

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE
UNIVERSITÉ IBN KHALDOUN DE TIARET.



FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES
DÉPARTEMENT GÉNIE CIVIL

Mémoire de fin d'études en vue de l'obtention du diplôme de Master

Spécialité : Génie Civil

Option : Structures

Présenté par :

Makhloufi Mouna

Mansouri Meriem

Sujet du mémoire

***Contribution à l'analyse de la réponse statique et vibratoire d'une
poutre FGM reposant sur différents types de fondations***

Soutenu publiquement le 21/06 /2023 devant le jury composé de :

Mr. Khiloun Mokhtar

Président

Mr. CHIKH Abdelbaki

Rapporteur

Mr. BELMAHI Samir

Examineur

Mr. BOUAKKAZ Khaled

Examineur

PROMOTION: 2022 /2023

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

Remerciements



Remerciements



Nous tenons à exprimer nos sincères remerciements à Allah, qui nous a donné la force nécessaire pour mener à bien ce modeste travail. Nous souhaitons également exprimer notre gratitude à toutes les personnes qui ont contribué, de près ou de loin, à la réalisation de ce projet.

*En premier lieu, nous tenons à remercier notre encadreur de mémoire, **Pr. Chikh Abdelbaki**, pour sa patience, sa disponibilité et ses précieux conseils qui ont nourri notre réflexion.*

*Nous souhaitons également exprimer nos remerciements aux membres du jury qui ont évalué notre travail : **Dr. Belmahi Samir, Dr. Khiloun Mokhtar et Pr. Bouakkaz Khaled**. Leurs observations et leurs éclairages ont grandement enrichi notre travail.*

Nous tenons à adresser nos sincères remerciements à tous les enseignants qui ont contribué à notre formation, leur expertise et leur dévouement ont été d'une valeur inestimable pour notre parcours.



*Un remerciement spécial à notre chef de département, **Dr. Rabahi Abderezak**, pour son soutien et ses encouragements constants.*

*Enfin, nous souhaitons exprimer notre immense gratitude envers **nos parents, nos frères, nos sœurs et nos amis**. Leurs encouragements, leur soutien, leurs conseils et leur aide ont été d'une importance capitale tout au long de ce projet.*

Merci à vous tous pour votre précieuse contribution et votre soutien indéfectible.

Merci à vous tous

Dédicaces



Je dédie ce modeste travail à celle qui m'a donné la vie et l'envie de vivre, à celle qui m'a entouré de sa tendresse ma très chère maman.

À celui qui a toujours été là pour moi, à celui qui m'indique la bonne voie en me rappelant que la volonté est un secret de succès : mon cher papa.

À mes très chers frères Mounir et Abdelhak.

Et à tous ceux qui m'ont encouragé à réaliser ce travail.

Makhloufi Mouna





Dédicace

Travail, comme un geste de gratitude

A celle qui m'a enfanté, mon symbole d'amour Ma très chère mère

Et a Celui qui a été toujours là pour moi Mon très cher père

A mes frères

Ainsi que Toute ma famille Mansouri A tous mes amis de près ou de
loin

A tous ceux qui m'ont encouragé à faire mon voyage de succès et
d'excellence

Mansouri Meriem

Résumé

Dans ce mémoire, une étude analytique a été réalisée pour prédire le comportement de la poutre vis-à-vis de la flexion, du flambage et des réponses dynamiques des poutres homogènes isotropes et en FGM basées sur différents types de fondations élastiques. Les propriétés du matériau des poutres FG varient à travers l'épaisseur en utilisant la loi de puissance. Dans ce travail de mémoire, la théorie des poutres à déformation de cisaillement sinusoïdal est utilisée pour étudier le comportement statique et dynamique des poutres FG. La présente théorie satisfait la condition de nullité des contraintes aux bords et ne nécessite pas l'utilisation d'un facteur de correction de cisaillement. Le principe de Hamilton est utilisé pour déduire les équations du mouvement, et des solutions analytiques pour les poutres simplement appuyées ont été obtenues en utilisant la méthode de résolution de Navier. Les déplacements sans dimension, les fréquences propres et les charges critiques de flambage des poutres homogènes isotropes ont été obtenus pour diverses valeurs des paramètres de la fondation. Les résultats numériques obtenus par la présente technique ont été comparés avec les résultats de la littérature et sont en excellent accord avec eux. On peut conclure que la présente HSDBT est simple et précise pour résoudre les problèmes de flexion, de fréquence propre et de charge critique de flambage des poutres FGM.

Mots clés : Termes intégraux indéterminés ; Vibrations gratuites ; faisceaux isotropes-homogènes ; la solution de Navier ; Élasticité.

Abstract

Abstract

In this thesis, an analytical study was carried out to predict the behavior of the beam with respect to bending, buckling and dynamic responses of homogeneous isotropic and FGM beams based on different types of elastic foundations. The material properties of FG beams vary through thickness using the power law. In this thesis, the sinusoidal shear deformation beam theory is used to study the static and dynamic behavior of FG beams. The present theory satisfies the zero-edge stress condition and does not require the use of a shear correction factor. Hamilton's principle is used to derive the equations of motion, and analytical solutions for simply supported beams have been obtained using Navier's solution method. Dimensionless displacements, eigenfrequencies and critical buckling loads of isotropic homogeneous beams were obtained for various values of the foundation parameters. The numerical results obtained by the present technique have been compared with the results of the literature and are in excellent agreement with them. It can be concluded that the present HSDBT is simple and accurate in solving the problems of bending, natural frequency and critical buckling load of FGM beams.

KEYWORDS. Undetermined integral terms; Free vibration; isotropic-homogeneous beams; Navier's solution; Elasticity.

ملخص

ملخص

في هذه المذكرة، تم إجراء دراسة تحليلية للتنبؤ بسلوك الروافد فيما يتعلق بالاستجابات الانحناء والالتواء والديناميكية لروافد ذات الخواص المتجانسة والمرتبة وظيفيا والمستندة على أنواع مختلفة من الأسس المرنة. تختلف خصائص المواد لروافد FG من خلال السماكة باستخدام قانون القوة. في هذه الأطروحة، يتم استخدام نظرية التشوه القص الجيبي لدراسة السلوك الثابت والديناميكي لروافد FG. تفي النظرية الحالية بشرط إجهاد الحافة الصفيرية ولا تتطلب استخدام عامل تصحيح القص. يستخدم مبدأ هاملتون لاشتقاق معادلات الحركة، وقد تم الحصول على حلول تحليلية للروافد المدعومة ببساطة باستخدام طريقة حل Navier. تم الحصول على الإزاحة بدون أبعاد، والترددات الذاتية، وأحمال الالتواء المرتبة من الروافد المتجانسة الخواص للقيم المختلفة لمعاملات الأساس. تمت مقارنة النتائج العددية التي تم الحصول عليها باستخدام التقنية الحالية مع نتائج الأدبيات وكانت في توافق ممتاز معها. يمكن أن نستنتج أن HSDBT الحالية بسيطة ودقيقة في حل مشاكل الانحناء والتردد الطبيعي وحمل الالتواء الحرج لروافد ذات الخواص المتجانسة والمرتبة وظيفيا.

الكلمات المفتاحية: تكامل غير محددة؛ الاهتزاز الحرج؛ الروافد المتجانسة الخواص؛ حل Navier؛ مرونة.

SOMMAIRE

Sommaire

.....	I
Abstract	II
Résumé.....	III
Liste des figures	IV
Liste des tableaux.....	V
Liste des abréviations	VI
Introduction générale	1
Chapitre I: Généralité Sur Les Matériaux Composites Et Les Matériaux FGM	
I. Introduction	3
I.1.1. Définition	3
I. 1.3 HISTORIQUE.....	4
I.2. Progrès de la recherche sur les matériaux FGM au Japon.....	6
I.3. Domaines d'application des FGM	7
I.4 Composants des FGM	15
I.5. Définition.....	16
I.5.1 Type des matériaux fonctionnellement gradués	17
I.5.2. Gradient de composition chimique des Matériaux FGM.....	18
I.5.3 Gradient de la microstructure des Matériaux FGM.....	18
I.5.4 Gradient de porosité des Matériaux FGM.....	19
I. 7. Propriétés matérielles d'une poutre FGM	20
I.7.1. Propriétés matérielles de la poutre P-FGM	21
I.7.2. Propriétés matérielles de la poutre S-FGM	22
I.7.3. Propriétés matérielles de la poutre E-FGM.....	23
I.8 Propriétés physiques et mécaniques des FGM.....	24
I.9 Lois de mélanges.....	25
I.10. Conclusion.....	28
Chapitre II: Les types de fondations et leurs applications et leurs principes de conception	
II.1. Introduction	39
II.2. Définition	40
II.3. Les différents types de fondations	40
II.4. Les fondations élastiques	41
II.5. Modèle de Winkler	42
II.6. Modèle de Pasternak.....	43
II.7. Le modèle de fondation viscoélastique	44
II.8. Les charges sur les fondations	46
II.9. Les innovations récentes dans la conception et la construction des fondations	47
II.10. Conclusion	48

Chapitre III: Théories des poutres

III.1. Introduction	49
III.2. Structure des poutres	49
III.3. Hypothèses cinématiques de la théorie des poutres	50
III.4. Types de poutres.....	54
III.5. Les différentes théories des poutres	55
III.6. Modèle d'Euler Bernoulli (Classical Beam Theory- CBT)	56
III.8. Conclusion	59
Chapitre IV : Une nouvelle HSDT pour la flexion et le flambement des poutres FG	
IV.1.Introduction	59
IV.2. CINEMATIQUE ET EQUATIONS CONSTITUTIVES	59
IV.3. Conclusion.....	63
Chapitre V : Recherche bibliographique sur les théorie des poutres	
V.1. Introduction	64
V.2. Résultats numériques et discussion	64
V.3. Conclusion	70
Conclusion générale	71
Références Bibliographiques	72

Liste Des Figures

Liste Des Figures

CHAPITRE I : Généralité Sur Les Matériaux Composites Et Les Matériaux FGM

Figure. I- 1 :La variation de la fraction volumique pour une plaque S-FGM 23

Figure. I- 2: La variation du module de Young de la plaque E-FGM..... 24

CHAPITRE II : Généralité Sur Les Matériaux Composites Et Les Matériaux FGM

Figure. II- 1: Modèle de Winkler..... 43

Figure. II- 2: Modèle de Pasternak 44

CHAPITRE V : Généralité Sur Les Matériaux Composites Et Les Matériaux FGM

Figure. V- 1: Variation du déplacement transversal adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler 67

Figure. V- 2: Variation du paramètre de charge de flambement adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler 68

Figure. V- 3: Variation de la fréquence fondamentale adimensionnelle d'une poutre homogène isotrope avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler 68

Figure. V- 4: Forme modale de la surface de base du poutre avec différents rapports d'aspect pour la première fréquence modale 69

Figure. V- 5: Forme modale de la surface de base du faisceau avec divers rapports d'aspect pour la deuxième fréquence modale..... 69

Figure. V- 6: Forme modale de la surface de base du faisceau avec différents rapports d'aspect pour la fréquence du troisième mode..... 70

LISTE DES TABLEAUX

Liste Des Tableaux

Chapitre V : Résultats Et Discussions

- Figure. V- 1:** Variation du déplacement transversal adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler 67
- Figure. V- 2:** Variation du paramètre de charge de flambement adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler..... 68
- Figure. V- 3:** Variation de la fréquence fondamentale adimensionnelle d'une poutre homogène isotrope avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler..... 68
- Figure. V- 4:** Forme modale de la surface de base du poutre avec différents rapports d'aspect pour la première fréquence modale 69
- Figure. V- 5:** Forme modale de la surface de base du poutre avec divers rapports d'aspect pour la deuxième fréquence modale..... 69
- Figure. V- 6:** Forme modale de la surface de base du poutre avec différents rapports d'aspect pour la fréquence du troisième mode 70

LISTE DES ABRÉVIATIONS ET
NOTATIONS

Liste Des Abréviations & Notations

FGM : Matériau fonctionnellement gradués.

ε : Facteur de la distribution de la porosité.

Λ : Coefficient de porosité.

E : Le module de Yong.

E(z) : Module de Yong en fonction de (z)

E_c : Module de Yong de la céramique.

E_m : Module de Yong du métal.

V : Le coefficient de puissance matériel .

p : La masse volumique.

p_c : La masse volumique de la céramique.

ρ_m : La masse volumique du métal.

p : Coefficient de puissance matériel.

a : Longueur de la plaque suivant la direction de x.

b : Longueur de la plaque suivant la direction de y.

h : Longueur de la plaque suivant la direction de z.

E_0, V_0, W_0 : Les composantes du champ de déplacement sur le plan moyen de la plaque.

u, v, w : Les déplacements dans les directions x , y , z .Tapez une équation ici.

f(x) : Fonction de cisaillement suivant l'épaisseur de la plaque .

$V_c V_c$: Fraction volumique de la céramique.

V_m V_m : Fraction volumique du métal.

σ_x, σ_y : Ccontrainte normale.

r_x, r_{yz}, r_{xz} : Contrainte de cisaillement.

s_x, s_y : Déformation normale.

$\gamma_x, \gamma_{yz}, \gamma_{xz}$: Déformation de cisaillement.

I_1, J_1, K_1 : Des inerties de mase.

ω : La fréquence de propagation.

INTRODUCTION GÉNÉRALE

Introduction Générale :

Les matériaux à gradient fonctionnel (FGM) peuvent être définis comme des matériaux ayant une variation progressive des propriétés des matériaux. Ce matériau est produit en mélangeant deux ou plusieurs matériaux dans un certain pourcentage de volume (céramique et métal). Le rapport de mélange des constituants varie régulièrement et les propriétés du matériau changent sans interruption dans toute l'épaisseur. De nombreux travaux ont été réalisés sur la dynamique, la flexion et le comportement en flambement des structures FGM.

Les structures composites classiques souffrent d'une discontinuité dans les propriétés des matériaux à l'interface des couches et des constituants. Par conséquent, les champs de contraintes dans les zones d'intersection créent des problèmes d'interface et des concentrations de contraintes thermiques dans des environnements à haute température. De nombreux auteurs ont étudié le comportement dynamique des poutres FGM, principalement au moyen de la théorie classique des poutres (CBT), FSDBT et HSDBT Wang et al. [1] ont donné une solution pour résoudre les problèmes de vibration libre, de flambement et de flexion des poutres de Timoshenko et d'Euler-Bernoulli basée sur différents modèles de fondations élastiques.

Il existe de nombreux domaines d'application pour les matériaux composites (Chikh et al. [2] ; Akbaş et al. [3] ; Chikh et al. [4] ; Fahsi et al. [5]) même l'industrie aéronautique et aérospatiale. Omid et al [6] ont étudié la stabilité dynamique de poutres FG simples appuyées reposant sur une fondation élastique linéaire ; avec des couches piézoélectriques sous une charge de compression axiale périodique. Zhong et al. [7] ont proposé une solution analytique pour les poutres consoles soumises à différents types de charges mécaniques. Thaï et al. [8] ont étudié la vibration libre et la flexion des poutres FG en utilisant différentes théories de poutres d'ordre supérieur. Zhu, H. [9] a établi un modèle d'éléments finis en trois dimensions à l'aide d'un logiciel d'éléments finis pour simuler et comparer les performances de contrainte des poutres de renforcement avec différents nombres de plaques CFRP. Bouchikhi, A. S et al. [10] ont étudié la simulation 2D utilisée pour calculer l'intégrale J du comportement de la fissure principale émanant d'une entaille semi-circulaire et d'une double entaille semi-circulaire et son interaction avec une autre fissure qui peut se produire dans diverses positions dans la plaque FGM (TiB/Ti) en mode I. Yassine Khalfi et al. [11] ont développé une théorie raffinée et simple de déformation par cisaillement pour le flambement mécanique de plaques composites reposant sur des fondations de Pasternak à deux paramètres. Meftah Kamel [12] a présenté une méthode par éléments finis pour analyser les problèmes de flexion des plaques élasto-plastiques. Saidi

Hayat [13] a présenté une nouvelle théorie de déformation par cisaillement pour l'analyse des vibrations libres d'une plaque rectangulaire fonctionnellement graduée simplement supportée intégrée dans un milieu élastique.

Dans cet mémoire, une théorie des poutres de déformation de cisaillement d'ordre supérieur pour la flexion ; le flambage et la vibration libre des poutres FG sont développés. La théorie actuelle diffère des autres théories d'ordre supérieur car, dans la théorie actuelle, le champ de déplacement qui comprend des termes intégraux indéterminés, qui n'est pas pris en compte par les autres chercheurs. Les résultats du présent modèle sont comparés aux données connues dans la littérature. Ce travail est divisé en cinq chapitres :

- ▮ Le premier chapitre présente une généralité Sur Les Matériaux Composites Et Les Matériaux FGM.
- ▮ Le deuxième chapitre fournit une description générale sur les types des fondations et leurs applications et leurs principes de conception.
- ▮ Le troisième chapitre regroupe les différentes théories des poutres, notamment la théorie d'Euler-Bernoulli, la théorie de Timoshenko (FSDT) et la théorie d'ordre élevé (HSDT). Nous exposons les hypothèses de chaque théorie et mettons en évidence leurs différences.
- ▮ Le quatrième chapitre est consacré aux formulations mathématiques. Nous développons une nouvelle HSDT pour la flexion et le flambement et la vibration des poutres FG
- ▮ Le cinquième chapitre présente les résultats numériques obtenus. Nous les comparons avec d'autres résultats déjà publiés par d'autres auteurs.

