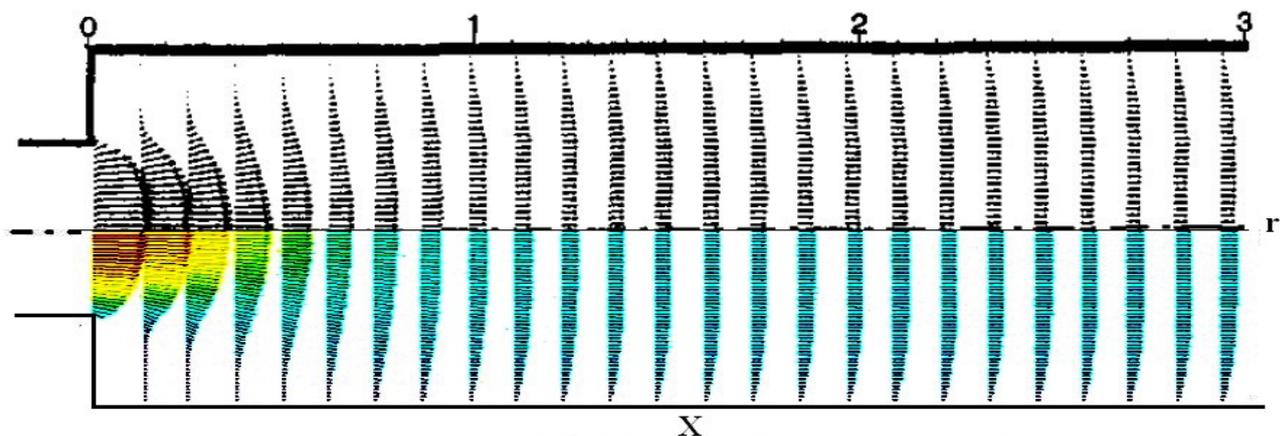


Figure IV-6 : Comparaison des vecteurs des vitesses le long de l'élargissement obtenus

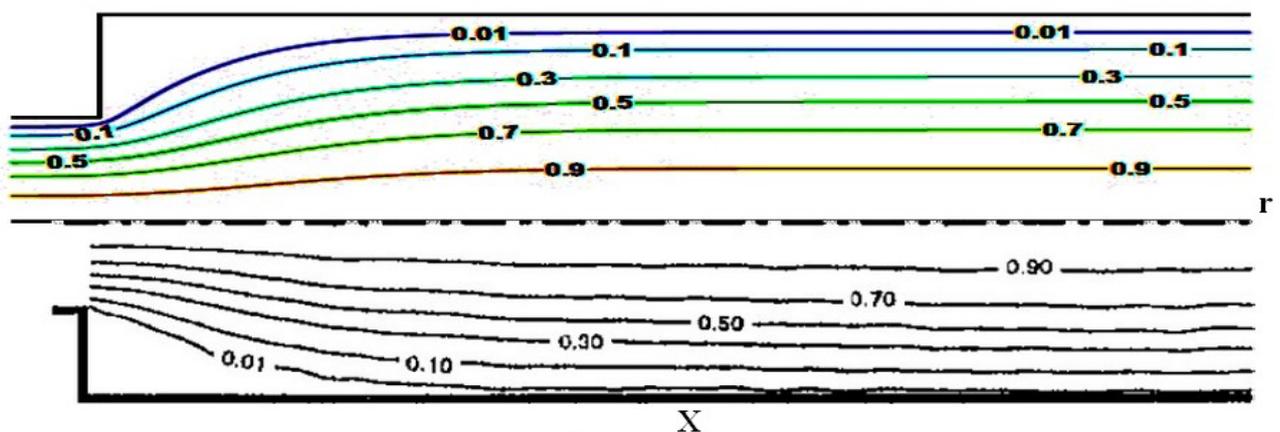


Figure IV-7 : Comparaison des lignes de courant le long de l'élargissement obtenus

La figure IV-8 montre les contours des iso-viscosités (effectives) le long de l'élargissement. On remarque une très bonne concordance entre les résultats de la présente étude et ceux obtenus par [1]. Ce résultat permet de distinguer les différentes zones de l'écoulement. On remarque une stagnation de l'écoulement pour la position $X=0$

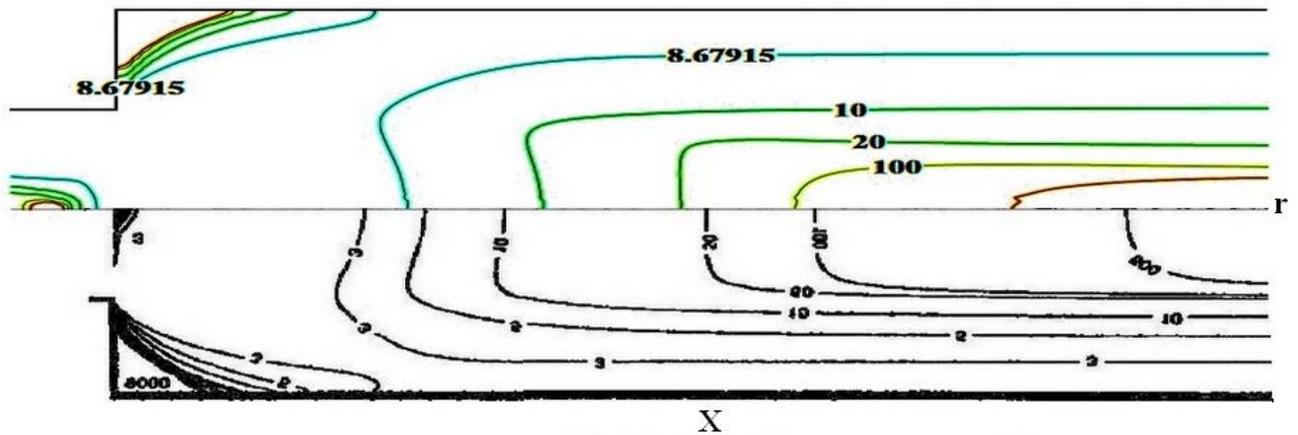


Figure IV-8 : Comparaison de la viscosité effective le long de l'élargissement obtenus

IV.3. Influence de rapport d'aspect

Pour qu'on peut mieux visualiser l'influence de rapport d'aspect sur l'écoulement on a maintenu le nombre de Reynolds fixe dans les 3 différents rapports ($D/d = 2$; $D/d = 3$, $D/d = 4$).

La figure VI-9, montre les profils de vitesses axial obtenus dans les six positions ($X = 0,018$; $X = 0,24$; $X = 0,46$; $X = 0,67$; $X = 0,91$; $X = 1,41$) pour un nombre de Reynolds $Re = 1.83$. Comme il été prévue la variation de rapport d'aspect affect la vitesse moyenne et maximal de régime laminaire complètement développé loin de l'élargissement, la distance nécessaire pour le développement de ce régime n'était pas affectée par le changement de rapport d'aspect. Et la variation des vitesses moyen et maximal entraine une variation des contraintes de cisaillement ce qui justifier le changement des rayon zone iso-vitesse et le rayon critique R_c . On remarque aussi que pour la même position, les profils de vitesse ont la même allure et que pour la même valeur de r , la vitesse augmente lorsque le rapport diminue. Lorsqu'on s'éloigne de la première position de l'élargissement, le profil de vitesse change d'allure, nous pensons que ceci est dû à la zone de recirculation au-delà de laquelle le profil de vitesse devient périodique.

La Figure IV-10 montre les lignes de courants pour $Re = 1.83$ dans les trois différents rapports d'aspect, on remarque l'absence de zone de recirculation pour tous les rapports et l'existence d'une zone rigide dans le coin de l'élargissement, la taille de cette zone augmente lorsque le rapport d'aspect augmente

Pour le Figure IV-11 et Figure IV-12 présente les lignes de courants pour $Re = 12.38$ et $Re = 30.9$ dans les trois rapports d'aspects. On peut voir la formation de zone de recirculation et l'existence de deux zones rigides, une dans le coin de l'élargissement, et l'autre juste après la zone de recirculation. L'augmentation de rapport d'aspect pour les deux nombres de Reynolds causé une augmentation des tailles des zones rigides et du vortex.

