



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT de GÉNIE ÉLECTRIQUE



Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Electrique

Option : Automatisation et contrôle des systèmes industriels

Présenté par :

Chergui chihab eddine elhocine

Bouhouia mokhtar

Sujet du mémoire

Commande floue d'un robot équilibriste

Soutenu publiquement devant le jury composé de :

Mr, ACED. M. R

Mr, HATTAB. A

Mr, MIHOUB. Y

Président

Rapporteur

Examineur

PROMOTION : 2015

Remerciement

Tout d'abord, nous remercions le dieu, notre créateur de nos avoir donné les forces, la volonté et le courage afin d'accomplir ce travail modeste.

Nous adressons le grand remerciement à notre encadreur Mr HATTAB. A qui a proposé le thème de ce mémoire, pour ses conseils et ses dirigés du début à la fin de ce travail.

Nous tenons également à remercier messieurs les membres de jury pour l'honneur qu'ils nous ont fait en acceptant de siéger à notre soutenance, tout particulièrement :

Mr ACED. M. R pour nous avoir fait l'honneur de présider le jury de cette mémoire.

Nous souhaitons exprimer notre gratitude à Mr MIHOUB. Y pour avoir lu notre mémoire, aller l'examiner et ils peuvent évaluer cette évaluer cette mémoire. Nous vous remercions pour l'intérêt que vous avez porté à ce travail et pour vos précieux conseils et remarques.

Finalement, nous tenons à exprimer notre profonde gratitude à nos familles qui nous ont toujours soutenues et à tout ce qui participe de réaliser ce mémoire. Ainsi que l'ensemble des enseignants qui ont contribué à notre formation.

Dédicace

Ce travail modeste est dédié :

A ma chère mère ;

A mon cher père ;

A tous mes proches de les familles chergui et bouhouia, et plus particulièrement, mes sœurs et mes frères tout à son nom ;

A tous mes chers amis et mes collègues de l'Université d'Ibn Khaldoun ;

Et à tous ce qui ont enseigné moi au long de ma vie scolaire ;

SOMMAIRE

Introduction générale	1
-----------------------------	---

Chapitre I : état de l'art

I.1. Introduction	4
I.2. Pendule inverse	4
I.2.1. Applicatives	5
I.3. Robot pendule inverse.....	5
I.4. Principe de fonctionnement de robot pendule inverse	10

Chapitre II : modélisation mathématique

II.1. Introduction	12
II.2. Le modèle mathématique de robot pendule inverse et leur système dynamique	14
II.3. Inclinaison et déplacement linéaire.....	15
II.3.1. Modèle linéaire d'un moteur à courant continu	16
II.3.2. Couple appliqué à une roue	17
II.3.3. Dynamique d'inclinaison	18
II.3.4. Dynamique des roues et du déplacement linéaire	19
II.3.5. Modèle d'état de la dynamique linéaire.....	20
II.4. Angle de direction	21
II.4.1. Modèle d'état de la dynamique de direction.....	25
II.5. Le système en boucle ouvert	25
II.5.1. Réponse du robot en boucle ouverte.....	29

Chapitre III : la commande d'un robot pendule inverse

III.1. Introduction.....	30
III.2. La logique floue et la commande floue.....	30
III.2.1. Introduction.....	30
III.2.2. La logique floue.....	31
III.2.3. Notion de sous-ensemble flou.....	31
III.2.4. Univers de discours.....	31
III.2.5. Variable et valeur de variable linguistique.....	32
III.2.6. Règles d'inférence.....	32
III.2.7. Représentation des fonctions d'appartenance.....	33
III.2.7.1. Fonction triangulaire.....	33
III.2.7.2. Fonction trapézoïdale.....	33
III.2.7.3. Fonction sigmoïde.....	34
III.2.7.4. Fonction gaussienne.....	34
III.2.8. Opérations sur les ensembles flous.....	34
III.2.8.1. Egalité.....	34
III.2.8.2. Inclusion.....	34
III.2.8.3. La disjonction floue, 'OU' ou Union.....	35
III.2.8.4. La conjonction floue, 'ET' ou intersection.....	35
III.2.8.5. La complémentation, négation ou inverse.....	35
III.2.9. Structure d'un réglage par logique floue.....	37
III.2.10. Configuration interne d'un système d'inférence flou (SIF).....	38
III.2.10.1. Fuzzification.....	38

III.2.10.1.1. Fuzzification numérique.....	39
III.2.10.1.2. Fuzzification symbolique.....	39
III.2.10.2. Base des règles floues.....	40
III.2.10.3. Le moteur d'inférence flou.....	40
III.2.10.4. Déffuzzification.....	41
III.2.10.4.1. Déffuzzification numérique.....	42
III.2.10.4.2. Déffuzzification symbolique.....	42
III.2.11. Les différents systèmes d'inférence floue.....	43
III.2.12. Réglage d'un contrôleur flou.....	45
III.2.13. Avantages et désavantages du réglage par la logique floue.....	45
III.2.14. application de la commande floue sur le pendule inversé.....	46
III.2.14.1. L'analyse de problème.....	46
III.2.14.2. Structure de la commande floue.....	46
III.2.14.2.1. Enoncé de la méthode.....	46
III.2.14.2.2. Choix des élément des régulateurs flous.....	47
III.2.14.2.2.1. Choix de la forme des classes.....	47
III.2.14.2.2.2. Définition des référentiels pour les six variables d'entrées $(x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta})$	47
III.2.14.2.3. Définition des référentiels pour les variables de sortie des deux régulateurs.....	50
III.2.14.2.4. Tableaux de règles.....	51
III.2.14.2.5. Le moteur d'inférence.....	52
III.2.14.2.6. La transformation symbolique numérique.....	53
III.2.14.3. Résultat de simulation.....	53
III.2.14.3.1. Simulations de l'inclinaison et le déplacement du robot équilibriste.....	53

Conclusion générale.....	57
References.....	58
Annexes.....	61
A.Programme matlab.....	61
B.Le fichier simulink de notre système.....	63
C.Le fichier simulink de notre système.....	64
D.Schéma blocs de la commande floue.....	66

LISTE DES FIGURES

Chapitre I : état de l'art

Fig I.1 schéma de pendule inverse.....	4
Fig I.2 Les applications de pendule inverse.....	5
Fig I.3 Segway i180 series (gauche) et iBot 4000 (droite).....	6
Fig I.4 EMIEW (gauche) and EMIEW2 (droite).....	7
Fig I.5 QA (gauche) and QB (droite).....	8
Fig I.6 nBot.....	9
Fig I.7 Deux plate-forme à roues avec actionneur roue à réaction.....	9
Fig I.8 les trois cas du pendule inverse.....	10
Fig I.9 Diagramme de robot pendule inverse.....	11

Chapitre II : modélisation mathématique

Fig II.1 Modèle dynamique du robot pendule inverse.....	14
FigII.2 Inclinaison et déplacement linéaire du robot.....	16
FigII.3 Diagramme de moteur a cc.....	16
FigII.4 Diagramme de corps libre de la dynamique d'inclinaison.....	18

FigII. 5 Diagramme de corps libre d'une roue.....	19
FigII.6 Déplacements des roues lors d'un changement de direction.....	21
FigII. 7 Diagramme de corps libre de la dynamique d'angle de direction.....	23
Fig II.8 Schéma de principe du système en boucle ouverte.....	26
Fig II.9 schéma blocs du robot en boucle ouvert.....	26
Fig II.10 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de l'angle d'inclinaison θ	27
Fig II.11 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$	27
Fig II.12 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de déplacement du robot x	28
Fig II.13 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de vitesse linéaire \dot{x}	28
Fig II.14 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la direction du robot δ	29
Fig II.15 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la vitesse de direction $\dot{\delta}$	29

Chapitre III : la commande d'un robot pendule inverse

Fig III.1 : Univers de discours normalisé uniforme de 3 ensembles.....	32
Fig III.2 : Formes des fonctions d'appartenance usuelles.....	34
Fig III.3 : Fonction d'appartenance A.....	35
Fig III.4 : Fonction d'appartenance B.....	36
Fig III.5 : Fonction d'appartenance de l'union.....	36
Fig III.6 : Fonction d'appartenance d'intersection.....	36
Fig III.7 : Operateur de complémentation de la fonction d'appartenance A.....	37
Fig III.8 : Structure d'un réglage par logique floue.....	37

Fig III.9 : Architecture d'un contrôleur par logique floue.....	38
Fig III.10 : Lien entre signification floue et description floue.....	40
Fig III.11 : Défuzzification numérique et symbolique.....	41
Fig III.12 : Défuzzification par calcul du centre de gravité.....	42
Fig III.13 : Système d'inférence flou Mamdani.....	43
Fig III.14 : Système d'inférence flou de tsukamoto et takagi-sugeno.....	44
Fig III.15 : définition des classes de position du pendule.....	48
Fig III.16 : définition des classes de vitesse du pendule.....	48
Fig III.17 : définition des classes de position angulaire du pendule.....	49
Fig III.18 : définition des classes de vitesse angulaire du pendule.....	49
Fig III.19 : définition des classes de position angulaire de rotation du pendule.....	49
Fig III.20 : définition des classes de vitesse angulaire de direction du pendule.....	50
Fig III.21 : définition des classes de commande (V).....	50
Fig III.22 : angle d'inclinaison du corps du robot θ	53
Fig III.23 : vitesse d'inclinaison du corps du robot $d\theta$	54
Fig III.24 : déplacement du robot x	54
Fig III.25 : vitesse de déplacement du robot dx	55
Fig III.26 : angle de direction du robot δ	55
Fig III.27 : vitesse d'inclinaison de l'angle de direction du robot $d\delta$	56

Appendices

FigVI.1 :Le fichier Simulink de notre système.....	63
--	----

FigVI.2 :résultats de la commande optimale pour la direction.....	64
FigVI.3 :résultats de la commande optimale pour l'inclinaison.....	64
FigVI.4 :resultats de la commande PID pour la direction.....	65
FigVI.5 :résultats de la commande PID pour l'inclinaison.....	65
Fig VI.6 : Schéma blocs global du robot d'équilibre.....	66
Fig VI.7 : Schéma blocs des sous-systèmes.....	66
Fig VI.8 : sous-systèmes pour l'équilibre du robot.....	67
Fig VI.9 : sous-systèmes pour la direction du robot.....	67

LISTE DES TABLEAUX

Tab II.1 Paramètres du système.....	14
Tab III.1 : règles d'inférence pour RLFT.....	33
Tab III.2 : Règles d'inférence du déplacement linéaire du pendule.....	51
Tab III.3 : Règles d'inférence de l'angle d'inclinaison du pendule.....	52
Tab III.4 : Règles d'inférence de l'angle de rotation du pendule.....	52
Tab III.5 : les paramètres de la réponse step de l'angle θ avec la commande floue.....	53
Tab III.6 : les paramètres de la réponse step du déplacement avec la commande floue.....	54
Tab III.7 : les paramètres de la réponse step de la direction avec la commande floue.....	55

Introduction générale

Dans le domaine scientifique et celui de l'enseignement, l'automatique a souvent recours à des cas d'études particuliers, qui sont représentatifs des grandes classes d'applications. De plus, avec l'expérience, la connaissance de ces cas s'est affinée et ils fournissent aujourd'hui une base idéale pour comparer de façon valable les avantages et les inconvénients des différentes approches. Le pendule inversé est l'un de ces cas typique qui occupe une place importante dans l'industrie comme un outil de transport, d'inspection et d'intervention dans des milieux hostiles, en particulier quand les capacités de mouvement autonome sont exigées.

La description du pendule inversé muni de son actionneur et ses capteurs ainsi que les divers phénomènes physiques présents lors du fonctionnement, montrent la forte complexité due aux nombreux non linéarités ainsi que la difficulté à modéliser parfaitement la dynamique du système pendule inverse -capteurs- actionneur. Le contrôle du pendule inversé pour le redressement et la stabilisation devient ardu, car la connaissance du système se révèle imprécise et imparfaite

En outre, la commande de ces systèmes non linéaires sous actionnés représente encore un champ très large et intéressant dans les travaux de recherche de nos jours, où la conception des contrôleurs pour les systèmes sous actionnés ne se limite pas à l'intérêt de commander ceux-ci, mais elle présente un avantage pour les systèmes qui sont entièrement actionnés et qu'ils ont aussi besoin d'avoir des contrôleurs de ce genre, ces contrôleurs sont implémentés en raison de sécurité dans le cas où un des actionneurs de ces systèmes subit un échec.

Notre travail est appliqué à un système du robot équilibriste, qui est un système instable, SIMO (Single Input Multiple Output) ; sous actionné, à plus d'un degrés de liberté, très sensible aux retard, afin d'illustrer et comparer les différentes lois de commandes linéaires et non linéaires, leurs tests de performances et de robustesse mis en œuvre et implémentés réellement sur un banc d'essais pour le redressement et stabilisation du robot depuis sa position d'équilibre stable vers la position d'équilibre instable.

Quand on pense d'un pendule que nous pensons d'une boule à l'extrémité d'un fil suspendu à un point de pivot, ainsi un pendule inversé est exactement le contraire. Le pendule inversé est un pendule dont la masse est au-dessus du point de pivot, par le simple fait que sa masse est au-dessus du point de pivot du système est instable par nature. En raison du fait

qu'il est instable, c'est un très bon exemple dans l'ingénierie de contrôle pour vérifier une théorie du contrôle.

Pendule inversé fournit un exemple bon modèle pour un guidage fusée ou un missile, un système d'aéronef pour l'atterrissage automatique, stabilisation des avions dans le flux d'air turbulent, la stabilisation d'une cabine sur un navire, et ainsi de suite. Un robot à deux roues pendule inversé est un robot qui simule le comportement d'un pendule inversé, c'est à dire, nous cherchons à comprendre un robot qui peut auto en équilibre sur deux roues que par la lecture et la compréhension des données fournies et d'agir sur le deux-roues selon.

En raison de la nature instable du pendule, c'est un exemple de l'utilisation de la théorie du contrôle.

La théorie du contrôle est une discipline qui traite du comportement des systèmes instables. La sortie désirée d'un système de référence est appelé, quand un système comme entrées multiples il besoin d'un contrôleur d'agir sur eux de sorte que sa possible d'obtenir la sortie désir du système.

Un contrôleur, en théorie du contrôle, est un dispositif qui observent et manipulent les entrées d'un système de telle sorte que nous obtenons la sortie désiré. Par exemple, les capteurs d'une porte automatique (contrôleur) qui va ouvrir la porte à l'approche d'une personne. Dans ce cas, le contrôleur est appelé un contrôleur en boucle ouverte, car on ne se préoccupe pas des forces inattendues qui agissent sur le système. Pour résoudre ce problème, la théorie du contrôle introduit commentaires. Dispositif de commande en boucle fermée utilise les informations pour commander la sortie d'un système dynamique.

Ce projet de fin d'études traite le problème général de la commande d'un Robot équilibriste. Il présente les techniques de commande floue, lois très adéquates pour le contrôle de ce type de système, le contenu de ce mémoire est le suivant :

- Dans le chapitre 1 nous donnons une classification des robots équilibriste afin de mieux situer notre étude. Finalement nous présentons un état de l'art sur ce type des robots.
- Le chapitre 2 nous permet de définir une équation générale du mouvement du robot équilibriste. Puis nous définirons un modèle simplifié de Robot, nous obtenons finalement deux sous-systèmes l'un pour modéliser l'équilibre du robot et son déplacement linéaire, et l'autre sous-système pour modéliser la direction du robot (tourner à gauche ou à droite).

- Dans le chapitre 3 nous développons une stratégie de commande floue et nous présentons les résultats des simulations avec cette commande, décrites dans la section précédente. Ces simulations sont faites en utilisant le modèle mathématique dans les deux sous-systèmes du robot équilibriste.
- Dans les annexes nous listons les paramètres du modèle mathématique du robot équilibriste. Et nous présentons une description de robot qui nous avons utilisé de notre mémoire. Ainsi que les blocs de simulation sous l'environnement MATLAB/SIMULINK

Chapitre I : Présentation des robots équilibriste

I.1. Introduction :

Mener revue de la littérature avant chaque projet de recherche est essentiel. Cela peut fournir au chercheur des informations très utiles sur les technologies disponibles et les méthodologies utilisées par leurs homologues d'autres recherches à travers le monde sur ce sujet. Ce chapitre fournit un résumé des revues de littérature sur des sujets liés à deux roues pendule inversé [25].

I.2. Pendule inverse :

Un pendule inversé est un pendule qui a sa masse supérieure à son point de pivotement. Il est souvent mis en œuvre avec le point de pivot monté sur un chariot qui peut se déplacer horizontalement et peut être appelé un panier et le pôle. Alors que d'un pendule normale est stable lorsqu'il est accroché à la baisse, un pendule inversé est intrinsèquement instable, et doit être activement équilibrée afin de rester debout, soit en appliquant un couple au point de pivot ou en déplaçant le point de pivot à l'horizontale dans le cadre d'un système de rétroaction [23].

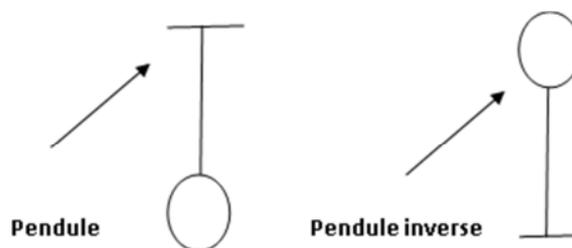


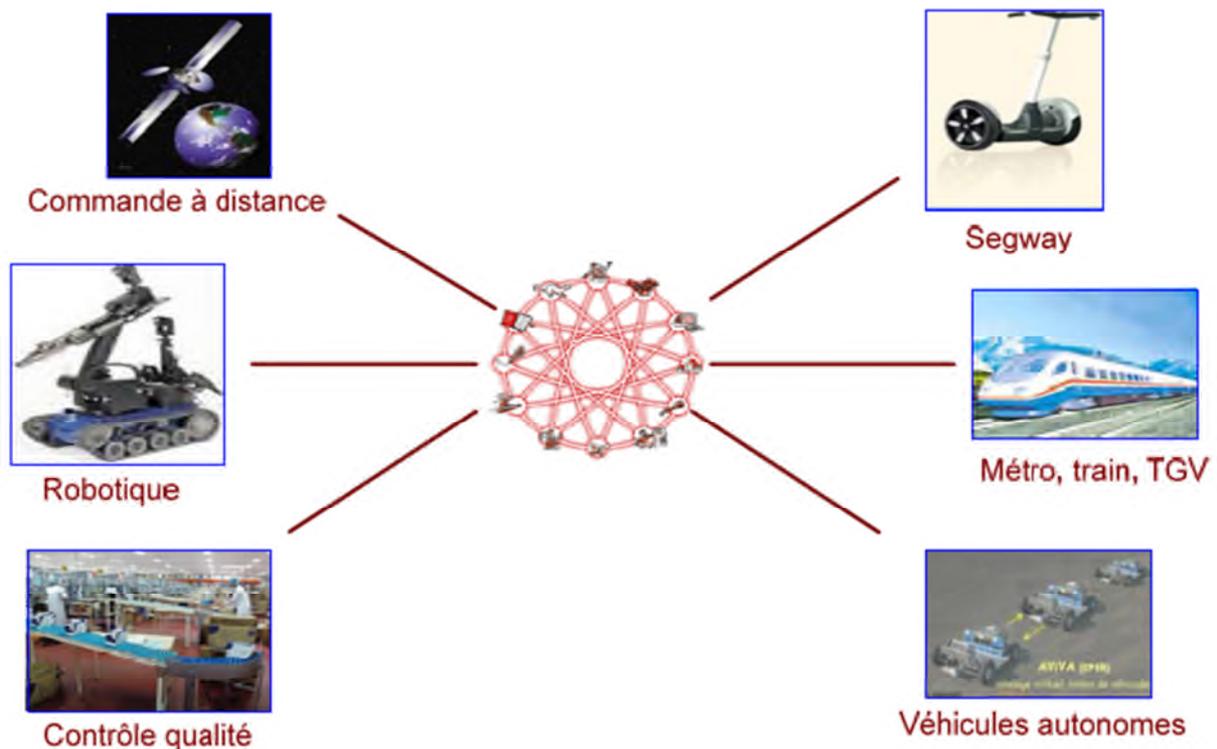
Fig I.1 schéma de pendule inverse

I.2.1 Applicatives :

La validation des méthodes de poursuite par retour visuel permettra à terme une mise en œuvre au sein du projet « Attelage Virtuel » (suite du projet AViVA) qui consiste à « accrocher » un véhicule meneur (avec conducteur) et un suiveur (autonome) grâce à des capteurs « immatériels » ou « sans contact ».

Par ailleurs, l'intégration de systèmes de navigation tels que GPS (Etats Unis), GLONASS (Russie), GALILEO (Europe) et BEIDOU (Chine) permettra de réaliser la commande à distance, la commande via réseaux de transports autonomes (guidage, détection et localisation des défaillances).

La figure (Fig I.2) illustre des applications potentielles des méthodes que nous avons développées.



(Fig I.2) Les applications de pendule inverse.

I.3. Robot pendule inverse :

Il y a plusieurs succès des produits commerciaux et de nombreux prototypes de recherche d'autres à travers le monde. Paragraphes suivants passent en revue certains des produits, des recherches et des prototypes qui ont construit sur la base de deux-roues bases de robots-équilibre.

Segway est un transporteur bien connu auto équilibre personnelle, qui a été produite par Segway Inc du New Hampshire, États-Unis [22]. Il a été inventé par Dean Kamen en 2001. Segway est entraînés par des servomoteurs et il peut accélérer jusqu'à 20 kilomètres par heure. Capteur d'inclinaison et de plusieurs gyroscopes sont employés dans Segway pour détecter le mouvement angulaire de robot. Segway coureur est capable d'accélérer et décélérer en se penchant en avant ou en arrière. En 2006 iBot était un autre produit qui a développé de Kamen [20]. iBot est un fauteuil roulant électrique mobile. Il monte les escaliers et se tient en équilibre sur deux roues. iBot augmente sa hauteur quand il tient en équilibre sur deux roues. Augmenter la hauteur offre une vision du niveau des yeux pour une personne désactivé pour communiquer avec d'autres personnes. Figure (Fig I.3) illustre les fonctionnalités iBOT.