**Chapitre 01 : Généralité Sur Les Matériaux
Composites Et Les Matériaux FGM**

I.1. Introduction :

Les matériaux composites, également connus sous le nom de matériaux mixtes, sont des matériaux constitués de deux ou plusieurs matériaux différents, chacun possédant des propriétés distinctes, qui sont combinés pour créer un matériau plus résistant et plus léger que les matériaux individuels. Les composites sont devenus de plus en plus populaires dans de nombreux domaines tels que l'industrie automobile, l'aérospatiale, la construction et les sports de haute performance en raison de leur capacité à offrir une résistance supérieure tout en étant plus légers.

Les matériaux FGM (Fonctionnalisés Gradient de Matériau), également connus sous le nom de matériaux gradient, sont une catégorie spéciale de matériaux composites qui présentent des propriétés qui varient progressivement d'une extrémité à l'autre. Les FGM peuvent être conçus pour avoir des propriétés mécaniques, thermiques, électriques ou magnétiques qui varient en fonction de la position dans le matériau. Ces propriétés peuvent être ajustées pour répondre à des besoins spécifiques en utilisant différentes combinaisons de matériaux et de techniques de fabrication, ce qui en fait une solution polyvalente pour de nombreuses applications.

Les FGM sont utilisés dans diverses applications, telles que les revêtements thermiques pour les turbines, les revêtements antibactériens pour les implants médicaux, les composants de fusée pour l'aérospatiale et les matériaux de protection contre les impacts pour les équipements de sport. Les FGM offrent des avantages considérables par rapport aux matériaux homogènes traditionnels en termes de performances, de durabilité et de résistance aux dommages, ce qui les rend idéaux pour les applications nécessitant une haute performance et une grande résistance.

En somme, les matériaux composites sont une catégorie importante de matériaux qui sont largement utilisés dans de nombreuses applications industrielles. Les matériaux FGM sont une sous-catégorie des matériaux composites qui sont conçus pour avoir des propriétés qui changent progressivement à travers le matériau, offrant ainsi des avantages considérables en termes de performances et de durabilité pour une variété d'applications.

I.2. Les matériaux composites :**I.2.1. Définition :**

Les matériaux composites sont des matériaux constitués de deux ou plusieurs composants distincts qui sont combinés pour créer un matériau ayant des propriétés physiques et

mécaniques supérieures à celles de chacun de ses composants pris séparément. Les composants de base d'un matériau composite sont généralement une matrice et un renfort. La matrice est le matériau de base qui entoure et maintient le renfort en place, tandis que le renfort est le matériau qui apporte des propriétés de résistance, de rigidité et de durabilité au composite. Les renforts les plus courants sont les fibres de carbone, les fibres de verre, les fibres d'aramide et les nanoparticules, tandis que les matrices les plus courantes sont les résines époxy, les résines polyester et les résines vinylester.

Définition des FGM :

Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) sont des matériaux composites qui présentent une variation graduelle et contrôlée des propriétés physiques et/ou chimiques à travers l'épaisseur ou la longueur du matériau. Contrairement aux matériaux composites traditionnels qui ont des propriétés homogènes dans toutes les directions, les FGM ont des propriétés spécifiques qui varient en fonction de la direction ou de la position dans le matériau.

1.3 HISTORIQUE

Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont été développés dans les années 1980 par le professeur Y.W. Mai de l'Université de Sydney, en Australie. Mai et ses collaborateurs ont commencé à explorer l'idée de créer des matériaux composites qui présentent des propriétés variables à travers leur épaisseur pour améliorer la résistance et la durabilité des structures. Ils ont appelé ces matériaux des "matériaux gradient".

Au cours des années suivantes, la recherche sur les matériaux gradient a continué à se développer, et les scientifiques ont commencé à explorer de nouvelles façons de créer des matériaux composites avec des propriétés graduelles. Les FGM ont été développés pour améliorer les performances des matériaux dans des conditions extrêmes, telles que les températures élevées ou les environnements corrosifs.

Dans les années 1990, les FGM ont commencé à être utilisés dans des applications commerciales. Par exemple, des FGM ont été utilisés pour fabriquer des pièces de moteurs d'avions et des structures de fusées, qui nécessitent des matériaux légers mais résistants pour résister aux forces extrêmes de lancement et de vol. Les FGM ont également été utilisés dans les implants médicaux, les pièces automobiles et les équipements de traitement chimique.

Aujourd'hui, les FGM continuent d'être développés et utilisés dans une grande variété d'applications, allant des matériaux de construction aux dispositifs électroniques en passant par les énergies renouvelables. Les recherches sur les FGM se concentrent sur l'amélioration des propriétés des matériaux existants, ainsi que sur la création de nouveaux matériaux avec des propriétés uniques et sur mesure pour répondre aux besoins spécifiques des différentes industries.

Le concept des matériaux fonctionnellement gradués a été aperçu dans la nature et dans les différentes configurations depuis des millions d'années, il a été développé pour la première fois dans le laboratoire national d'aérospatial du Japon en 1984 par Mr. Niino et ses collègues à Sendai. Pour les barrières thermiques ou propriétés de blindage de chaleur. (Koizumi, 1997)

Vers la fin des années 80 et au début des années 90, le gouvernement Japonais a lancé un vaste projet de recherche sur ces matériaux intitulés : **«Fundamental Study on the Relaxation of Thermal Stress for High Temperature Materials by the Tailoring of Graded Structures »** ou bien **« la recherche sur la technologie de base pour le développement de matériaux à Gradient fonctionnel et l'étude de la relaxation des contraintes thermiques »** avec un budget important, sous la direction de l'agence nationale des sciences et de la technologie. Leur objectif était le développement des matériaux à gradient de propriétés sous différentes architectures et configurations pour résister vis-à-vis des environnements à haute température , telle que les réacteurs de fusion, le lanceur des fusées et les structures.

Ensuite et en collaboration avec plusieurs laboratoires de recherches et universités, beaucoup de colloques et de séminaires internationaux ont été organisés dans le but de discuter les avantages, les techniques de la mise en œuvres, l'extension vers d'autres domaines d'applications et la modélisation des matériaux à gradient de propriétés. [Kiy 2001].

Au début des années 90 ; après une évolution rapide de cette classe des matériaux, de nombreux travaux citent les différentes techniques d'élaboration des FGMs en utilisant des configurations compatibles, les matériaux souvent utilisés sont : les alliages de magnésium, aluminium, cuivre, acier, etc..., et les céramiques d'une structure avancée comme : zircon, alumine, silicium-carbure et tungstène-carbure. Le champ d'application de ces matériaux est élargi et tendu vers plusieurs domaines d'industrie où plusieurs programmes de recherches ont été lancé sous le nom « Research on energy conversion materials with functionally gradient structure ». [Kiy 2001].

Progrès de la recherche sur les matériaux FGM au Japon :

Le Japon est un leader mondial dans la recherche et le développement de matériaux FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux). Depuis les années 1990, les scientifiques japonais ont réalisé des avancées significatives dans la compréhension et l'utilisation des FGM pour une large gamme d'applications.

Les recherches sur les FGM au Japon se concentrent sur de nombreux domaines différents, notamment les matériaux pour l'aéronautique, la construction, les dispositifs médicaux et les énergies renouvelables. Les scientifiques japonais ont développé de nouvelles techniques de fabrication pour créer des FGM avec des propriétés uniques et précises, en utilisant des matériaux tels que les céramiques, les métaux et les polymères.

Par exemple, le National Institute for Materials Science (NIMS) au Japon a développé des FGM pour une utilisation dans les composants de turbines à gaz. Ces FGM présentent une structure en gradation de porosité qui permet une meilleure résistance à la corrosion et une meilleure durabilité à haute température. Le NIMS a également développé des FGM à base de nanotubes de carbone pour des applications dans les dispositifs électroniques et les capteurs.

En outre, les universités japonaises sont également actives dans la recherche sur les FGM. L'Université de Tokyo, par exemple, a développé des FGM à base de polymères pour des applications dans les implants médicaux. Ces FGM présentent une gradation dans leur rigidité pour une meilleure adaptation aux tissus biologiques et une plus grande durabilité. En somme, la recherche sur les FGM au Japon continue de progresser avec des avancées significatives dans la création de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour améliorer les performances des produits existants.

1984 : Concept initial par Dr Niino et d'autres scientifiques dans la région de Sendai, (japon).

1986 : Etude de faisabilité sur la technologie de base pour le développement des FGM sur la relaxation des contraintes thermiques sous l'auspice de la science et de l'agence de technologie (STA).

1990 : 1^{er} Colloque international sur FGM à Sendai, (Japon). Comité consultatif international de FGM (IACFGM).

1992 : étude de faisabilité sur la R & D de FGM en tant que matériaux fonctionnels sous l'auspice du STA. 2ème colloque international sur FGM et atelier international Japon-Allemagne USA à San Francisco, (USA).

1994 : 3ème colloque international sur FGM à Lausanne, (Suisse). **1996** : 4ème colloque international sur FGM dans la ville de la science de Tsukuba, (Japon).

I.4. Domaines d'application des FGM

Les caractéristiques importantes des matériaux fonctionnellement gradués ont en fait une société privilégiée dans presque tous les domaines d'activité humaine. Des matériaux de calibre fonctionnel sont actuellement appliqués dans un certain nombre d'industries, avec un potentiel énorme à utiliser dans d'autres applications à l'avenir. Les domaines d'applications actuels comprennent l'aérospatiale, l'automobile, le biomédical, la défense, l'électricité / électronique, l'énergie, la marine, l'optoélectronique et la thermoélectronique.

1) **Aérospatial** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles importantes dans le domaine de l'aérospatial. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans l'aérospatial :

▮ **Pièces structurelles** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pièces structurelles telles que des ailes d'avion, des fuselages et des composants moteurs. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la résistance et la durabilité des pièces tout en réduisant leur poids. Les FGM peuvent également être utilisés pour créer des structures sandwich pour les panneaux d'habillage et les panneaux d'isolation thermique.

▮ **Matériaux composites** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux composites pour les pièces de structure, les panneaux d'habillage et les panneaux d'isolation thermique. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la résistance et la durabilité des matériaux composites tout en réduisant leur poids.

▮ **Turbines et moteurs** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des composants de turbines et de moteurs tels que les pales de turbine et les aubes de compresseur. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la résistance et la durabilité des composants tout en réduisant leur poids.

▮ **Isolation thermique** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des panneaux d'isolation thermique pour les véhicules spatiaux. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés thermiques, ce qui peut améliorer l'efficacité de l'isolation thermique tout en réduisant le poids des panneaux.

▮ **Panneaux solaires** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des panneaux solaires pour les satellites et les véhicules spatiaux. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés optiques, ce qui peut améliorer l'efficacité des panneaux solaires tout en réduisant leur poids.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la résistance, la durabilité et la performance des produits aérospatiaux tout en réduisant leur poids. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans l'aérospatial.

2) **Industrie navale** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont également des applications potentielles dans l'industrie navale. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans l'industrie navale :

▮ **Coques de navires** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des coques de navires résistantes et durables en offrant une gradation de propriétés physiques et mécaniques. Les coques de navires sont exposées à des environnements marins difficiles, notamment l'eau salée, les tempêtes et les impacts. Les FGM peuvent améliorer la résistance des coques aux impacts et aux fissures, tout en réduisant leur poids.

▮ **Propulsion marine** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des composants de propulsion marine tels que les hélices et les turbines. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la résistance et la durabilité des composants tout en réduisant leur poids.

▮ **Systèmes de protection** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des systèmes de protection pour les navires, tels que les systèmes de protection contre les impacts et les systèmes de protection contre les incendies. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer l'efficacité des systèmes de protection tout en réduisant leur poids.

▮ **Conduites et canalisations** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des conduites et des canalisations pour le transport de liquides et de gaz dans les navires. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut

améliorer la résistance et la durabilité des conduites et des canalisations tout en réduisant leur poids.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la résistance, la durabilité et la performance des produits de l'industrie navale tout en réduisant leur poids. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans l'industrie navale.

3) **Médecine** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles dans le domaine de la médecine. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans la médecine :

▣ **Prothèses osseuses** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des prothèses osseuses personnalisées. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à imiter les propriétés naturelles des os. Cela peut améliorer l'intégration de la prothèse avec les os existants, réduire les risques de rejet et augmenter la durabilité de la prothèse.

▣ **Implants dentaires** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des implants dentaires personnalisés. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à imiter les propriétés naturelles des dents. Cela peut améliorer l'intégration de l'implant avec les dents existantes, réduire les risques de rejet et augmenter la durabilité de l'implant.

▣ **Dispositifs médicaux** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des dispositifs médicaux personnalisés tels que des cathéters et des stents. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la performance et la durabilité des dispositifs.

▣ **Sutures** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des sutures personnalisées. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer l'intégration des sutures avec les tissus environnants, réduire les risques d'infection et améliorer la guérison des plaies.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la performance et la durabilité des produits médicaux tout en offrant des options plus personnalisées pour les patients. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans la médecine.

4) **Défense** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles dans le domaine de la défense. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans la défense :

▮ **Blindages** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des blindages personnalisés pour les véhicules militaires. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la résistance aux impacts et à réduire les dommages causés par les attaques.

▮ **Casques de protection** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des casques de protection personnalisés pour les militaires. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la résistance aux impacts et à réduire les risques de blessures à la tête.

▮ **Vêtements de protection** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des vêtements de protection personnalisés pour les militaires. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la résistance aux impacts et à réduire les risques de blessures à d'autres parties du corps.

▮ **Pièces de drones** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pièces personnalisées pour les drones militaires. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la performance et la durabilité des drones.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la sécurité et la performance des produits de défense tout en offrant des options plus personnalisées pour les utilisateurs. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans la défense.

L'une des caractéristiques les plus importantes du matériau à gradient de propriété est la capacité à inhiber la propagation de fissure. Cette propriété rend utile dans le secteur de la défense, comme des matériaux résistants aux pénétrations utilisés pour plaques de blindage et des gilets pare-balles [Lu et al. (2011)].

5) **Projets nucléaires** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) peuvent avoir des applications importantes dans les projets nucléaires en raison de leurs propriétés uniques,

notamment leur résistance à la corrosion, leur conductivité thermique et leur résistance aux rayonnements ionisants. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans les projets nucléaires :

- ▣ **Revêtements pour les matériaux combustibles** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des revêtements pour les matériaux combustibles utilisés dans les réacteurs nucléaires. Ces revêtements peuvent améliorer la résistance à la corrosion et la conductivité thermique des matériaux combustibles, ce qui peut contribuer à une meilleure sécurité et une plus grande efficacité du réacteur.
- ▣ **Écrans de protection contre les rayonnements** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des écrans de protection contre les rayonnements ionisants dans les centrales nucléaires. Ces écrans peuvent être construits à partir de matériaux FGM qui offrent une résistance accrue aux rayonnements, tout en conservant une conductivité thermique élevée pour dissiper la chaleur générée par le réacteur.
- ▣ **Pièces structurelles des réacteurs** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pièces structurelles des réacteurs, comme les conduits de refroidissement, les enveloppes et les conteneurs de stockage. Les FGM peuvent être conçus pour offrir une résistance accrue à la corrosion et aux dommages dus aux rayonnements ionisants.
- ▣ **Matériaux de protection pour les déchets nucléaires** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux de protection pour les déchets nucléaires. Les FGM peuvent être conçus pour offrir une résistance accrue aux rayonnements ionisants et à la corrosion, ce qui peut aider à prévenir les fuites de déchets radioactifs dans l'environnement.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la sécurité, la durabilité et la performance des projets nucléaires. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans ce domaine.

- 6) **Fabrication** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles dans de nombreux domaines de la fabrication en raison de leurs propriétés uniques, notamment leur gradation de propriétés physiques et mécaniques. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans la fabrication :
 - ▣ **Pièces aéronautiques** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pièces aéronautiques telles que des ailes d'avion, des moteurs et des composants structurels. Les FGM peuvent être conçus pour offrir une gradation de propriétés physiques et

mécaniques, ce qui peut améliorer la résistance et la durabilité des pièces aéronautiques tout en réduisant leur poids.