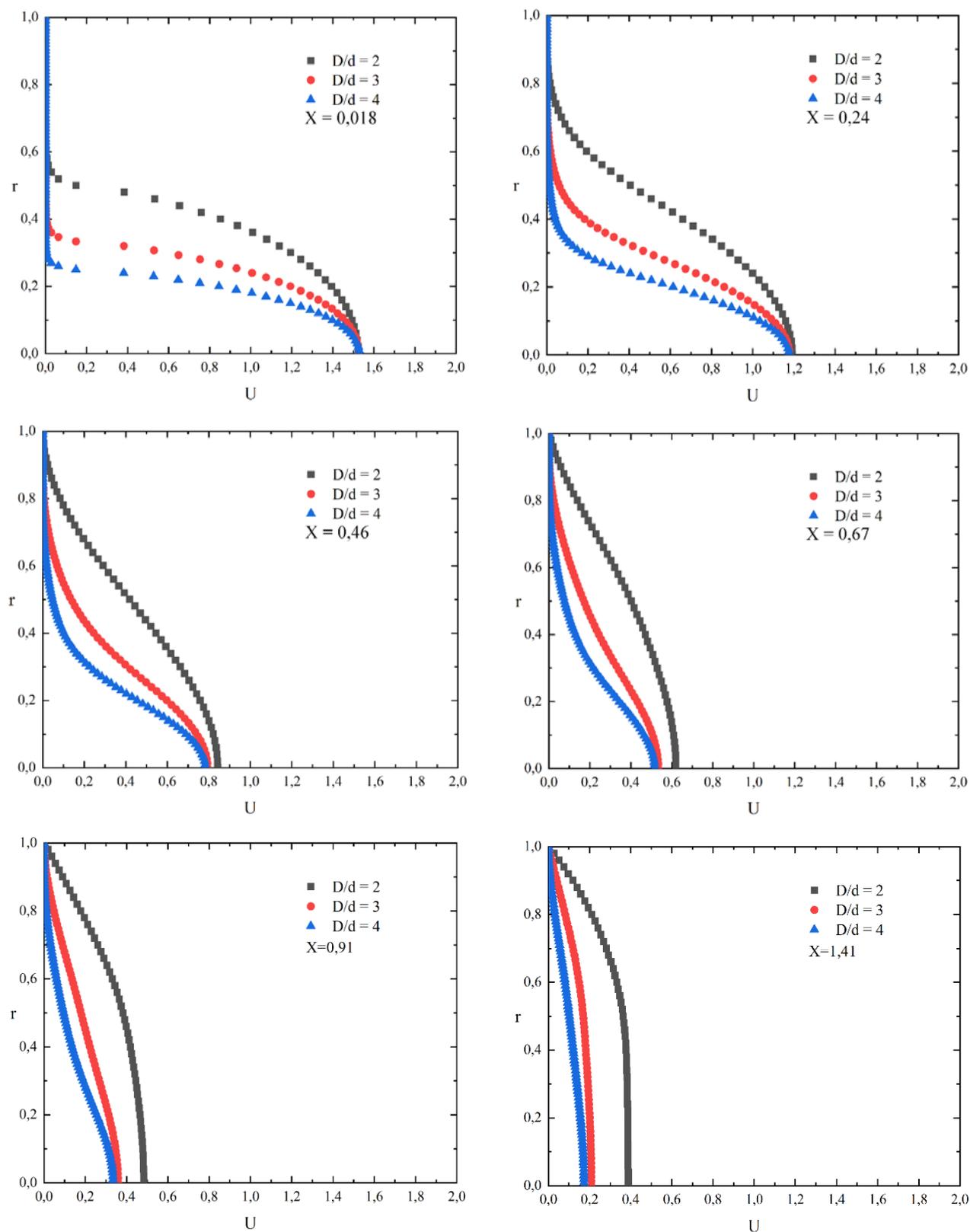


Figure IV-9 Profils des vitesses pour différents rapports d'aspect

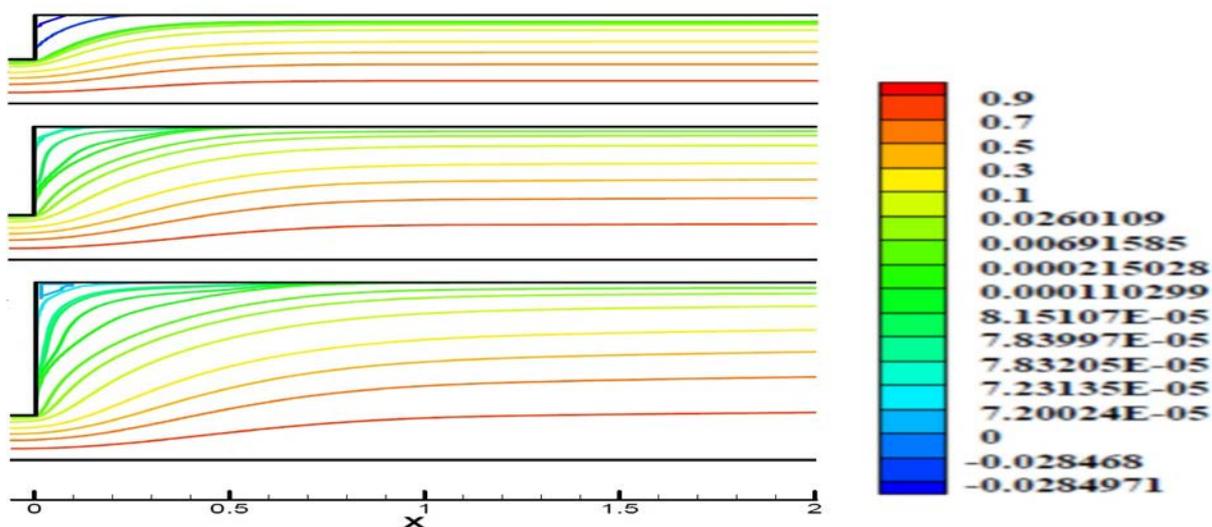


Figure IV-10 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds (Re=1,83)

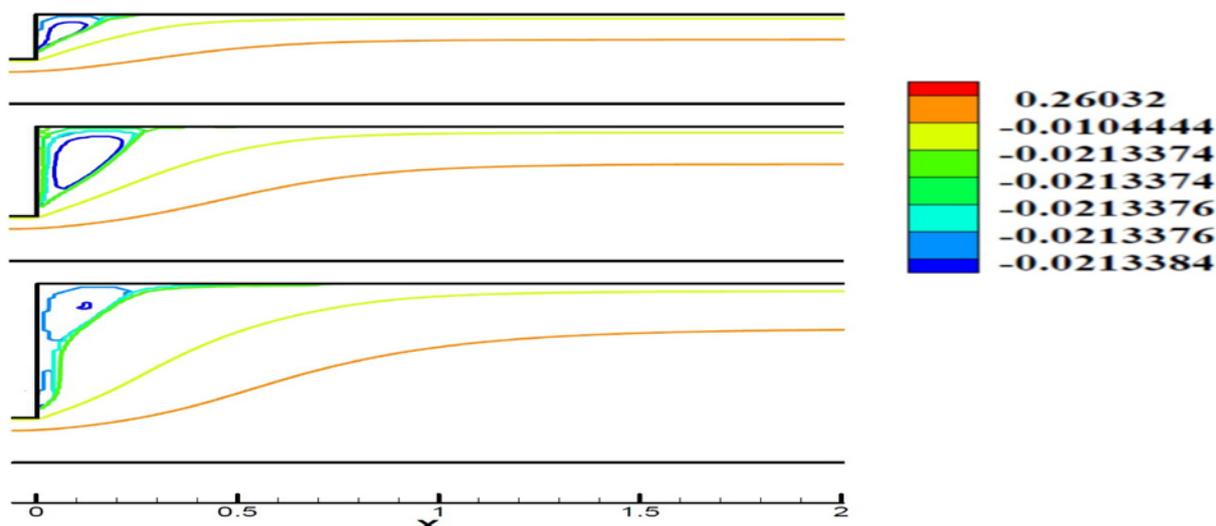


Figure IV-11 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds (Re=12, 38)