Fig I.3 Segway i180 series (gauche) et iBot 4000 (droite)

EMIEW est un robot humanoïde développé par l'équilibre d'Hitachi groupe de

recherche [19]. EMIEW représente une excellente mobilité et l'existence Interactive comme Workmate. Ce robot est un guide ou un robot de surveillance dans un environnement du monde réel tel que les bureaux, les usines ou les hôpitaux. Hitachi a mis au point deux modèles d'EMIEW. Ces deux modèles peuvent éviter les obstacles et ont une vitesse de pointe de 6 kilomètres par heure. EMIEW2 été donnée une mobilité accrue en déployant un système de suspension pour chaque jambe et de reconnaissance vocale. Figure (Fig I.4) illustre plus de photos d'EMIEWs.

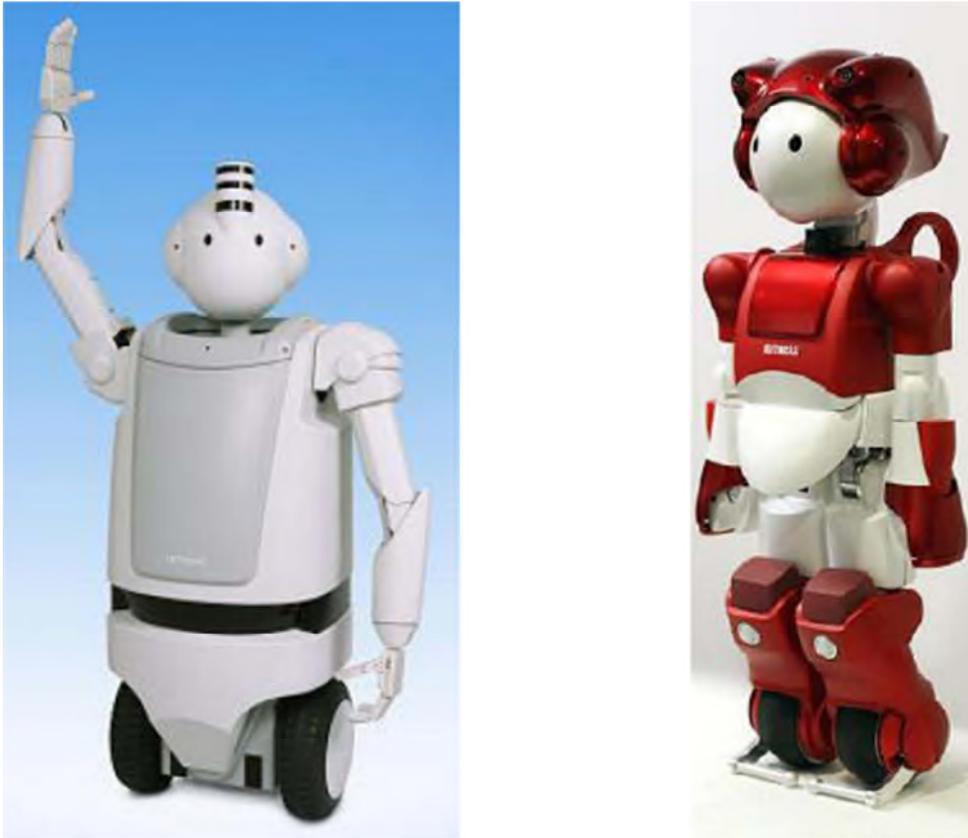


Fig I.4 EMIEW (gauche) and EMIEW2 (droite)

Anybots est une société fondée par Trevor robotique Blackwell en 2001 [17]. QA et QB sont deux robots de téléprésence mobiles développés par Anybots que l'équilibre sur deux roues et de manœuvre en douceur. Ces robots de fournir une communication facile via Internet pour un utilisateur, qui ne peuvent assister à la deuxième place. QB est la dernière version de robot de téléprésence d'Anybot. Il peut pivoter autour de son axe vertical et d'entraînement à 5,6 kilomètres par heure. Les figures (Fig I.5) illustre QA et QB, respectivement.



Fig I.5 QA (gauche) and QB (deroite)

David P. Anderson a développé un prototype de robot sur deux roues d'équilibrage dans son atelier [16]. Anderson a été choisi quatre mesures essentielles qui définissent le mouvement et la position de nBot. Ces mesures sont les suivantes:

- Position de robot
- Vitesse de robot
- La position angulaire des roues
- La vitesse angulaire des roues

Ces mesures ont été sommées en une rétroaction au microcontrôleur. Puis microcontrôleur génère le signal requis en tant que tension du moteur, qui est proportionnel au couple de moteur.



Fig I.6 nBot

Le Laboratoire d'Electronique industrielle à l'Institut fédéral suisse de technologie en Suisse a construit un robot équilibrage véritablement mobile et autonome à deux roues (JOE) [18]. Les chercheurs ont développé deux espace-état contrôleurs. Un contrôleur commande la rotation autour de l'axe latéral (hauteur) et le second un contrôle de la dynamique autour de son axe vertical (lacet). Chaque contrôleur de produire un couple nécessaire pour les moteurs droit et gauche.

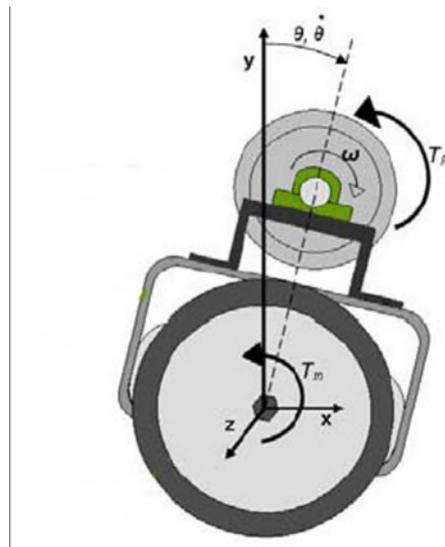


Fig I.7 Deux plate-forme à roues avec actionneur roue à réaction

I.4 Principe de fonctionnement de robot pendule inverse :

Robot sur deux roues d'équilibrage est un système instable dynamique. Cela signifie que le robot est libre de tomber en avant ou en arrière sans aucunes forces appliquées. Robot est équilibre lorsque son centre de gravité et les roues sont situés sur une ligne verticale imaginaire identique. Sinon, les roues devraient suivre les chutes du robot jusqu'à ce robot lui-même l'équilibre. L'utilisation de deux roues seulement pour robot sur deux roues d'équilibrage de fournir un poids plus léger et plus lisse manœuvre. La figure 1.1 illustre les fonctions de base du robot équilibrage [1].

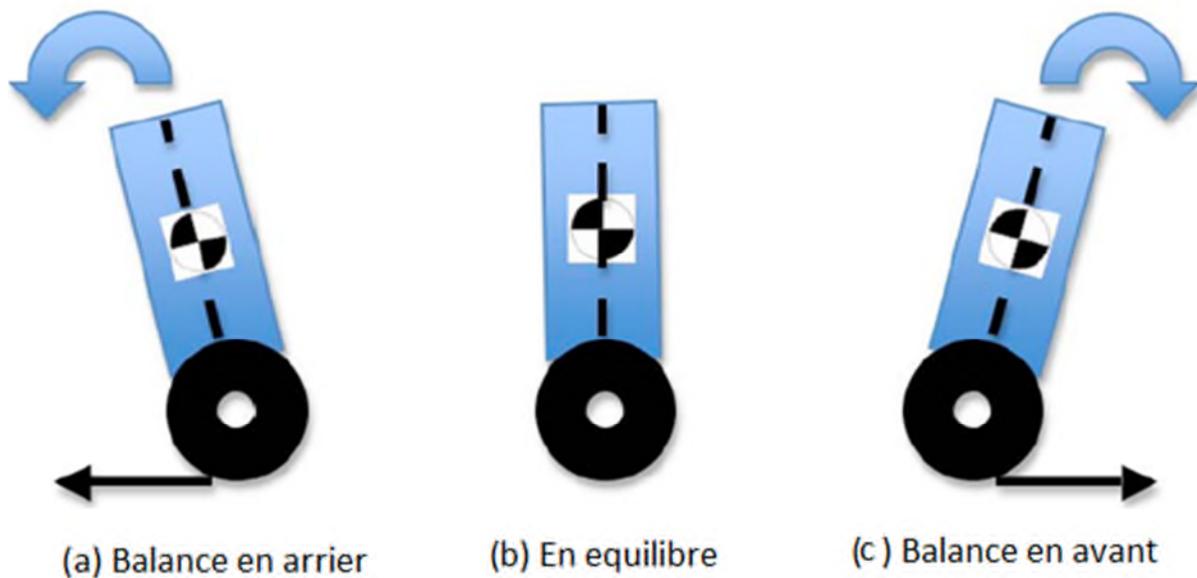


Fig I.8 les trois cas du pendule inverse

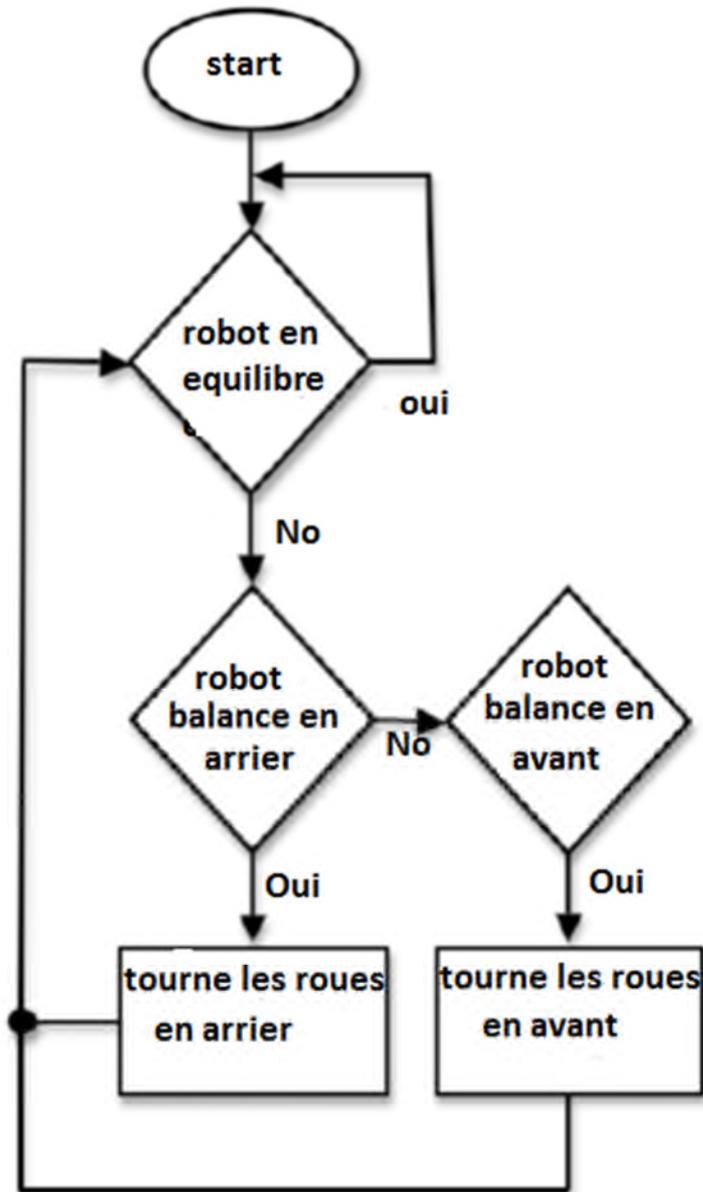


Fig I.9 Diagramme de robot pendule inverse

Chapitre II : modélisation mathématique

II.1. Introduction :

Afin de pouvoir concevoir un correcteur capable de stabiliser le robot et lui faire pour suivre une trajectoire, il est nécessaire dans un premier temps de mettre au point un modèle mathématique qui représente fidèlement son comportement. La dynamique du robot sera représentée par deux modèles découplés, le premier décrivant la dynamique d'inclinaison et de déplacement linéaire, et le deuxième décrivant la dynamique d'angle de direction. La dynamique globale du robot a été découplée afin de pouvoir concevoir deux contrôleurs déferentes ; un contrôleur classique et l'autre avance et dans chaque contrôleur deux parties séparément ; le premier pour l'angle d'inclinaison et le déplacement linéaire et le deuxième pour l'angle de direction. De cette façon, il est possible d'assigner différentes performances aux deux sous-systèmes et éviter un couplage des dynamiques par le contrôleur.

Les valeurs des paramètres du moteur et de la boîte de réduction ont été obtenues à partir de leurs fiches techniques tandis que les valeurs des moments d'inertie du robot ont été estimées à partir du modèle de conception mécanique assisté par ordinateur dans le logiciel Catia et les poids des différentes composantes ont été obtenus en les pesants avec une balance électronique. Toutes les valeurs des paramètres sont présentées au TAB. II.1.

Pour le développement du modèle mathématique représentant la dynamique du robot, certaines hypothèses doivent être faites. De façon générale, on considère que le robot semaintient autour de la position verticale, que ses roues restent en contact avec le sol en tout temps et qu'il se déplace à basse vitesse. Les forces de réactions entre le corps du robot et les roues ainsi que la force centrifuge due au mouvement d'inclinaison du robot sont également

négligées. On considère que les moteurs appliquent des couples aux roues et sur le corps du robot simultanément et que les roues appliquent à leur tour des forces sur le sol provoquant une accélération linéaire du robot ainsi qu'une accélération angulaire autour de l'axe vertical faisant varier l'angle d'orientation du robot. Ces hypothèses sont prises afin d'obtenir un modèle linéaire, bien qu'approximatif, relativement simple représentant bien la dynamique du système autour de la position d'équilibre. Le contrôleur conçu à la chapitre III devra être suffisamment robuste afin d'assurer la stabilité du système malgré le fait que le modèle n'est qu'une approximation de la dynamique véritable du système.

Si les effets des forces de réactions entre le corps du robot et les roues ainsi que la force centrifuge due au mouvement d'inclinaison du robot étaient prises en considération lors du développement du modèle mathématique représentant la dynamique du robot, on trouverait avec un modèle plus complexe et contenant plus de termes non-linéaires devant être linéarisés[14]. On va extraire par la modèle mathématique l'espace d'état et aussi la fonction de transfert. Cette approche a été utilisée par MATHIEU LOZEAU.

Symbole	Valeur (Unité)	Description
Rw	4.575 (cm)	rayon des roues
M	1.076 (kg)	masse de la moitié robot, y compris une roue
Mb	1.054 (kg)	masse de la moitié du corps du robot
Mw	0.022 (kg)	masse de l'une des roues
Jb	43.47 (kg*cm ²)	moment d'inertie de la moitié du corps du robot
Jd	108.21 (kg*cm ²)	moment d'inertie du robot autour de l'axe Z
Jw	0.04269 (kg*cm ²)	moment d'inertie de l'une des roues
D	6.19252 (cm)	distance entre l'arbre du moteur et le centre de gravité
S	22.9 (cm)	distance entre les roues
Kt	0.0552 (N*m/A)	constante de couple des moteurs
Ke	0.0552 (V*s/rad)	constante de force électromotrice des moteurs

Ra	41.5 (Ω)	résistance d'armature des moteurs
Rg6 (N/A)		rapport de la boîte de réduction
η	0.8	efficacité de la boîte de réduction
Cf	0.001 (N*m*s/rad)	constante de friction

TAB II.1 Paramètres du système

II.2. Le modèle mathématique de robot pendule inverse et leur système dynamique :

Il est important de comprendre la dynamique de robot pendule inverse pour faire la modélisation.

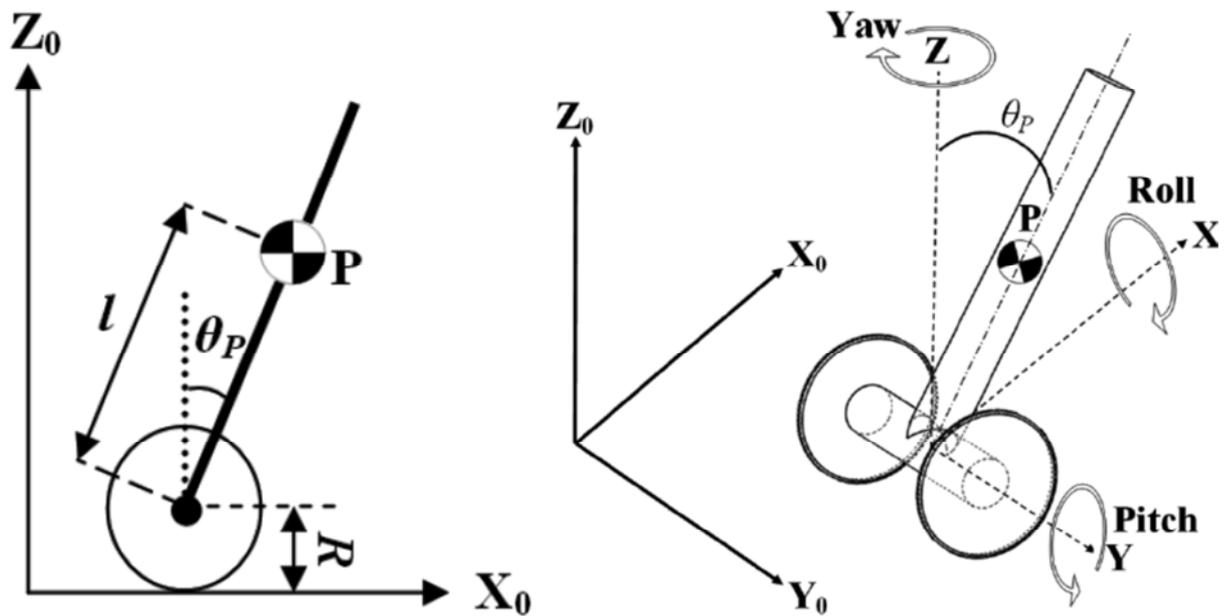


Fig II.1 Modèle dynamique du robot pendule inverse

Le robot pendule inverse a trois degrés de liberté .les degrés de liberté décrite par trois types de rotation du robot autour des axes X, Y et Z, qui sont appelés rouleur, tangage et lacet, respectivement. Dans ce projet, l'accent était mis sur la rotation autour d'axes y (hauteur), il suppose que le centre de gravité du robot est situé au point p et (op) représente

l'angle de tangage de la coordonnée du point p changera si robot s'éloigne de son emplacement initial le long x0 axe[1].

II.3. Inclinaison et déplacement linéaire

Tout d'abord, un modèle pour la dynamique d'inclinaison et de déplacement linéaire est mis au point en faisant l'hypothèse que le robot se déplace en ligne droite. En tenant compte de la symétrie du robot par rapport à l'axe vertical, il est possible de ne considérer que la moitié du robot avec un seul moteur, en notant que des couples de valeurs égales doivent être appliqués par chacun des deux moteurs afin de provoquer un déplacement purement linéaire du robot. Par conséquent, la même tension doit être fournie aux deux moteurs et cette tension $u_x(t)$ sera considérée comme l'entrée de ce sous-système. En se référant aux variables et paramètres définis dans la liste des notations et des symboles, on peut faire les observations suivantes :

– la masse de la moitié du robot M consiste en la somme de la moitié de la masse du corps M_b et de la masse d'une roue M_w :

$$M = M_b + M_w$$

– la constante de couple K_t et la constante de la force électromotrice K_e sont équivalentes dans le système d'unités international

– la position linéaire du robot $x(t)$ peut être obtenue à partir du déplacement angulaire d'une roue $\theta(t)$ et le rayon d'une roue R_w de cette façon :

$$x(t) = R_w \theta(t) \quad (\text{II.1})$$

– le déplacement angulaire de l'arbre du moteur $\theta_i(t)$ est relié au déplacement angulaire de l'arbre de la boîte de réduction $\theta_0(t)$ par le facteur de réduction R_g de la boîte de réduction de la façon suivante :

$$\theta_i(t) = R_g \theta_0(t) \quad (\text{II.2})$$

– le déplacement angulaire de l'arbre de la boîte de réduction $\theta_0(t)$ est constitué du déplacement angulaire de la roue $\theta(t)$ et de l'inclinaison du robot $\psi(t)$:

$$\theta_0(t) = \theta(t) + \psi(t) \quad (\text{II.3})$$

– la force de friction $F(t)$ entre la roue et le sol est responsable d'engendrer une accélération linéaire du robot :

$$F(t) = M\ddot{x}(t) \tag{II.4}$$

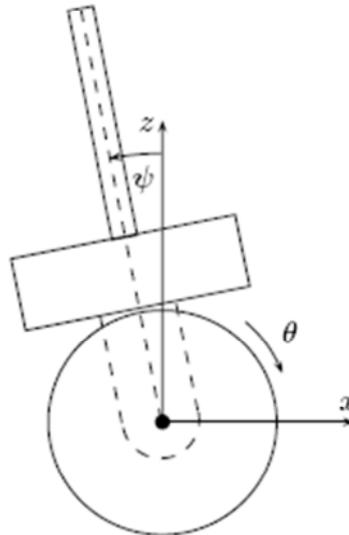
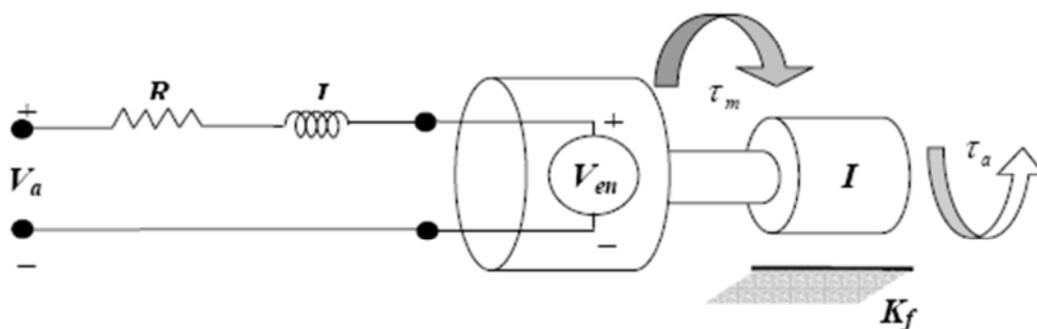


FIG II.2 Inclinaison et déplacement linéaire du robot

II.3.1. Modèle linéaire d'un moteur à courant continu :

Le robot est alimenté par deux moteurs Faulhaber DC. Dans cette section, le modèle espace d'état du moteur à courant continu est dérivée. Ce modèle est ensuite utilisé dans le modèle dynamique du Robot pour fournir un équilibre entre une relation entre la tension d'entrée aux moteurs et le couple de commande nécessaire pour équilibrer le robot[2].