- ▮ **Outillage de moulage** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des outils de moulage pour les processus de fabrication tels que l'injection plastique et le moulage par compression. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés thermiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la durabilité et la performance des outils de moulage.
- ▮ **Dispositifs médicaux** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des dispositifs médicaux tels que des implants et des prothèses. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques, ce qui peut améliorer la compatibilité des dispositifs médicaux avec le corps humain et leur durabilité.
- ▮ **Électronique** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux pour l'électronique tels que des circuits intégrés et des composants électroniques. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés électriques et thermiques, ce qui peut améliorer la performance des composants électroniques.
- ▮ **Énergie renouvelable** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux pour les technologies de l'énergie renouvelable telles que les panneaux solaires et les éoliennes. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés thermiques, mécaniques et électriques, ce qui peut améliorer l'efficacité et la durabilité des technologies de l'énergie renouvelable.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la résistance, la durabilité et la performance des produits fabriqués dans de nombreux domaines. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans la fabrication.

- 7) **Génie civil** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont de nombreuses applications potentielles dans le domaine du génie civil, notamment pour améliorer la résistance, la durabilité et la performance des structures de construction. Voici quelques exemples d'applications des FGM en génie civil :

- ▮ **Matériaux de construction** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux de construction tels que des briques, des blocs de béton et des dalles avec une gradation de propriétés physiques et mécaniques. Les FGM peuvent être utilisés pour améliorer la résistance, la durabilité et la résistance à la fissuration des matériaux de construction.

- ▮ **Revêtements de surface** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des revêtements de surface pour les murs, les sols et les toits. Ces revêtements peuvent avoir une gradation de propriétés thermiques, acoustiques et mécaniques pour améliorer l'isolation et la protection des bâtiments contre les éléments.
- ▮ **Ponts et routes** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux pour les ponts et les routes avec une gradation de propriétés physiques et mécaniques. Cela permettrait d'améliorer la résistance et la durabilité des structures, ainsi que la résistance aux fissures et aux dommages causés par les conditions météorologiques extrêmes.
- ▮ **Barrages et digues** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux pour les barrages et les digues avec une gradation de propriétés physiques et mécaniques pour améliorer la résistance aux forces hydrauliques et sismiques.
- ▮ **Fondations** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux de fondation avec une gradation de propriétés mécaniques pour améliorer la résistance des structures contre les mouvements du sol et les tremblements de terre.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement la résistance, la durabilité et la performance des structures de construction dans le domaine du génie civil. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM en génie civil.

- 8) **Secteur de l'énergie** : Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles dans le secteur de l'énergie. Voici quelques exemples d'applications des FGM dans ce domaine :
 - ▮ **Turbines à gaz** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des aubes de turbine à gaz personnalisées. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer l'efficacité et la durabilité des aubes de turbine.
 - ▮ **Panneaux solaires** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des panneaux solaires personnalisés. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer l'efficacité et la durabilité des panneaux solaires.
 - ▮ **Batteries** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des batteries personnalisées. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer la performance et la durabilité des batteries.

▮ **Éoliennes** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pales d'éoliennes personnalisées. Les FGM peuvent offrir une gradation de propriétés physiques et mécaniques qui peut aider à améliorer l'efficacité et la durabilité des pales d'éoliennes.

Les FGM ont le potentiel d'améliorer considérablement l'efficacité et la durabilité des produits énergétiques tout en offrant des options plus personnalisées pour les utilisateurs. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM dans le secteur de l'énergie.

Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) ont des applications potentielles dans de nombreux autres domaines, notamment :

- 9) **Électronique** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des circuits électroniques personnalisés avec des propriétés mécaniques et électriques graduelles.
- 10) **Télécommunications** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des antennes personnalisées avec des propriétés mécaniques et électromagnétiques graduelles.
- 11) **Transport** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pièces automobiles et aéronautiques personnalisées avec des propriétés mécaniques graduelles pour améliorer la performance et la sécurité.
- 12) **Sport** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des équipements de sport personnalisés avec des propriétés mécaniques et de poids graduelles pour améliorer la performance des athlètes.
- 13) **Ingénierie biomédicale** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des implants biomédicaux personnalisés avec des propriétés mécaniques graduelles pour améliorer l'intégration des implants avec les tissus humains.
- 14) **Environnement** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des membranes de filtration personnalisées avec des propriétés de sélectivité et de flux graduelles pour améliorer l'efficacité de la filtration de l'eau et de l'air.
- 15) **Énergie verte** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des matériaux d'absorption de la lumière personnalisés pour améliorer l'efficacité de la conversion de l'énergie solaire en énergie électrique.
- 16) **Industrie chimique** : Les FGM peuvent être utilisés pour créer des catalyseurs personnalisés avec des propriétés graduelles pour améliorer l'efficacité de la production chimique.

- 17) **Ingénierie géotechnique :** Les FGM peuvent être utilisés pour créer des pieux personnalisés pour les fondations des bâtiments avec des propriétés mécaniques graduelles pour améliorer la résistance et la stabilité des structures.

En résumé, les FGM ont un grand potentiel d'application dans de nombreux domaines différents grâce à leurs propriétés de gradation. Les chercheurs continuent d'explorer de nouveaux matériaux et de nouvelles applications pour les FGM, et il est probable que de nouveaux domaines d'application émergeront à l'avenir.

1.5 Composants des FGM

Les FGM (Fonctionnalisés Gradient Matériaux) sont des matériaux qui présentent une variation graduelle des propriétés physiques et/ou chimiques à travers leur épaisseur. Cette variation graduelle est obtenue en mélangeant deux ou plusieurs matériaux différents, chacun ayant des propriétés différentes, pour former un matériau composite. Les composants clés d'un FGM sont donc les différents matériaux qui sont mélangés pour former le matériau composite.

En général, les FGM sont constitués d'au moins deux matériaux de base, appelés matériaux parentaux. Ces matériaux parentaux ont des propriétés différentes, telles que la dureté, la résistance, la densité, la conductivité thermique, la conductivité électrique, etc. La variation des propriétés à travers l'épaisseur du matériau est obtenue en ajustant la proportion de chaque matériau parental, de manière à obtenir une transition graduelle des propriétés entre les deux matériaux. La plupart des « FGM » sont constitués des céramiques et des métaux, Pour ce travail le matériau FGM choisi est (Aluminium-Céramique).

Définition : L'aluminium est un métal, plus précisément un métal léger, malléable, ductile et résistant à la corrosion. C'est le troisième élément le plus abondant dans l'écorce terrestre, après l'oxygène et le silicium. Il est extrait de la bauxite, un minerai qui contient environ 50 % d'alumine.

L'aluminium est largement utilisé dans l'industrie pour la fabrication de nombreux produits tels que les emballages, les véhicules, les avions, les bateaux, les meubles, les appareils électroménagers, les câbles électriques, les revêtements de bâtiments, les outils, les équipements de sport, etc. En raison de sa légèreté, de sa conductivité électrique et thermique élevées, de sa résistance à la corrosion et de sa malléabilité, l'aluminium est un matériau de choix dans de nombreux domaines.

Il est également utilisé dans diverses applications techniques telles que les alliages d'aluminium, les matériaux composites, les revêtements réfléchissants, les catalyseurs, les pigments, les adhésifs, les produits pharmaceutiques, etc.

L'aluminium peut être facilement recyclé et est considéré comme un matériau respectueux de l'environnement, car sa production nécessite moins d'énergie que la plupart des autres métaux.

Définition : La céramique est un matériau solide et inorganique qui est fabriqué en chauffant à haute température des argiles et d'autres matières premières. Les céramiques peuvent être produites sous différentes formes, telles que des carreaux, des assiettes, des bols, des vases, des figurines, des briques, des tuiles, des pots, des bijoux, etc. Elles peuvent également être utilisées pour fabriquer des matériaux techniques tels que des outils de coupe, des boucliers thermiques, des isolateurs électriques, des implants médicaux, des revêtements de protection, etc.

Les céramiques sont caractérisées par leur dureté, leur résistance à la corrosion, leur résistance à la chaleur, leur conductivité électrique et leur conductivité thermique. Elles peuvent également présenter des propriétés mécaniques telles que la résistance à la traction, la flexibilité, la résistance aux chocs et la résistance à l'usure.

Les céramiques sont souvent utilisées dans des applications où la résistance à la chaleur et à la corrosion est importante, comme les revêtements pour les fours, les ustensiles de cuisine, les briques pour les cheminées, les pièces pour les moteurs de voiture, les turbines, les engrenages, les outils de coupe, les implants médicaux, etc.

En raison de leurs propriétés uniques, les céramiques sont également utilisées dans des domaines de pointe tels que l'électronique, l'aérospatiale, la médecine et l'énergie nucléaire.

1.6 Type des matériaux fonctionnellement gradués

Il existe plusieurs types de matériaux fonctionnellement gradués, qui peuvent varier en fonction de leur composition, de leur structure, de leurs propriétés et de leurs applications. Voici quelques exemples de types de matériaux fonctionnellement gradués :

- ▮ **Matériaux composites** : Les matériaux composites sont constitués de deux ou plusieurs matériaux distincts qui sont combinés pour former un matériau unique. Les matériaux composites fonctionnellement gradués peuvent être créés en variant la composition, la microstructure ou les propriétés des différentes couches de la structure composite.
- ▮ **Alliages métalliques** : Les alliages métalliques peuvent également être fabriqués sous forme de matériaux fonctionnellement gradués en variant la composition des différents éléments dans la structure de l'alliage.
- ▮ **Céramiques** : Les céramiques peuvent être produites sous forme de matériaux fonctionnellement gradués en variant la composition des différents matériaux de la céramique ou en utilisant des techniques de traitement thermique pour créer des gradients de densité, de porosité ou de propriétés.
- ▮ **Polymères** : Les polymères peuvent être produits sous forme de matériaux fonctionnellement gradués en variant la composition, la structure ou les propriétés des différentes couches de polymères dans la structure.
- ▮ **Verres** : Les verres peuvent également être fabriqués sous forme de matériaux fonctionnellement gradués en variant la composition ou la microstructure de différentes couches de verre.
- ▮ **Matériaux bio-inspirés** : Les matériaux fonctionnellement gradués peuvent également être créés en s'inspirant de la nature, en utilisant des structures et des designs biologiques pour créer des matériaux avec des propriétés uniques.

Ces types de matériaux fonctionnellement gradués peuvent être utilisés dans une variété d'applications, notamment dans l'industrie, la médecine, l'aérospatiale, l'énergie et de nombreux autres domaines.

Les différents types des matériaux FGM en cours de production comprennent à présent le gradient de composition chimique, le gradient de porosité et le gradient de la microstructure. Chacun de ces types des matériaux FGM est décrit en détail dans les sections suivantes.

1.6.1 Gradient de composition chimique des Matériaux FGM :

es matériaux fonctionnellement gradués (FGM) peuvent avoir un gradient de composition chimique, qui est l'une des caractéristiques les plus importantes de ces matériaux. Le gradient de composition chimique est créé en changeant la concentration des éléments ou des composés dans la structure des FGM, de sorte que les propriétés physiques et mécaniques du matériau varient graduellement.

Les FGM peuvent avoir différents types de gradient de composition chimique. Par exemple, ils peuvent avoir un gradient linéaire, où la concentration des éléments ou des composés varie de manière linéaire le long de l'axe de l'échantillon. Ils peuvent également avoir un gradient exponentiel, où la concentration varie selon une fonction exponentielle le long de l'axe de l'échantillon.

Les gradients de composition chimique peuvent être créés en utilisant diverses techniques de fabrication, telles que la pulvérisation cathodique, la métallurgie des poudres, la diffusion de gaz, l'électrophorèse et d'autres techniques. En utilisant ces techniques, il est possible de créer des FGM avec des propriétés spécifiques pour des applications spécifiques.

Les gradients de composition chimique peuvent être utilisés pour améliorer les propriétés des matériaux, telles que la résistance, la ductilité, la résistance à l'usure, la conductivité thermique, la résistance à la corrosion, la conductivité électrique, la porosité, la densité et d'autres propriétés importantes. En utilisant des FGM avec des gradients de composition chimique, il est possible de créer des matériaux qui ont des propriétés optimales pour des applications spécifiques.

1.6.2 Gradient de la microstructure des Matériaux FGM :

En plus du gradient de composition chimique, les matériaux fonctionnellement gradués (FGM) peuvent également avoir un gradient de microstructure. Le gradient de microstructure est créé en changeant la structure cristalline ou la taille des grains à travers l'échantillon, de sorte que les propriétés physiques et mécaniques du matériau varient graduellement.

Le gradient de microstructure peut être créé en utilisant différentes techniques de fabrication, telles que la croissance de cristaux, la pulvérisation cathodique, la métallurgie des poudres, la diffusion de gaz, l'électrophorèse et d'autres techniques. En utilisant ces techniques, il est

possible de créer des FGM avec une microstructure spécifique pour des applications spécifiques.

Les gradients de microstructure peuvent être utilisés pour améliorer les propriétés des matériaux, telles que la résistance, la ductilité, la résistance à l'usure, la conductivité thermique, la résistance à la corrosion, la conductivité électrique, la porosité, la densité et d'autres propriétés importantes. En utilisant des FGM avec des gradients de microstructure, il est possible de créer des matériaux qui ont des propriétés optimales pour des applications spécifiques.

Par exemple, les FGM avec un gradient de taille de grain peuvent être utilisés pour améliorer la résistance à la fatigue des matériaux, car la taille des grains plus petits peut empêcher la propagation des fissures. Les FGM avec un gradient de structure cristalline peuvent être utilisés pour améliorer la conductivité électrique ou thermique en créant une structure cristalline spécifique qui favorise la conduction. Les FGM avec un gradient de porosité peuvent être utilisés pour créer des matériaux avec des propriétés d'absorption acoustique pour des applications dans la construction ou l'aérospatiale.

En général, le gradient de microstructure peut être utilisé pour créer des matériaux avec des propriétés optimales pour une large gamme d'applications, en combinant les avantages de différentes microstructures et propriétés dans un seul matériau.

1.6.3 Gradient de porosité des Matériaux FGM :

Le gradient de porosité est un autre type de gradient de matériaux fonctionnellement gradués (FGM) qui peut être utilisé pour améliorer les propriétés des matériaux. La porosité est une mesure de la quantité d'espace vide dans un matériau, qui peut être utilisé pour contrôler des propriétés telles que la densité, la conductivité thermique, la résistance mécanique, la conductivité électrique, la perméabilité, l'absorption acoustique et la capacité d'adsorption.

En utilisant des techniques de fabrication spécifiques, il est possible de créer des FGM avec un gradient de porosité contrôlé, qui peut être utilisé pour améliorer les propriétés spécifiques des matériaux. Par exemple, les FGM avec un gradient de porosité peuvent être utilisés pour améliorer la résistance à la corrosion des matériaux, car la porosité peut aider à créer une surface plus rugueuse qui favorise la croissance de la couche de passivation. De même, les FGM avec un gradient de porosité peuvent être utilisés pour améliorer la conductivité

thermique, car la porosité peut aider à réduire la densité du matériau tout en maintenant une conductivité thermique élevée.

La porosité peut être contrôlée en utilisant différentes techniques de fabrication, telles que la frittage, la fabrication additive, la pulvérisation cathodique, la métallurgie des poudres et d'autres techniques. En utilisant ces techniques, il est possible de créer des FGM avec des porosités spécifiques qui répondent aux besoins des applications spécifiques.

En général, le gradient de porosité peut être utilisé pour améliorer les propriétés des matériaux de différentes manières en fonction des applications spécifiques. Les FGM avec un gradient de porosité peuvent être utilisés dans des domaines tels que l'aérospatiale, l'industrie automobile, la construction, la filtration, la catalyse, la biomédecine, l'énergie et d'autres domaines où des propriétés spécifiques sont nécessaires.

I.7. Propriétés matérielles d'une poutre FGM

Les propriétés matérielles d'une poutre FGM dépendent de plusieurs facteurs, tels que la composition chimique, la microstructure, le gradient de propriétés et le mode de fabrication. En général, les poutres FGM ont des propriétés mécaniques, thermiques et électriques améliorées par rapport aux poutres homogènes, ce qui en fait des matériaux prometteurs pour des applications dans différents domaines.

Voici quelques propriétés matérielles importantes d'une poutre FGM :

- ▮ **Résistance mécanique** : La résistance mécanique d'une poutre FGM dépend de la composition chimique, de la microstructure et du gradient de propriétés. En général, les poutres FGM ont une résistance mécanique élevée en raison de leur structure graduelle, ce qui permet de réduire les contraintes internes et les fissures qui se forment souvent dans les matériaux homogènes.
- ▮ **Conductivité thermique** : Les poutres FGM peuvent avoir une conductivité thermique élevée ou faible en fonction du gradient de propriétés. Par exemple, une poutre FGM avec un gradient de porosité peut avoir une conductivité thermique plus faible à une extrémité et plus élevée à l'autre extrémité. Cela peut être utile pour des applications telles que les dissipateurs de chaleur.
- ▮ **Conductivité électrique** : Les poutres FGM peuvent également avoir une conductivité électrique élevée ou faible en fonction du gradient de propriétés. Par exemple, une poutre FGM avec un gradient de porosité peut avoir une conductivité

électrique plus faible à une extrémité et plus élevée à l'autre extrémité. Cela peut être utile pour des applications telles que les antennes ou les capteurs.