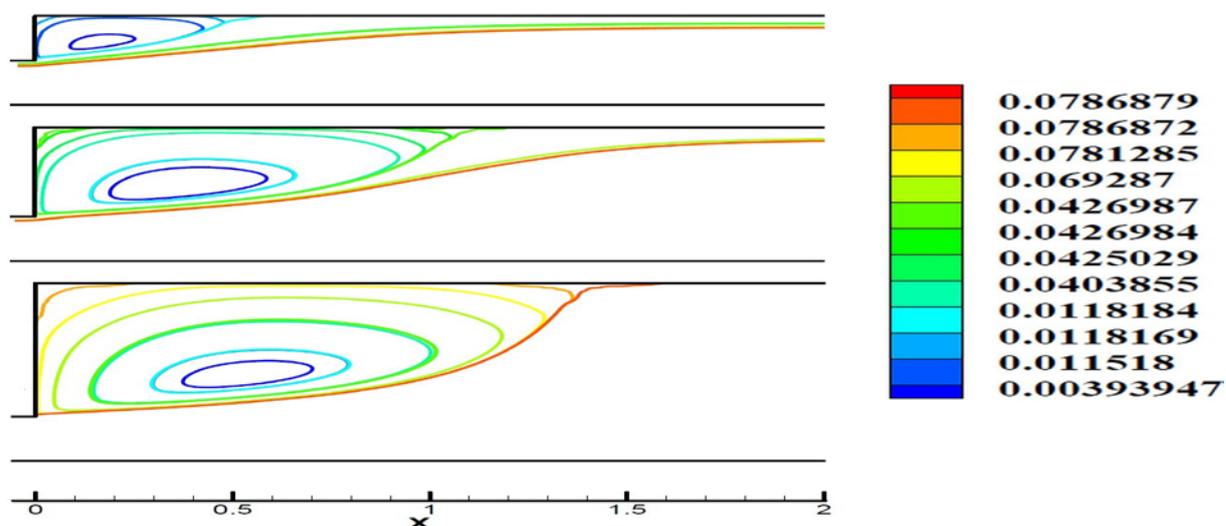


Figure IV-12 : Les lignes de courants pour nombre de Reynolds (Re=30,9)

Pour les résultats précédents, certains problèmes de convergence sont apparus lorsque nous avons considéré toute la géométrie. Nous nous sommes vus donc contraints de changer la géométrie, nous avons éliminé les régions où le profil de vitesse est périodique et ce à l'entrée $L_3 = 100mm$ et à la sortie de l'élargissement $L_4 = 200mm$, La nouvelle géométrie est représentée Figure IV-13

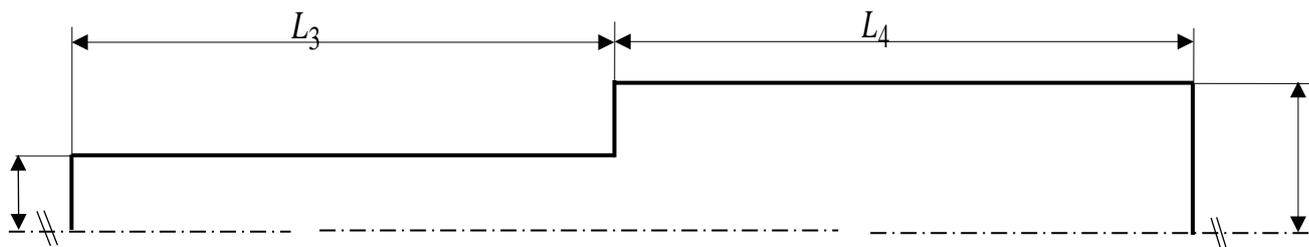


Figure IV-13 : Géométrie du domaine d'étude après la modification

La Figure IV-14 montre une comparaison des résultats avant et après la modification de la géométrie, il est très clair que la diminution des longueurs n'a pas une influence sur l'écoulement près de l'élargissement, en tant que la nouvelle longueur est suffisante de développement d'un écoulement laminaire stable, mais ce changement à réduit immensément le temp de calcul.

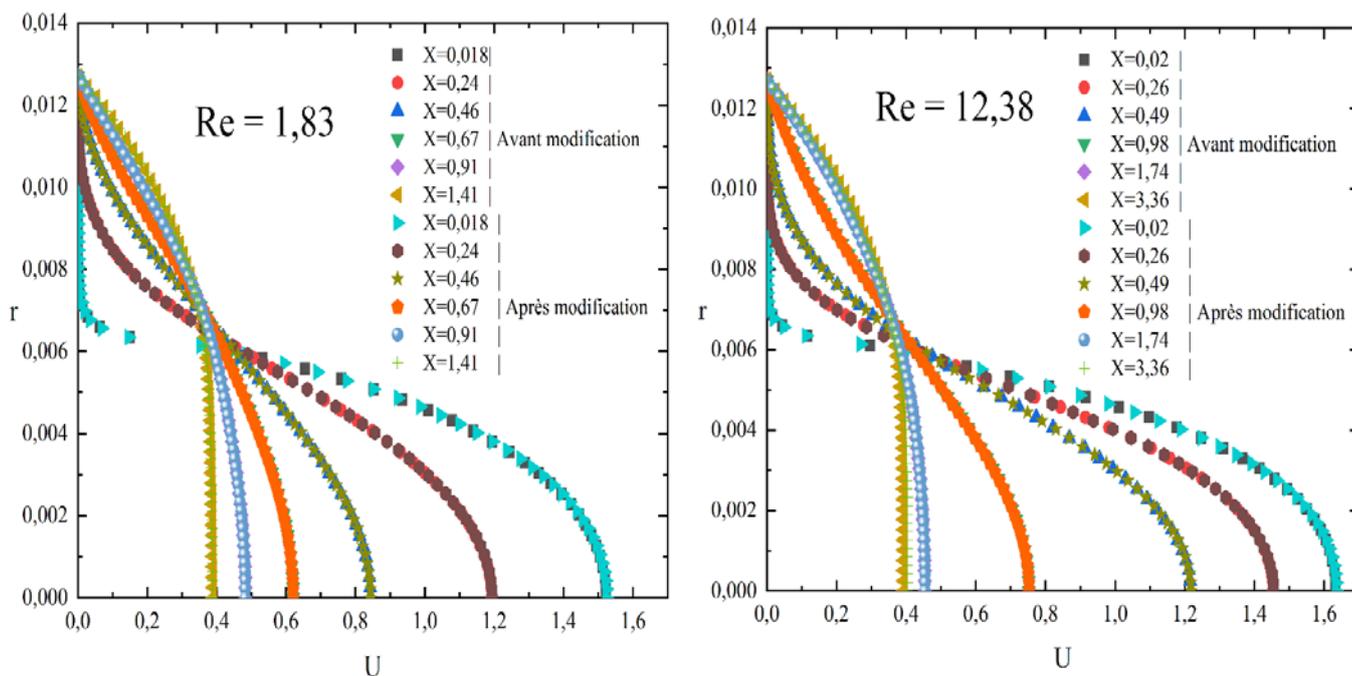


Figure IV-14 : Profils de la vitesse axiale dans toutes les positions et pour $Re = 1,83$ et $Re = 12,38$.