FigII.3 Diagramme de moteur a cc

Le couple généré par un moteur est proportionnel à son courant :

$$T_i(t) = K_t i(t) \quad (II.5)$$

En faisant l'hypothèse que l'inductance du moteur est négligeable, il est possible d'exprimer le courant en fonction de la tension d'entrée et la force électromotrice en utilisant la loi d'Ohm :

$$i(t) = \frac{u_x(t)}{R_a} - \frac{K_e \dot{\theta}_i(t)}{R_a} \quad (II.6)$$

On peut maintenant établir la relation entre le couple généré par le moteur et la tension appliquée à son entrée en combinant les équations (II.5) et (II.6) de cette façon :

$$T_i(t) = K_t \left[\frac{u_x(t)}{R_a} - \frac{K_e \dot{\theta}_i(t)}{R_a} \right] \quad (II.7)$$

II.3.2. Couple appliqué à une roue :

La relation exprimant le couple appliqué à une roue par un moteur à travers la boîte de réduction est la suivante :

$$T(t) = \eta R_g T_i(t)$$

En remplaçant $T_i(t)$ par la relation trouvée en (II.7), on obtient la relation suivante :

$$T(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g K^2}{R_a} \dot{\theta}_i(t)$$

En utilisant la relation entre $\theta_i(t)$ et $\theta_0(t)$ donnée par l'équation (II.2), on peut exprimer l'équation précédente en fonction de $\theta_0(t)$ de cette façon :

$$T(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{\theta}_0(t)$$

Puis, en considérant la dérivée de l'équation (II.3) par rapport au temps, on obtient :

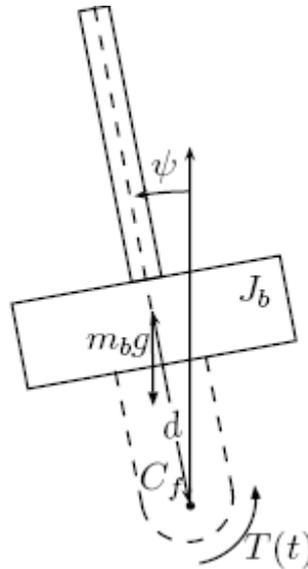
$$T(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{\psi}(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{x}(t)$$

Finalement, à partir de l'équation (II.1), on obtient la relation donnant le couple appliqué à une roue $T(t)$ en fonction de la tension à l'entrée d'un moteur $u_x(t)$, de la vitesse de déplacement linéaire du robot $\dot{x}(t)$ et de la dérivée par rapport au temps de son angle d'inclinaison $\dot{\psi}(t)$:

$$T(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{\psi}(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a R_w} \dot{x}(t) \quad (II.8)$$

II.3.3. Dynamique d'inclinaison :

En se référant à la Fig II.4 et en notant que le couple appliqué à une roue est également appliqué à la moitié du corps du robot, on peut faire le bilan des couples agissant sur la moitié du corps du robot comme suit :



FigII.4 Diagramme de corps libre de la dynamique d'inclinaison

$$J_b \ddot{\psi}(t) = M_b G_d \sin(\psi(t)) + T(t) - C_f - C_f \dot{\theta}(t) \quad (II.4)$$

En remplaçant $T(t)$ par la relation trouvée en (II.8), on obtient la relation suivante :

$$J_b \ddot{\psi}(t) = M_b G_d \sin(\psi(t)) + \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a R_w} \dot{x}(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{\psi}(t) - C_f \dot{\psi}(t) - C_f \frac{\dot{x}(t)}{R_w}$$

Ce qui donne à son tour :

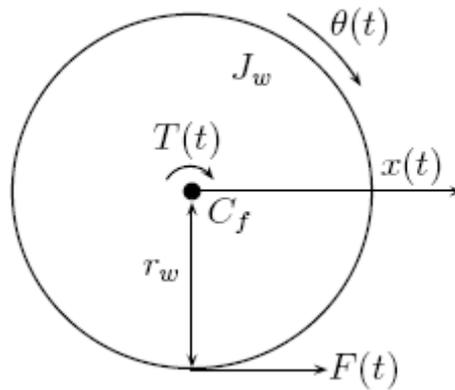
$$\ddot{\psi}(t) = \frac{M_b G_d \sin(\psi(t))}{J_b} - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a J_b} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w J_b} \right] \dot{x}(t) + \frac{\eta R_g K}{R_a J_b} u_x(t)$$

Par contre, cette équation contient le terme non linéaire $\sin(\psi(t))$ et nous devons la linéariser afin de pouvoir utiliser la théorie de la commande des systèmes linéaires. En considérant l'hypothèse que le robot reste autour de la verticale, $\psi(t)$ peut être considéré comme étant petit, et on obtient $\sin(\psi(t)) \approx \psi(t)$, ce qui implique à son tour que :

$$\ddot{\psi}(t) = \left[\frac{\eta R_g K}{R_a J_b} \right] u_x(t) + \frac{M_b G_d}{J_b} \psi - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a J_b} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w J_b} \right] \dot{x}(t) \quad (II. 9)$$

II.3.4. Dynamique des roues et du déplacement linéaire :

En se référant à la Fig II.5 on effectue le bilan des couples appliqués à l'une des roues comme suit :



FigII. 5 Diagramme de corps libre d'une roue

$$J_w \ddot{\theta}(t) = T(t) - F(t)R_w - C_f \dot{\theta}(t) - C_f \dot{\psi}(t) \quad (II. 10)$$

La force appliquée au sol par une roue $F(t)$, peut être remplacée par une relation équivalente selon l'équation (II.5) :

$$J_w \ddot{\theta}(t) = T(t) - R_w M \ddot{x}(t) - C_f \dot{\theta}(t) - C_f \dot{\psi}(t)$$

En remplaçant $T(t)$ par la relation trouvée en (II.8), on obtient la relation suivante :

$$J_w \ddot{\theta}(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a} \dot{\psi}(t) - \frac{\eta R_g^2 K^2}{R_a R_w} \dot{x}(t) - R_w M \ddot{x}(t) - \frac{C_f}{R_w} \dot{x}(t) - C_f \dot{\psi}(t)$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\left[\frac{J_w}{R_w} + MR_w \right] \ddot{x}(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a} u_x(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w} \right] \dot{x}(t)$$

Ce qui donne à son tour :

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) = & \left[\frac{\eta R_w R_g K}{R_a (J_w + MR_w^2)} \right] u_x(t) - \left[\frac{\eta R_w R_g^2 K^2 + C_f R_w R_a}{R_a (J_w + MR_w^2)} \right] \dot{\psi}(t) \\ & - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a (J_w + MR_w^2)} \right] \dot{x}(t) \end{aligned} \quad (II.11)$$

II.3.5. Modèle d'état de la dynamique linéaire

En définissant le vecteur d'état $x(t) = [\psi(t) \dot{\psi}(t) \quad x(t) \dot{x}(t)]^T$ et le vecteur de sortie $y(t) = [\psi(t) \quad x(t)]^T$, à partir des équations (II.9) et (II.11), on obtient le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu_x(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (II.12)$$

Ou

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ A_{21} & A_{22} & 0 & A_{24} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ B_2 \\ 0 \\ B_4 \end{bmatrix}$$

$$A_{21} = \frac{M_b G_d}{J_b}; \quad A_{22} = -\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a J_b}; \quad A_{24} = -\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w J_b};$$

$$A_{42} = -\frac{\eta R_w R_g^2 K^2 + C_f R_w R_a}{R_a (J_w + MR_w^2)}; \quad A_{44} = \frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a (J_w + MR_w^2)};$$

$$B_2 = \frac{\eta R_g K}{R_a J_b}; \quad B_4 = \frac{\eta R_w R_g K}{R_a (J_w + M R_w^2)};$$

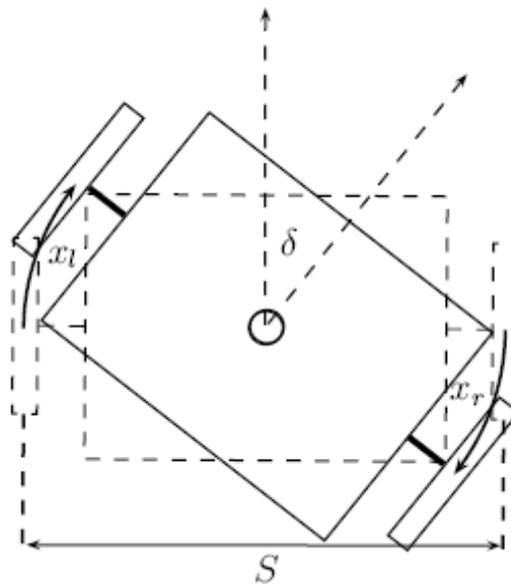
En tenant compte des valeurs des paramètres du système, nous obtenons les matrices nominales suivantes :

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 147.2931 & -0.4864 & 0 & -10.635 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -0.0429 & 0 & -0.9371 \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1.4687 \\ 0 \\ 0.1295 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix};$$

II.4. Angle de direction :

Le modèle représentant la dynamique de l'angle de direction du robot est établi en prenant en considération le fait que des couples égaux mais opposés doivent être appliqués par les deux moteurs de manière à engendrer un mouvement de rotation pure au robot sans affecter son inclinaison et sa position linéaire. Par conséquent, des tensions égales mais opposées doivent être appliquées aux deux moteurs et l'amplitude de ces tensions



FigII.6 Déplacements des roues lors d'un changement de direction

$u_h(t)$ est considérée comme étant l'entrée de ce sous-système. Ici, l'hypothèse que le robot se trouve dans le voisinage de la position verticale et que par conséquent son moment d'inertie autour de l'axe vertical peut être considéré comme une constante, est prise en considération. En se référant aux variables et aux paramètres définis dans la liste des notations et des

symboles, on débute par observer le déplacement des roues produit par un changement d'angle de direction. En se référant à la Fig II.6 on peut voir que les distances parcourues par les deux roues $x_l(t)$ et $x_r(t)$ lorsque le robot tourne sur lui-même sont reliées à l'angle de direction $\delta(t)$ de la façon suivante :

$$x_l = \delta(t) \frac{S}{2}$$

$$x_r = -\delta(t) \frac{S}{2}$$

À partir de ces deux équations, on peut exprimer l'angle de direction en fonction des déplacements des roues de la façon suivante :

$$\delta(t) = \frac{x_l(t) - x_r(t)}{S} \quad (\text{II. 13})$$

Les déplacements des roues sont reliés à leurs déplacements angulaires par les équations suivantes :

$$x_r = R_w \theta_r \quad (\text{II. 14})$$

$$x_l = R_w \theta_l \quad (\text{II. 15})$$

À partir de la définition des tensions appliquées aux moteurs produisant un mouvement de changement de direction stipulant que celles-ci doivent être égales mais opposées, on peut établir la relation suivante entre la tension appliquée au moteur gauche $u_l(t)$, la tension appliquée au moteur droit $u_r(t)$ et l'entrée $u_h(t)$ du sous-système qui régit la dynamique d'angle de direction :

$$u_l(t) = -u_r(t) = u_h(t)$$

La différence entre les tensions appliquées aux moteurs peut être exprimée de la façon suivante :

$$u_l(t) - u_r(t) = 2u_h(t) \quad (\text{II. 16})$$

À partir de l'équation (3.10), on peut exprimer la force $F(t)$ appliquée par une roue sur le sol par la relation suivante :

$$F(t) = \frac{T(t) - J_w \ddot{\theta}(t) - C_f \dot{\theta}(t) - C_f \dot{\psi}(t)}{R_w}$$

Ensuite, à l'aide de l'équation (II.8), on peut exprimer cette dernière équation comme suit :

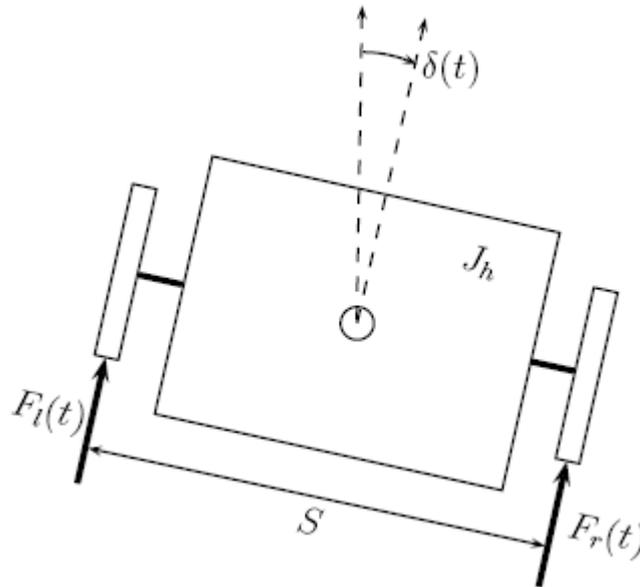
$$F(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a R_w} u(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w} \right] \dot{\psi}(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w^2} \right] \dot{x}(t) - \frac{J_w}{R_w} \ddot{\theta}(t)$$

On peut maintenant exprimer les forces appliquées au sol par chacune des roues par les équations suivantes :

$$F_l(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a R_w} u_l(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w} \right] \dot{\psi}(t) \quad (II. 17) \quad - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w^2} \right] \dot{x}_l(t) - \frac{J_w}{R_w} \ddot{\theta}_l(t)$$

$$F_r(t) = \frac{\eta R_g K}{R_a R_w} u_r(t) - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w} \right] \dot{\psi}(t) \quad (II. 18) \\ - \left[\frac{\eta R_g^2 K^2 + C_f R_a}{R_a R_w^2} \right] \dot{x}_r(t) - \frac{J_w}{R_w} \ddot{\theta}_r(t)$$

En se référant à la Fig. II.7, on effectue le bilan des couples agissant sur le robot autour de l'axe vertical :



FigII. 7 Diagramme de corps libre de la dynamique d'angle de direction

$$J_d \ddot{\delta}(t) = [F_l(t) - F_r(t)] \frac{S}{2}$$

En remplaçant $F_l(t)$ et $F_r(t)$ par les expressions trouvées en (II.17) et (II.18), on établit la relation suivante :

$$J_d \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{2 R_a R_w} [u_r(t) - u_r(t)] - \left[\frac{\eta S R_g^2 K^2 + C_f S R_a}{2 R_a R_w^2} \right] [\dot{x}_r(t) - \dot{x}_l(t)] - \frac{S J_w}{2 R_w} [\ddot{\theta}_r(t) - \ddot{\theta}_l(t)]$$

À partir de l'équation (II.16), on peut exprimer cette dernière équation en fonction de l'entrée $u_h(t)$ de la manière suivante :

$$J_d \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{R_a R_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S R_g^2 K^2 + C_f S R_a}{2 R_a R_w^2} \right] [\dot{x}_r(t) - \dot{x}_l(t)] - \frac{S J_w}{2 R_w} [\ddot{\theta}_r(t) - \ddot{\theta}_l(t)]$$

En considérant la dérivée par rapport au temps de l'équation (II.13), on peut exprimer l'équation précédente en terme de la vitesse de changement de direction $\dot{\delta}(t)$ comme suit :

$$J_d \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{R_a R_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{2 R_a R_w^2} \right] \dot{\delta} - \frac{S J_w}{2 R_w^2} [\ddot{\theta}_r(t) - \ddot{\theta}_l(t)]$$

Les accélérations angulaires des roues $\ddot{\theta}_r(t)$ et $\ddot{\theta}_l(t)$ peuvent premièrement être exprimées en fonction des accélérations des roues en considérant la dérivée seconde par rapport au temps des équations (II.14) et (II.15) de cette façon :

$$J_d \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{R_a R_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{2 R_a R_w^2} \right] \dot{\delta} - \frac{S J_w}{2 R_w^2} [\ddot{x}_r(t) - \ddot{x}_l(t)]$$

Puis, ces accélérations des roues $\ddot{x}_r(t)$ et $\ddot{x}_l(t)$ peuvent être exprimées à leur tour en terme de l'accélération du changement de direction $\ddot{\delta}(t)$ en considérant la dérivée seconde par rapport au temps de l'équation (II.13) de la façon suivante :

$$J_d \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{R_a R_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{2 R_a R_w^2} \right] \dot{\delta} - \frac{S J_w}{2 R_w^2} \ddot{\delta}(t)$$

Ce qui donne :

$$\left[J_d + \frac{J_w S^2}{2 R_w^2} \right] \ddot{\delta}(t) = \frac{\eta R_g K S}{R_a R_w} u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{2 R_a R_w^2} \right] \dot{\delta}$$

Finalement, on obtient :

$$\ddot{\delta}(t) = \left[\frac{2\eta R_w R_g K S}{R_a (2J_d R_w^2 + J_w S^2)} \right] u_h(t) - \left[\frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{R_a (2J_d R_w^2 + J_w S^2)} \right] \dot{\delta}(t) \quad (\text{II.19})$$

II.4.1. Modèle d'état de la dynamique de direction

En définissant le vecteur d'état $x_h(t) = [\delta(t) \dot{\delta}(t)]^T$ et le vecteur de sortie $y_h(t) = \delta(t)$, à partir de l'équation (II.19), on obtient le modèle d'état suivant :

$$\begin{cases} \dot{x}_h(t) = A_h x(t) + B_h u_h(t) \\ y_h(t) = C_h x_h(t) \end{cases} \quad (\text{II.20})$$

Ou : $A_h = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & A_{h22} \end{bmatrix};$

$B_h = \begin{bmatrix} 0 \\ B_{h2} \end{bmatrix}; C_h = [1 \quad 0]$

Avec :

$$A_{h22} = \frac{\eta S^2 R_g^2 K^2 + C_f S^2 R_a}{R_a (2J_d R_w^2 + J_w S^2)}; B_{h2} = \frac{2\eta R_w R_g K S}{R_a (2J_d R_w^2 + J_w S^2)};$$

En tenant compte des valeurs des paramètres du système, nous obtenons les matrices suivantes :

$$A_h = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -2.436 \end{bmatrix};$$

$$B_h = \begin{bmatrix} 0 \\ -2.9388 \end{bmatrix}; C_h = [1 \quad 0]$$

La dynamique du robot équilibriste est alors décrite par (II.12) et (II.20). Ces modèles seront utilisés pour la conception d'algorithmes de commande par retour d'état en utilisant la méthode de placement de pôle.

II.5 Le système en boucle ouvert :

Ces systèmes dans lesquels la sortie n'a aucun effet sur l'action de contrôle sont appelés systèmes de contrôle en boucle ouverte [17]. La figure (Fig II.8) illustre le schéma bloc de boucle ouverte du système.

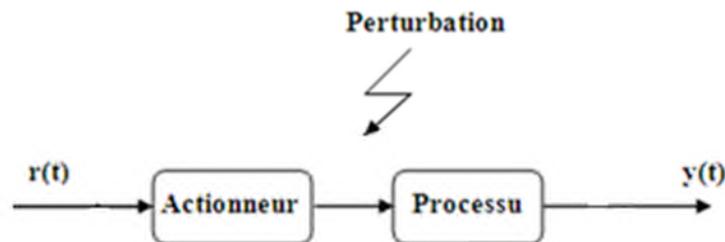


Fig II.8 Schéma de principe du système en boucle ouverte

Une fonction de transfert de système est une relation mathématique entre l'entrée et de sortie d'un système linéaire. Cette fonction peut être observée en prenant les transformées de Laplace des équations différentielles du système. Dans ce projet de MATLAB a été utilisé pour générer des fonctions de transfert de robot sur deux roues d'équilibrage. Il ya deux preuves qui montrent le robot à deux roues d'équilibrage est un système instable dynamique. Ces preuves sont les suivantes:

II.5.1 Réponse du robot en boucle ouverte

Les Figures de (Fig II.9) jusqu'à (Fig II.16) illustre la réponse impulsionnelle en boucle ouverte de déplacement (x) et l'angle (θ) ainsi que l'angle de direction (δ)

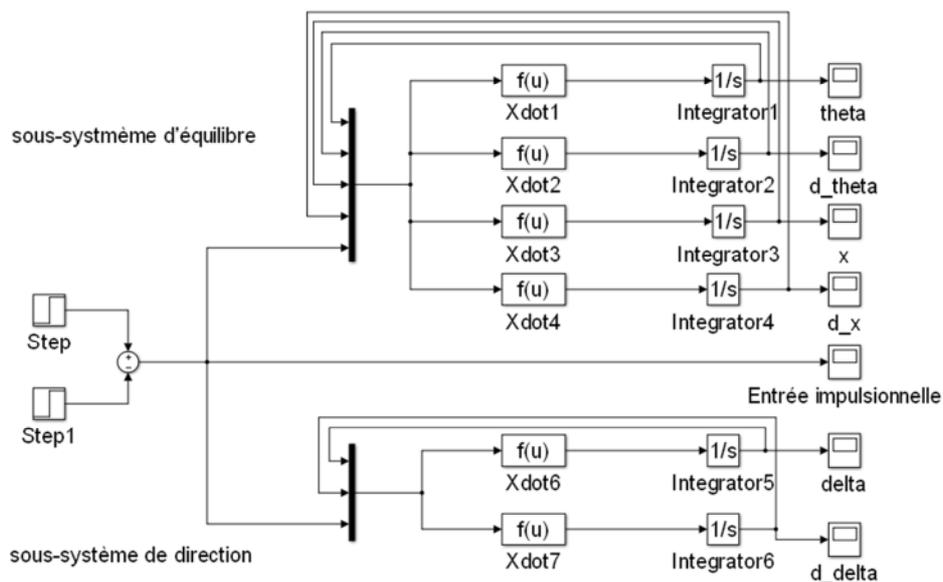


Fig II.9 schéma blocs du robot en boucle ouvert

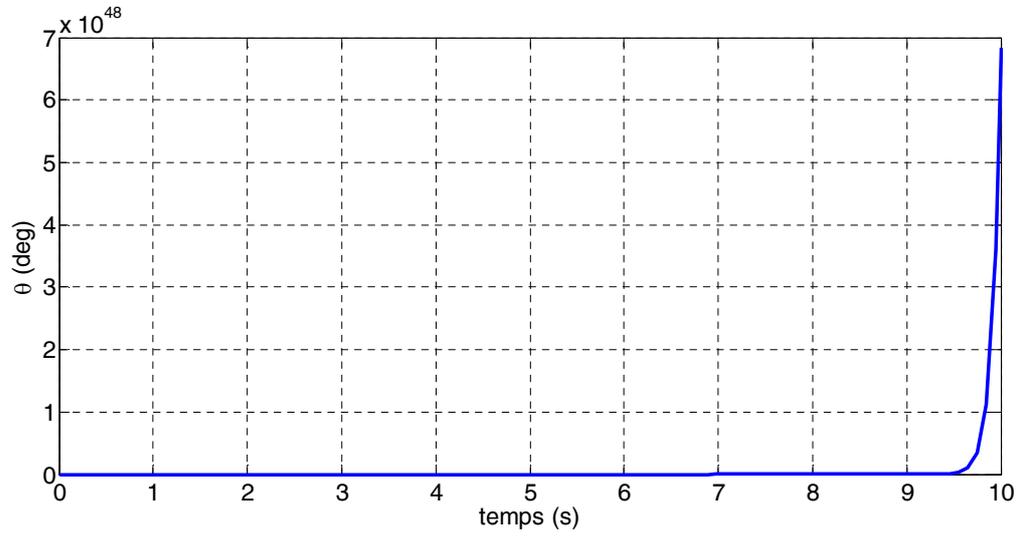


Fig II.10 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de l'angle d'inclinaison θ