▮ **Coefficient de dilatation thermique :** Les poutres FGM peuvent avoir un coefficient de dilatation thermique graduel en fonction du gradient de propriétés, ce qui permet de réduire les contraintes internes et les fissures qui se forment souvent dans les matériaux homogènes lors des variations de température.

▮ **Poids spécifique :** Les poutres FGM peuvent avoir une densité plus faible ou plus élevée en fonction de leur composition chimique et de leur gradient de propriétés. Cela peut être utile pour des applications où le poids est un facteur important, telles que l'aérospatiale ou l'automobile.

En résumé, les poutres FGM présentent des propriétés matérielles améliorées par rapport aux poutres homogènes, ce qui en fait des matériaux prometteurs pour des applications dans différents domaines. Les propriétés matérielles peuvent être contrôlées en utilisant des techniques de fabrication spécifiques pour créer un gradient de propriétés graduel.

I.7.1. Propriétés matérielles de la poutre P-FGM

La fraction volumique de la classe P-FGM obéit à une fonction en loi de puissance .

$$(z) = (z + h/2|h)^p \quad (I.1)$$

Où p est un paramètre matériels et h est l'épaisseur de la poutre. Une fois la fraction volumique locale (z) a été définie, les propriétés matérielles d'une plaque P-FGM peuvent être déterminées par la loi des mélanges [Bao, 1995] :

$$(z) = (E_c + E_m) v(z) \quad (I.2)$$

Où E_m et E_c sont respectivement les modules de Young de la surface supérieure ($z=+h/2$) et de la surface inférieure ($z=-h/2$) de la poutre FGM.

La variation de ces propriétés dans la direction de l'épaisseur de la poutre P-FGM est représentée sur la figure(..) .Il apparait clairement que cette dernière change rapidement près de surface inférieure pour $p < 1$, et augmenté rapidement près de la surface supérieure pour $p > 1$.

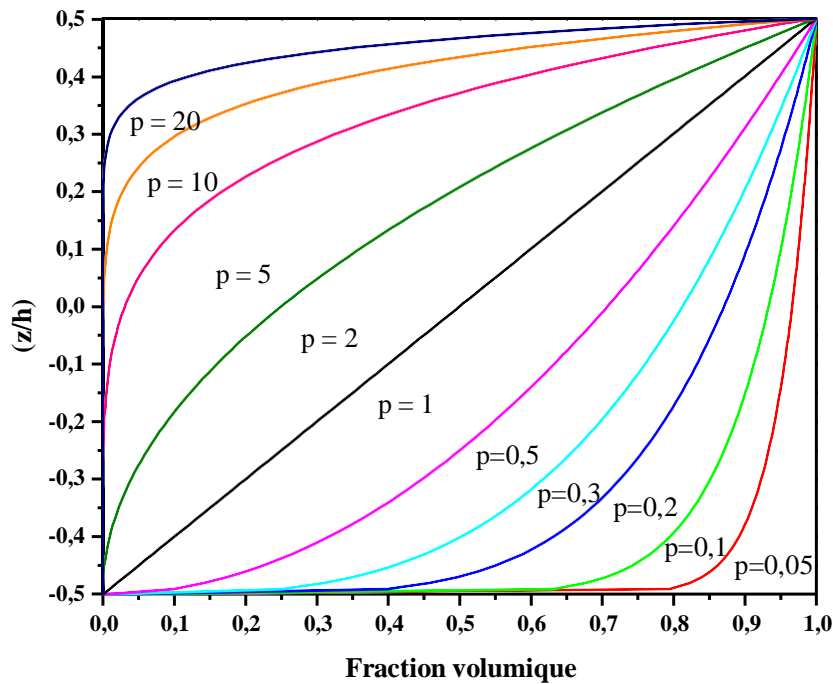


Fig. I.1: La variation de la fraction volumique pour une plaque P-FGM.

I.7.2. Propriétés matérielles de la poutre S-FGM

Dans le cas d'ajouter une poutre FGM d'une simple fonction de loi de puissance à une poutre composite multicouche, les concentrations des contraintes apparaissent sur l'interface des deux matériaux. Par conséquent, Chi et Chung (2006) ont défini la fraction de volume de la poutre FGM en utilisant deux fonctions de loi de puissance pour assurer une bonne distribution des contraintes parmi toutes les interfaces. Les deux fonctions de loi de puissance sont définies par :

$$V_1(z) = 1/2 \left(\frac{h+z}{h} \right)^p \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I.3.a})$$

$$V_2(z) = 1 - 1/2 \left(\frac{h-z}{h/2} \right)^p \quad \text{Pour } 0 \leq z \leq h/2 \quad (\text{I.3.b})$$

En utilisant la loi des mélanges, le module de Young de la plaque S-FGM peut être calculé par les relations suivantes :

$$E(z) = V_1(z)E_c + [1 - V_1(z)]E_m \quad \text{Pour } -h/2 \leq z \leq 0 \quad (\text{I.4.a})$$

$$(z) = V_2(z)E_c + [1 - V_2(z)]E_m \text{ Pour } 0 \leq z \leq h/2 \tag{I.4.b}$$

La figure (..) montre que la variation du module d'élasticité obtenue en utilisant l'équation (I.4) dépend en principe de la fraction volumique donnée par l'équation (I.3) qui représente les distributions sigmoïdes, et cette poutre FGM est appelée (poutre S-FGM).

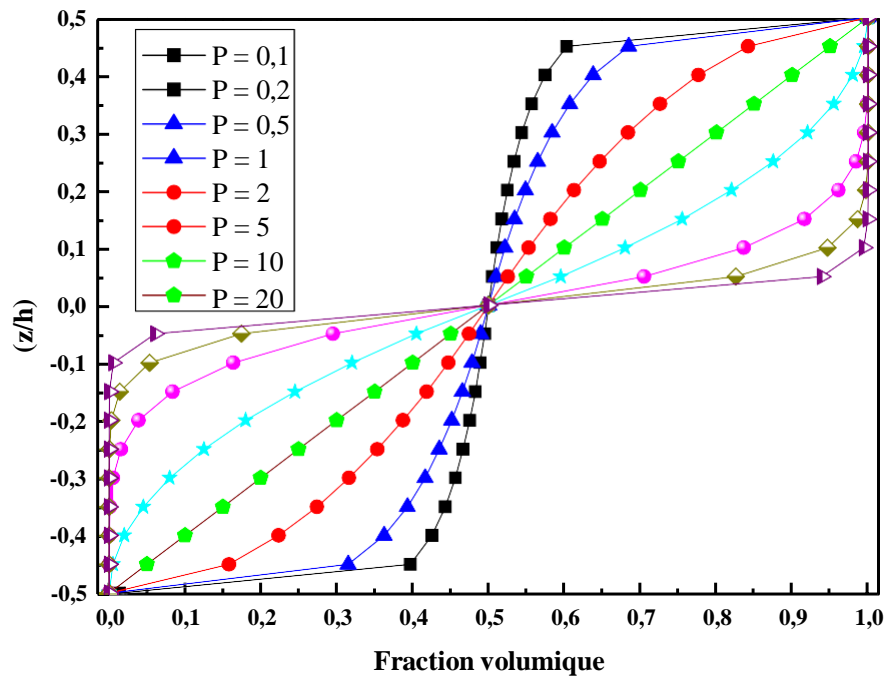


Figure. I- 1 :La variation de la fraction volumique pour une plaque S-FGM.

I.7.3. Propriétés matérielles de la poutre E-FGM

la plupart des chercheurs utilisent la fonction exponentielle Pour décrire les propriétés matérielles des matériaux FGM qui s'écrit sous la forme :

$$(z) = E_m e^{B(z+\frac{h}{2})} \tag{I.5.a}$$

$$B = 1/h \ln \left(\frac{E_1}{E_2} \right) \tag{I.5.b}$$

La variation du module de Young à travers l'épaisseur de la poutre E-FGM est représentée sur la figure I.3. Cette variation se fait à l'aide d'une seule fonction qui domine la distribution du matériau dans la poutre E-FGM.

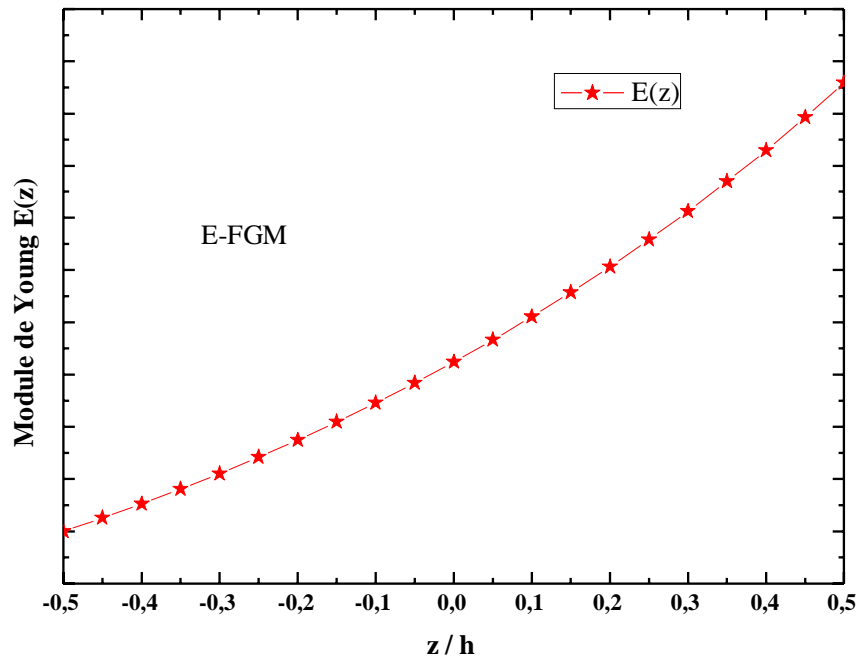


Figure. I- 2: La variation du module de Young de la plaque E-FGM.

1.8 Propriétés physiques et mécaniques des FGM

Les FGM (Functionally Graded Materials), ou matériaux à gradient fonctionnel, sont des matériaux qui présentent une variation graduelle de leurs propriétés physiques et mécaniques sur une certaine distance ou à travers leur volume. Voici quelques propriétés physiques et mécaniques caractéristiques des FGM :

- ✓ **Composition chimique** : Les FGM sont composés de différents matériaux qui sont soigneusement choisis pour obtenir des variations graduelles de composition chimique. Par exemple, on peut mélanger deux matériaux de manière à ce que la proportion de l'un d'entre eux varie de manière continue à travers le matériau.
- ✓ **Variation de densité** : Les FGM peuvent présenter une variation de densité le long de leur gradient. Cela peut être réalisé en utilisant des matériaux de différentes densités et en ajustant leur proportion graduellement.
- ✓ **Variation de propriétés thermiques** : Les FGM peuvent avoir une conductivité thermique, une capacité thermique ou une dilatation thermique qui varie le long de leur

gradient. Cela permet de concevoir des matériaux adaptés à des applications spécifiques où la gestion thermique est importante.

- ✓ **Variation des propriétés mécaniques** : Les FGM peuvent présenter une variation des propriétés mécaniques telles que la résistance à la traction, la dureté, le module d'élasticité ou la ténacité. Cela permet d'obtenir des matériaux avec des propriétés mécaniques optimisées dans différentes régions du matériau.
- ✓ **Transition graduelle des propriétés** : Contrairement aux matériaux homogènes traditionnels, les FGM permettent une transition graduelle des propriétés physiques et mécaniques, ce qui réduit les gradients de contrainte et de déformation, améliorant ainsi la résistance aux contraintes et la durabilité du matériau.
- ✓ **Adaptabilité fonctionnelle** : Les FGM peuvent être conçus pour répondre aux besoins spécifiques d'une application donnée en ajustant les variations de propriétés selon les exigences. Cela permet d'obtenir des matériaux sur mesure avec des performances optimales dans des conditions spécifiques.

Les propriétés physiques et mécaniques des FGM dépendent de nombreux facteurs, notamment de la composition, de la distribution du gradient, des techniques de fabrication utilisées et des matériaux constitutifs. Ces matériaux présentent un grand potentiel dans divers domaines tels que l'aérospatiale, l'ingénierie des matériaux, la mécanique des structures, etc., en raison de leurs propriétés uniques et de leur capacité à fournir des solutions innovantes pour des problèmes d'ingénierie.

I.9 Lois de mélanges

es lois de mélanges sont des relations mathématiques utilisées pour calculer les propriétés des matériaux composites, tels que les FGM, à partir des propriétés de leurs composants individuels. Il existe plusieurs lois de mélanges, chacune étant basée sur une hypothèse différente sur la structure du matériau composite.

- ▮ **Loi de mélange arithmétique** : Cette loi suppose que le matériau composite est composé de deux phases, une matrice et des inclusions. Elle considère que les propriétés du matériau composite sont la moyenne arithmétique des propriétés de ses constituants. Par exemple, la densité d'un matériau composite sera donnée par :

$$\rho_c = \rho_m V_m + \rho_f V_f$$

où ρ_c est la densité du matériau composite, ρ_m et ρ_f sont les densités de la matrice et des inclusions respectivement, et V_m et V_f sont les fractions volumiques de la matrice et des inclusions.

▮ **Loi de mélange des règles de mélange de Voigt** : Cette loi suppose que le matériau composite est composé d'une matrice et d'inclusions rigides et sphériques. Elle considère que les propriétés du matériau composite sont données par la règle de mélange de Voigt, qui est une moyenne pondérée des propriétés des phases individuelles. Par exemple, la rigidité élastique d'un matériau composite sera donnée par :

$$C_c = V_m C_m + V_f C_f$$

où C_c est la matrice de rigidité élastique du matériau composite, C_m et C_f sont les matrices de rigidité élastique de la matrice et des inclusions respectivement, et V_m et V_f sont les fractions volumiques de la matrice et des inclusions.

▮ **Loi de mélange des règles de mélange de Reuss** : Cette loi suppose que le matériau composite est composé d'une matrice et d'inclusions déformables et sphériques. Elle considère que les propriétés du matériau composite sont données par la règle de mélange de Reuss, qui est une moyenne pondérée des propriétés des phases individuelles. Par exemple, la conductivité thermique d'un matériau composite sera donnée par :

$$K_c = \left(\frac{V_m}{K_m} + \frac{V_f}{K_f} \right)^{-1}$$

où K_c est la conductivité thermique du matériau composite, K_m et K_f sont les conductivités thermiques de la matrice et des inclusions respectivement, et V_m et V_f sont les fractions volumiques de la matrice et des inclusions.

Ces lois de mélanges permettent de calculer les propriétés des matériaux composites, y compris des FGM, à partir des propriétés de leurs constituants individuels, ce qui peut aider à concevoir des matériaux avec des propriétés spécifiques pour des applications spécifiques.

Une des propriétés des matériaux fonctionnellement gradués est déterminée par le paramètre (p) , ce dernier varie le long d'une direction en fonction des fractions volumiques et des propriétés des matériaux qui le composent.

$$P = \sum_{i=0}^n p_i V_i \quad (I.6)$$

Avec P_i et V_i sont respectivement la propriété mécanique et la fraction volumique du constituant i , avec :

$$\sum_{i=0}^n V_i = 1 \quad (I.7)$$

Dans les poutres (F.G.M.), la loi de Voigt s'écrit comme suit :

$$(z) = P_1 V_1 + P_2 V_2 \quad (I.8)$$

$$V_1 + V_2 = 1 \quad (I.9)$$

P : Propriété selon l'axe z .

$P_1 = P_m$: Propriété mécanique du métal.

$P_2 = P_c$: Propriété mécanique de la céramique.

$V_1 = V_m$: Fraction volumique du métal.

$V_2 = V_c$: Fraction volumique de la céramique.

I.10. Conclusion :

Les matériaux FGM représentent une avancée majeure dans le domaine des matériaux avancés. Grâce à leur capacité à varier graduellement leurs propriétés, ils peuvent être utilisés dans une large gamme d'applications, allant de l'aérospatiale à la médecine. Les FGM offrent également des avantages tels qu'une meilleure résistance à la corrosion, une meilleure résistance aux chocs thermiques et une plus grande résistance mécanique. La recherche continue dans ce domaine promet de nombreuses avancées futures dans la conception et la fabrication de matériaux innovants. dans le prochain chapitre nous allons entamer les différentes théories des poutres .

Chapitre 02 : Les types de fondations et leurs applications et leurs principes de conception

II.1. Introduction :

Les fondations sont une partie essentielle de toute construction. Elles fournissent une base solide pour la structure de la construction et permettent de transférer les charges de la structure du bâtiment au sol. Une bonne conception et une construction adéquate des fondations sont cruciales pour la stabilité et la durabilité de la construction.

Les types de fondations peuvent varier en fonction de la taille, de la forme et de la charge de la construction. Les fondations peuvent être superficielles, telles que les fondations en semelle, les fondations en blocs ou les fondations en plots, ou profondes, telles que les pieux ou les caissons.

Les conditions du sol sont également un facteur important dans la conception et la construction des fondations. Les ingénieurs en génie civil effectuent des études géotechniques pour évaluer les caractéristiques du sol et s'assurer que les fondations sont adaptées aux conditions du sol.