IV.4. L'influence de nombre de Reynolds

Dans cette partie on va voir l'influence de nombre de Reynolds sur les profils des vitesses, les lignes de courant et les contours de la viscosité pour les rapports d'aspect $D/d = 2$, $D/d = 3$ et $D/d = 4$.

Les figures (IV-15 ; IV-18 ; IV-21) au-dessus montre les profils de la vitesse axial dans six différents position pour trois valeurs de nombre de Reynolds et des valeurs de rapport d'aspects de ($D/d = 2$, $D/d = 3$ et $D/d = 4$), respectivement. On remarque que pour les positions ($X=0,018$; $0,24$; $0,46$) les profils de vitesses ont la même allure, quelle que soit la valeur du nombre de Reynolds et celle du rapport d'aspect Par contre pour les trois autres positions ($X=0,67$; $0,91$; $1,41$) le profil de vitesse devient aplati, cet aplatissement caractérise l'écoulement laminaire des fluides viscoplastique comme il est mentionné précédemment. Il aussi claire que lorsque le nombre de Reynolds augmente, l'écoulement en aval de la marche nécessite des distances axiales plus longues pour atteindre l'écoulement laminaire complètement développé, donc la longueur nécessaire pour que l'écoulement devient périodique est fortement dépendante sur la valeur de nombre de Reynolds.

Par l'analyse des lignes de courant Juste à l'élargissement, on note, l'absence des zones de recirculation à $Re = 1.83$ et à partir de $Re = 12,38$ la zone de recirculations se forme, cette zone caractérisée par des faibles vitesses au voisinage de l'élargissement. Lorsque Re augmente $Re = 30.9$, le vortex augmente en taille et en intensité.

La Figure IV- montre également des zones rigides en mouvement au centre de la conduite, lieu de contraintes faibles. Ces zones rigides sont situées dans le fluide cisailé et se séparent de la zone en déformation du fluide par une surface critique qui correspond au seuil d'écoulement. Leur forme et leur positionnement sont influencées par la valeur du nombre Re : elles s'éloignent de la constriction lorsque le fluide est accéléré à l'aval. D'autres zones rigides en mouvement apparaissent dans la zone aplatie des vortex. Leur taille augmente dans le sens de l'écoulement quand Re augmente.

Les contours de la viscosité effective de présent travail sont présentés dans les Figures (IV-17 ; IV-20 ; IV-23) le travail prédit avec précision la différente zone d'écoulement décrites, Pour les deux plus petits nombres de Reynolds de 1,83 et 12,38, la zone concave stagnante dans le coin d'élargissement est clairement évidente, la zone stagnante pour $Re = 12.38$ est supérieur à celle de $Re = 1.83$.

Pour $Re = 30.9$ l'écoulement est caractérisé par deux relativement petits zones stagnante, une dans le coin et l'autre juste après la zone de recirculation adjacente à la paroi, la viscosité effective est variée dans cette région. Pour ce nombre de Reynolds supérieur, la zone du fluide stagnant dans le centre des vortex est également évidente dans les parcelles de viscosité effective.

Pour tout résumé la valeur de nombre de Reynolds a influencée les paramètres suivants :

- La longueur axiale nécessaire pour le rétablissement de régime laminaire complètement développé.
- La formation, l'intensité et la taille de zone de recirculation.
- Les zones rigides aux coins d'élargissement, après la zone de recirculation et aussi au milieu de la conduite.

IV.4.1. Rapport d'aspect $D / d = 2$

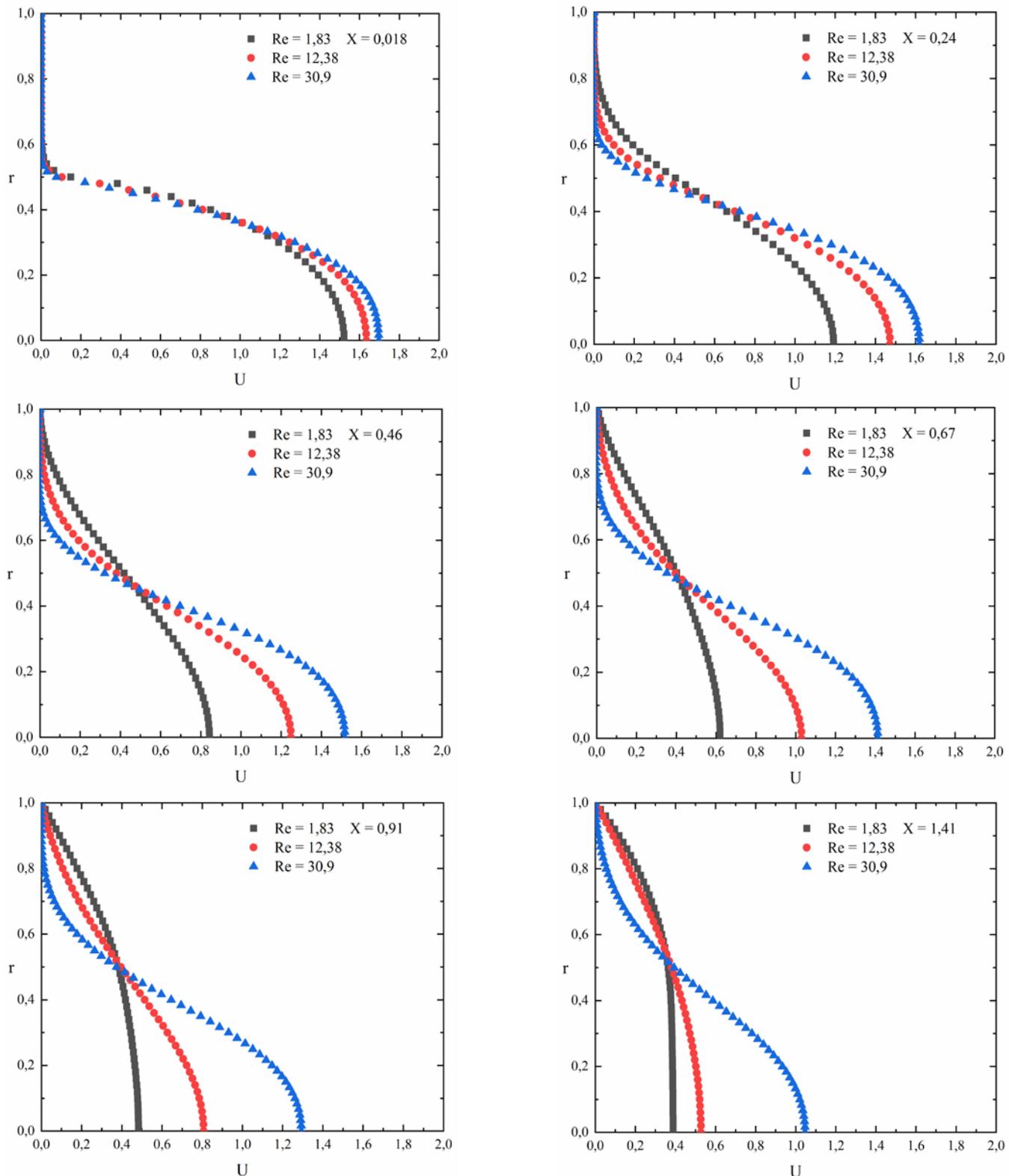


Figure IV-15 : Comparaison des profils de la vitesse axiale obtenue dans les différentes positions pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 2$.