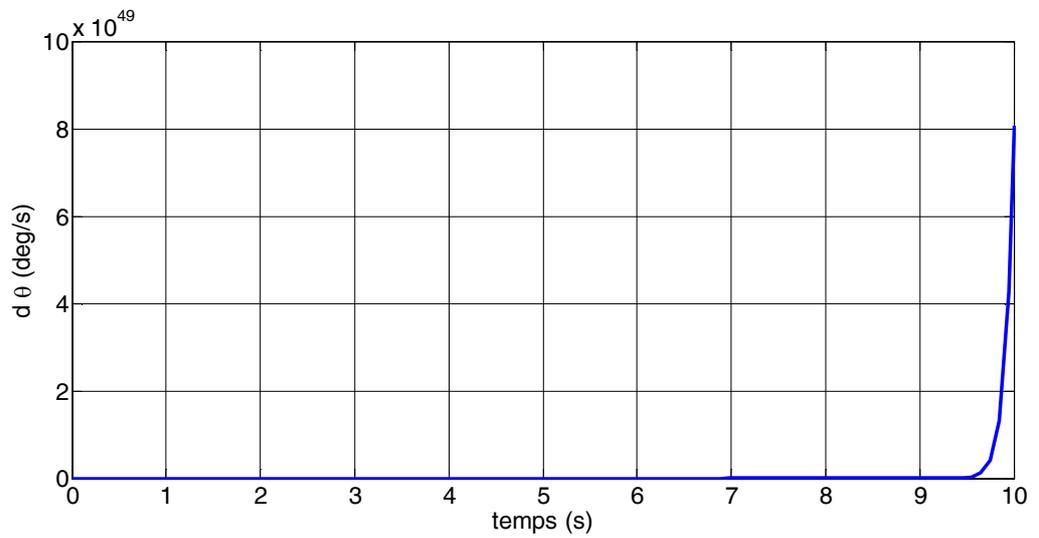


Fig II.11 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la vitesse angulaire $\dot{\theta}$

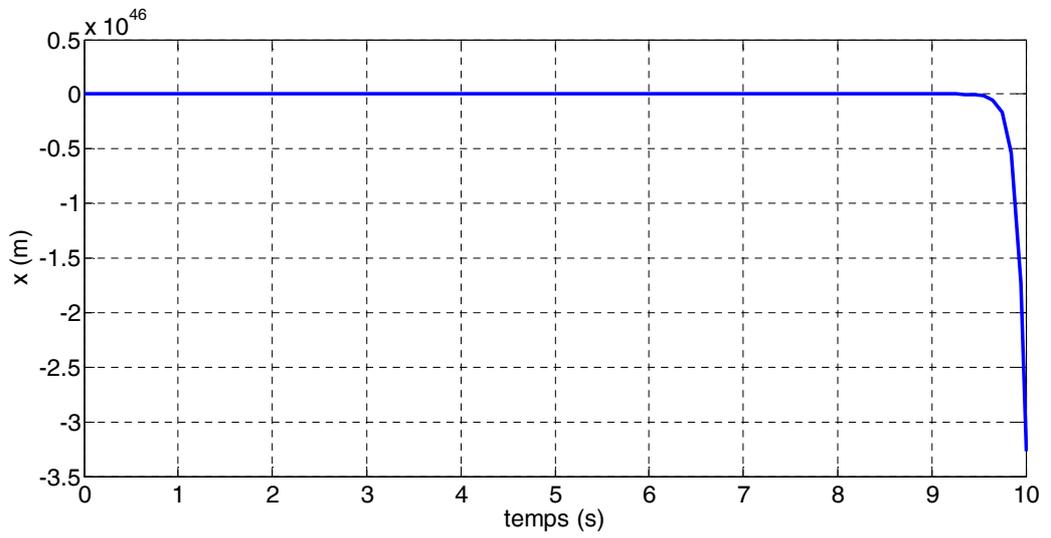


Fig II.12 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de déplacement du robot x

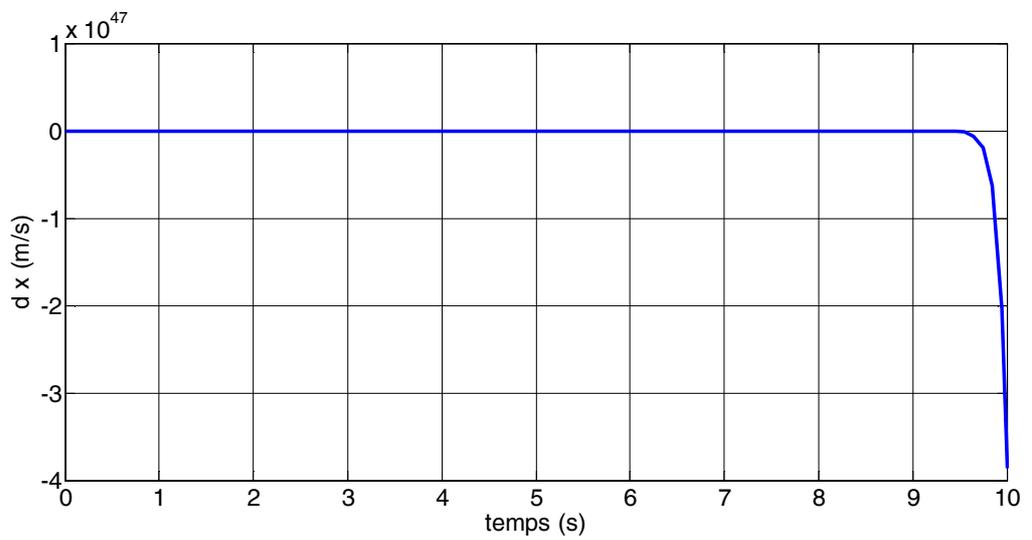


Fig II.13 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de vitesse linéaire \dot{x}

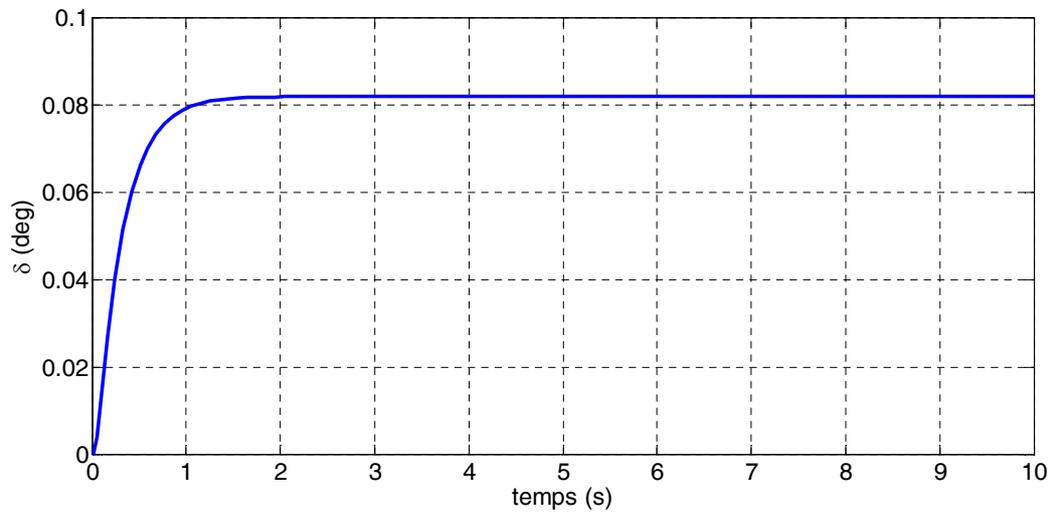


Fig II.14 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la direction du robot δ

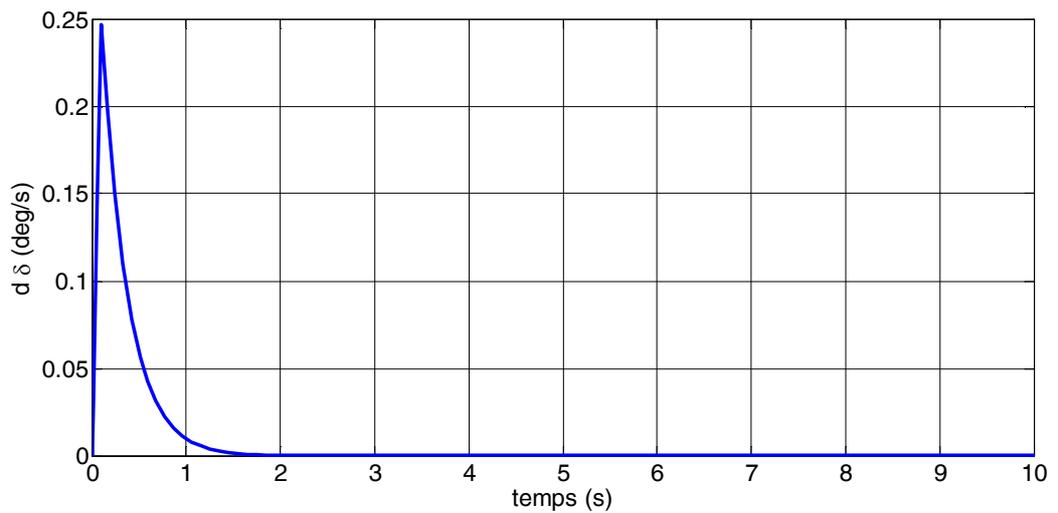


Fig II.15 La réponse impulsionnelle en boucle ouvert de la vitesse de direction δ

Réponse impulsionnelle en boucle ouverte d'un robot d'équilibriste a été prouvée que le premier sous-système en boucle ouverte est instable c.-à-d. le sous-système qui équilibre le robot, par contre le sous-système de la direction du robot est stable en boucle ouvert

Chapitre III : Commande floue d'un robot équilibriste

III.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter et analyser quelques structures intelligentes basées sur les concepts de la logique floue. Cette démarche est menée afin de lever une contrainte en contrôle relative à la nécessité de disposer d'un modèle le plus fidèle possible, sachant que les erreurs de modélisation et les imperfections des modèles, contribuent à dégrader les lois de commandes conventionnelles.

Nous allons étudier en détail les principes de la logique floue et ses applications dans le domaine du réglage puis nous décrirons les différentes solutions pour un organe de commande basé sur les principes flous.

III.2 La logique floue et la commande floue

III.2.1 Introduction

La logique floue est une théorie qui a connu un grand engouement depuis que **zadeh** a introduit le concept de sous-ensembles flous en 1965. Par la suite, en 1974, **Mamdani** introduisait la commande floue pour la régulation de processus industriel. Dans les années 80, la commande floue connaît un essor considérable au Japon, notamment grâce aux travaux de **Sugeno**. La logique floue permet de faire le lien entre modélisation numérique et modélisation symbolique, ce qui a permis des développements industriels spectaculaires à partir d'algorithmes très simples de traduction de connaissances symboliques en entité numérique et inversement. Elle présente en effet l'avantage d'utiliser des règles linguistiques

simples permettant de traduire facilement le savoir-faire d'un expert pour répondre à une problématique spécifique.

III.2.2 La logique floue

La notion de logique floue permet d'étendre la notion de logique classique, associée aux variables booléennes ne prenant que deux valeurs 0 et 1. Il est alors possible d'associer à des variables des coefficients d'appartenance à des sous-ensembles flous prenant des valeurs dans l'intervalle $[0,1]$ et quantifiant l'incertitude sur la variable. Un évènement certain pour la variable se traduira par un coefficient d'appartenance au sous-ensemble flou, c'est-à-dire à la propriété, égal à 1 alors que la valeur sera inférieure à 1 en présence d'incertitudes. Il vient alors qu'une valeur nulle pour un coefficient d'appartenance indique que la possibilité d'appartenance au sous-ensemble sélectionné de la variable représentant la grandeur concernée est complètement rejetée.

III.2.3 Notion de sous-ensemble flou

Dans la théorie classique des ensembles, un sous-ensemble A de B est définie par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ qui caractérise tout élément x appartenant à B . cette fonction prend la valeur 1 si x appartient à A et la valeur 0 dans le cas contraire :

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x \in A \\ 0 & \text{Si } x \notin A \end{cases}$$

En logique floue, un sous-ensemble flou A de B est défini par une fonction d'appartenance $\mu_A(x)$ pouvant prendre différentes valeurs comprises entre 0 et 1, selon le degré d'appartenance de l'élément x au sous-ensemble A .

$$\mu_A(x) \in [0 \ 1]$$

III.2.4 Univers de discours

L'univers de discours représente l'ensemble de référence ou le domaine de variation de la variable linguistique, ou domaine de fonctionnement du processus dans le cas deréglage, comme illustré sur la figure (III.1) dont plusieurs sous-ensemble sont décrits par des fonctions d'appartenance ($F A$) triangulaires et trapézoïdales.

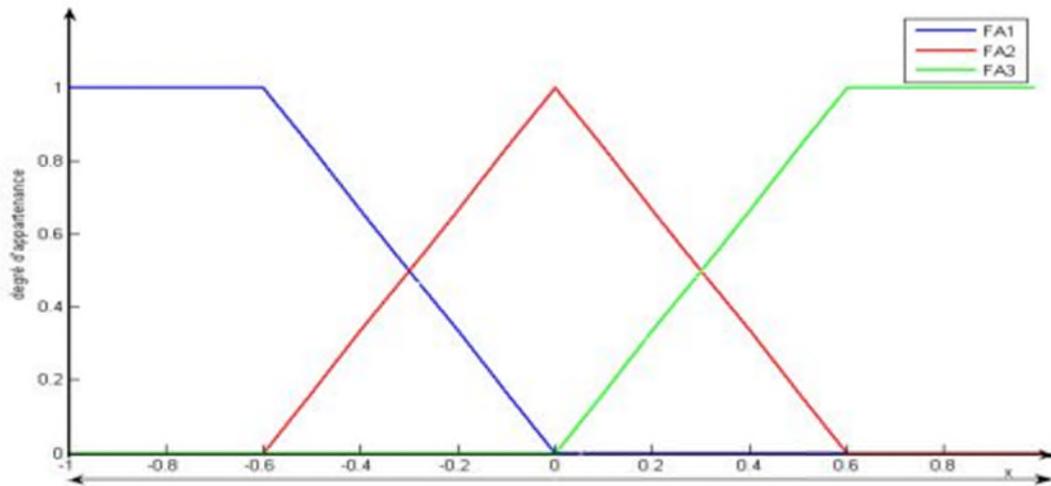


Fig III.1 : Univers de discours normalisé uniforme de 3 ensembles.

III.2.5 Variable et valeur de variable linguistique

La variable linguistique représente un phénomène ou une grandeur, par des termes linguistiques : « quelque, beaucoup, souvent », « négative, environ zéro et positive » ce sont les valeurs linguistiques.

III.2.6 Règles d'inférence

On appelle règles d'inférence l'ensemble des différentes règles reliant les variables floues d'entrées d'un système aux variables floues de sortie de ce système à l'aide des différents opérateurs. Ces règles se présentent sous la forme :

Si condition 1 ET/OU condition 2 (ET/OU) alors action sur les sorties OU

Si condition 3 ET/OU condition 4 (ET/OU) alors action sur les sorties OU

.

.

Si condition n ET/OU condition n+1 (ET/OU) alors action sur les sorties.

Ou par une matrice d'inférence sous forme d'un tableau donné ci-dessous

U		θ		
		N	EZ	P
dθ/dt	N	N	N	EZ
	EZ	N	EZ	P
	P	EZ	P	P

Tableau III.1 : règles d'inférence pour RLFT

III.2.7 Représentation des fonctions d'appartenance

On représente les variables linguistiques par leurs fonctions d'appartenances. Donc à chaque sous-ensemble flou A_i est associé une fonction d'appartenance $\mu_{A_i}(x)$ ou x est la variable linguistique. Tel que, à chaque point x est associé une valeur précise de $\mu_{A_i}(x)$, qui désigne, le degré d'appartenance de x à A_i .

La fonction d'appartenance peut être représentée par plusieurs formes : Triangulaire, trapézoïdale, sigmoïdale et gaussienne. On peut définir d'autres formes de fonctions d'appartenance, mais dans le réglage par logique floue, les formes déjà citées et illustrées sur la figure (III.2) sont largement suffisantes pour délimiter les ensembles flous.

III.2.7.1 Fonction triangulaire

Elle est définie par trois paramètres $\{a,b,c\}$, qui déterminent les coordonnées des trois sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b}\right), 0\right)$$

III.2.7.2 Fonction trapézoïdale

Elle est définie par trois paramètres $\{a,b,c,d\}$, qui déterminent les coordonnées des quatre sommets.

$$\mu(x) = \max\left(\min\left(\frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c}\right), 0\right)$$

III.2.7.3 Fonction sigmoïde

Elle est définie par deux paramètres $\{a, b\}$

$$\mu(x) = \frac{1}{1 + \exp(-a(x - c))}$$

III.2.7.4 Fonction gaussienne

Elle est définie par deux paramètres $\{\sigma, m\}$

$$\mu(x) = \exp\left(-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}\right)$$

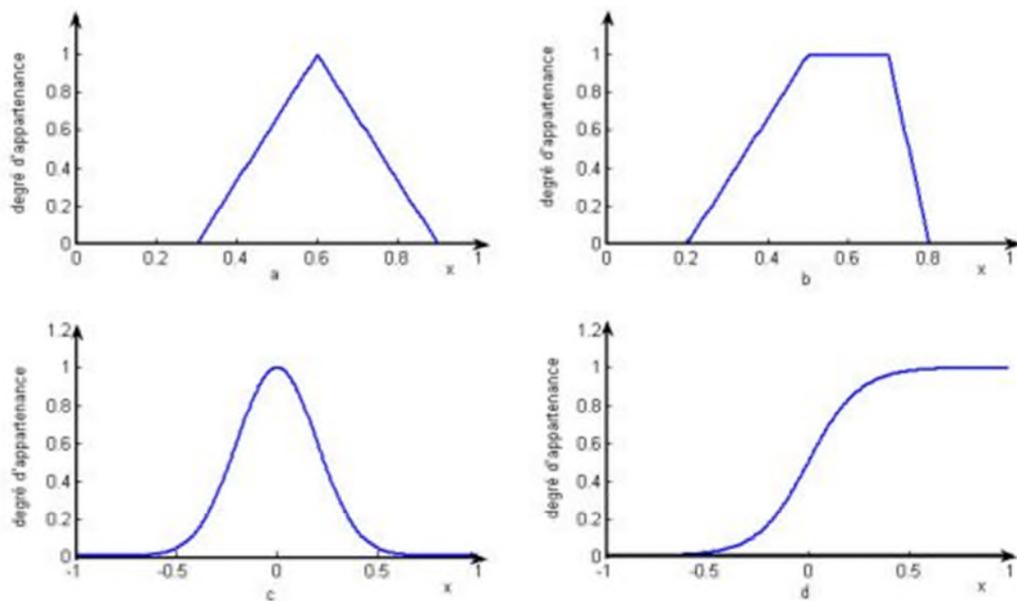


Fig III.2 : Formes des fonctions d'appartenance usuelles

III.2.8 Opérations sur les ensembles flous

Les opérations d'union, d'intersection et de complémentation dans les ensembles flous sont définies à l'aide de leurs fonctions d'appartenance.