En somme, les fondations sont une partie cruciale de toute construction, et leur conception et leur construction doivent être minutieusement planifiées et exécutées pour assurer la stabilité et la durabilité de la structure de la construction.

La conception et la construction de fondations stables et résistantes sont essentielles pour garantir la sécurité et la durabilité des structures d'ingénierie. Pour ce faire, il est nécessaire de mener une étude géotechnique approfondie afin de localiser et d'inspecter le site, de déterminer les propriétés du sol et de prendre en compte les conditions clés telles que l'économie et la sécurité lors de la conception des fondations. Les fondations sont responsables d'équilibrer la pression exercée par la superstructure avec la résistance du sol. Plusieurs types de fondations sont disponibles, chacun ayant des fonctionnalités spécifiques.

Le modèle de réaction du sol de Winkler, introduit en 1867, est toujours utilisé par les ingénieurs en génie civil. Ce modèle mathématique simple a été utilisé pour la première fois par Zimmermann en 1888 pour calculer le comportement des traverses en bois soutenant les rails et reposant sur du ballast. Pour représenter le sol de manière plus réaliste, plusieurs recherches ont été menées pour déterminer le coefficient de réaction du sol.

II.2. Définition : Une fondation est un élément structural qui soutient une charge et la transmet au sol ou à une couche plus profonde de sol. Elle est utilisée pour stabiliser une structure et répartir les charges provenant de la superstructure sur une plus grande surface de sol pour éviter une défaillance ou une rupture du sol. Les fondations peuvent être réalisées en utilisant différents matériaux, tels que le béton, l'acier, le bois, ou une combinaison de ces matériaux, selon les exigences de la structure et les caractéristiques du sol. Elles sont utilisées dans les bâtiments, les ponts, les routes, les tunnels et d'autres structures de génie civil.

II.3. Les différents types de fondations :

Il existe plusieurs types de fondations utilisées en génie civil. Les plus courants sont :

- ▮ **Fondations superficielles :** Les fondations superficielles sont utilisées lorsque la couche de sol résistante se trouve à une profondeur relativement faible. Elles transmettent les charges de la structure directement sur le sol en utilisant des semelles ou des radier. Les fondations superficielles peuvent être de plusieurs types :
- ▮ **Les semelles isolées :** elles sont utilisées pour les colonnes ou les murs porteurs et sont des blocs rectangulaires ou carrés en béton armé placés directement sous la base de la colonne ou du mur pour répartir les charges sur le sol.
- ▮ **Les semelles filantes :** elles sont similaires aux semelles isolées mais sont allongées pour supporter plusieurs colonnes ou murs.
- ▮ **Les radier :** ils sont utilisés pour les structures légères ou pour les sols argileux qui sont instables. Ils sont constitués d'une dalle en béton armé qui est étendue sur toute la surface du sol.
- ▮ **Fondations profondes :** Les fondations profondes sont utilisées lorsque la couche de sol résistante se trouve à une profondeur importante. Elles transmettent les charges de la structure sur le sol en utilisant des éléments structurels qui s'enfoncent dans le sol jusqu'à atteindre une couche de sol résistante. Les fondations profondes peuvent être de plusieurs types :
- ▮ **Les pieux :** ce sont des éléments structurels en béton armé, en acier ou en bois qui sont enfoncés dans le sol à une profondeur importante et qui transmettent les charges de la structure au sol. Les pieux peuvent être de plusieurs formes et tailles en fonction des contraintes du sol.
- ▮ **Les micropieux :** ce sont des pieux de petit diamètre qui sont utilisés lorsque l'espace est limité ou lorsque le sol est difficile d'accès.

▮ **Les barrettes** : ce sont des éléments structurels en béton armé qui sont coulés dans des tranchées excavées dans le sol. Les barrettes sont utilisées pour les bâtiments à plusieurs niveaux ou pour les sols qui sont instables.

▮ **Les palplanches** : ce sont des éléments en acier ou en bois qui sont enfoncés dans le sol pour former une paroi qui est maintenue en place par des tirants. Les palplanches sont utilisées pour les excavations ou pour les fondations des ponts.

En générale, le choix du type de fondation dépend de plusieurs facteurs tels que les caractéristiques du sol, les charges de la structure, les coûts, les contraintes de l'espace et les exigences réglementaires. Il est donc important de réaliser une étude géotechnique approfondie pour déterminer les caractéristiques du sol et choisir la fondation la plus adaptée.

II.4. Les fondations élastiques : Les fondations élastiques sont des systèmes de fondations utilisant des éléments élastiques pour absorber les charges et les vibrations générées par les structures construites sur eux. Ces éléments élastiques sont généralement des ressorts ou des coussins en caoutchouc, qui permettent une distribution uniforme des charges et réduisent les déformations du sol sous les charges de la structure.

Les fondations élastiques sont couramment utilisées dans les constructions où des charges importantes doivent être supportées, comme les bâtiments à plusieurs étages, les ponts et les infrastructures de transport. Elles sont également utilisées dans les industries qui nécessitent une isolation acoustique ou vibratoire, telles que les centrales électriques, les usines chimiques et les laboratoires de recherche.

Les avantages des fondations élastiques comprennent la réduction des vibrations, la protection contre les dommages causés par les mouvements de terrain et les vibrations induites par l'activité humaine, la réduction des coûts de construction et d'entretien et la durabilité accrue de la structure en raison de la réduction des contraintes sur les fondations.

Cependant, les fondations élastiques peuvent également présenter des inconvénients, notamment une complexité accrue du système de fondation et des coûts supplémentaires liés à l'installation et à l'entretien des éléments élastiques.

En générale, les fondations élastiques sont des systèmes de fondations qui utilisent des éléments élastiques pour réduire les vibrations et les déformations sous les charges de la structure. Bien qu'ils puissent présenter des avantages, ils peuvent également entraîner une complexité accrue du système de fondation et des coûts supplémentaires. Les fondations élastiques sont couramment utilisées

II.5. Modèle de Winkler :

Le modèle de Winkler est un modèle simplifié couramment utilisé en génie civil pour représenter le comportement du sol sous des charges réparties ou des charges ponctuelles. Il est nommé d'après le scientifique allemand Clemens Winkler, qui a développé ce modèle au début du 20^{ème} siècle.

Le modèle de Winkler considère que le sol est constitué de plusieurs couches horizontales, chacune avec une constante de réaction élastique. Ces constantes sont appelées "constantes de Winkler" et sont calculées à partir des propriétés du sol et de la profondeur de la couche. Le modèle suppose également que chaque couche de sol réagit indépendamment des autres couches, ce qui simplifie considérablement les calculs.

Le modèle de Winkler est particulièrement utile pour l'analyse de fondations superficielles, telles que les fondations en blocs ou en semelles, et pour les bâtiments de faible hauteur. Il est également utilisé dans l'analyse des structures à poutres et à dalles en béton.

Cependant, le modèle de Winkler a ses limites, car il ne prend pas en compte la variation de la résistance du sol avec la profondeur et la non-linéarité du comportement du sol. En conséquence, il peut donner des résultats inexacts dans des situations où les charges sont importantes ou lorsque les propriétés du sol varient considérablement en profondeur.

Le modèle de Winkler est un modèle simplifié couramment utilisé en génie civil pour représenter le comportement du sol sous des charges réparties ou des charges ponctuelles. Il est utile pour l'analyse de fondations superficielles et de structures à poutres et à dalles en béton. Cependant, le modèle a ses limites et peut donner des résultats inexacts dans des situations où les charges sont importantes ou lorsque les propriétés du sol varient considérablement en profondeur.

Ce modèle a été réalisé pour la première fois par Winkler en 1867, Pour calculer les contraintes s'exerçant sous une fondation reposante sur un milieu élastique, qui a supposé que la réaction du sol à chaque point sous la fondation est proportionnelle à la déflexion de la fondation à ce point. La déformation verticale caractéristique de la fondation est donc définie par l'utilisation de ressorts identiques, indépendants, étroitement espacés, discrets et linéairement élastiques. La constante de proportionnalité de ces ressorts est connue comme étant le coefficient de réaction du sol K_w

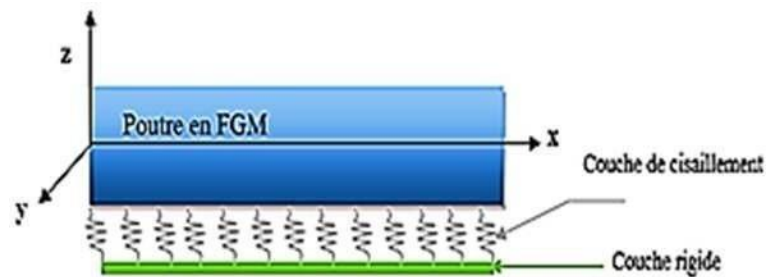


Figure. II- 1: Modèle de Winkler

Le modèle de Winkler a été amélioré plus tard par plusieurs chercheurs en utilisant d'autres paramètres constants qui caractérisent l'interaction entre les ressorts, en 1954, Pasternak reprend le modèle de Winkler suppose en plus d'une rigidité, en éliminant son comportement discontinu par l'introduction d'une interaction mécanique entre les ressorts. (Elhassar, 2016).

II.6. Modèle de Pasternak :

Le modèle de Pasternak est un modèle simplifié couramment utilisé en génie civil pour représenter le comportement élastique du sol sous une fondation rigide supportant des charges réparties. Il est nommé d'après le scientifique russe Alexander Pasternak, qui a développé ce modèle au début du 20^{ème} siècle.

Le modèle de Pasternak considère que le sol est constitué de plusieurs couches horizontales, chacune avec une constante de réaction élastique. Ces constantes sont appelées "constantes de Pasternak" et sont calculées à partir des propriétés du sol et de la profondeur de la couche. Le modèle suppose également que le sol réagit comme un matériau isotrope et élastique, ce qui simplifie considérablement les calculs.

Le modèle de Pasternak est particulièrement utile pour l'analyse de fondations rigides supportant des charges réparties, telles que les dalles de béton armé, les ponts et les plates-formes offshore. Il permet de calculer les déformations et les contraintes dans la fondation et dans le sol environnant.

Cependant, le modèle de Pasternak a ses limites, car il ne prend pas en compte la variation de la résistance du sol avec la profondeur et la non-linéarité du comportement du sol. En conséquence, il peut donner des résultats inexacts dans des situations où les charges sont importantes ou lorsque les propriétés du sol varient considérablement en profondeur.

En résumé, le modèle de Pasternak est un modèle simplifié couramment utilisé en génie civil pour représenter le comportement élastique du sol sous une fondation rigide supportant des charges réparties. Il est utile pour l'analyse de fondations rigides, telles que les dalles de béton armé, les ponts et les plates-formes offshore. Cependant, le modèle a ses limites et peut donner des résultats inexacts dans des situations où les charges sont importantes ou lorsque les propriétés du sol varient considérablement en profondeur.

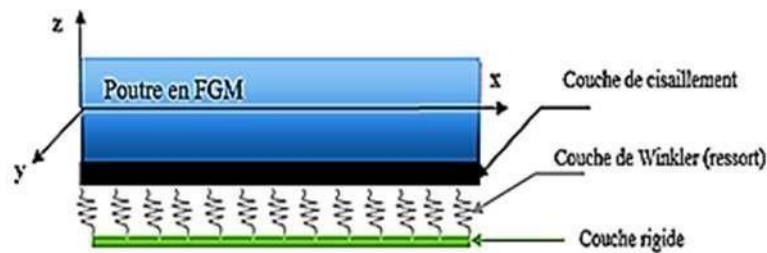


Figure. II- 2: Modèle de Pasternak.

Modèle de Pasternak Pour le modèle proposé par Pasternak (Kerr, 1964), il est assumé qu'il y a une interaction de cisaillement entre les ressorts, ce qui peut être accompli en connectant les ressorts à une couche incompressible verticale qui ne se déforme que dans le sens du cisaillement transversal Les déformations et les forces maintiennent l'équilibre dans la couche de cisaillement.

II.7. Le modèle de fondation viscoélastique : est un type de modèle qui prend en compte les effets de la viscosité et de l'élasticité des sols lors de la conception et de l'analyse des fondations. Ce modèle est utilisé pour estimer la réponse d'une fondation lorsqu'elle est

soumise à des charges cycliques ou dynamiques telles que celles provenant de vibrations, de secousses sismiques ou de machines tournantes.

Le modèle de fondation viscoélastique suppose que le sol est élastique et visqueux à la fois, et qu'il se comporte de manière élastique à court terme et visqueuse à long terme. Ce modèle considère que le sol possède des propriétés viscoélastiques qui dépendent du temps, de la fréquence et de l'amplitude des charges appliquées.

La modélisation viscoélastique des fondations est basée sur l'utilisation d'un modèle de Kelvin-Voigt, qui est composé d'un ressort et d'un amortisseur. Le ressort représente l'élasticité du sol, tandis que l'amortisseur représente la viscosité. Ce modèle permet de prédire la déformation et la réponse en fréquence de la fondation en fonction des propriétés viscoélastiques du sol.

Le modèle de fondation viscoélastique est particulièrement utile pour la conception et l'analyse des fondations de machines vibrantes, telles que les turbines, les compresseurs et les pompes. Il permet de prédire les déformations et les vibrations de la fondation en réponse aux charges dynamiques, et d'optimiser la conception pour minimiser les dommages causés par les vibrations.

En résumé, le modèle de fondation viscoélastique est un outil de modélisation avancé qui permet de prendre en compte les effets de la viscosité et de l'élasticité des sols lors de la conception et de l'analyse des fondations. Il est particulièrement utile pour la conception de fondations de machines vibrantes, et permet de prédire la réponse de la fondation en termes de déformations et de vibrations.

Il existe plusieurs autres modèles couramment utilisés en génie civil pour modéliser le comportement du sol sous les charges, en plus des modèles de Winkler et de Pasternak. Voici quelques exemples :

- ▮ **Le modèle de Boussinesq** : Ce modèle est utilisé pour calculer les contraintes et les déformations sous une charge ponctuelle sur une surface semi-infinie de sol élastique homogène. Il prend en compte la non-linéarité du comportement du sol en utilisant une relation entre les déformations et les contraintes qui varie en fonction de la profondeur.

- ▮ **Le modèle de Westergaard** : Ce modèle est utilisé pour calculer les contraintes et les déformations sous une charge circulaire uniforme sur une surface semi-infinie de sol élastique homogène. Il prend en compte la non-linéarité du comportement du sol en utilisant une fonction de résistance du sol qui varie en fonction de la distance par rapport au centre de la charge.
- ▮ **Le modèle de Terzaghi** : Ce modèle est utilisé pour calculer les contraintes et les déformations sous une charge répartie sur une surface semi-infinie de sol élastique homogène. Il prend en compte la non-linéarité du comportement du sol en utilisant une fonction de résistance du sol qui varie en fonction de la profondeur.
- ▮ **Le modèle de Mindlin** : Ce modèle est utilisé pour calculer les contraintes et les déformations dans une fondation rigide supportant une charge répartie. Il prend en compte la non-linéarité du comportement du sol en utilisant une fonction de résistance du sol qui varie en fonction de la distance par rapport à la fondation.

Ces modèles sont tous des modèles simplifiés qui permettent de calculer les contraintes et les déformations dans le sol sous différentes charges. Ils ont chacun leurs avantages et leurs limites, et le choix du modèle dépendra des propriétés du sol, de la géométrie de la fondation et des charges appliquées.

II.8. Les charges sur les fondations : peut couvrir plusieurs aspects liés aux charges appliquées sur les fondations, tels que :

- ▮ **Les types de charges sur les fondations** : les charges permanentes (poids de la structure, du sol, des éléments de la fondation), les charges variables (charges d'exploitation, charges climatiques, charges sismiques), et les charges accidentelles (explosions, impacts).
- ▮ **Les principes de la mécanique des sols** : le comportement des sols sous les charges, la résistance des sols et les propriétés des sols qui influencent les charges supportées par les fondations.
- ▮ **Les méthodes de calcul des charges sur les fondations** : la méthode des états limites, la méthode des coefficients de sécurité, les approches probabilistes, les méthodes numériques.
- ▮ **Les critères de résistance et de stabilité des fondations** : les critères de résistance de la fondation (tassement, rupture par cisaillement, flexion), les critères de stabilité (renversement, glissement, basculement).

▮ **Les normes et les codes de calculs** : les normes de conception et les codes de calculs spécifiques pour les différents types de fondations et les charges appliquées.

Ce partie est crucial pour la conception de fondations solides et durables qui peuvent supporter les charges appliquées. Les ingénieurs en génie civil et les architectes doivent comprendre les principes de la mécanique des sols et les méthodes de calcul des charges sur les fondations pour garantir la sécurité des bâtiments et des structures construites.

II.9. Les innovations récentes dans la conception et la construction des fondations : peut aborder plusieurs avancées technologiques et techniques récentes en matière de conception et de construction de fondations, telles que :

▮ **Les fondations durables** : les avancées dans les matériaux de construction, les technologies de recyclage et la réduction des émissions de gaz à effet de serre pour améliorer la durabilité des fondations.