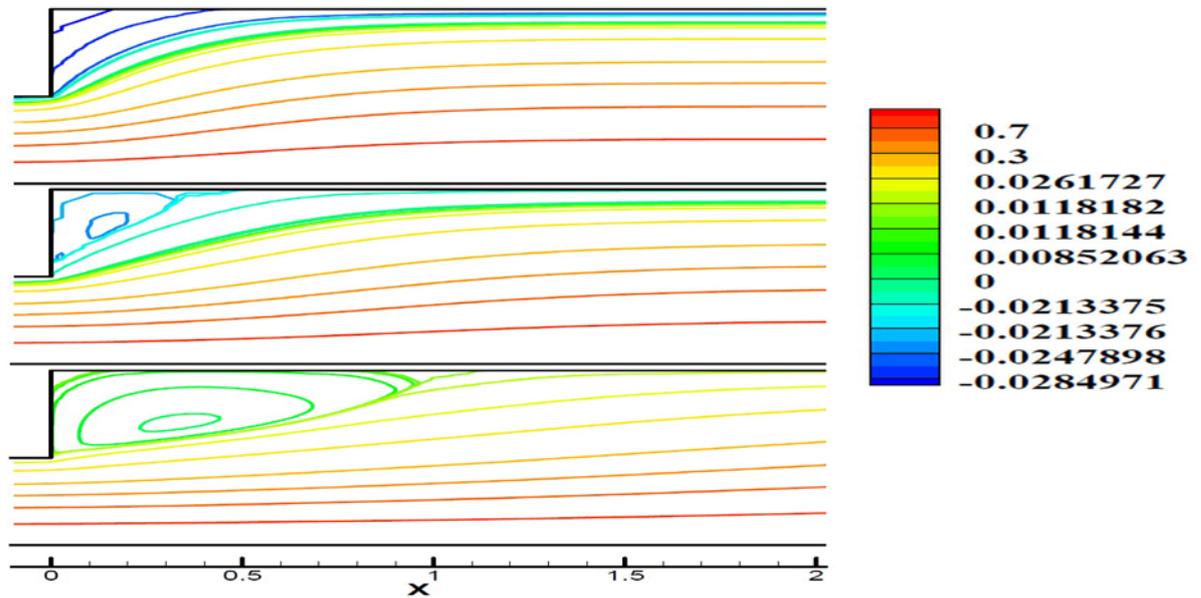


Figure IV-16 : Les lignes de courant

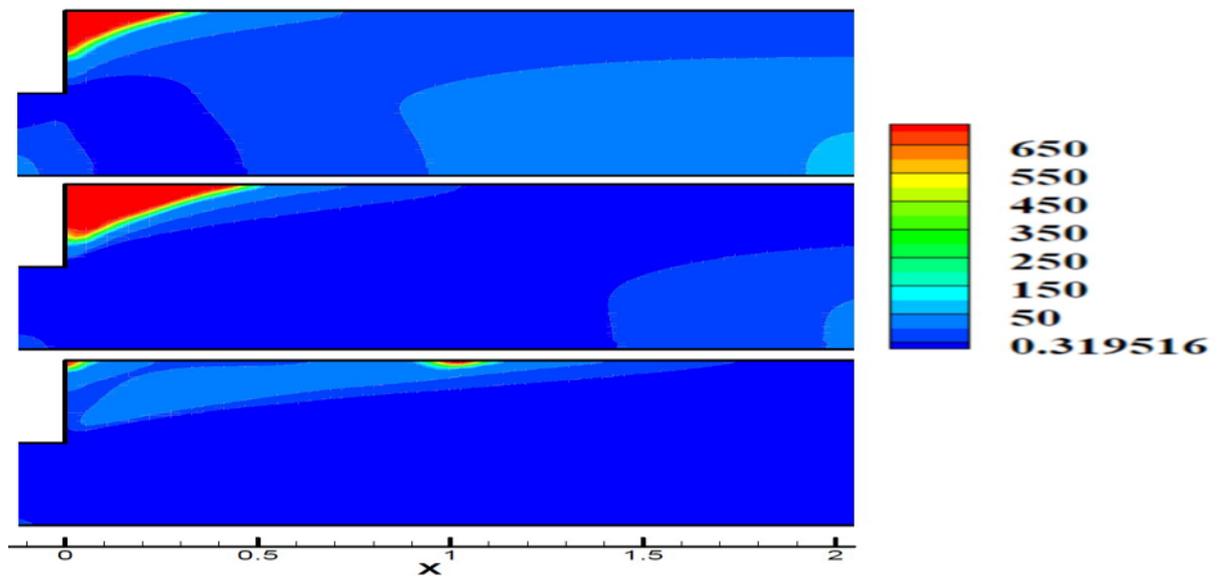


Figure IV-17 : Les contours de la viscosité

IV.4.2. Rapport d'aspect $D / d = 3$

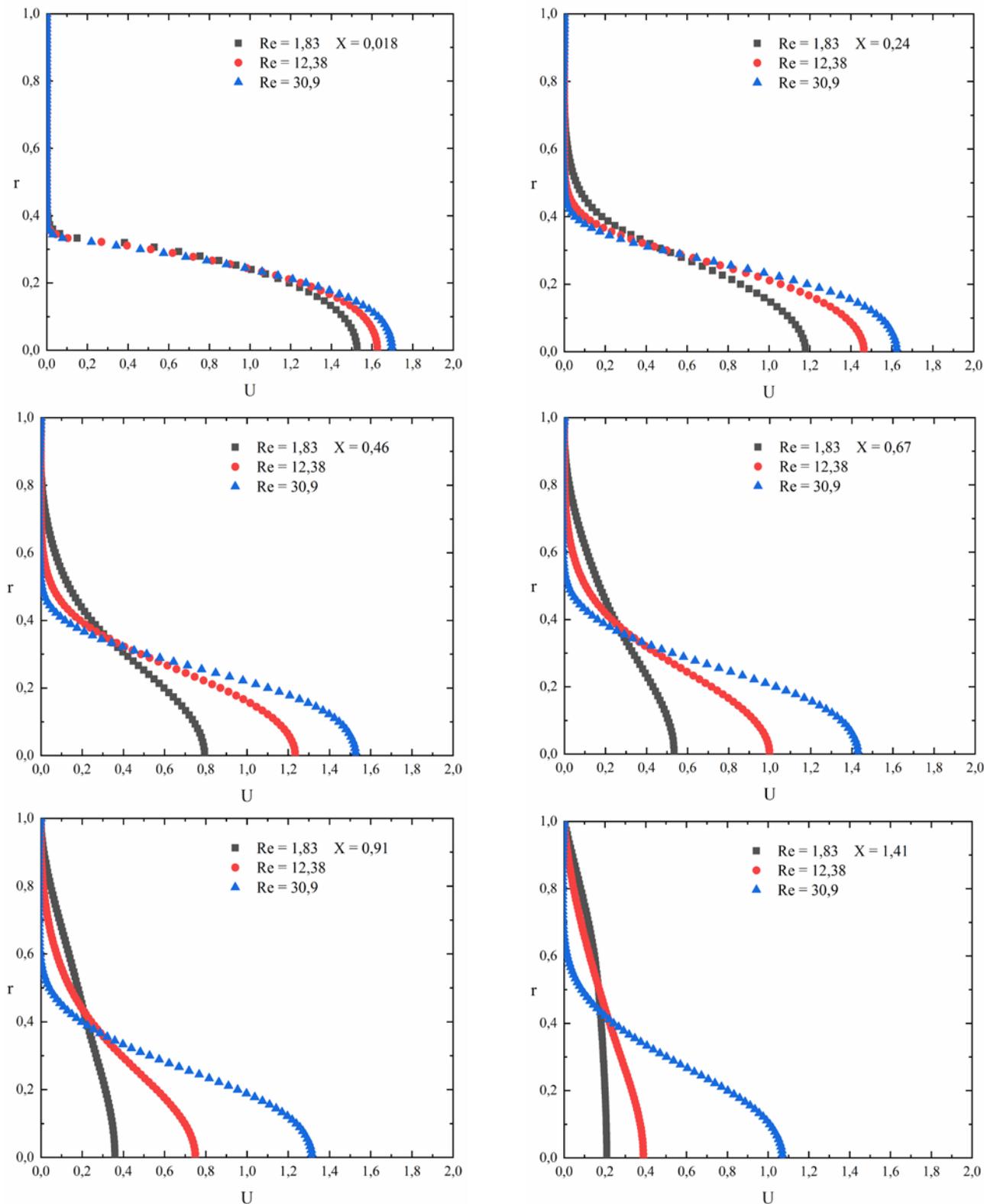


Figure IV-18 : Comparaison des profils pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 3$ dans tous les positions.