III.2.8.1 Egalité :

$$A = B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) = f_B(x)$$

III.2.8.2 Inclusion

$$A \subset B \Leftrightarrow \forall x \in U, f_A(x) \leq f_B(x)$$

III.2.8.3 La disjonction floue, 'OU' ou Union

La fonction d'appartenance Figure (III.5) $\mu_{A \cup B}$ est définie, pour tout $u \in U$ par :

Mamdani : $\mu_{A \cup B}(u) = \max\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

Sugeno : $\mu_{A \cup B}(u) = \mu_A(u) + \mu_B(u) - \mu_A(u) \cdot \mu_B(u)$

III.2.8.4 La conjonction floue, 'ET' ou intersection :

La fonction d'appartenance Figure (III.6) $\mu_{A \cap B}$ est définie, pour tout $u \in U$ par :

Mamdani : $\mu_{A \cap B}(u) = \min\{\mu_A(u), \mu_B(u)\}$

Sugeno : $\mu_{A \cap B}(u) = \mu_A(u) \cdot \mu_B(u)$

III.2.8.5 La complémentation, négation ou inverse :

La fonction d'appartenance figure(III.7) $\mu_{\bar{A}}$ du complément d'un ensemble A est définie, pour tout $u \in U$, dans les deux cas par :

$$\mu_{\bar{A}} = 1 - \mu_A(u)$$

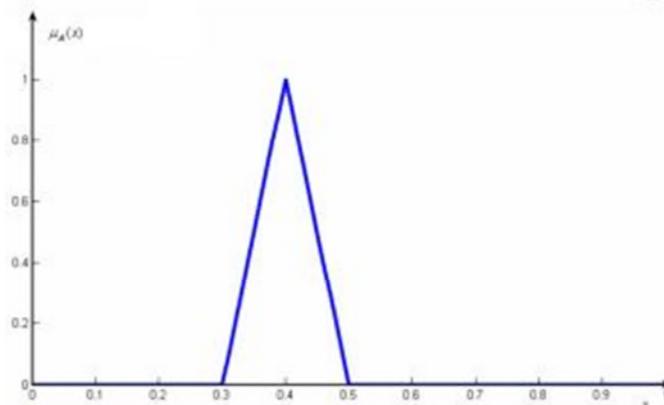


Fig III.3 : Fonction d'appartenance A

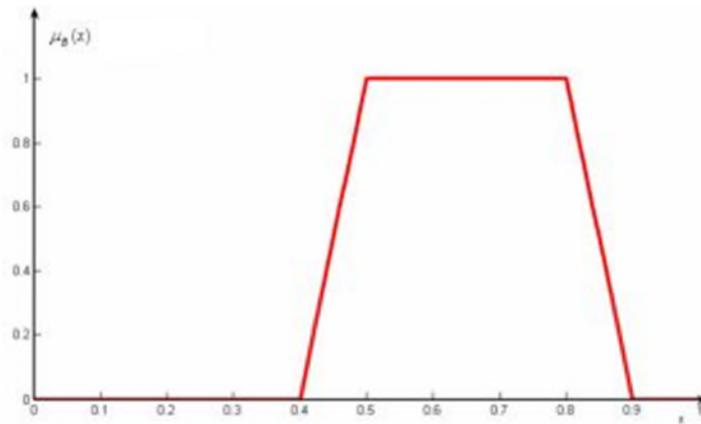


Fig III.4 : Fonction d'appartenance B

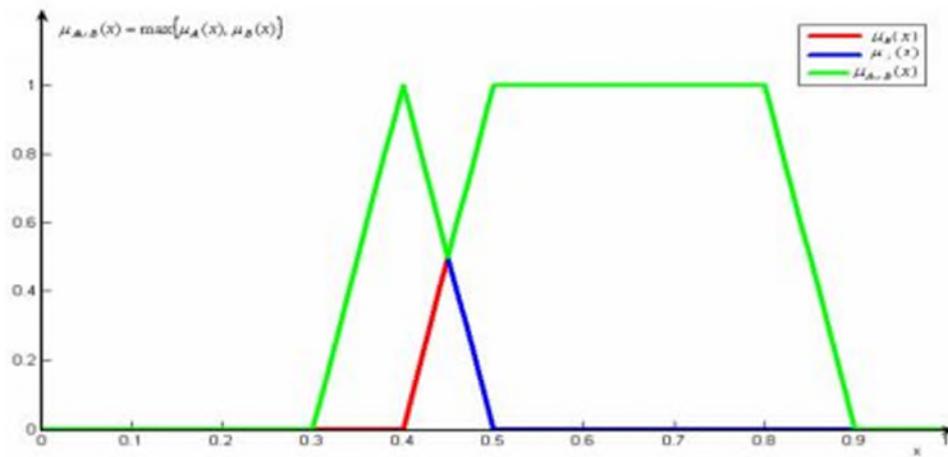


Fig III.5 : Fonction d'appartenance de l'union

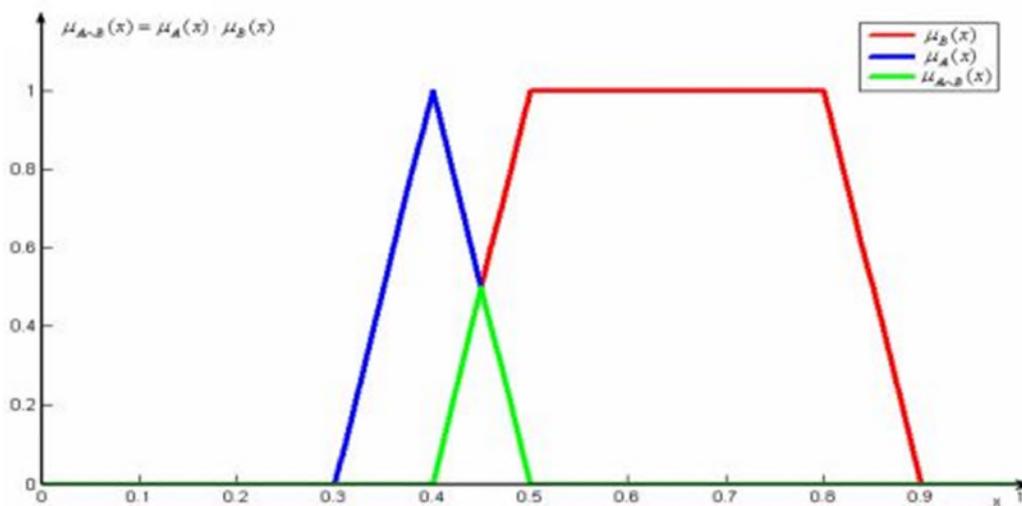


Fig III.6 : Fonction d'appartenance d'intersection

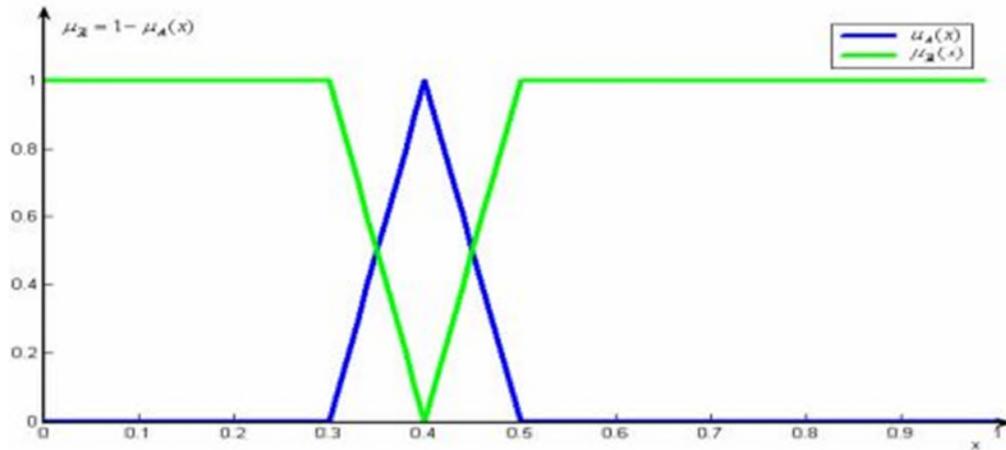


Fig III.7 : Operateur de complémentation de la fonction d'appartenance A

III.2.9 Structure d'un réglage par logique floue

Le contrôleur par logique floue est chargé de calculer à chaque instant la commande réelle u (non floue) à appliquer au système afin de réaliser l'objectif de contrôle qui est l'annulation de l'erreur de réglage $e = y - r$ (la sortie mesurée – la référence)

Les entrées de réglage sont en général :

- La valeur réelle de l'erreur e
- La dérivée de l'erreur

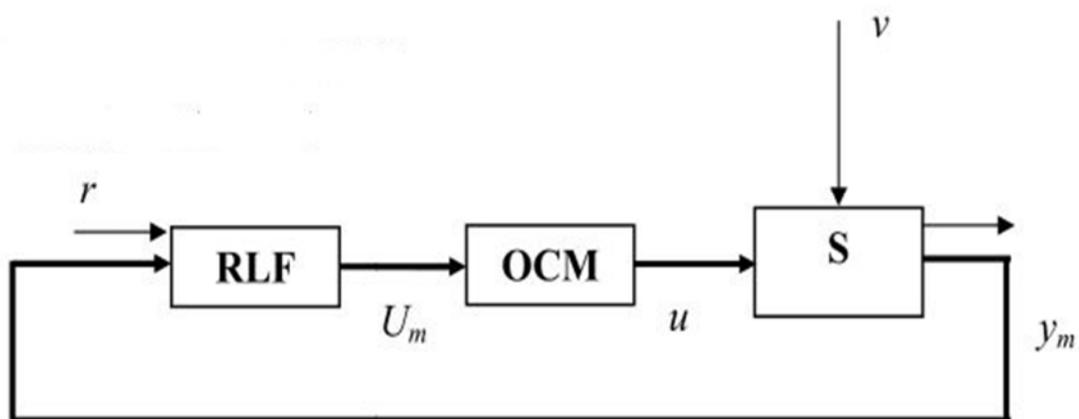


Fig III.8 : Structure d'un réglage par logique floue

OCM : c'est l'organe de commande, S : c'est le système à régler. c : la grandeur de consigne, U_m : le signal de commande fournit par le RLF, U : la grandeur de commande fournie par l'OCM. V : une perturbation, Y : la grandeur à régler (ou sortie). Y_m : le vecteur qui contient les grandeurs mesurées.

III.2.10 Configuration interne d'un système d'inférence flou (SIF)

Un système flou est un système à base de connaissance particulière, dont l'architecture de base est illustrée par la figure (III.8), se compose essentiellement de quatre modules.

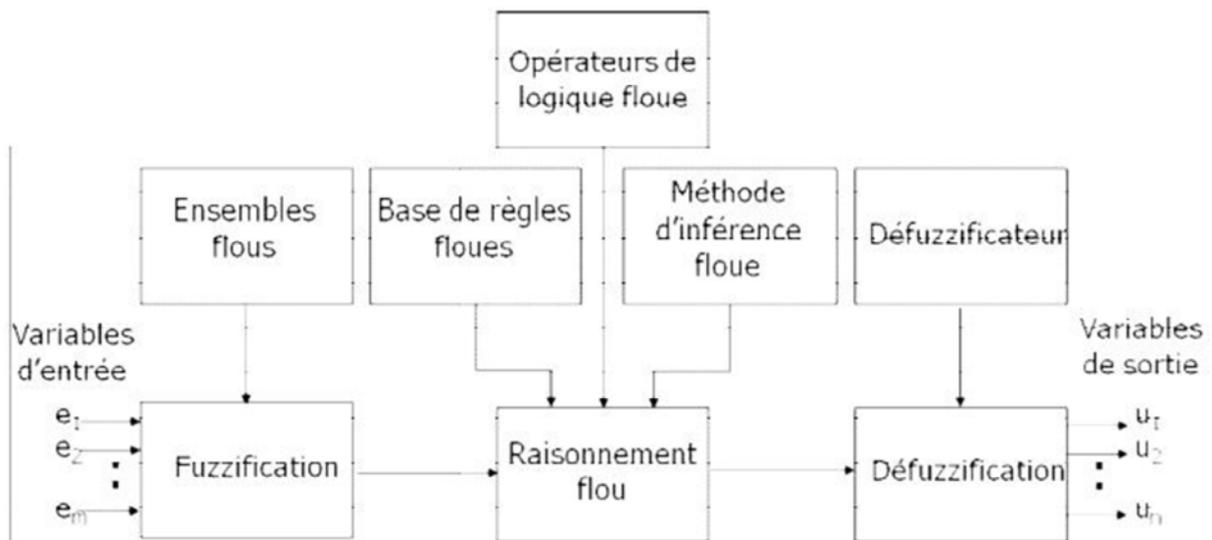


Fig III.9 : Architecture d'un contrôleur par logique floue

III.2.10.1 Fuzzification

C'est le mécanisme réalisant l'interface « Numérique – Linguistique » qui permet de transformer une grandeur générée par un capteur à l'entrée en partie floue définie sur un espace de représentation lié à l'entrée. Du choix de cet espace de représentation (numérique ou linguistique) dépend la nature de la partie floue E résultante de la partie fuzzification. Cette dernière peut être un sous ensemble numérique (élément de $F(X)$) ou un sous ensemble flou symbolique (élément $F(L(X))$). On distingue alors deux types de fuzzification respectivement appelées fuzzification numérique et fuzzification symbolique

III.2.10.1.1 Fuzzification numérique

Une fuzzification numérique transforme toute valeur numérique x de l'entrée en valeur floue numérique, c'est-à-dire un élément de $F(X)$, en utilisant la fuzzification singleton ou non singleton.

La fuzzification singleton de la valeur $x = x_0$ est la partie numérique $N(x_0)$ dont la fonction d'appartenance est définie par

$$\mu_{N(x_0)}(x) = \begin{cases} 1 & \text{Si } x = x_0 \\ 0 & \text{Si } x \neq x_0 \end{cases}$$

Dans la fuzzification non singleton de la valeur $x = x_0$, la fonction d'appartenance de la partie floue numérique $N(x_0)$ peut être définie par une fonction gaussienne.

$$\mu_{N(x_0)}(x) = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{x-x_0}{\beta}\right)^2\right)$$

Où β est paramètre qui caractérise la largeur de la fonction d'appartenance.

III.2.10.1.2 Fuzzification symbolique

Elle transforme toute valeur numérique x en une partie floue linguistique, c'est-à-dire un élément de $F(L(X))$. Cette partie floue permet de caractériser à quel point la valeur numérique peut être décrite par le symbole $L(X)$, en utilisant la description supérieure ou inférieure de l'entrée x , comme suit :

Supposons que l'ensemble des symboles relatifs à l'entrée x soit définie par $L(x) = \{N, Z, P\}$, où $N =$ Négative, $Z =$ Zéro, $P =$ Positive et que l'univers de discours associé X , soit définie par $X = [-0.4, 0.4]$. La signification floue des différents symboles est donnée par M_x . Ainsi, la figure suivante montre la description floue d'une entrée $x = 0.3$.

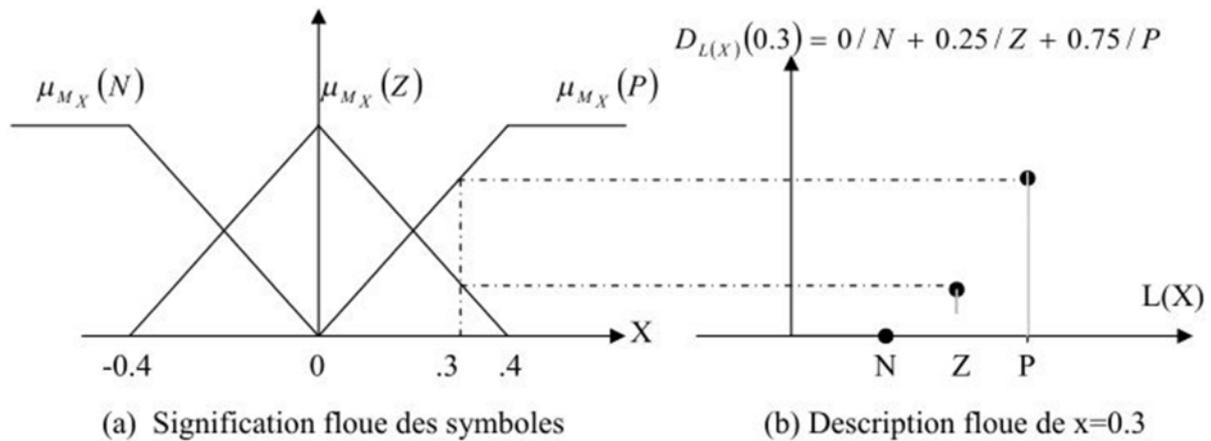


Fig III.10 : Lien entre signification floue et description floue

III.2.10.2 Base des règles floues

C'est une base de connaissance qui contient les règles floues décrivant le comportement du système. L'ensemble des règles se présente sous la forme d'une énumération de type :

- Si condition 1 et/ou condition 2 (et/ou. . .) alors action sur les sorties
- Si condition 3 et/ou condition 4 (et/ou. . .) alors action sur les sorties
- Si condition 5 et/ou condition 6 (et/ou. . .) alors action sur les sorties

III.2.10.3 Le moteur d'inférence flou

Il transforme à l'aide des technique de raisonnement flou, la partie floue issue de la fuzzification en une nouvelle partie floue, afin d'évaluer le degré de vérité d'une règle i à partir des fonctions d'appartenance liées à la prémisse et à la conclusion. L'agrégation des n règles s'effectue en combinant les différentes règles floues à l'aide de l'opérateur **Ou**. En effet, une telle énumération est comprise dans ce sens :

- Si condition 1 et/ou condition 2 (et/ou. . .) alors action sur les sorties

ou

- Si condition 3 et/ou condition 4 (et/ou. . .) alors action sur les sorties

ou

- Si condition 5 et/ou condition 6 (et/ou. . .) alors action sur les sorties

III.2.10.4 Déffuzzification

C'est une interface « linguistique – Numérique » qui transforme la partie floue de l'inférence en valeurs numériques directement exploitables par le processus. Le résultat de l'inférence peut être soit une partie floue numérique, soit une partie floue symbolique. Afin de les transformer en une valeur numérique, on aura besoin de deux types de défuzzification :

Une défuzzification numérique , et une défuzzification symbolique .la figure montre ces deux types de défuzzification dans le cadre de la topologie SIF.

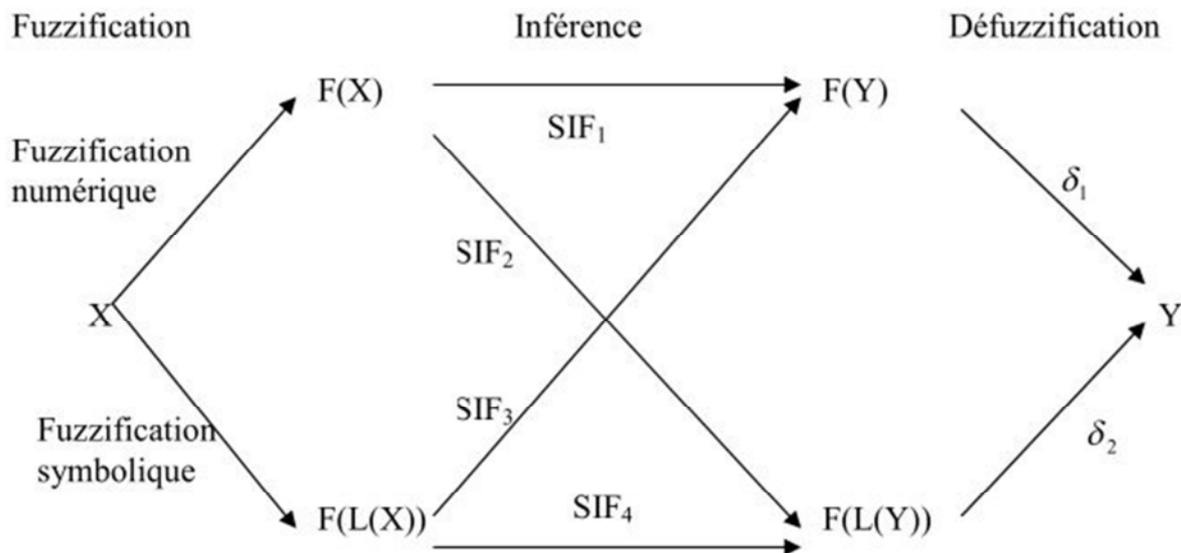


Fig III.11 : Déffuzzification numérique et symbolique

Le choix de t-norme \perp min et t-conorme T max permet de retrouver les quatre familles SIF suivante :

- Famille $SIF_1, (U = X, V = Y), \forall x \in X, \forall y \in Y,$

$$\mu_F(y) = \perp_{x \in X} (\mu_X(x) T \mu_R(x, y)).$$
- Famille $SIF_2, (U = X, V = L(Y)), \forall x \in X, \forall L \in L(Y),$

$$\mu_{F'L'} = \perp_{x \in X} (\mu_X(x) T \mu_R(x, L')).$$
- Famille $SIF_3, (U = L(X), V = Y), \forall L \in L(X), \forall y \in Y,$

$$\mu_F(y) = \perp_{L \in L(X)} (\mu_X(L) T \mu_R(L, y)).$$

- Famille $SIF_4, (U = L(X), V = L(Y)), \forall L \in L(X), L' \in L(Y),$

$$\mu_F(L') = \perp_{L \in L(X)} (\mu_X(L) T U_R(L, L'))$$

III.2.10.4.1 Défuzzification numérique

Ce type de défuzzification δ_1 dans la figure (III.12) est utilisé pour les familles SIF_1 et SIF_3 par la méthode la plus couramment utilisée dite défuzzification par calcul centre de gravité dont l'énoncé est le suivant :

Soit $F \in F(Y)$, la partie floue numérique issue de l'inférence. La valeur numérique y^* produite par l'application de la méthode de centre de gravité est donnée par :

$$y^* = \delta_1(F) = \frac{\int_{y \in Y} \mu_F(y) \cdot y \cdot dy}{\int_{y \in Y} \mu_F(y) \cdot dy}$$

La valeur y^* produite par défuzzification δ_1 est définie comme étant la coordonnée y du centre de gravité (G) de la surface située sous μ_F voir la figure (III.12) . Cependant, son calcul est relativement complexe puisqu'il nécessite le calcul d'une intégrale, ou d'une somme pondérée dans le cas discret.