▮ **Les fondations intelligentes** : l'utilisation de capteurs et de technologies de surveillance pour mesurer en temps réel les charges sur les fondations et optimiser leur performance.

▮ **Les fondations profondes alternatives** : l'utilisation de techniques telles que les pieux en béton précontraint, les pieux vibrés-injectés, les micropieux ou les fondations à isolation sismique pour améliorer la stabilité des fondations.

▮ **Les fondations innovantes** : l'utilisation de techniques non conventionnelles pour la construction de fondations, comme les fondations flottantes, les fondations semi-flottantes ou les fondations en béton projeté.

▮ **Les technologies de construction** : l'utilisation de technologies de construction modernes, telles que les imprimantes 3D pour construire des fondations sur site ou hors site, ou la robotique pour automatiser la construction de fondations.

Ce partie permet d'aborder les innovations récentes dans le domaine de la conception et de la construction des fondations, en mettant l'accent sur les nouvelles technologies et les techniques de pointe pour améliorer la durabilité, la sécurité et l'efficacité de la construction des fondations. Les étudiants et les professionnels du génie civil pourront ainsi se familiariser avec les dernières avancées dans le domaine des fondations et les intégrer dans leur pratique professionnelle.

II.10. Conclusion : les fondations sont une partie essentielle de toute construction, car elles supportent le poids et les charges de la structure et les transmettent au sol. La conception et la construction des fondations doivent être basées sur une compréhension solide des principes de la mécanique des sols, des charges appliquées, des normes de conception et des codes de calculs.

De plus, l'évolution des technologies et des techniques de construction offre de nouvelles opportunités pour améliorer la performance, la durabilité et l'efficacité de la construction des fondations. Les avancées récentes en matière de fondations intelligentes, de fondations durables, de fondations profondes alternatives, de fondations innovantes et de technologies de construction modernes ont le potentiel de révolutionner le domaine de la construction de fondations.

Il est donc essentiel que les étudiants et les professionnels du génie civil restent informés des dernières avancées en matière de fondations pour intégrer les technologies et les techniques les plus récentes dans leur pratique professionnelle, afin de construire des fondations solides, durables et sûres pour les bâtiments et les structures de demain.

Chapitre 03 : Théories des poutres

III.1. Introduction :

La théorie des poutres est l'une des théories les plus fondamentales en génie mécanique et civil. Elle permet de comprendre le comportement des poutres et des structures en treillis sous l'effet des charges externes telles que les charges de flexion, de cisaillement et de torsion. La théorie des poutres est utilisée dans une grande variété d'applications, y compris la conception et l'analyse de structures telles que les ponts, les bâtiments, les avions et les machines.

La théorie des poutres est basée sur l'hypothèse que la poutre est un élément linéairement élastique, c'est-à-dire qu'elle se déforme proportionnellement à la charge appliquée. Cette hypothèse permet de simplifier l'analyse des poutres en les modélisant comme des corps élastiques soumis à des forces externes.

La théorie des poutres prend en compte les propriétés géométriques de la poutre, telles que sa longueur, sa section transversale, sa courbure et son orientation. Elle utilise également les équations de la mécanique des solides pour décrire le comportement de la poutre sous l'effet des charges appliquées. La théorie des poutres permet de calculer les déformations, les contraintes et les moments fléchissant dans la poutre en fonction de la géométrie de la section transversale, des propriétés du matériau et des charges appliquées.

La théorie des poutres est une théorie simplifiée qui ne prend pas en compte les effets de la déformation transversale de la poutre, ni les effets de la torsion. Ces effets peuvent être pris en compte en utilisant des théories plus avancées telles que la théorie des plaques et la théorie des coques.

En générale, la théorie des poutres est une théorie fondamentale en génie mécanique et civil qui permet de comprendre le comportement des poutres et des structures en treillis sous l'effet des charges externes. Elle est basée sur l'hypothèse que la poutre est un élément linéairement élastique, ce qui permet de simplifier l'analyse des poutres en les modélisant comme des corps élastiques soumis à des forces externes.

III.2. Structure des poutres :

Les poutres sont des éléments structurels qui sont utilisés pour supporter des charges transversales. Elles sont souvent utilisées dans les bâtiments, les ponts, les grues, les machines et de nombreux autres types de structures. Les poutres sont généralement fabriquées à partir de matériaux tels que l'acier, le bois, le béton armé ou les matériaux composites.

La structure d'une poutre se compose généralement d'une section transversale et d'une longueur. La section transversale de la poutre peut avoir différentes formes, telles que des sections rectangulaires, carrées, circulaires, en T ou en I. La forme de la section transversale dépend souvent des exigences de la conception, de la charge de la poutre et des contraintes auxquelles elle sera soumise.

La longueur de la poutre est généralement déterminée par les exigences de la conception de la structure globale. Les poutres peuvent être conçues pour supporter des charges simples ou multiples, et leur longueur peut varier de quelques centimètres à plusieurs dizaines de mètres.

La structure d'une poutre est déterminée par les propriétés du matériau à partir duquel elle est fabriquée. Les propriétés du matériau, telles que la résistance à la traction, la résistance à la flexion, la densité et le module d'élasticité, affectent la capacité de la poutre à supporter des charges. Les propriétés du matériau doivent être prises en compte lors de la conception de la poutre pour garantir que la poutre est capable de supporter les charges pour lesquelles elle est conçue.

La structure d'une poutre se compose d'une section transversale et d'une longueur, et elle est déterminée par les propriétés du matériau à partir duquel elle est fabriquée. La forme de la section transversale peut varier en fonction des exigences de la conception et des charges de la poutre. Les poutres sont des éléments importants dans la conception de nombreuses structures et leur conception doit être soigneusement considérée pour garantir leur capacité à supporter les charges pour lesquelles elles sont conçues.

III.3. Hypothèses cinématiques de la théorie des poutres :

La théorie des poutres est basée sur certaines hypothèses cinématiques qui simplifient considérablement l'analyse des poutres. Ces hypothèses sont les suivantes :

- ▣ **Les déformations sont considérées comme étant planes :** cela signifie que les déformations de la poutre sont considérées comme se produisant uniquement dans un plan, généralement le plan horizontal.
- ▣ **Les déformations sont petites :** cela signifie que les déformations de la poutre sont considérées comme étant suffisamment petites pour que les déformations de cisaillement puissent être négligées. Cette hypothèse est généralement valide pour les poutres minces.

- ▮ **Les lignes droites restent droites après la déformation** : cela signifie que les éléments de la poutre qui étaient initialement droits restent droits après la déformation. Cette hypothèse permet de simplifier l'analyse des déformations de la poutre.
- ▮ **Les déformations sont uniformes dans la section transversale** : cela signifie que les déformations dans chaque partie de la section transversale sont considérées comme uniformes. Cette hypothèse est souvent valide pour les poutres symétriques.
- ▮ **La poutre est considérée comme indéformable longitudinalement** : cela signifie que la poutre est considérée comme ne se déformant pas longitudinalement lorsqu'elle est soumise à des charges transversales. Cette hypothèse est souvent valide pour les poutres rigides.

Ces hypothèses cinématiques permettent de simplifier considérablement l'analyse des poutres et de faciliter les calculs nécessaires pour concevoir et dimensionner des structures à poutres. Cependant, il est important de noter que ces hypothèses peuvent ne pas être valables pour toutes les situations et que des considérations supplémentaires peuvent être nécessaires dans certaines situations.

L'hypothèse cinématique fondamentale de la théorie des poutres est l'hypothèse de Navier. (Navier -Bernoulli et Navier -Timoshenko) : "toute section droite de la configuration de référence est supposée rester plane et inaltérée au cours du mouvement".

- ▮ **L'hypothèse de Navier** : L'hypothèse de Navier est l'une des hypothèses cinématiques utilisées dans la théorie des poutres pour simplifier l'analyse des contraintes et des déformations dans les poutres. Cette hypothèse est basée sur l'idée que la déformation longitudinale dans une poutre est directement proportionnelle à la déformation transversale de la poutre, et que cette proportionnalité est constante pour une section droite donnée de la poutre. Cette hypothèse a été développée par le mathématicien français Claude-Louis Navier au 19^{ème} siècle.

Mathématiquement, l'hypothèse de Navier peut être exprimée comme suit :

$$s_x = -\nu s_y$$

où s_x est la déformation longitudinale de la poutre, s_y est la déformation transversale de la poutre, et ν est le coefficient de Poisson, qui représente la relation entre la contraction transversale et l'allongement longitudinal de la poutre. Le coefficient de

Poisson est une constante pour un matériau donné et est généralement compris entre 0,2 et 0,4 pour les matériaux couramment utilisés dans la construction.

L'hypothèse de Navier permet de simplifier considérablement l'analyse des contraintes et des déformations dans les poutres en éliminant la nécessité de considérer la déformation longitudinale et transversale de manière indépendante. Cette hypothèse est généralement valable pour les poutres minces et allongées, où la déformation longitudinale est faible par rapport à la déformation transversale. Cependant, dans certaines situations, notamment pour les poutres courtes et épaisses, cette hypothèse peut ne pas être valable et d'autres considérations peuvent être nécessaires pour l'analyse des contraintes et des déformations.

▮ **L'hypothèse d'Euler- Bernoulli** : l'hypothèse d'Euler-Bernoulli est l'une des hypothèses cinématiques couramment utilisées dans la théorie des poutres pour simplifier l'analyse des contraintes et des déformations dans les poutres. Cette hypothèse a été développée par le mathématicien suisse Leonhard Euler et le mathématicien italien Daniel Bernoulli au 18ème siècle.

L'hypothèse d'Euler-Bernoulli stipule que les déformations longitudinales et transversales dans une poutre sont indépendantes les unes des autres et que la déformation transversale est constante le long de la longueur de la poutre. Cette hypothèse suppose également que la courbure de la poutre est faible, de sorte que la déformation est principalement due à la flexion plutôt qu'à la torsion.

Mathématiquement, l'hypothèse d'Euler-Bernoulli peut être exprimée par l'équation de flexion suivante :

$$M(x) = -EI(d^2y/dx^2)$$

où $M(x)$ est le moment de flexion appliqué à la poutre à une distance x le long de la longueur de la poutre, E est le module d'élasticité du matériau de la poutre, I est le moment d'inertie de la section transversale de la poutre et $y(x)$ est la déformation transversale de la poutre à une distance x le long de la longueur de la poutre.

L'hypothèse d'Euler-Bernoulli permet de simplifier considérablement l'analyse des contraintes et des déformations dans les poutres, mais elle n'est valable que dans certaines conditions, notamment pour les poutres minces et allongées soumises à des charges de flexion. Dans d'autres situations, comme pour les poutres courtes et

épaisses, d'autres hypothèses cinématiques peuvent être nécessaires pour une analyse précise des contraintes et des déformations.

- ▮ **L'hypothèse de Timoshenko** : 'hypothèse de Timoshenko est une hypothèse cinématique utilisée en théorie des poutres pour tenir compte des effets de cisaillement dans les poutres de faible épaisseur, lorsque l'hypothèse d'Euler-Bernoulli n'est plus valable. Cette hypothèse a été développée par le mathématicien ukrainien Stephen Timoshenko dans les années 1920.

Contrairement à l'hypothèse d'Euler-Bernoulli, qui considère que la déformation transversale est constante le long de la longueur de la poutre, l'hypothèse de Timoshenko suppose que la déformation transversale varie linéairement le long de la longueur de la poutre. Cette hypothèse tient compte des effets de cisaillement dans les poutres minces, qui ont une rigidité à la torsion plus faible que les poutres épaisses.

Mathématiquement, l'hypothèse de Timoshenko peut être exprimée par l'équation de flexion suivante :

$$M(x) = -EI(d^2y/dx^2) - GAK(d^3y/dx^3)$$

où $M(x)$ est le moment de flexion appliqué à la poutre à une distance x le long de la longueur de la poutre, E est le module d'élasticité du matériau de la poutre, I est le moment d'inertie de la section transversale de la poutre, G est le module de cisaillement du matériau, A est la surface transversale de la section de la poutre et K est un facteur qui dépend de la géométrie de la section transversale.

L'hypothèse de Timoshenko permet de prendre en compte les effets de cisaillement dans les poutres minces, ce qui peut être important pour une analyse précise des contraintes et des déformations dans ces structures. Cependant, cette hypothèse est également limitée et ne convient pas à toutes les situations, notamment pour les poutres épaisses ou les structures en porte-à-faux.

➤ **Remarque :**

- a) L'hypothèse énoncée de Navier montre que la section reste plane. Il n'est donc pas imposé a priori que la section reste perpendiculaire à la ligne moyenne
- b) L'hypothèse de Navier n'est pas suffisante pour définir l'état de contrainte dans une section droite. Des hypothèses supplémentaires doivent être faites pour passer des

"contrainte généralisées" (effort normal, effort tranchant, moment fléchissant) aux contraintes en chaque point de la section droite.

Dans notre étude on utilise le modèle d'Euler Bernoulli et de Timoshenko, et d'ordre élevé.

III.4. Types de poutres :

Les différents types de poutres qui sont utilisées en génie civil et en construction. Voici quelques-uns des types les plus courants :

- ▣ **Poutres en bois :** Les poutres en bois sont largement utilisées dans la construction de maisons et de bâtiments à faible hauteur. Elles sont faciles à travailler, relativement peu coûteuses et offrent une bonne résistance à la compression.
- ▣ **Poutres en acier :** Les poutres en acier sont fréquemment utilisées dans la construction de bâtiments à plusieurs étages et de structures à longue portée, telles que les ponts. Elles sont très résistantes et ont une grande capacité à supporter des charges élevées.
- ▣ **Poutres en béton armé :** Les poutres en béton armé sont souvent utilisées dans la construction de bâtiments et de ponts. Le béton armé est un matériau qui combine les qualités du béton et de l'acier, offrant ainsi une grande résistance à la compression et à la traction.
- ▣ **Poutres en treillis :** Les poutres en treillis sont composées d'éléments en acier ou en bois assemblés en une structure en treillis. Elles sont souvent utilisées dans les ponts et les toitures pour leur légèreté et leur capacité à supporter des charges importantes.
- ▣ **Poutres en béton précontraint :** Les poutres en béton précontraint sont des poutres en béton renforcées avec des câbles en acier précontraints. Elles sont utilisées dans les structures à longue portée, telles que les ponts et les bâtiments à plusieurs étages.

Il existe également d'autres types de poutres, tels que les poutres composites, les poutres en acier laminé et les poutres en fibre de verre renforcée. Le choix du type de poutre dépendra de nombreux facteurs, tels que les charges à supporter, la portée, le coût et les considérations esthétiques.

Les poutres peuvent également être classées en fonction des conditions aux limites imposées à leurs extrémités. Les types les plus courants sont :

- ▮ **Poutres simplement appuyées** : Ce type de poutre repose sur des supports simples à chaque extrémité, tels que des appuis ou des piliers. Les poutres simplement appuyées peuvent supporter des charges concentrées à leur centre ou uniformément réparties sur toute leur longueur.
- ▮ **Poutres en porte-à-faux** : Les poutres en porte-à-faux sont des poutres qui sont fixées à une extrémité et qui s'étendent au-delà de leur support. Elles sont souvent utilisées dans les toitures et les balcons, où l'extrémité libre doit être maintenue en place pour éviter une déformation excessive.
- ▮ **Poutres continues** : Les poutres continues sont des poutres qui sont supportées par des appuis multiples le long de leur longueur. Elles peuvent supporter des charges plus importantes que les poutres simplement appuyées en raison de leur répartition de charges plus uniforme.
- ▮ **Poutres cantilever** : Les poutres cantilever sont des poutres qui sont fixées à une extrémité et qui s'étendent dans l'autre direction. Elles sont souvent utilisées dans les bâtiments et les ponts pour soutenir des charges lourdes sur une portée importante.
- ▮ **Poutres encastres** : Les poutres encastres sont des poutres qui sont fixées à leurs deux extrémités. Elles sont souvent utilisées dans les structures en porte-à-faux ou les structures en arc pour éviter une déformation excessive.

Le choix du type de poutre dépendra des conditions aux limites imposées à la structure et des charges qu'elle doit supporter.

III.5. Les différentes théories des poutres :

plusieurs théories pour décrire le comportement des poutres sous des charges externes, les plus courantes sont :

- ▮ **La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli** : Cette théorie suppose que les déformations sont essentiellement dues à des flexions. Elle est basée sur l'hypothèse que la poutre est mince par rapport à sa longueur et que les déplacements sont perpendiculaires à l'axe neutre de la poutre.
- ▮ **La théorie de Timoshenko** : Cette théorie prend en compte les effets de cisaillement dans la poutre, en supposant que la poutre peut subir une torsion et une flexion. Elle

est basée sur l'hypothèse que la poutre a une section transversale non uniforme et que les déplacements sont perpendiculaires à l'axe neutre de la poutre.

▮ **La théorie de Reddy** : Cette théorie prend en compte les effets de cisaillement, de flexion et de déformations transversales. Elle est basée sur l'hypothèse que la poutre peut avoir une section transversale non uniforme et que les déplacements peuvent varier dans toutes les directions.