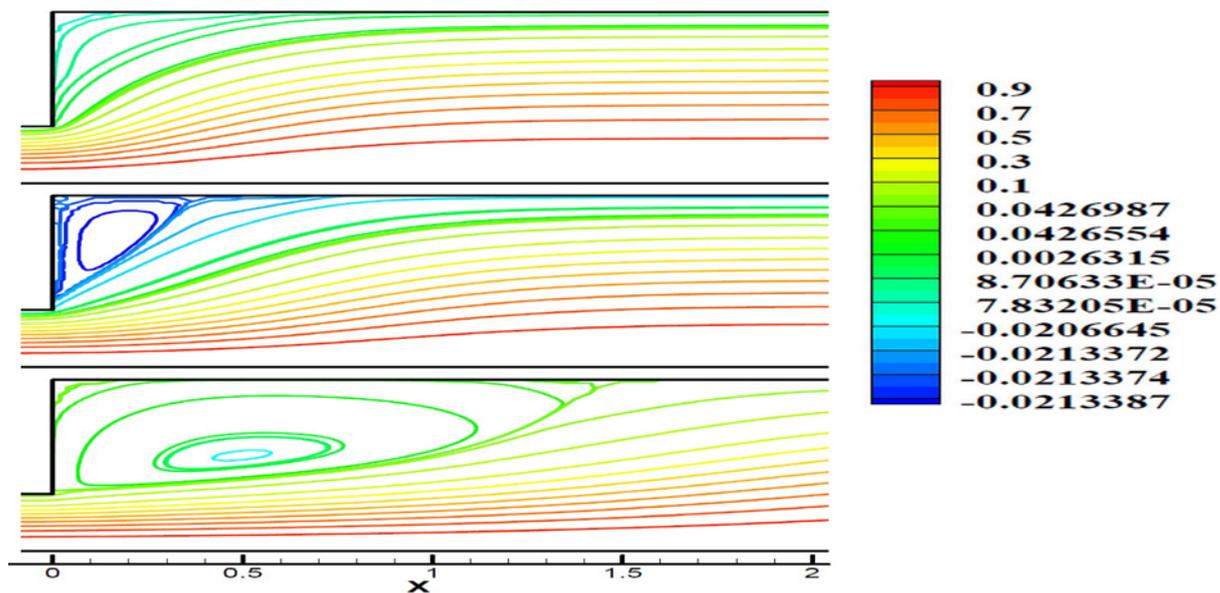


Figure IV-19 : Les lignes de courant

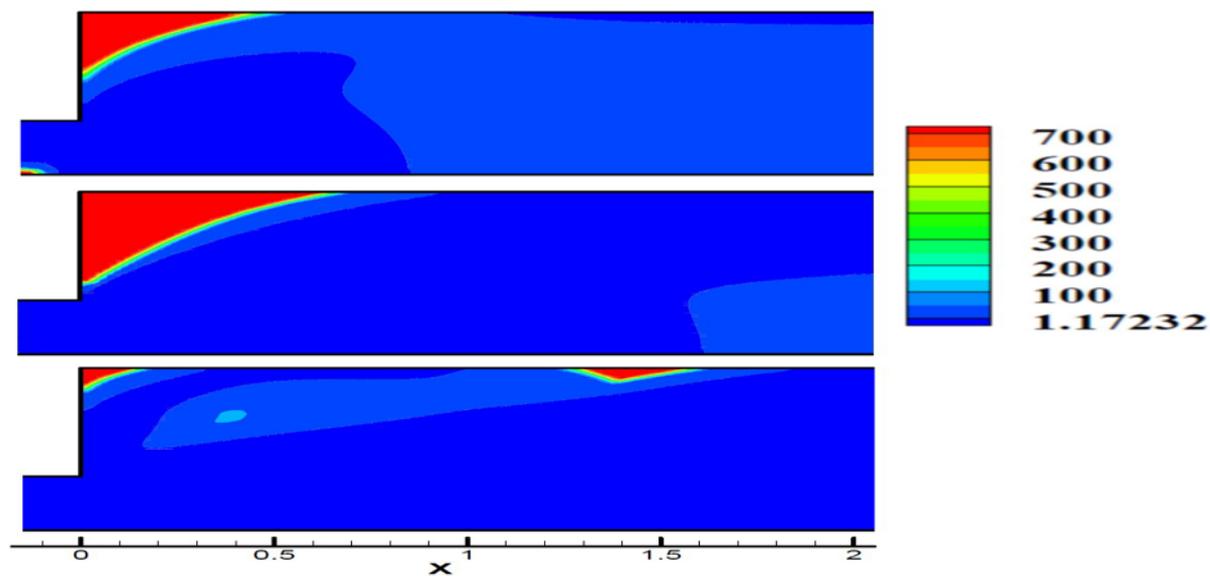


Figure IV-20 : Les contours de la viscosité

IV.4.3. Rapport d'aspect $D / d = 4$

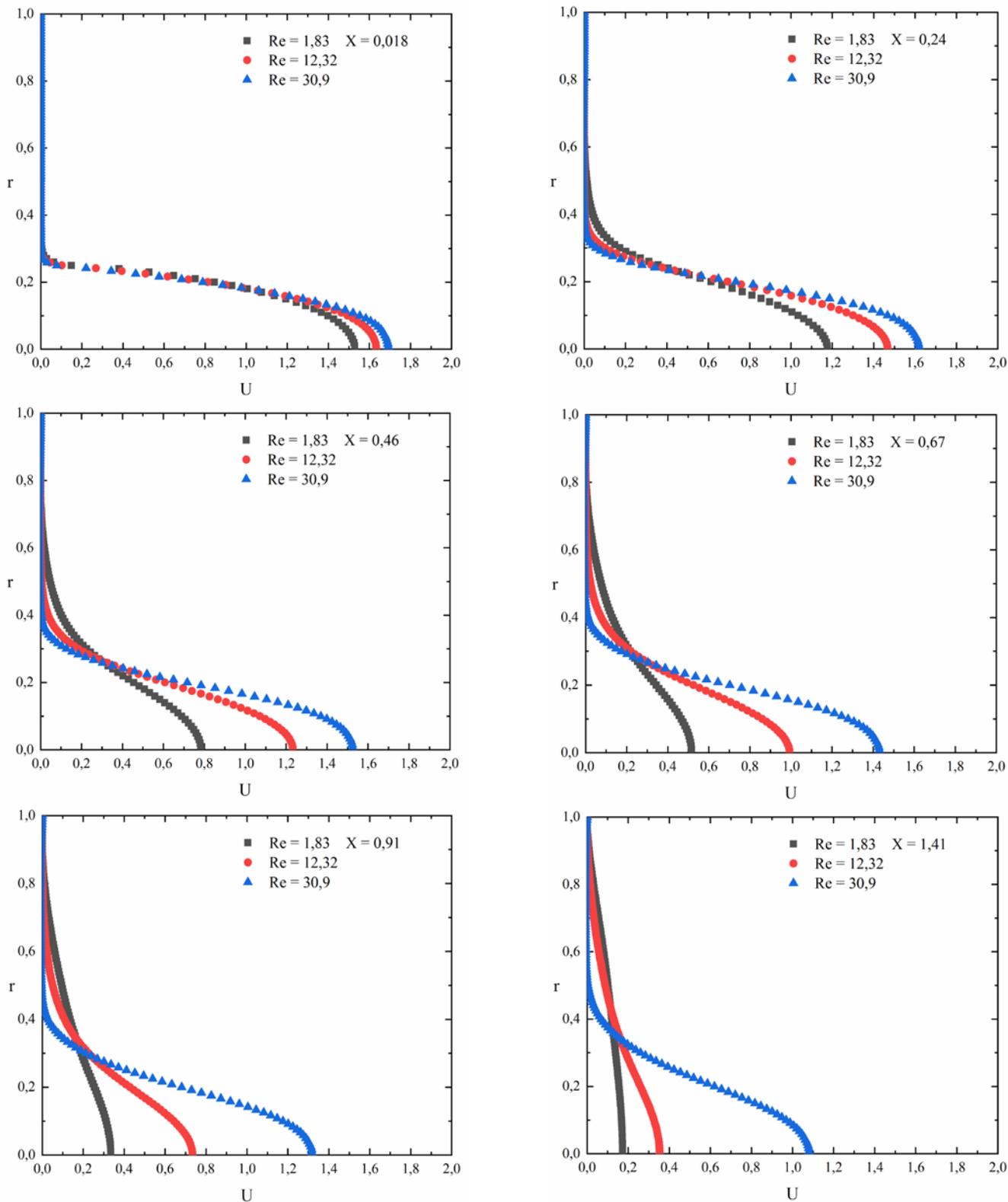


Figure IV-21 : Comparaison des profils pour $Re = 1,83$; $Re = 12,38$ et $Re = 30,9$ et pour un rapport de $D / d = 4$ dans tous les positions.

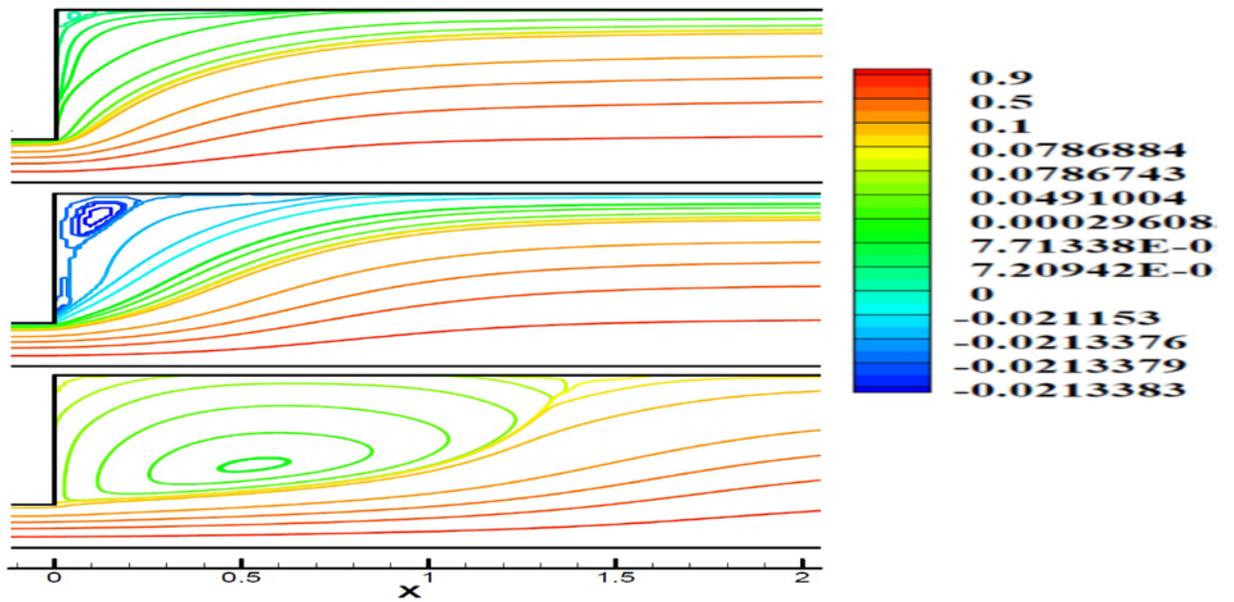


Figure IV-22 : Les lignes de courant

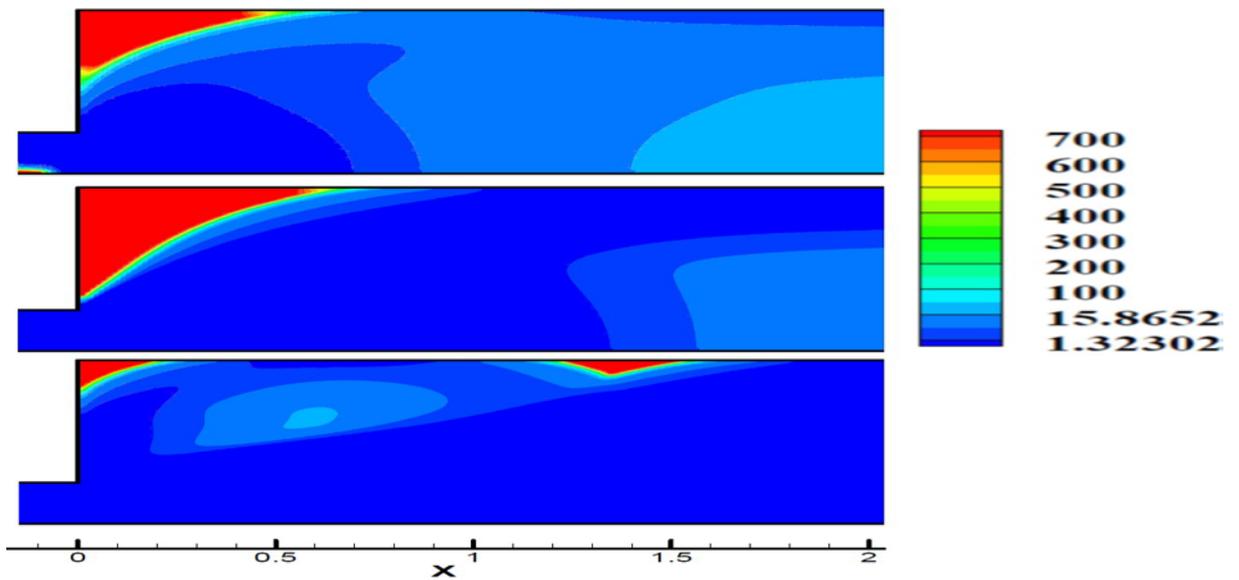


Figure IV-23 : Les contours de la viscosité

V. Conclusion

Une simulation numérique a été faite dans le but d'étudier l'écoulement d'un fluide d'Herschell-Bulkley à travers un élargissement brusque en régime laminaire pour trois nombres de Reynolds (1,83 ;12,38 ;30,9) et trois différents rapports d'aspect $D/d = (2 ;3 ;4)$. L'écoulement est considéré et bidimensionnel et axisymétrique. Pour assurer cette axisymétrie le nombre de Reynolds a été maintenue moins de 30,9.

Les résultats de la simulation numérique ont montré que pour de très faible nombre de Reynolds (1,83) il existe une zone rigide ou le fluide est stationnaire au coin et il n'y a pas de zone de recirculation, et quand le nombre de Reynolds augmente une zone de recirculation se forme à sa place et la zone rigide se sépare en deux petits zones, une dans le coin et l'autre juste après la zone de recirculation. L'intensité et la longueur de la zone de recirculation est fortement dépendante du nombre de Reynolds.

Et comme il été prévue la variation de rapport d'aspect affecte énormément les dimensions de la zone stationnaire. La longueur et la largeur de cette zone augmente lorsque le rapport augmente, et le même raisonnement concerne la zone de recirculation.

D'une manière générale on peut dire que la variation rapport d'aspect et le nombre de Reynolds influent l'écoulement des fluides viscoplastique de même manière qu'elles influent les fluides newtoniens.