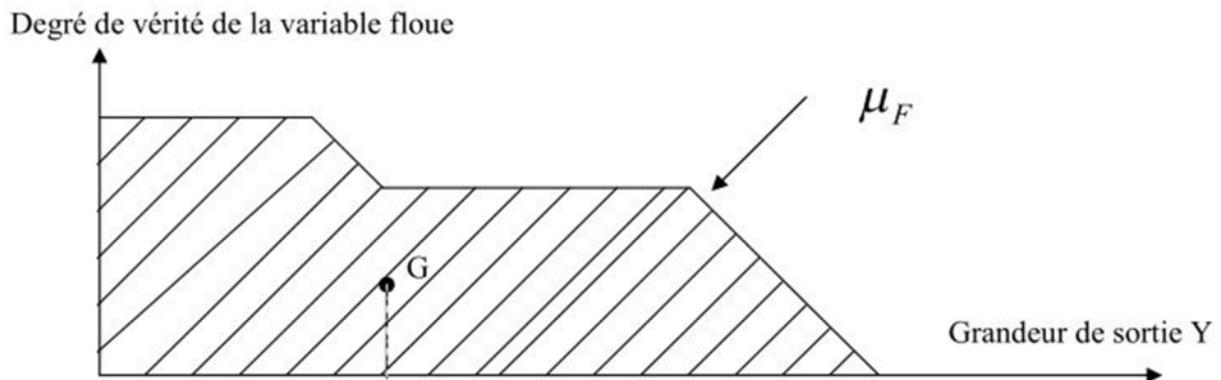


Fig III.12 : Défuzzification par calcul du centre de gravité

III.2.10.4.2 Défuzzification symbolique

La défuzzification symbolique δ_2 dans la figure (III.3) transforme un sous ensemble flou symbolique en une valeur numérique, en considérant la défuzzification symbolique comme étant la composition de deux opération δ_3 et δ_1 , c'est-a-dire $\delta_2(F) = \delta_1(\delta_3(F))$ ou δ_1 est la fonction de la défuzzification numérique et δ_3 est une fonction qui transforme

un sous ensemble flou symbolique de $F(L(Y))$ en un sous ensemble flou numérique de $F(Y)$, par application de la règle compositionnelle d'inférence

$$\forall y \in Y \mu_{\delta_3(F)}(Y) = \perp_{L \in L(Y)} T(\mu_F(L'), \mu_R(L', y))$$

III.2.11 Les différents systèmes d'inférence floue

Le système d'inférence flou est composé essentiellement de la base de règles, de la base de données (les paramètres des fonctions d'appartenance) et du raisonnement flou. Les types les plus courants sont représentés sur les deux figures suivantes :

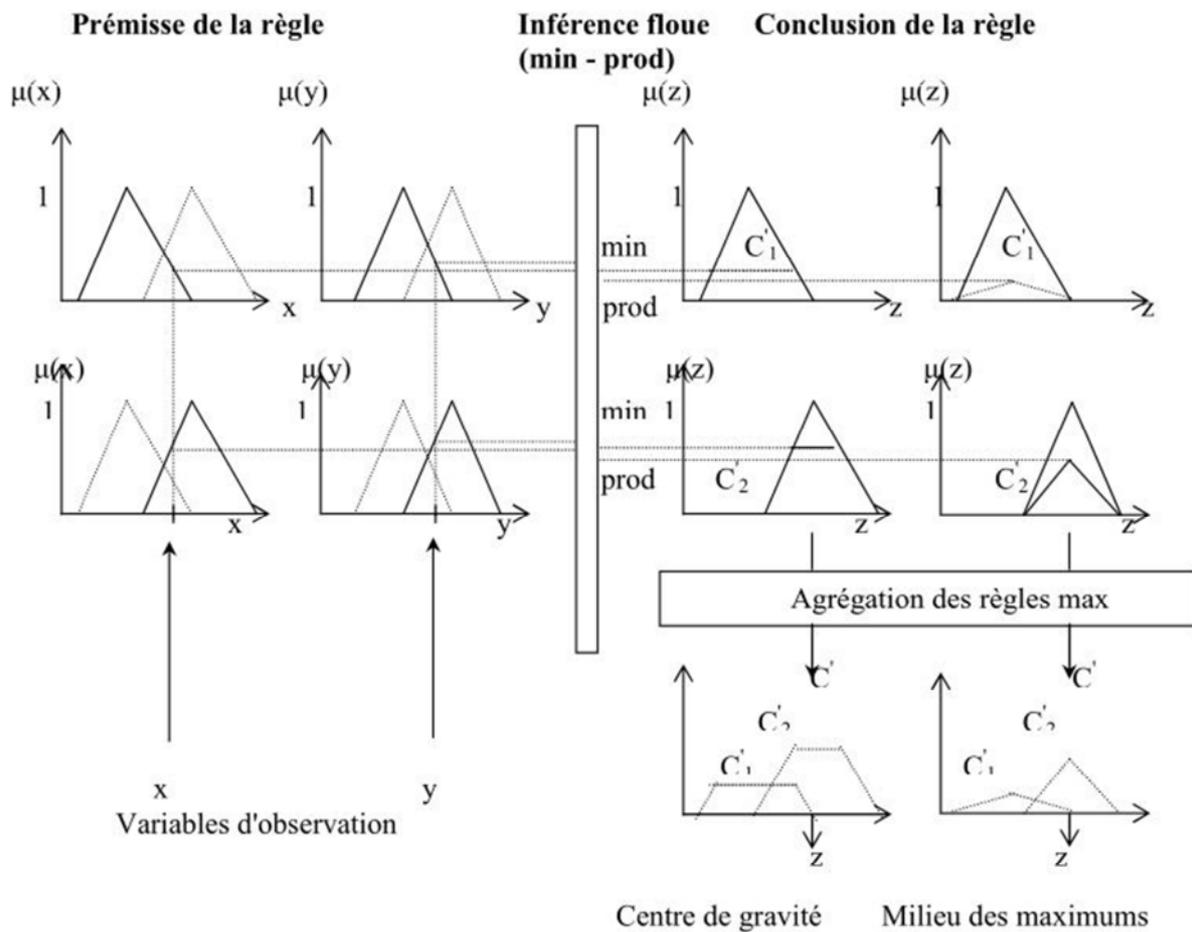


Fig III.13 : Système d'inférence flou Mamdani

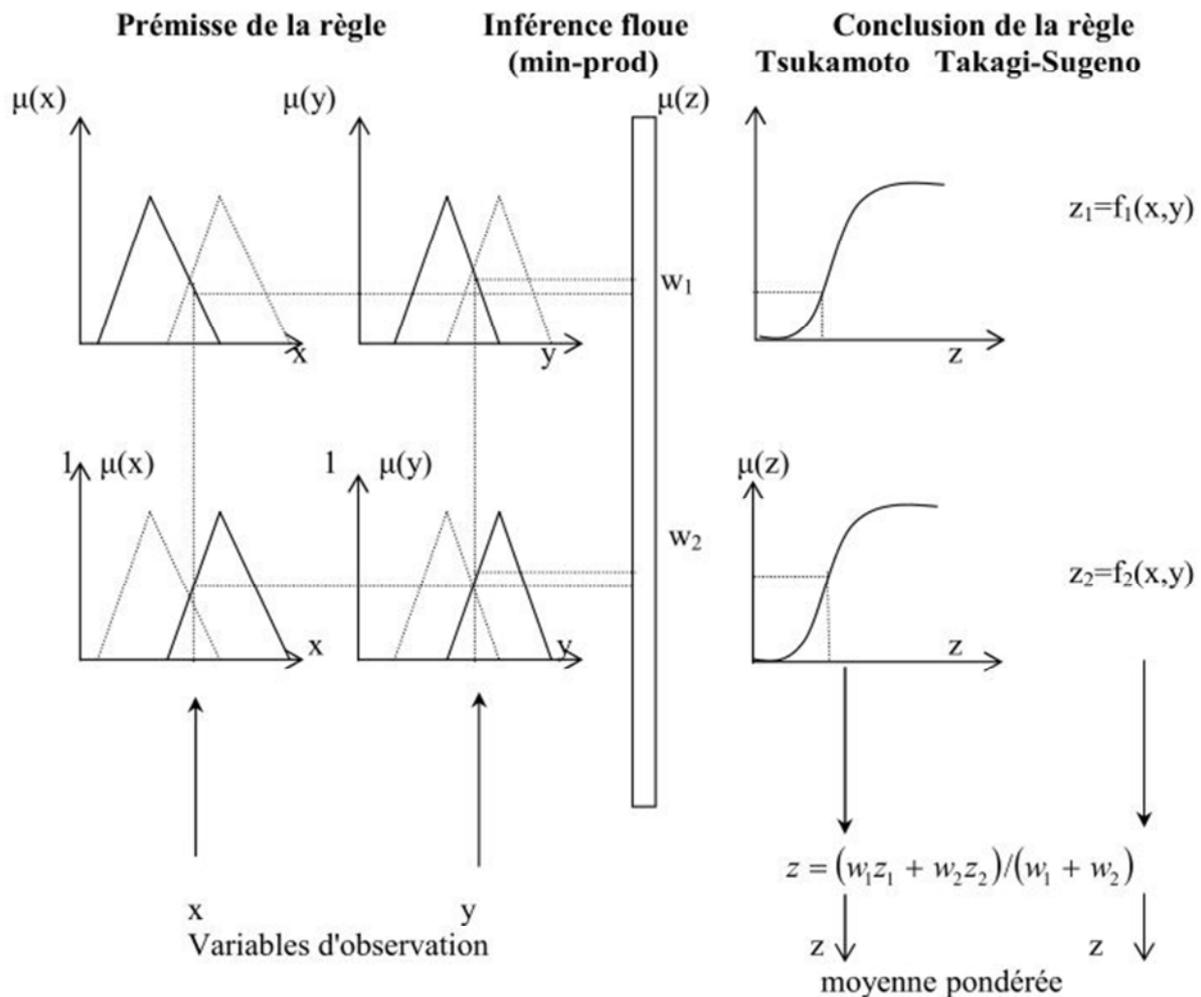


Fig III.14 : Système d'inférence flou de tsukamoto et takagi-sugeno

Dans la méthode de Mamdani, les prémisses et les conclusions des règles sont floues.

L'inférence floue est réalisée à l'aide de l'opérateur min (minimum) ou prod (produit) et l'agrégation des règles à l'aide de l'opérateur max (maximum). La défuzzification est généralement effectuée par la méthode du centre de gravité.

Pour TSUKAMOTO, la fonction d'appartenance de chaque conclusion est une fonction monotone croissante. L'inférence floue est réalisée par l'opérateur min ou prod. La sortie numérique est une moyenne pondérée des valeurs issues des fonctions monotones.

La méthode de TAKAGI-SUGENO, est très efficace du point de vue de calcul car elle privilégie l'analyse mathématique, elle fonctionne bien avec les techniques linéaires, l'optimisation et les techniques dite adaptatives. L'inférence floue est réalisée avec l'opérateur min ou prod. Les conclusions des règles sont des valeurs numériques calculées à

partir des entrées et la valeur finale est obtenue en effectuant une moyenne pondérée des conclusions.

III.2.12 Réglage d'un contrôleur flou

Un contrôleur flou possède de nombreux paramètres de réglage, ce qui peut, à priori, effrayer ses utilisateurs potentiels. En effet, contrairement aux contrôleurs classiques, le contrôleur flou possède un nombre plus conséquent de paramètres, qui lui offre, davantage de degrés de liberté.

On peut distinguer parmi les choix et les réglages à faire :

- L'expression des règles
- La définition des variables et des valeurs linguistiques
- La méthode d'implication et la méthode d'inférence
- La méthode de défuzzification
- Les facteurs d'échelle sur les entrées et les sorties

Cependant, on constate une certaine insensibilité du résultat au choix des méthodes d'implication, d'inférence et de défuzzification. Pour les autres paramètres, un réglage séquentiel est possible.

III.2.13 Avantages et désavantages du réglage par la logique floue :

Evidemment, le réglage par logique floue réunit un certain nombre d'avantages et de désavantages. Les avantages essentiels sont :

- La non nécessité d'une modélisation (cependant, il peut être utile de disposer d'un modèle convenable).
- La matrice de système à régler avec un comportement complexe (fortement non linéaire et difficile à modéliser).
- L'obtention fréquente de meilleures prestations dynamiques (régulateur non linéaire).
- La disponibilité de système de développement efficace, soit pour microprocesseur ou PC (solution logicielle), soit pour circuit intégrés (processeurs dédiés, fuzzy processors).

Par contre les désavantages sont :

- Le manque de directives précises pour la conception d'un réglage (choix des grandeurs à mesurer, détermination de la fuzification, des inférences et de la défuzification).
- L'approche artisanale et non systématique (implémentation des connaissances de l'opérateur, est souvent difficile).
- L'impossibilité de la démonstration de la stabilité du circuit de réglage en toute généralité (en l'absence d'un modèle valable).
- La précision du réglage souvent peut élever
- La cohérence des inférences non garantie à priori (apparition de règles d'inférence contradictoires possible)

III.2.14 application de la commande floue sur le pendule inversé

III.2.14.1 L'analyse de problème

L'objet de notre travail consiste à assurer la stabilité verticale du pendule inverse dans un système réel. Pour cela, il est nécessaire de gérer l'équilibre vertical du bras du pendule en tenant compte de la position du chariot sur son rail de guidage dont les dimensions mécaniques sont fixées. En effet, si la position n'est pas maîtrisée, ses variations qui contribuent à l'équilibre du bras vont entraîner l'activation des butées de fin de course, limitant ainsi le déplacement du chariot. Cette détection d'une des butées, soit à droite soit à gauche, provoque alors la coupure de l'alimentation du moteur d'entraînement du chariot, donc chute du pendule, interrompant de ce fait l'expérience.

En conséquent, il importe d'effectuer une commande du moteur à la fois en fonction de l'angle du bras du pendule mais aussi de la position du chariot, donc d'assurer l'équilibre du pendule pour une consigne de position de donnée.

III.2.14.2 Structure de la commande floue

III.2.14.2.1 Enoncé de la méthode

La commande floue repose sur l'élaboration de règles décrivant le fonctionnement du pendule. Un raisonnement physique appliqué à l'équilibre du bras du pendule, analogue à la stabilité verticale d'un bâton dans la paume de la main, nécessite l'utilisation implicite de deux informations, à savoir :

- La déviation de l'angle.

- La vitesse de la déviation de l'angle.

Dans ce raisonnement, la position du chariot n'est pas prise en compte alors que son contrôle est impératif pour les raisons rappelées précédemment. Aussi, pour assurer sa gestion tout en contrôlant efficacement l'équilibre du bras à une position donnée du chariot, nous utiliserons comme dans le cas l'angle deux informations du même type.

III.2.14.2.2 Choix des éléments des régulateurs flous

III.2.14.2.2.1 Choix de la forme des classes

Pour permettre une commande progressive et non pas par paliers, la forme triangulaire semble préférable pour toutes les classes des variables d'entrée et de sortie, ce qui permet également de simplifier les calculs.

III.2.14.2.2.2 Définition des référentiels pour les six variables d'entrées ($x, \dot{x}, \theta, \dot{\theta}, \delta, \dot{\delta}$)

Dans le but d'effectuer la transformation numérique symbolique, il est nécessaire de connaître la plage de variation réelle grandeur d'entrée afin d'y faire correspondre son ensemble flou, ce dernier étant lui-même divisé en sous-ensembles flous. Nous avons donc défini 3 sous-ensemble flous (ou classes) respectivement nommés : **Négatif** (G), **Zéro** (Z), **Positive** (P).

Ecart de position

Il est calculé par différence entre la consigne de position et la mesure de position réelle du chariot par rapport au centre de l'axe de guidage. Les limites physiques de la position chariot sont comprise entre -50 cm et 50 cm. Le constructeur du pendule ne stipule qu'un écart de 40 cm qui ne doit pas être dépassé car la commande correspondante entraine une inclinaison du bras du pendule, ce qui provoque un arrêt du programme de commande du pendule.

Malgré cette spécification du constructeur, la plage d'écart de position a été élargie à 100 cm en valeur absolue voir la figure (III.15).

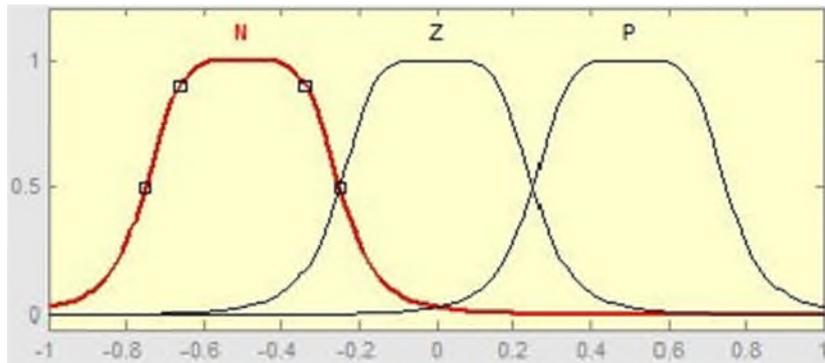


Fig III.15 : définition des classes de position du pendule

Vitesse linéaire

Il est très difficile, voire impossible sans expérimentation, de déterminer les examens de la vitesse linéaire. Néanmoins des mesures ont été effectuées pour un échelon de tension maximale de la commande du moteur. La variation maximale de tension, correspondant à la variation maximale de vitesse du chariot entre deux intervalles de temps consécutifs, est de l'ordre de 1 m/s.

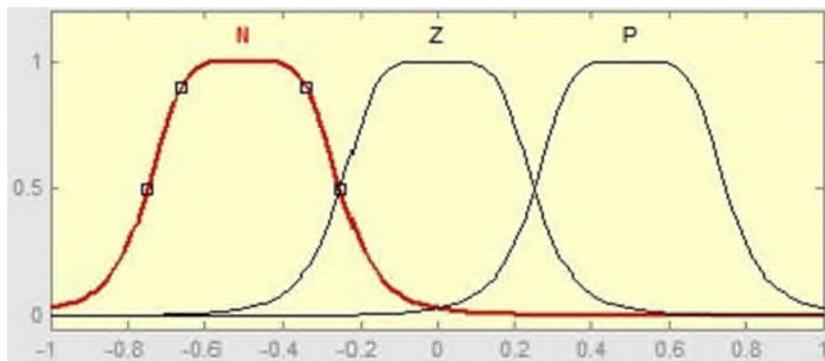


Fig III.16 : définition des classes de vitesse du pendule

Ecart angulaire

Il est calculé par différence entre la consigne angulaire et l'inclinaison prise par le bras du pendule. Les limites physiques de la mesure de l'angle sont fixées entre -20 et +20 degrés, limite de commutation entre les deux contrôleurs une fois le domaine d'attraction est atteint.

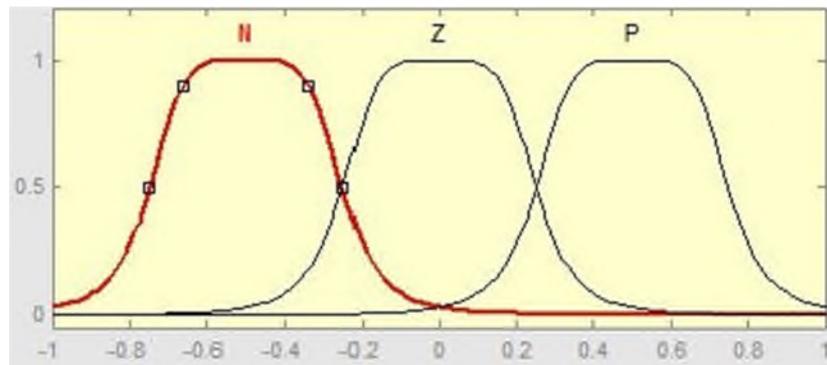


Fig III.17 : définition des classes de position angulaire du pendule

Vitesse angulaire

Comme pour la vitesse linéaire, nous avons fixé les limites de la vitesse angulaire. Soit une vitesse angulaire entre -1 et +1 rad/s.

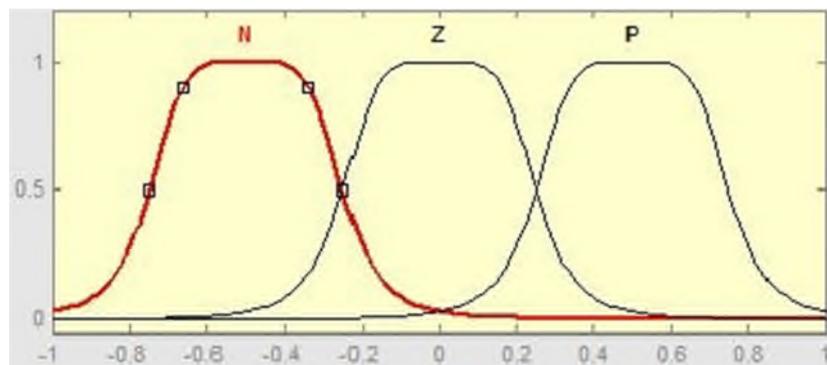


Fig III.18 : définition des classes de vitesse angulaire du pendule

Ecart angulaire de rotation

Il est calculé par différence la consigne angulaire et la rotation du bras du pendule. L'écart angulaire de rotation est entre -1 et +1 rad.

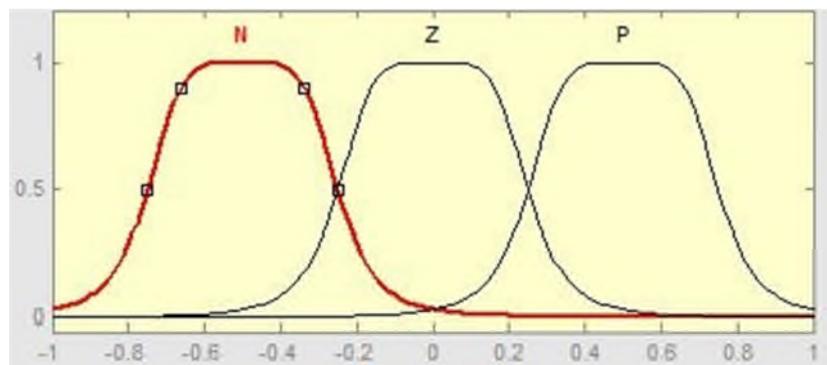


Fig III.19 : définition des classes de position angulaire de rotation du pendule

Vitesse angulaire de direction

Comme pour la vitesse linéaire et la vitesse angulaire, nous avons fixé les limites de la vitesse angulaire. Soit une vitesse angulaire entre -1 et +1 rad/s.

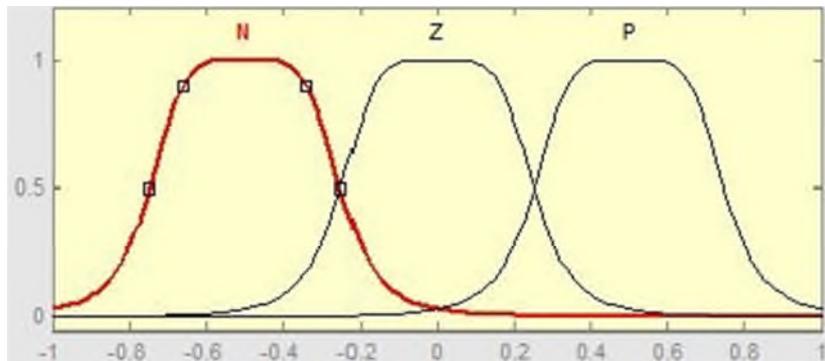


Fig III.20 : définition des classes de vitesse angulaire de direction du pendule

III.2.15.2.3 Définition des référentiels pour les variables de sortie des deux régulateurs

Les deux grandeurs de sortie, exprimées sous forme symbolique à convertir en valeur numérique sont les deux tensions de commande moteur fournies par les deux régulateurs. La forme des classes sera triangulaire et trapézoïdale, même le nombre de sous-ensembles flous reste à cinq.

Tension de commande du moteur

L'ensemble flou de cette grandeur doit s'adapter à la caractéristique demandée par le constructeur, soit une tension évoluant entre 0 et +5 V nécessaire pour attaquer l'étage de puissance du moteur.

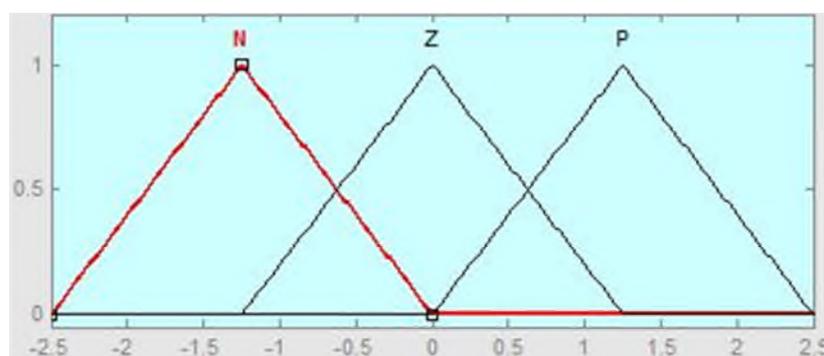


Fig III.21 : définition des classes de commande (V)

III.2.14.2.4 Tableaux de règles

L'utilisation de trois régulateurs structurellement identiques, élaborant chacun une commande en sortie, impose la définition d'un jeu de règles décrivant respectivement le fonctionnement de chacun.