▮ **La théorie de Vlasov** : Cette théorie prend en compte les effets de déformations planes et de cisaillement. Elle est basée sur l'hypothèse que la poutre est mince par rapport à sa longueur et que les déplacements sont parallèles à l'axe neutre de la poutre.

Le choix de la théorie dépendra du type de poutre, de la charge appliquée, de la précision requise dans le calcul et des conditions aux limites imposées à la structure.

En mécanique des structures, la théorie des poutres permet de simplifier les problèmes rencontrés, en assimilant le solide étudié à une poutre, à savoir une structure élancée, dont une dimension est grande devant les deux autres. Celle-ci s'applique dans un domaine d'efforts permettant au matériau homogène et isotrope de demeurer linéaire et élastique, ce qui implique, entre autres, qu'après déformation, le solide reprend sa forme initiale. Dans la littérature on trouve plusieurs théories des poutres, qui permet d'obtenir une solution approchée pour les champs de contrainte et de déformation et donne une bonne idée des efforts et des déplacements. Les plus connues sont la théorie classique des poutres (C.B.T.), la théorie des poutres du premier ordre (F.S.D.T.) et la théorie des poutres d'ordre élevé (H.S.D.T.).

III.6. **Modèle d'Euler Bernoulli (Classical Beam Theory- CBT):**

la théorie d'Euler-Bernoulli est basée sur la théorie élémentaire de flexion des poutres qui ne tient pas compte des effets de la déformation de cisaillement. Il est également connu qu'elle n'est applicable qu'aux poutres fines. Comme hypothèse de cette théorie, les déformations dues au cisaillement transversal sont négligées (pas de cisaillement sur la hauteur de la poutre), La section reste perpendiculaire à la ligne moyenne de la poutre et la section reste plane. La fonction qui décrit la répartition de déplacement suivant l'épaisseur de la poutre est :

$$\varnothing(z) = \frac{\varrho w}{6x} = 0$$

Pour le cas des poutres élancées et d'après la théorie classique des poutres, le déplacement d'un point M est donné par les deux composantes suivantes :

$$U(M) = \begin{cases} u_0 - zu_0, x(x) \\ w(x, z) = w_0 \end{cases}$$

Avec :

(x, z) : C'est le déplacement suivant X et (x, z) est le déplacement dans la direction de Z ou bien la flèche.

La rotation autour de l'axe Y, provoquée par la flexion est tel que :

$$w_0(x) = \frac{\partial w_0}{\partial x} = \frac{\partial w}{\partial x} = 0$$

$u_0(x)$ et $w_0(x)$ sont les composantes de déplacement au milieu de la section et sur la ligne moyenne de la poutre, respectivement le long des axes X et Z.

« La section reste plane et perpendiculaire à l'axe neutre de la poutre avant et après la déformation »

La théorie d'Euler-Bernoulli est une approche couramment utilisée pour modéliser la flexion des poutres. Elle est basée sur plusieurs hypothèses simplificatrices, dont les principales sont les suivantes :

L'hypothèse de déformations infinitésimales : La théorie d'Euler-Bernoulli suppose que les déformations de flexion sont suffisamment petites pour être considérées comme infinitésimales. Cela signifie que la poutre reste essentiellement droite dans la direction transversale, même lorsqu'elle est soumise à une flexion.

L'hypothèse de courbure constante : La théorie suppose que la courbure de la poutre reste constante le long de son axe longitudinal. Autrement dit, elle suppose que la déformation de flexion est uniforme sur toute la longueur de la poutre.

L'hypothèse de l'axe neutre : La théorie suppose qu'il existe une ligne neutre dans la section transversale de la poutre qui ne subit aucune déformation lors de la flexion. Cette ligne neutre reste inchangée pendant le pliage de la poutre.

En utilisant ces hypothèses, la théorie d'Euler-Bernoulli décrit les déplacements de la poutre en fonction d'une seule fonction principale : le déplacement de translation ($w(x, t)$). Cette fonction représente le déplacement vertical des points de la poutre par rapport à leur position d'équilibre. La théorie d'Euler-Bernoulli permet de dériver les équations de mouvement pour une poutre en flexion, ainsi que les conditions aux limites appropriées. Elle est largement utilisée dans l'analyse et la conception des structures en poutres, en particulier lorsque les déformations sont relativement petites et que les effets de cisaillement sont négligeables.

III.7. . **Modèle de Timoshenko (First shear deformation beam theory)-(FSDBT):**

Cette solution permet d'affiner les solutions analytiques issues de la théorie classique. Toutefois ces solutions sont entachées d'erreurs au voisinage des appuis et de la zone indentation où nous pouvons avoir des concentrations de contrainte et des champs de déplacement non homogènes.

Dans le cas où nous avons un élancement faible, l'effet du cisaillement devient plus important sur la déformée. Dans ce cas, la fonction s'écrit comme suit :

$$U(M) = \begin{cases} (x, z) = u_0(x) - w_0(x) + zy^0(x)w(x), \\ z) = w_0(x) \end{cases}$$

Le champ de déplacements de Timoshenko fait référence à une approche de la théorie de la flexion des poutres, développée par Stephen Timoshenko au début du XXe siècle. Cette théorie prend en compte les effets de cisaillement et de flexion de la poutre, ce qui la distingue de la théorie classique d'Euler-Bernoulli qui ne considère que la flexion.

En utilisant ces relations, les équations d'équilibre et les conditions aux limites appropriées, on peut dériver les équations de mouvement pour une poutre selon la théorie de Timoshenko. Ces équations prennent en compte les effets de la flexion et du cisaillement, ce qui permet de modéliser plus précisément le comportement de la poutre, notamment dans les cas où les effets de cisaillement sont significatifs.

La théorie de Timoshenko est couramment utilisée dans l'analyse et la conception des structures en poutres, en particulier lorsque les dimensions de la poutre sont petites par rapport à sa longueur, ce qui entraîne des effets de cisaillement importants. Elle fournit une modélisation plus précise des déformations et des contraintes dans de telles situations, par rapport à la théorie classique d'Euler-Bernoulli.

Dans le champ de déplacements de Timoshenko, les déplacements de la poutre sont décrits par deux fonctions principales : la déformation de flexion ($u(x, t)$) et la déformation de cisaillement ($v(x, t)$). La déformation de flexion représente la courbure de la poutre, tandis que la déformation de cisaillement décrit le déplacement relatif des sections transversales de la poutre.

III.8. Conclusion:

Les poutres sont des éléments structurels clés dans de nombreuses applications d'ingénierie. Pour décrire leur comportement sous l'effet de charges externes, différentes théories ont été développées. La théorie des poutres d'Euler-Bernoulli est la plus couramment utilisée, mais d'autres théories comme celles de Timoshenko, Reddy et Vlasov prennent en compte d'autres effets tels que les déformations transversales et les effets de cisaillement. Le choix de la théorie dépendra du type de poutre, de la charge appliquée, de la précision requise dans le calcul et des conditions aux limites imposées à la structure. Une compréhension claire de ces théories est importante pour la conception efficace et fiable des structures à poutres.

Dans ce chapitre, nous avons présenté les différents types des poutres, et puis on a exposé les théories des poutres telles que la théorie d'Euler Bernoulli (Classical Beam Theory- CBT) et la théorie de Timochenko (First shear deformation beam theory-FSDBT).

Chapitre 4 :

**CINEMATIQUE ET EQUATIONS
CONSTITUTIVES**

IV.1 Introduction :

De nombreux auteurs ont étudié le comportement dynamique des poutres FGM, principalement au moyen de la théorie classique des poutres (CBT), FSDBT et HSDBT Wang et al. [1] donné une solution pour résoudre le livre problèmes de vibrations, de flambement et de flexion des poutres Timoshenko et Euler-Bernoulli basés sur différents modèles de fondations élastiques. Les domaines d'application des matériaux composites sont nombreux (Chikh et al. [2] ; Akbaş et al. [3] ; Chikh et al. [4] ; Fahsi et al. [5]) même l'industrie aéronautique et aérospatiale. Omidi et al [6] ont étudié la stabilité dynamique de poutres FG supportées simples reposant sur une fondation élastique linéaire ; avec des couches piézoélectriques sous une charge de compression axiale périodique. Zhong et al. [7] ont fourni une solution analytique pour les poutres de console soumises à divers types de charges mécaniques. Thaï et al. [8] ont étudié la vibration libre et flexion des poutres FG par l'utilisation de différentes théories des poutres d'ordre supérieur. Zhu, H. [9] ont établi trois modèle d'éléments finis dimensionnels utilisant un logiciel d'éléments finit pour simuler et comparer les performances de contrainte du renforcer les poutres avec différents nombres de plaques CFRP. Bouchikhi, A. S et al. [10] ont étudié la simulation 2D utilisée pour calculer l'intégrale J du comportement de la fissure principale émanant d'une entaille semi-circulaire et d'une double entaille semi-circulaire et son interaction avec une autre fissure qui peut se produire dans diverses positions dans la plaque FGM (TiB/Ti) en mode I. Yassine Khalfi et al. [11] ont développé une théorie raffinée et simple de la déformation par cisaillement pour le flambement mécanique des plaques composites reposant sur les fondations de Pasternak à deux paramètres. Meftah Kamel [12] a présenté une méthode d'élément finit pour analyser le problème de flexion des plaques élasto-plastiques. Saidi Hayat [13] a présenté une nouvelle théorie de déformation par cisaillement pour l'analyse des vibrations libres de plaque rectangulaire fonctionnellement graduée simplement appuyée noyée dans un milieu élastique

IV.2 CINEMATIQUE ET EQUATIONS CONSTITUTIVES

Sur la base des hypothèses exprimées dans la section précédente, le champ de déplacement de la théorie actuelle Peut-être obtenu par :

$$u(x, y, z, t) = u_0(x, y, t) - z \frac{\partial w_0(x, y, t)}{\partial x} + k_1 f(z) \int (x, y, t) dx \quad (1)$$

$$w(x, y, z, t) = w_0(x, y, t)$$

Où:

$$f(z) = \frac{b}{\pi} \sin\left(\frac{\pi z}{b}\right), \quad g(z) = \frac{6f(z)}{6z}$$

Les déformations liées au champ de déplacement dans l'Eq. (1) ne contiennent que trois inconnues (u_0, w_0, θ) Les déformations linéaires correspondant au champ de déplacement dans l'Eq. (1) sont :

$$\varepsilon_x = s_x^0 + z s_x^1 + f(z) s_x^2, \quad \gamma_{xz}^0 = g(z) \gamma_{xz}^0$$

Où:

$$s_x^0 = \frac{6u_0(x,y,t)}{6x}, \quad s_x^1 = \frac{6w_0(x,y,t)}{6x^2}, \quad s_x^2 = k_1 A' \theta(x, y, t),$$

$$\gamma_{xz}^0 = k_1 \int \theta(x, y, t) dx \tag{2}$$

L'intégrale apparaissant dans les expressions ci-dessus doit être résolue par une solution du type Navier et peut-être représenté par :

$$\int \theta dx = A' \frac{6\theta}{6x} \tag{3}$$

où le coefficient " A ' " est fonction du type de solution choisie, en l'occurrence via Navier.

Donc, " A ' " et k_1 s'exprime comme suit ;

$$A' = -\frac{1}{\alpha^2}, \quad k_1 = \alpha^2 \tag{4}$$

Selon la loi polynomiale des matériaux, le module d'Young effectif $E(z)$:

$$E(z) = E_m + (E_c - E_m)(0.5 + z/b)^p \tag{5}$$

Les relations constitutives d'une plaque FG peuvent s'écrire :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 \\ 0 & C_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} s_x \\ \gamma_{xz} \end{Bmatrix} \tag{6}$$

où C_{ij} sont les constantes élastiques tridimensionnelles données par :

$$C_{11} = \frac{E(z)}{(1-\nu^2)}, \quad C_{55} = \frac{E(z)}{2(1+\nu)} \tag{7}$$

Les équations d'équilibre peuvent être obtenues en utilisant le principe d'Hamilton, dans le cas présent donné :

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta U - \delta V + \delta k) dt = 0 \quad (8)$$

$$\delta U = \int_{-b/2}^{b/2} \int_{\Omega} [\sigma_x \delta u + \tau_{xz} \delta \gamma_{xz}] d\Omega dz,$$

$$\delta V = \int_{\Omega} (q - fe) \delta w d\Omega \quad (9)$$

$$\delta k = \int_0^L \int_{-b/2}^{b/2} (z)(\ddot{u}\delta u + \ddot{w}\delta w) dz dy dx$$

où Ω sont la surface supérieure et e f est la densité de la force de réaction de la fondation.

Pour le Modèle de fondation Pasternak :

$$f_e = k_w w(x,y) - k_p \frac{\partial^2 w(x,y)}{\partial x^2} \quad (10)$$

Les équations d'équilibre peuvent être acquises en utilisant le principe d'Hamilton.

$$\begin{aligned} \delta u_0 &= \frac{6N_x}{6x} + \frac{6^2 u_0}{6t^2} + \frac{6^3 w_0}{6t^2 6x} - I_3 k_1 A \frac{6^3 \theta}{6t^2 6x} = 0 \\ \delta w_0 &= \frac{6M_x}{6x^2} + q(x,t) + \frac{6^2 w_0}{6x^2} - f_e - I_1 \frac{6^2 w_0}{6t^2} - I_2 \frac{6^3 u_0}{6t^2 6x} + \frac{6^4 w_0}{6t^2 6x^2} - I_5 \frac{6^4 \theta}{6t^2 6x^2} = 0 \\ \delta \theta &= k_1 A \frac{6^2 M_x}{6x^2} + k_1 A \frac{6Q_{xz}}{6x} + I_3 k_1 A \frac{6\ddot{u}}{6t^2 6x} - I_5 k_1 A \frac{6^4 \theta}{6t^2 6x^2} + \frac{6^4 \theta}{6t^2 6x^2} = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

où N_x désigne la force résultante dans le plan, (M) , (M_x^s) désignent les résultantes du moment total et (Q_{xz}) sont résultantes de contrainte de cisaillement transverse et elles sont définies comme :

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x dz, \quad M_x^b = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x z dz, \\ M_x^s &= \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_x f(z) dz, \quad Q_{xz} = \int_{-b/2}^{b/2} \sigma_{xz} g(z) dz \end{aligned} \quad (12)$$

En suivant le processus de résolution de Navier, nous supposons la forme de solution suivante pour (u_0, w_0, θ) et qui vérifie la frontière conditions,

$$\begin{Bmatrix} u_0 \\ w_0 \\ \theta \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} u \cos(\lambda x) \\ w \sin(\lambda x) \\ \theta \sin(\lambda x) \end{Bmatrix} e^{i\omega t} \quad (13)$$

où U, W et, θ sont des paramètres arbitraires à déterminer, ω est la fréquence propre, et $\lambda = \frac{m\pi}{L}$. La transversale load q (x) est également développée en série de Fourier comme suit ;

$$q(x) = \sum_{m=1}^{\infty} Q_m \sin(\lambda x) \quad (14)$$

où

$$Q_m = \frac{2}{L} \int_0^L q(x) \sin(\lambda x) dx \quad (15)$$

Dans le cas d'une charge répartie sinusoïdalement, on a

$$m=1, Q_1 = q_0 \quad (16)$$

Dans le cas où la charge est uniformément répartie, on a

$$m=1, Q_m = \frac{4 q_0}{m\pi}, (m=1,2,3 \dots) \quad (17)$$

Dans le cas des problèmes statiques, on a l'équation suivante :

$$[k] \{\Delta\} = \{F\} \quad (18)$$

où $\{\Delta\} = \{U, W, \theta\}$ et $[K]$ est la matrice symétrique donnée par :

$$[K] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{12} & s_{22} & s_{23} \\ s_{13} & s_{23} & s_{33} \end{bmatrix} \quad (19)$$

Dans le cas des problèmes de vibrations libres, les solutions analytiques peuvent être obtenues par :

$$([k] - \omega^2[M]) \{\Delta\} = 0 \quad (20)$$

où $[M]$ est la matrice symétrique donnée par :

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{12} & m_{22} & m_{23} \\ m_{13} & m_{23} & m_{33} \end{bmatrix} \quad (21)$$

Pour les problèmes de flambement, peut-être exprimé comme :

$$([k] - N) \{\Delta\} = 0$$

dans lequel :

$$S_{11} = -A_{11} \lambda^2, S_{12} = B_{11} \lambda^3, S_{13} = k_1 A' D_{11},$$

$$S_{22} = \lambda^4 E_{11} k_1 - k_p \lambda^2 - N_0 \lambda^2 k_w$$

$$S_{23} = -k_1 \lambda^2 A' F_{11}, S_{33} = -k_1^2 \lambda^2 A'^3 F_{11} A_{s55} \lambda^2 - k_1^2 \lambda^2 A'^2 G_{11} \quad (23)$$

$$m_{11}, I_1, m_{12} = -I_2, m_{13} = k_1 A' I_3 \lambda, m_{22} = I + I_4 \lambda$$

$$m_{23} - I_5^2, m_{33} = k_1^2 A' \lambda'^2 I_6,$$

Où

$$(A_{11}, B_{11}, D_{11}, E_{11}, F_{11}, G_{11}) = \int_{-b/2}^{b/2} C_{11}(1, z, f(z), z^2, zf(z), f(z)^2) dz \quad (24)$$

$$A_{55}^s = \int_{-b/2}^{b/2} C_{55} g(z)^2 dz,$$

$$(I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6) = \int_{-b/2}^{b/2} (z, (1, z, f(z), z^2, zf(z), f(z)^2) dz \quad (25)$$

IV.3 **Conclusion :**

Le présent chapitre présente le développement d'une théorie de poutres pour la flexion, flambement et la vibration libre des poutres FG, qui repose sur une déformation de cisaillement d'ordre supérieur. Cette théorie se distingue des autres théories d'ordre supérieur par l'inclusion d'un champ de déplacement contenant des termes intégraux indéterminés, qui n'ont pas été pris en compte par les chercheurs précédents.