Bibliographie

- [1] K. J. Hammad, M. V. Ötügen, G. C. Vradis, and E. B. Arik, “Laminar Flow of a Nonlinear Viscoplastic Fluid Through an Axisymmetric Sudden Expansion,” *J. Fluids Eng.*, vol. 121, no. 2, p. 488, 1999.
- [2] B. R. Munson, Ed., *Fundamentals of fluid mechanics*, 7. ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2013.
- [3] G. Couarraze, J.-L. Grossiord, and N. Huang, *Initiation à la rhéologie*, 4th ed. Paris: Lavoisier, 2014.
- [4] B. Guo, X. Liu, and X. Tan, “Hydraulic Fracturing,” in *Petroleum Production Engineering*, Elsevier, 2017, pp. 389–501.
- [5] C. RIGAL, “Comportement de fluides complexessous écoulement : Approche expérimentale par résonance magnétique nucléaire et techniques optiques et simulations numériques,” Institut National Polytechnique, Lorraine.
- [6] A. B. Metzner and J. C. Reed, “Flow of non-newtonian fluids—correlation of the laminar, transition, and turbulent-flow regions,” *AIChE J.*, vol. 1, no. 4, pp. 434–440, Dec. 1955.
- [7] A. L. Halmos, D. V. Boger, and A. Cabelli, “The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion: Part I. A numerical solution,” *AIChE J.*, vol. 21, no. 3, pp. 540–549, May 1975.
- [8] A. L. Halmos and D. V. Boger, “The behavior of a power-law fluid flowing through a sudden expansion. Part II. Experimental verification,” *AIChE J.*, vol. 21, no. 3, pp. 550–553, May 1975.
- [9] G. C. Vradis and M. V. Otugen, “the Axisymmetric Sudden Expansion Flow of a Non-Newtonian Viscoplastic Fluid.”
- [10] F. Durst, A. Melling, and J. H. Whitelaw, “Low Reynolds number flow over a plane symmetric sudden expansion,” *J. Fluid Mech.*, vol. 64, no. 1, pp. 111–128, Jun. 1974.
- [11] W. Cherdron, F. Durst, and J. H. Whitelaw, “Asymmetric flows and instabilities in symmetric ducts with sudden expansions,” *J. Fluid Mech.*, vol. 84, no. 01, p. 13, Jan. 1978.
- [12] B. F. Armaly, F. Durst, J. C. F. Pereira, and B. Schönung, “Experimental and theoretical investigation of backward-facing step flow,” *J. Fluid Mech.*, vol. 127, no. 1, p. 473, Feb. 1983.
- [13] D. Drikakis, “Bifurcation phenomena in incompressible sudden expansion flows,” *Phys. Fluids*, vol. 9, no. 1, pp. 76–87, Jan. 1997.
- [14] G. R. Burgos, A. N. Alexandrou, and V. Entov, “On the determination of yield surfaces in Herschel–Bulkley fluids,” *J. Rheol.*, vol. 43, no. 3, pp. 463–483, May 1999.
- [15] A. N. Alexandrou, T. M. McGilvrey, and G. Burgos, “Steady Herschel–Bulkley fluid flow in three-dimensional expansions,” *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 100, no. 1–3, pp. 77–96, Sep. 2001.
- [16] W. C. Chin, *Computational rheology for pipeline and annular flow*. Boston: Gulf Pub, 2001.
- [17] P. J. Oliveira, “Asymmetric flows of viscoelastic fluids in symmetric planar expansion geometries,” *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 114, no. 1, pp. 33–63, Sep. 2003.
- [18] P. Neofytou, “Transition to asymmetry of generalised Newtonian fluid flows through a symmetric sudden expansion,” *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 133, no. 2–3, pp. 132–140, Feb. 2006.
- [19] F. Battaglia, S. J. Tavener, A. K. Kulkarni, and C. L. Merkle, “Bifurcation of Low Reynolds Number Flows in Symmetric Channels,” *AIAA J.*, vol. 35, no. 1, pp. 99–105, Jan. 1997.
- [20] P. K. Swamee and N. Aggarwal, “Explicit equations for laminar flow of herschel-bulkley fluids,” *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 89, no. 6, pp. 1426–1433, Dec. 2011.
- [21] K. Founargiotakis, V. C. Kelessidis, and R. Maglione, “Laminar, transitional and turbulent flow of Herschel-Bulkley fluids in concentric annulus,” *Can. J. Chem. Eng.*, vol. 86, no. 4, pp. 676–683, Aug. 2008.
- [22] R. P. Chhabra and J. F. Richardson, *Non-Newtonian flow in the process industries: fundamentals and engineering applications*. Oxford: Butterworth-Heinemann, 1999.
- [23] F. Irgens, *Rheology and non-Newtonian fluids*. Cham ; New York: Springer, 2014.

- [24] E. W. Merrill, A. M. Benis, E. R. Gilliland, T. K. Sherwood, and E. W. Salzman, "Pressure-flow relations of human blood in hollow fibers at low flow rates," *J. Appl. Physiol.*, vol. 20, no. 5, pp. 954–967, Sep. 1965.
- [25] H. A. Barnes, "Thixotropy—a review," *J. Non-Newton. Fluid Mech.*, vol. 70, no. 1–2, pp. 1–33, May 1997.
- [26] R. M. Christensen, "Nonlinear Mechanical Behavior," in *Theory of Viscoelasticity*, Elsevier, 1982, pp. 292–352.
- [27] K. J. Hammad, M. V. Ötügen, G. C. Vradis, and E. B. Arik, "Laminar Flow of a Nonlinear Viscoplastic Fluid Through an Axisymmetric Sudden Expansion," *J. Fluids Eng.*, vol. 121, no. 2, p. 488, 1999.

Abstract

In this work we investigate numerically the laminar flow of a nonlinear viscoplastic fluid through an axisymmetric sudden expansion. The yield-stress, power-law index, and the consistency index of the yield shear-thinning fluid were $0.733 Pa$, 0.68 , and $0.33 Pa.s^n$, respectively. The simulation was carried out using ANSYS Fluent, three Reynolds number values were used in and three expansion ratios. Results have shown for low Reynolds numbers, a region of nonmoving fluid is observed immediately downstream of the step and no separated flow zone exists. For the higher Reynolds numbers, a recirculating flow zone forms downstream of the expansion step, which is followed by a zone of stagnant fluid adjacent to pipe wall characterizing reattachment.

Résumé

Dans ce travail, nous étudions numériquement l'écoulement laminaire d'un fluide viscoplastique non linéaire à travers un élargissement brusque axisymétrique. La contrainte au seuil, l'indice d'écoulement et la consistance du fluide étaient respectivement de $0,733 Pa$, $0,68$ et $0,33 Pa.s^n$. La simulation a été réalisée avec ANSYS Fluent. Trois valeurs de nombre de Reynolds et trois rapports d'aspect sont utilisés. Les résultats ont montré que, pour les faibles nombres de Reynolds, une région de fluide stationnaire est observée immédiatement en aval de l'élargissement et qu'il n'existe aucune zone d'écoulement séparée. Pour les plus hauts nombres de Reynolds, une zone de recirculation se forme, suivie d'une zone de fluide stagnant adjacente au recollement.

ملخص

في هذا العمل ، نتحقق عبر التحليل العددي من التدفق الصفحي لمائع non Newtonian يتميز بخاصية yield stress خلال توسع مفاجئ متناظر محوريا . كان الجهد الحرج للجريان ، ومؤشر قانون القوة ، ومؤشر الاتساق للسائل 0.733 باسكال و 0.68 و 0.33 باسكال على التوالي. تم إجراء المحاكاة باستخدام ANSYS Fluent ، وتم استخدام ثلاث قيم من عدد رينولدز وثلاث نسب للتوسع. لقد أظهرت النتائج في أعداد رينولدز منخفضة، وجود منطقة للسوائل الغير متحركة على الفور في زاوية التوسع لا توجد دوامات. بالنسبة إلى أرقام رينولدز الأعلى ، نلاحظ تشكل دوامات أسفل مجرى زاوية التوسع، والتي تليها منطقة من السوائل الراكدة المتاخمة لجدار الأنابيب التي تميز بمنطقة إعادة الربط.