La base de connaissance de chaque contrôleur flou peut être synthétisée sous forme d'un tableau de règles ou chaque règle associe sous forme conditionnelle les états des variables d'entrées à une caractéristique de la variable de sortie. Comme chacune des deux entrées est fuzzifié en trois classes, on obtient un jeu de 9 règles.

\dot{x} x	N	Z	P
N	Z	P	P
Z	N	Z	P
P	N	N	Z

Tableau III.2 : Règles d'inférence du déplacement linéaire du pendule

$\dot{\theta}$ / θ	N	Z	P
N	N	N	Z
Z	N	Z	P
P	Z	P	P

Tableau III.3 : Règles d'inférence de l'angle d'inclinaison du pendule

$\dot{\delta}$ / δ	N	Z	P
N	Z	P	P
Z	N	Z	P
P	N	N	Z

Tableau III.4 : Règles d'inférence de l'angle de rotation du pendule

III.2.14.2.5 Le moteur d'inférence

La loi de composition MAX MIN est utilisée d'une part pour élire les règles au moyen du tableau correspondant et d'autre part pour faire l'agrégation des résultats flous de la variable de sortie associée à ce tableau.

III.2.14.2.6 La transformation symbolique numérique

La méthode du centre de gravité simplifiée a été choisie pour sa rapidité de calcul sans compromettre la précision du résultat.

III.2.14.3 Résultat de simulation

Les résultats des simulations représentent l'évolution respective de la position, la vitesse, l'angle de rotation et la vitesse angulaire de rotation du chariot par rapport à la consigne ainsi que celle de l'angle et de vitesse angulaire du pendule par rapport à la verticale par un régulateur Mamdani à 9 règles.

III.2.14.3.1 Simulations de l'inclinaison et le déplacement du robot équilibriste :

Les figures (Fig III.23-28) illustrent la réponse du robot par rapport à une entrée échelon unité :

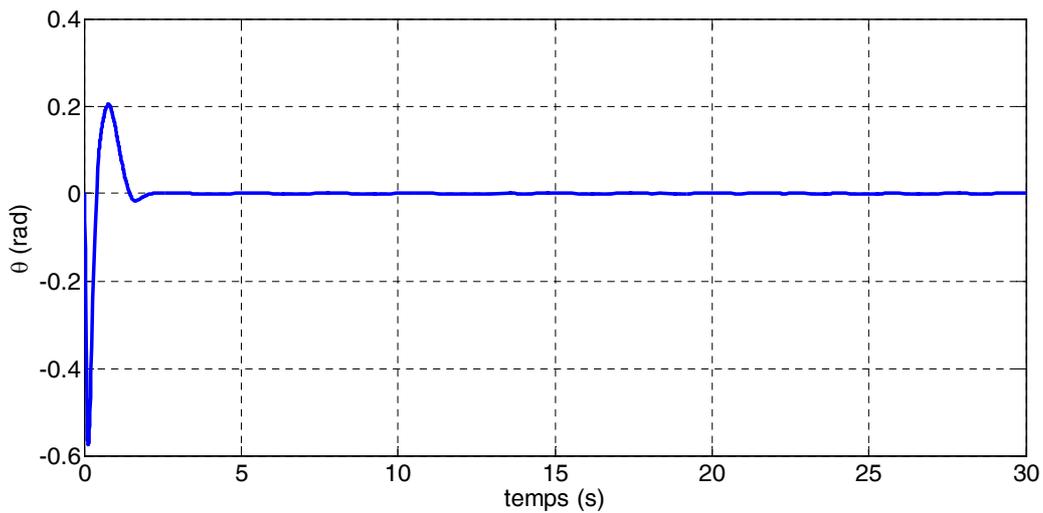


Fig III.22 : angle d'inclinaison du corps du robot θ

La réponse step de l'angle θ	
Temps de monte	0.4 s
Temps de retard	Aucun
Temps de pic	0.8 s
Temps de stabilisation	2.1 s

Tableau III.5 : les paramètres de la réponse step de l'angle θ avec la commande floue.

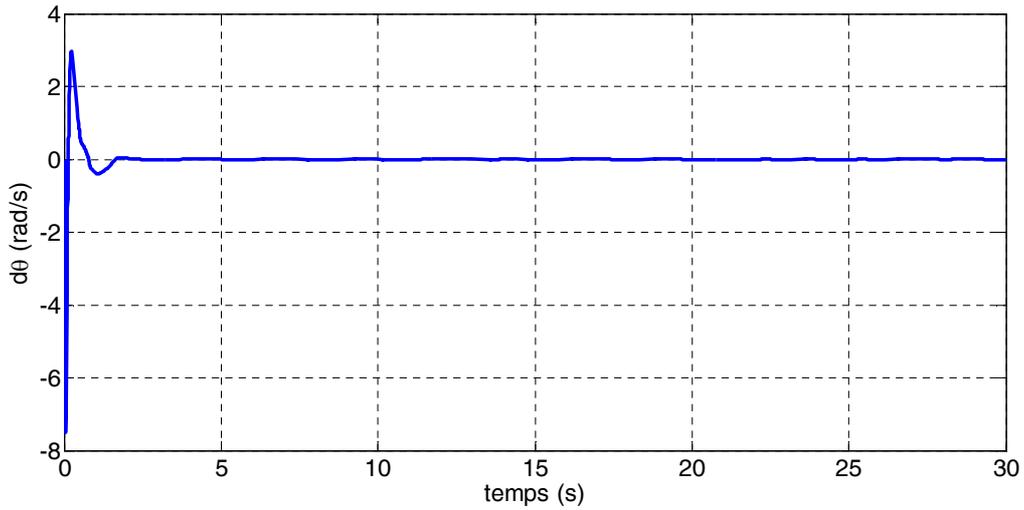


Fig III.23 : vitesse d'inclinaison du corps du robot $d\theta$

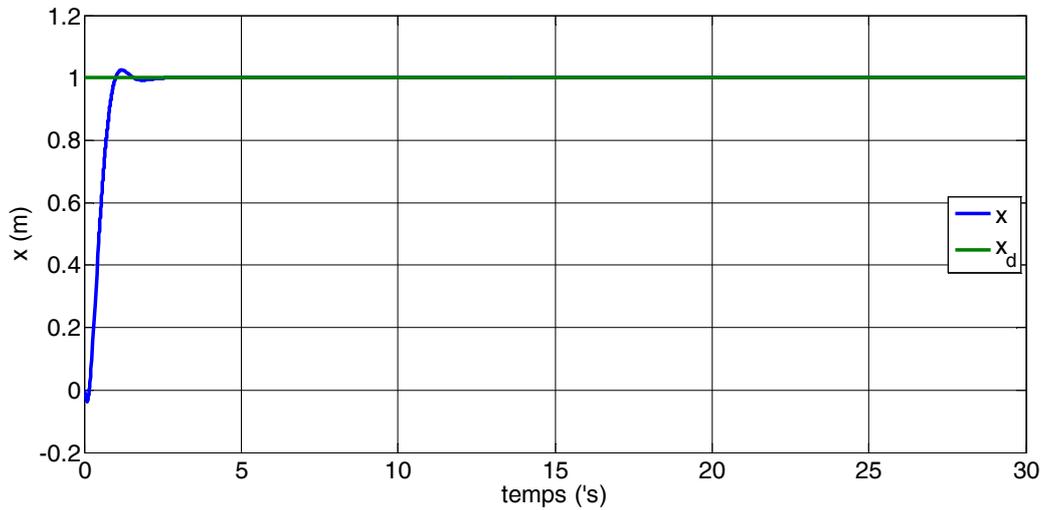


Fig III.24 : déplacement du robot x

La réponse step du déplacement	
Temps de monte	0.6 s
Temps de retard	Aucun
Temps de pic	1.2 s
Temps de stabilisation	1.0 s

Tableau III.6 : les paramètres de la réponse step du déplacement avec la commande floue.

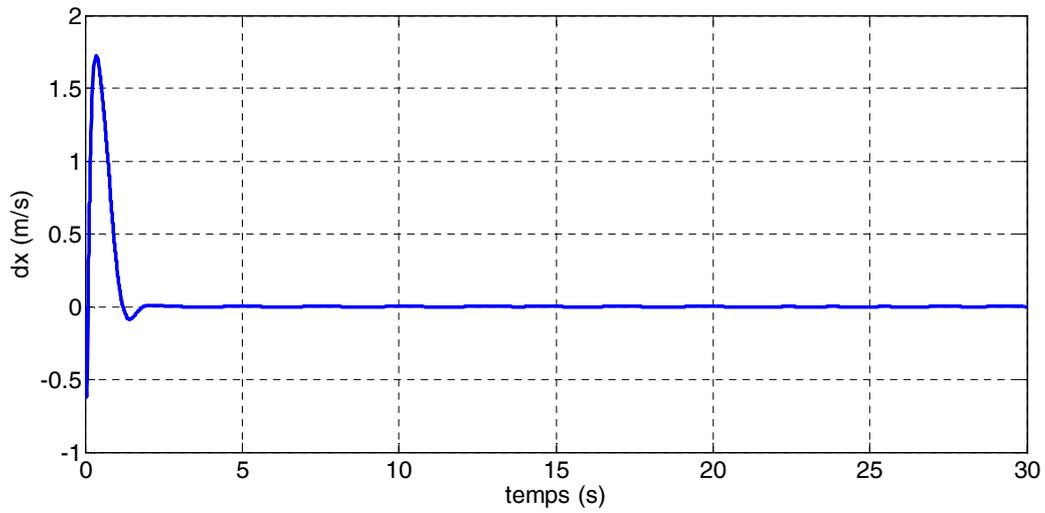


Fig III.25 : vitesse de déplacement du robot dx

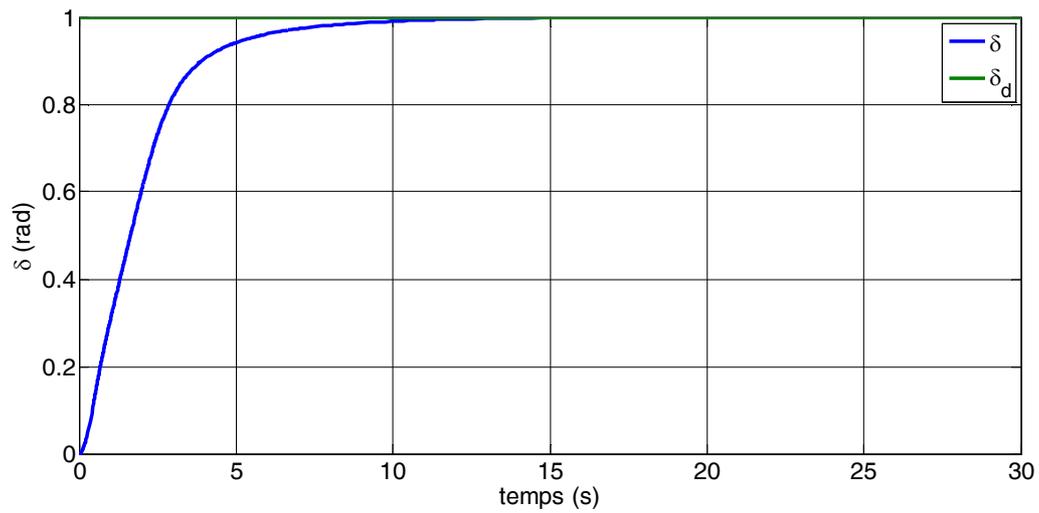


Fig III.26 : angle de direction du robot δ

La réponse step de la direction	
Temps de monte	2.1 s
Temps de retard	Aucun
Temps de pic	Pas de pic
Temps de stabilisation	5.5 s

Tableau III.7 : les paramètres de la réponse step de la direction avec la commande floue.

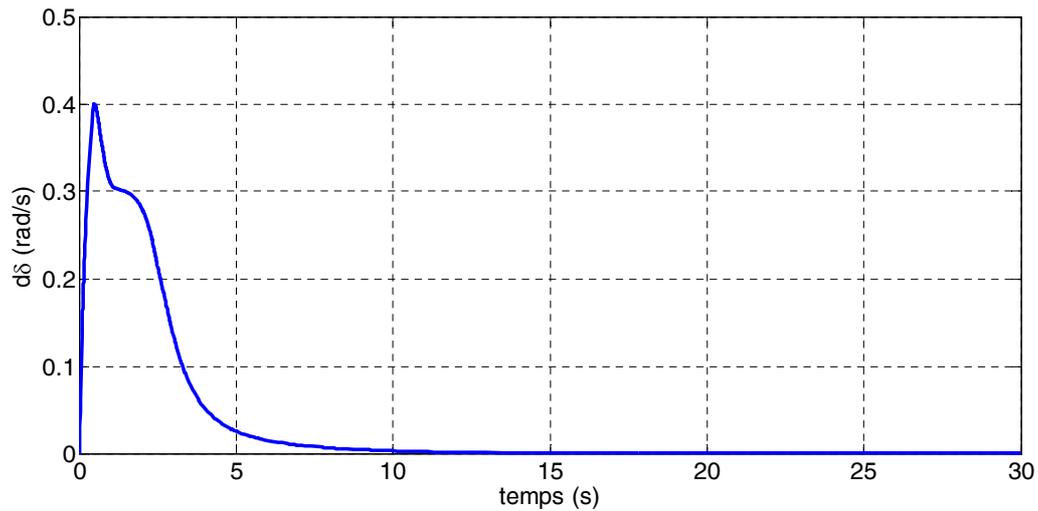


Fig III.27 : vitesse d'inclinaison de l'angle de direction du robot $d\delta$

Selon les résultats observés dans ce chapitre, on trouve que la stabilisation du robot est acceptable avec des petites oscillations dues à la trajectoire du chariot, la dynamique des sous-systèmes du robot équilibriste avec la commande floue donne des résultats satisfaisants.

Conclusion générale

Cette étude se situe dans le domaine de la commande des robots équilibriste autonome. Nous nous sommes particulièrement intéressés aux méthodes les plus utilisées au niveau de l'industrie et des instituts de recherche. Cette méthode est la commande floue.

L'instabilité pour l'équilibre du corps est les principales difficultés dans le contrôle des systèmes basé sur le principe du pendule inversé. Des nombreuses solutions ont été développées par les chercheurs de façon à être robustes vis à vis de ces problèmes. La plupart d'entre elles sont basées sur des méthodes PID et commande linéaire quadratique LQR. Les commandes floues permettent d'associer les qualités de robustesse devant l'instabilité du corps. Ils ont une relative simplicité d'implantation sur des systèmes réels, d'où l'importance de ces techniques. Dans le chapitre 03 les propriétés de la commande floue ont été développées. Les techniques floues ont démontré leur efficacité pour la commande des robots équilibriste.

L'objectif principal de ce mémoire est l'utilisation des techniques floues, pour la commande de robot équilibriste. Ces techniques sont efficaces pour la commande de ces systèmes. Dans les prochaines années le recours aux logique floue pour la commande de ces robots sera généralise du fait de leur efficacité et de leur relative simplicité d'implémentation.

Finalement comme perspective nous proposons dans les travaux futurs d'implémenter une commande hybride neuro floue qui réunit la théorie puissante de la logique floue et celle des réseaux de neurones afin d'introduire des capacités d'apprentissage et d'adaptation dans les systèmes flous

References

- [1] H. R. Memarbashi et H. R. Memarbashi, « Design and parametric control of co-axes driven two-wheeled balancing robot: a thesis presented in partial fulfilment of the requirements for the degree of Master of Engineering in Mechatronics at Massey University, School of Engineering and Advanced Technology, Albany, New Zealand », 2010.
- [2] R. C. Ooi, « Balancing a two-wheeled autonomous robot », *University of Western Australia*, vol. 3, 2003.
- [3] B. d'Andréa-Novel, *Commande non linéaire des robots*. Hermès, 1988.
- [4] « Modern Control Systems 10th Edition Textbook Solutions | Chegg.com ». [Online]. Available: <http://www.chegg.com/homework-help/modern-control-systems-10th-edition-solutions-9780131457331>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [5] Y. Granjon, *Automatique - Systèmes linéaires, non linéaires, temps continu, temps discret, représentation d'état: Cours et exercices corrigés*. Dunod, 2010.
- [6] C. Sueur, P. Vanheeghe, et P. Borne, *Automatique des systèmes continus: éléments de cours et exercices résolus*. Editions OPHRYS, 1997.
- [7] « Instrumentation et régulation en 30 fiches - Dunod ». [Online]. Available: <http://www.dunod.com/sciences-techniques/sciences-techniques-industrielles/automatique-robotique/bts-iut/instrumentation-et-regulation-en-30->. [Accessed: 15-juin-2012].
- [8] D. Jacob, *Régulation PID en génie électrique: études de cas*. Ellipses, 2000.
- [9] d.alazard, « régulation lq/lqg supaero ». .
- [10] D. Hristu-Varsakelis et W. S. Levine, *Handbook of Networked and Embedded Control Systems*. Springer, 2005.
- [11] « Linear Feedback Control , Analysis and Design with MATLAB - D.Xue & Y.Chen & D.P.Atherton - SIAM (2007).rar », *4Shared*. [Online]. Available: http://www.4shared.com/rar/bveKt85d/Linear_Feedback_Control__Analy.html. [Accessed: 15-juin-2012].

- [12] E. Ostertag, *Mono- And Multivariable Control and Estimation: Linear, Quadratic and LMI Methods*. Springer, 2011.
- [13] Guet Mohamed Zohier, « Commande des systèmes multi-variable fortement couplés Application à undron birotor ».
- [14] M. Lozeau, « Commande par supervision de systèmes mécatroniques via internet », sept-2009. [Online]. Available: <http://publications.polymtl.ca/174/>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [15] *Signaux et systèmes - broché - Fnac.com - Jean-Louis Ferrier, Maurice Rivoire - Livre*.
- [16] David P. Anderson, « nBot, a two wheel balancing robot ». [Online]. Available: <http://www.geology.smu.edu/~dpa-www/robo/nbot/>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [17] « Anybots - Remote Yourself ». [Online]. Available: <https://www.anybots.com/#front>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [18] F. Grasser, A. D'Arrigo, S. Colombi, et A. C. Rufer, « JOE: a mobile, inverted pendulum », *Industrial Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 49, n^o. 1, p. 107 -114, févr. 2002.
- [19] « Robotics : Research : Research & Development : Hitachi Global ». [Online]. Available: http://www.hitachi.com/rd/research/robotics/emiew2_01.html. [Accessed: 15-juin-2012].
- [20] « iBOTnow ». [Online]. Available: <http://www.ibotnow.com/>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [21] K. Ogata, *Modern control engineering*. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.
- [22] « Segway – The leader in personal, green transportation ». [Online]. Available: <http://www.segway.com/>. [Accessed: 15-juin-2012].
- [23] V. V. Abreu, « Balance-bot », 2009.
- [24] Ferhat LAHOUZI, « automatique des systèmes continus et productique », MOULOUD MAMMERI, TIZI-OUZOU.

[25] Z. Liao, « Two Wheeled Inverted Pendulum Balancing Control by Using », 2008.

[26] Gacogne , Louis. " Eléments de logique floue". Paris: Hermès 1997.

[27] Buhler. H, "Réglage par logique floue", presse polytechnique et universitaire Romandes, 1994.

[28] Bouchon Meunier, B. Marsala, C "logique floue, principes, aide à la décision" Paris, Hermès sciences publication, 2003

Annexes

A. Programme matlab :

```
clc
clear all
%-----definition des parametres-----%
Rw=4.575e-02;%rayon des roues (cm) %
M =1.076;      %masse de la moitié robot, y compris une roue (kg) %
Mb=1.054;      %masse de la moitié du corps du robot (kg) %
Mw=0.022;      %masse de l'une des roues (kg) %
Jb=43.47e-04;  %moment d'inertie de la moitié du corps du robot (kg · cm2)
%
Jd=108.21e-04; %moment d'inertie du robot autour de l'axe Z (kg · cm2)%
Jw=0.04269e-04;%moment d'inertie de l'une des roues (kg · cm2) %
d =6.19252e-02;%distance entre l'arbre du moteur et le centre de
gravité(cm)%
S =22.9e-02;%distance entre les roues (cm) %
Kt=0.0552;    %constante de couple des moteurs (n.m/a) %
Ke=0.0552;    %constante de force électromotrice des moteurs (v.s/rad) %
Ra=41.5;      %résistance d'armature des moteurs (ohm) %
Rg=6;         %rapport de la boîte de réduction (n/a) %
N =80/100;    %efficacité de la boîte de réduction (%) %
Cf=0.001;     %constante de friction(n.m.s/rad)%
g =9.81;      %la gravite%
%-----les matrices d'espace d'etat-----%
A=[0 1 0 0;Mb*g*d/Jb -(N*(Rg^2)*(Ke^2)+(Cf*Ra))/(Ra*Jb) 0 -
(N*(Rg^2)*(Ke^2)+(Cf*Ra))/(Ra*Rw*Jb);0 0 0 1;0 -
(N*Rw*(Rg^2)*(Ke^2)+(Cf*Ra*Rw))/(Ra*(Jw+(M*(Rw^2)))) 0 -
(N*(Rg^2)*(Ke^2)+(Cf*Ra))/(Ra*(Jw+(M*(Rw^2))))];
B=[0;N*Rg*Ke/(Ra*Jb);0;N*Rw*Rg*Ke/(Ra*(Jw+(M*(Rw^2))))];
C=[1 0 0 0;0 0 1 0];
DD=[0;0];
s=tf('s');
%-----parametres des regulation-----%
[num,den]=ss2tf(A,B,C,DD);
G1=tf(num(1,1:5),den)
G1=zpk(G1)
z=zero(G1);p=pole(G1)
K1=9000;
I1=-(p(4)+p(3))/(p(4)*p(3));
D1=1/(p(4)*p(3)*I1);
%-----PID-----%
%-----l'inclinaison-----%
[num,den]=ss2tf(A,B,C,DD);
G1=tf(num(1,1:5),den)
G2=tf(num(2,1:5),den)
CC1=K1*(1+(D1*s)+(1/(I1*s)));
Hb01=G1*CC1;
Hbf1=feedback(Hb01,1);
```

```

step(Hbf1)
margin(Hbf1)
%-----pour direction-----%
Kh=40.7;
Ah=[0 1;0 -
(N*(S^2)*(Rg^2)*(Ke^2)+((S^2)*Cf*Ra))/(Ra*(2*Jd*(Rw^2)+(Jw*(S^2))))];
Bh=[0;2*N*Rw*Rg*Ke*S/(Ra*(2*Jd*(Rw^2)+(Jw*(S^2))))];
Ch=[1 0];
DDh=0;
[numh,denh]=ss2tf(Ah,Bh,Ch,DDh);
Gh=tf(numh,denh)
pp=pole(Gh)
Dh=-1/pp(2)
Gh=zpk(Gh)
CCh=Kh*(1+(Dh*s));
Hboh=Gh*CCh;
Hbfh=feedback(Hboh,1);
step(Hbfh)
margin(Hbfh)
%-----optimale lqr-----%
%-----l'inclinaison-----%
syms u
Q=[100000 0 0 0;0 1000 0 0;0 0 10009 0;0 0 0 -999];
R=1
k=lqr(A,B,Q,R)
t=0:0.001:9;
u=zeros(size(t));
y0=[1 1 1 1];
aa=A-B*k;
[y,x]=lsim(aa,B,C,DD,u,t,y0);
plot(t,y)
%impulse(aa,B,C,DD,1)
%step(aa,B,C,DD,1)
%-----direction-----%
Qh=[999 0;0 0];
Rh=1;
kh=lqr(Ah,Bh,Qh,Rh)
yh0=[01 01];
ah=Ah-Bh*kh;
[yh,xh]=lsim(ah,Bh,Ch,DDh,u,t,yh0);
plot(t,yh)
%step(ah,Bh,Ch,DDh,1)
%-----commandabilite et observabilite pour deplacement linear-----%
co=ctrb(A,B);
ob=obsv(A,C);
Controllability=rank(co);
Observability=rank(ob);
%-----commandabilite et observabilite pour direction -----%
coh=ctrb(Ah,Bh);
obh=obsv(Ah,Ch);
Controllabilityh=rank(coh);
Observabilityh=rank(obh);

```

B. Le fichier simulink de notre système :

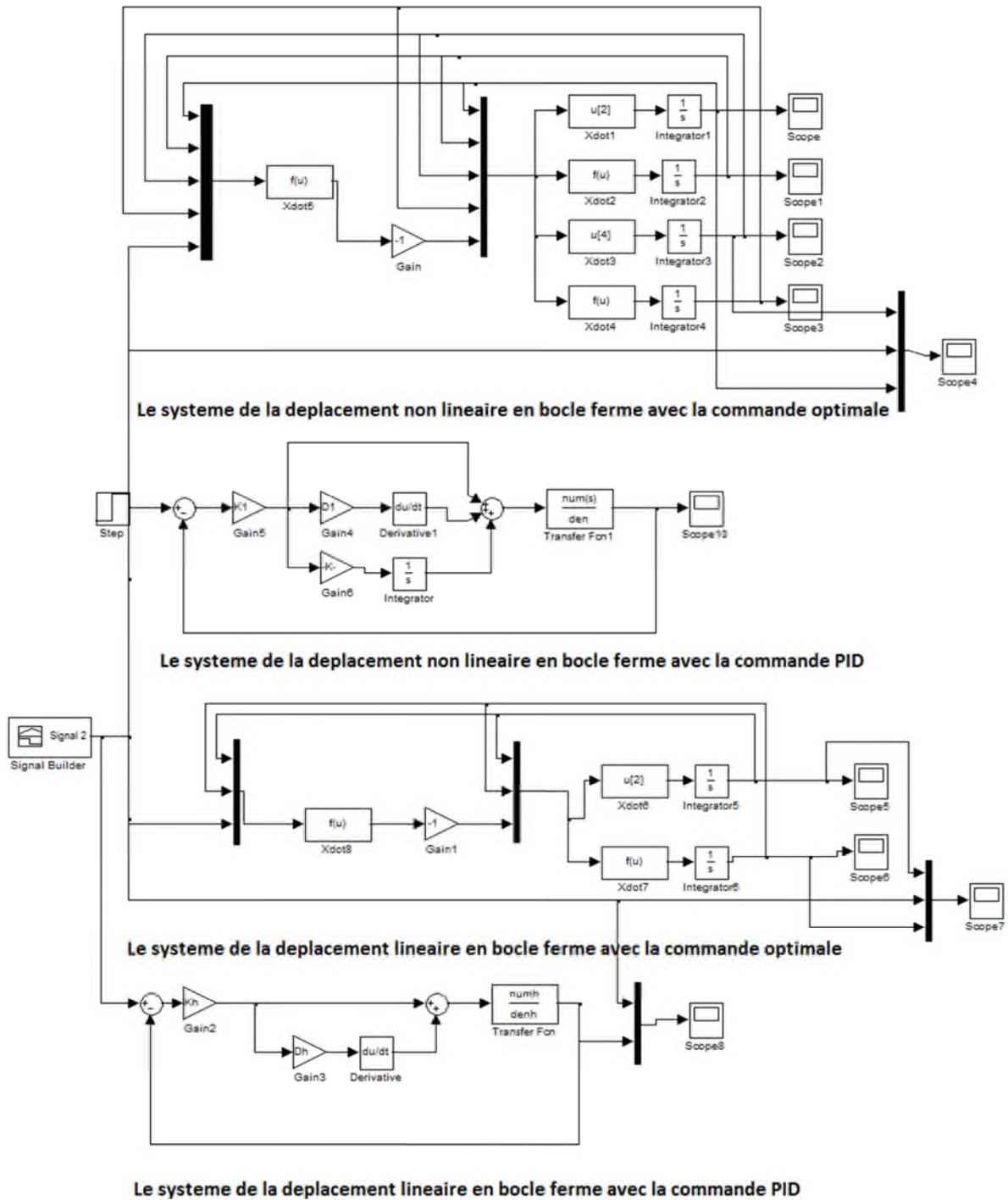


Fig VI.1 : Le fichier Simulink de notre système

C. Les résultats de scope :

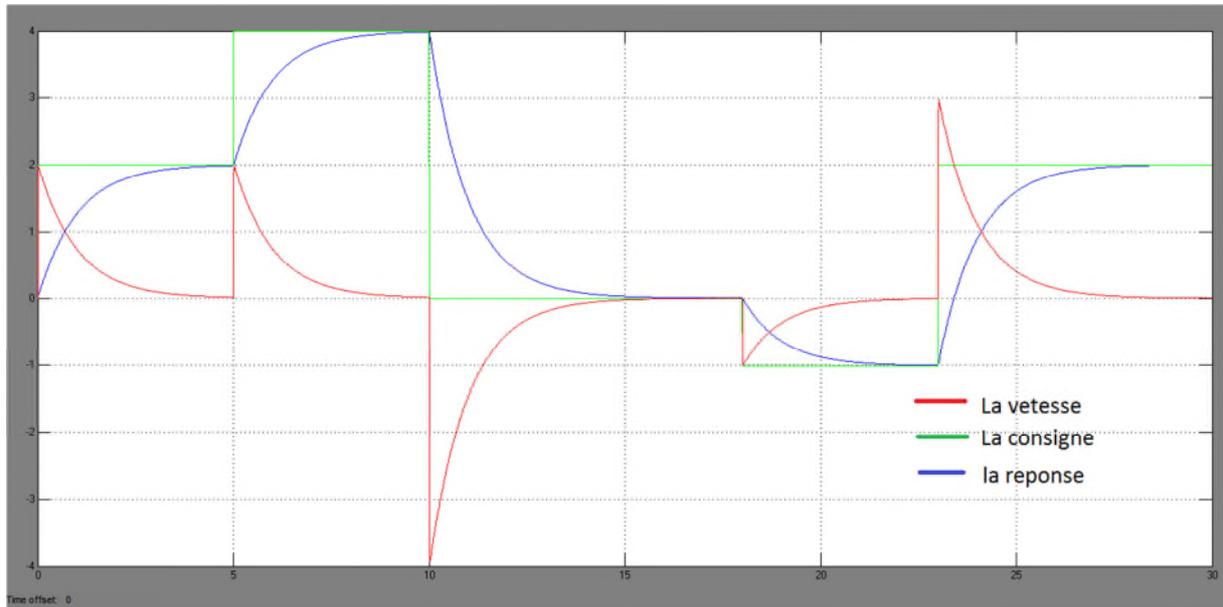


Fig VI.2 : résultats de la commande optimale pour la direction

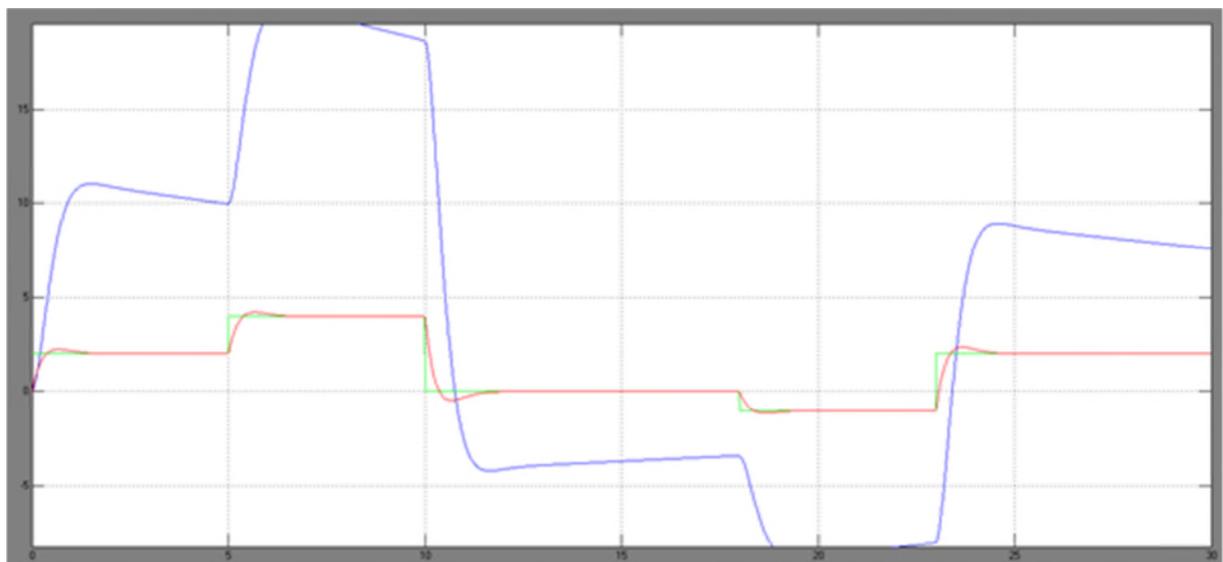


Fig VI.3 : résultats de la commande optimale pour l'inclinaison

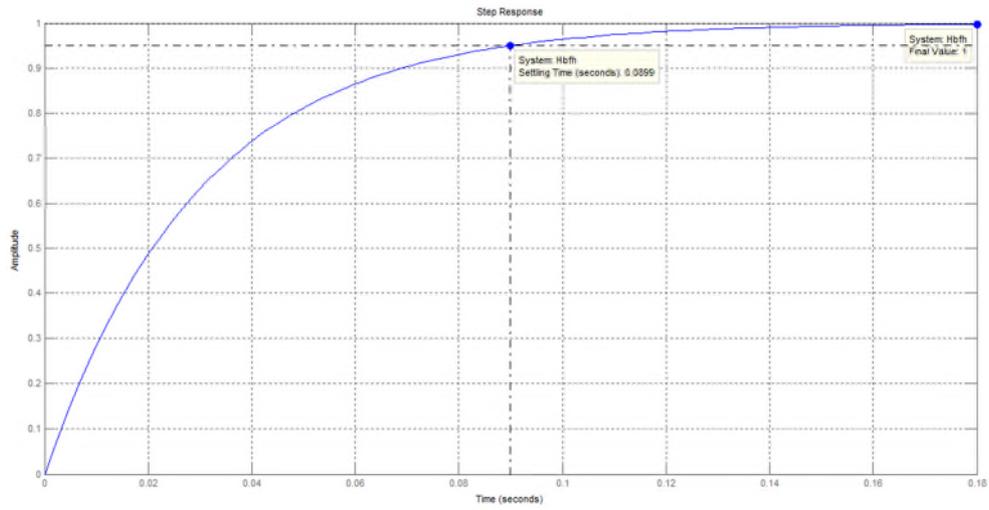


Fig VI.4 : résultats de la commande PID pour la direction

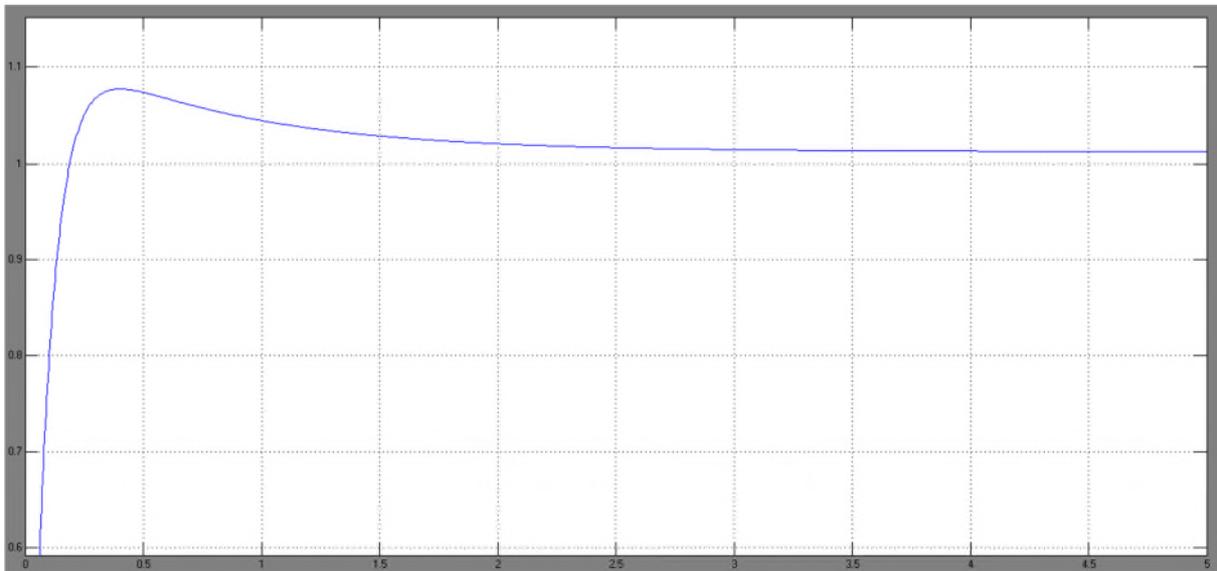


Fig VI.5 : résultats de la commande PID pour l'inclinaison

D. Schéma blocs de la commande floue

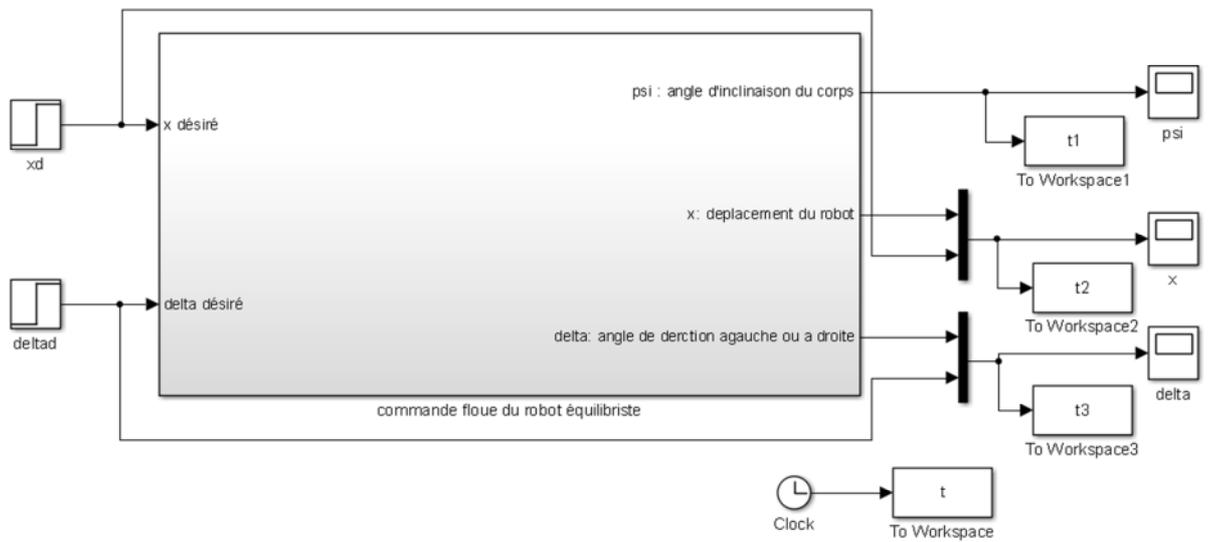


Fig VI.6 : Schéma blocs global du robot d'équilibre

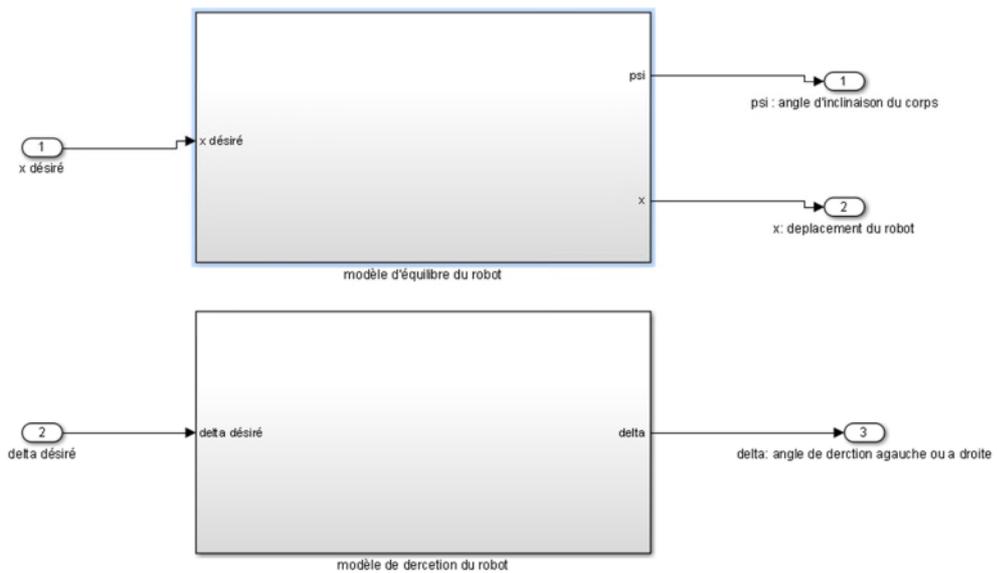


Fig VI.7 : Schéma blocs des sous-systèmes

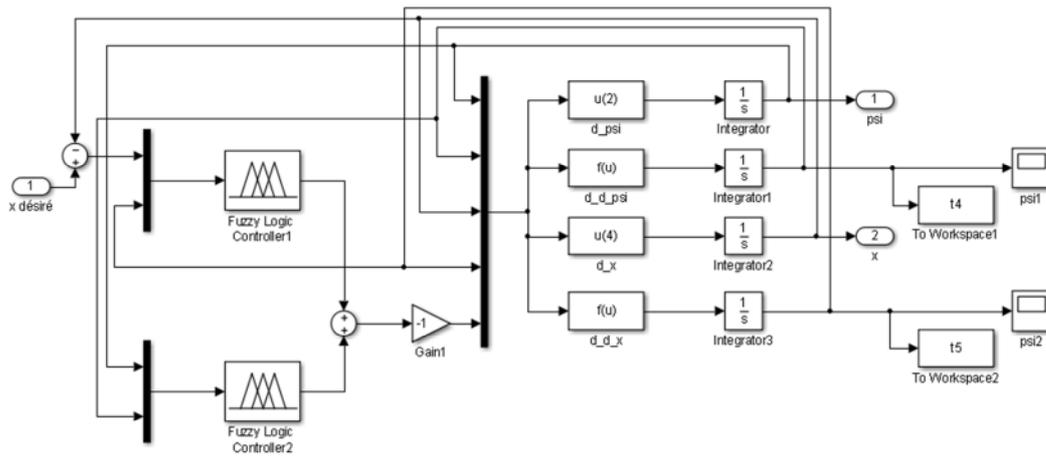


Fig VI.8 : sous-systèmes pour l'équilibre du robot

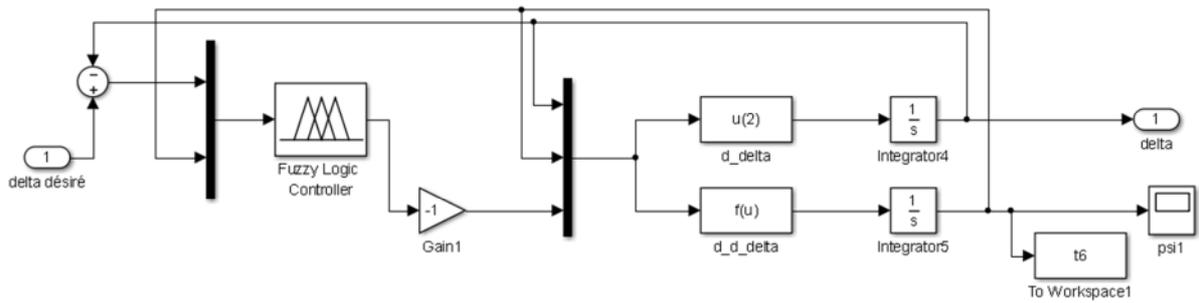


Fig VI.9 : sous-systèmes pour la direction du robot

« Commande Floue d'un Robot Equilibriste »

Résumé :

Ce travail de fin d'études aborde le sujet de la modélisation et la commande d'un robot équilibriste. Nous présentons un état de l'art des robots équilibriste et leurs applications. Nous établissons une équation générale du mouvement cinématique et dynamique, ensuite nous définissons les modèles dans les deux plans direction et d'équilibre. Afin de commander le robot dans les deux plans, nous proposons une loi de commande par logique floue. Cette approche est employée pour la commande des systèmes équilibriste. Afin d'évaluer la méthodologie de commande, des simulations sur le robot sont effectuées pour le mouvement dans les deux plans.

Mots-Clés : Robot équilibriste, pendule inversé, logique floue, commande floue.



Université Ibn Khaldoun de Tiaret
Faculté Des Sciences Appliquée
Département De Génie Electrique