Les résultats obtenus à partir de ce modèle sont comparés à des données bien connues de la littérature, afin de valider l'efficacité de la théorie proposée.

Chapitre 5 :

RESULTATS ET DISCUSSIONS

V.1. Introduction :

Dans ce chapitre, Nous allons présenter et discuter d'une part ; l'étude du flambage et des vibrations libres sur la poutre SS FG par la présente théorie est suggérée pour l'étude et d'une autre part les résultats de l'analyse de la vibration libre des poutres. Toutes les analyses basées sur le présent modèle sont effectuées en utilisant Logiciel Maple18

V.2. Résultats numériques et discussion

Les poutres FG sont en aluminium (Al ; $E_m = 70$ GPa, $\rho_m = 2702$ kg/m³, $\nu_m = 0,3$) et alumine (Al₂O₃ ; $E_c = 380$ GPa, $\rho_c = 3960$ kg/m³, $\nu_c = 0,3$) et leurs propriétés varient dans le sens de l'épaisseur du poutre selon la loi de puissance. La partie inférieure du poutre FG est riche en aluminium, tandis que la partie supérieure du poutre FG est riche en alumine. Pour plus de commodité, les paramètres sans dimension suivants sont utilisés :

$$\bar{\omega} = \frac{\sqrt{\rho_c AL} \omega}{EI}, \quad \bar{w} = \frac{w}{L}, \quad \bar{w}_2 = \frac{w(2)}{qL^2}, \quad \bar{K}_w = \frac{k_w L}{EI}, \quad \bar{K}_p = \frac{k_p L^2}{EI}, \quad \bar{N} = \frac{N_0 L^2}{EI}$$

La réponse au flambement d'une poutre FG sous effort normal (N_0) a été étudiée. Un sans dimension ; la charge de flambement critique est indiquée dans le Tab. 2. La charge de flambement critique a été obtenue pour différentes valeurs concernant les paramètres de fondation \bar{K}_w et \bar{K}_p . Les résultats ont été contrastés avec ceux délivrés par Rao et al. [16]. Languette. 2 révèle que les résultats de cette étude concordent avec ceux disponibles dans la littérature. Languette. 3 présentent les comparaisons de la fréquence propre sans dimension obtenue par la présente théorie des Poutres avec d'autres théories des Poutres résultats de Chen et al. [14] et Ying et al. [15] pour trois valeurs diverses du rapport épaisseur sur longueur, et pour diverses valeurs des paramètres de fondation \bar{K}_w et \bar{K}_p . Comme on peut le voir, les nouveaux résultats sont en excellent concordat avec les précédents.

Tableau V- 1: Comparaisons de la flèche à mi-portée d'une poutre isotrope homogène sur des fondations élastiques due à une pression uniforme.

Paramètres de fondation		L/h = 120			L/h = 15			L/h = 5		
\bar{K}_w	\bar{K}_p	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present
	0	1.30229	1.30229	1.30416	1.31528	1.31527	1.30416	1.42026	1.42024	1.30416
0	10	0.64483	0.64483	0.64527	0.64835	0.64830	0.64527	0.67820	0.67451	0.64527
	25	0.36611	0.36611	0.36624	0.36742	0.36735	0.36624	0.38170	0.37667	0.36624
	0	1.18057	1.18057	1.18210	1.19140	1.19134	1.18210	1.28260	1.27731	1.18210
10	10	0.61333	0.61333	0.61372	0.61656	0.61649	0.61372	0.64639	0.64025	0.61372
	25	0.35567	0.35567	0.35579	0.35692	0.35684	0.35579	0.37206	0.36568	0.35579
	0	0.64007	0.64007	0.64051	0.64377	0.64343	0.64051	0.69610	0.66848	0.64051
10 ²	10	0.42558	0.42558	0.42576	0.42741	0.42716	0.42576	0.45927	0.43881	0.42576
	25	0.28285	0.28285	0.28291	0.28380	0.28360	0.28291	0.30516	0.28944	0.28291

Tableau V- 2: Comparaisons du paramètre de charge de flambement d'une poutre isotrope homogène sur des fondations élastiques L/h = 20

K_w	Théories	$\bar{K}_p \pi^2$			
		0	0.5	1	2
0	Rao et al. [16]	9.8696	14.8040	19.7390	34.5440
	Present	9.8538	14.7886	19.7234	29.5930
1	Rao et al. [16]	9.9709	14.9070	19.8410	34.6450
	Present	9.9551	14.8899	19.8247	29.6943
10 ²	Rao et al. [16]	20.0020	24.9370	29.8710	44.6760
	Present	19.9859	24.9207	29.8555	39.7251
10 ⁴	Rao et al. [16]	1023.1000	1028.0000	1032.9000	1047.7000
	Present	1023.0656	1028.0004	1032.9352	1042.8048

Tableau V- 3: Comparaisons du paramètre de fréquence fondamentale d'une poutre isotrope homogène sur des fondations élastiques en utilisant diverses théories des poutres.

Paramètres de	L/h = 120	L/h = 15	L/h = 5
---------------	-----------	----------	---------

fondation										
K_w	$\frac{\bar{K}_w}{\pi^2}$	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present	Chen et al. [14]	Ying et al. [15]	Present
0	0	3.14143	3.14145	3.14028	3.13025	3.13227	3.13730	3.04799	3.06373	3.11161
	1	3.73588	3.73587	3.73520	3.72657	3.72775	3.73165	3.65802	3.66645	3.70107
	2.5	4.29687	4.29689	4.29646	4.28809	4.28886	4.29237	4.21834	4.22319	4.25717
10 ²	0	3.74823	3.74823	3.74757	3.73895	3.74012	3.74400	3.67050	3.67882	3.71333
	1	4.14356	4.14357	4.14309	4.13472	4.13558	4.13915	4.06636	4.07200	4.10521
	2.5	4.58227	4.58227	4.58192	4.57347	4.57410	4.57757	4.49914	4.50278	4.53999
10 ⁴	0	10.02403	10.02403	10.02407	9.99582	9.99583	10.01451	7.34081	7.34081	7.84931
	1	10.04813	10.04812	10.04816	10.01970	10.01971	10.03857	7.34095	7.34095	7.84931
	2.5	10.08394	10.08393	10.08398	10.05519	10.05520	10.07435	7.34116	7.34116	7.84931

La réponse au flambement d'une poutre FG sous effort normal a été étudiée. Une charge de flambement critique sans dimension est indiquée dans le tableau 2. La charge de flambement critique a été obtenue pour différentes valeurs concernant les paramètres de fondation et . Les résultats ont été contrastés avec ceux délivrés par Rao et al. [16]. Le tableau 2 révèle que les résultats de cette étude concordent avec ceux disponibles dans la littérature. Le tableau 3 présente les comparaisons de la fréquence naturelle sans dimension obtenue avec la théorie actuelle des faisceaux avec d'autres résultats de théories des faisceaux de Chen et al. [14] et Ying et al. [15] pour trois valeurs diverses du rapport épaisseur-longueur, et pour diverses valeurs des paramètres de fondation et . Comme on peut le voir, les nouveaux résultats sont en excellent concordat avec les précédents.

Sur la figure 2, le déplacement transversal non dimensionnel est tracé par rapport au paramètre de Pasternak et à plusieurs valeurs du paramètre de Winkler. On peut déduire de cette courbe que plus le paramètre de fondation de Pasternak est élevé, plus le déplacement transversal est faible et il en va de même pour le paramètre de Winkler. La figure 3 présente la variation de la charge de flambement critique sans dimension en fonction du paramètre de Pasternak et pour différentes valeurs du paramètre de Winkler. On peut déduire de cette courbe que la charge de flambement critique sans dimension augmente linéairement avec le paramètre de Pasternak. La figure 4 présente la variation de la fréquence fondamentale adimensionnelle en fonction du paramètre de Pasternak et pour différentes valeurs du paramètre de Winkler. On peut déduire de cette courbe que plus le paramètre de fondation de

Pasternak est élevé, plus la fréquence de vibration est élevée. Les figures 5, 6 et 7 sont respectivement le premier, le deuxième et le troisième ordre des formes de mode du déplacement à la surface inférieure de la poutre homogène isotrope sur une fondation élastique.

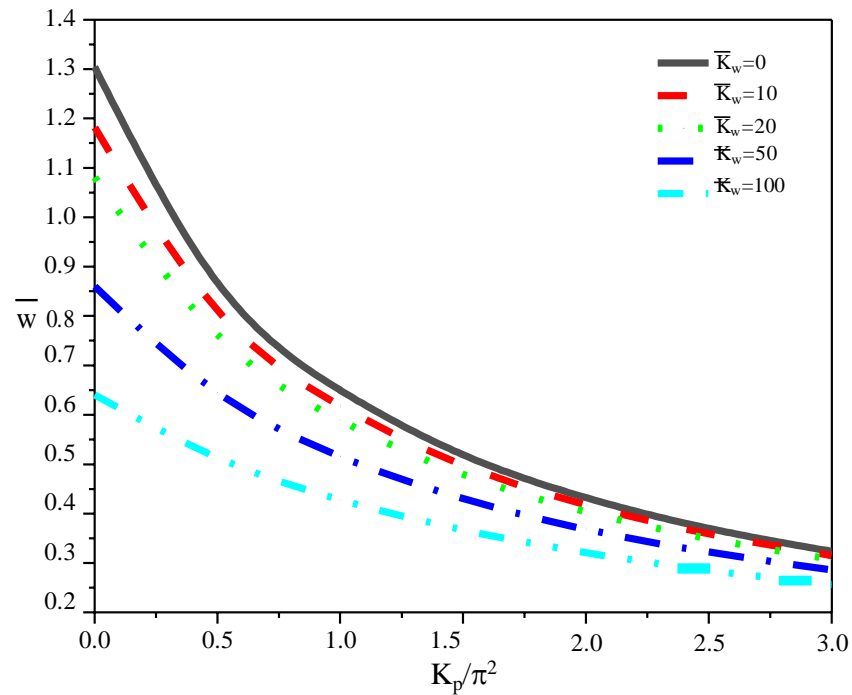


Figure. V- 1: Variation du déplacement transversal adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler .

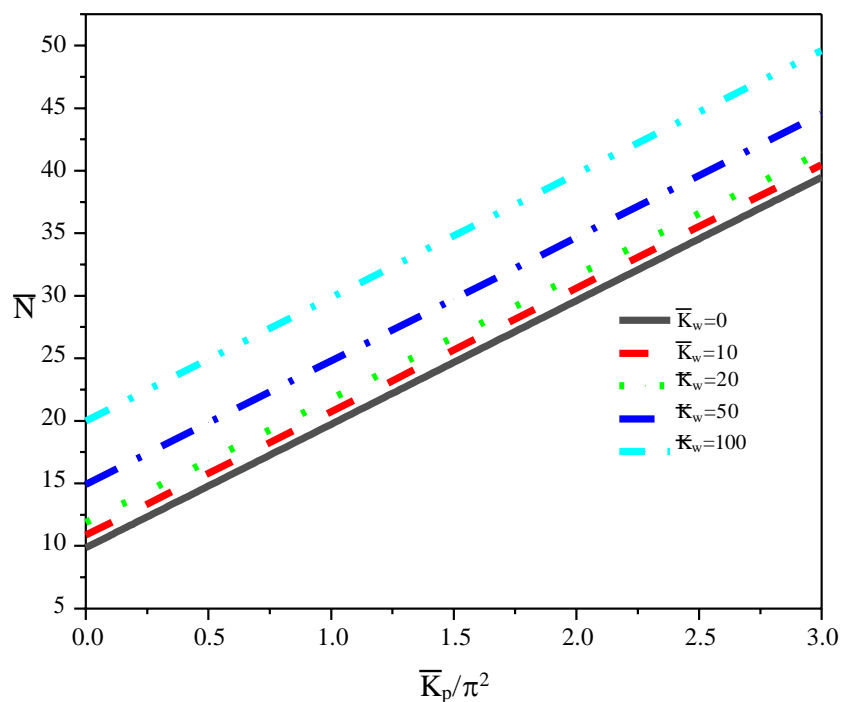


Figure. V- 2: Variation du paramètre de charge de flambement adimensionnel d'une poutre isotrope-homogène avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler .

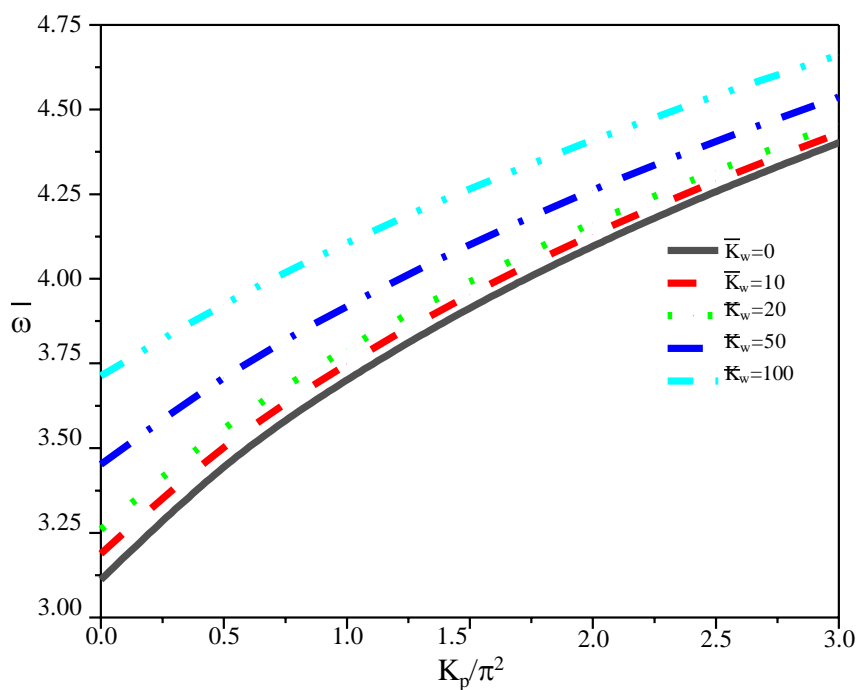


Figure. V- 3: Variation de la fréquence fondamentale adimensionnelle d'une poutre homogène isotrope avec paramètre de Pasternak et paramètre de Winkler .

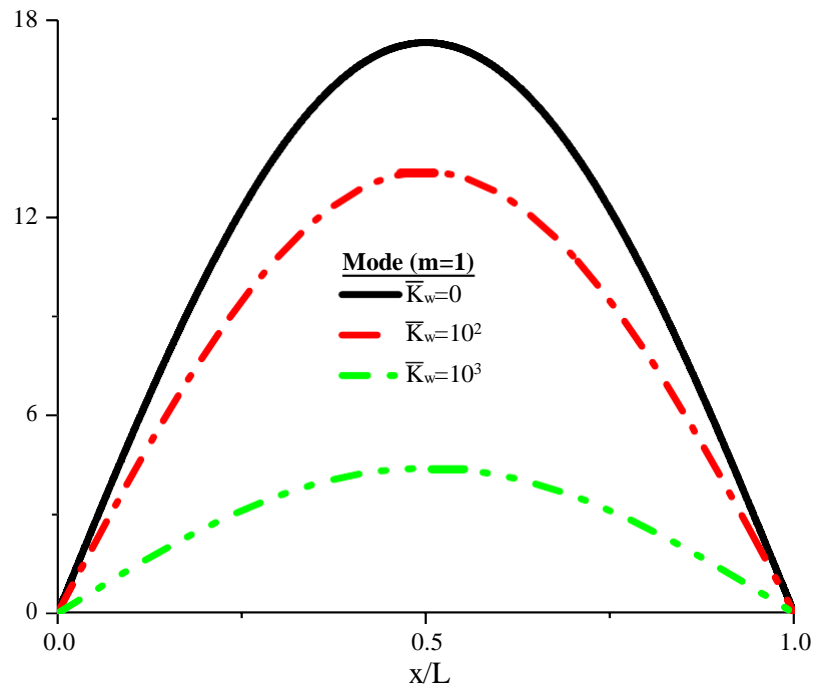


Figure. V- 4: Forme modale de la surface de base du poutre avec différents rapports d'aspect pour la première fréquence modale

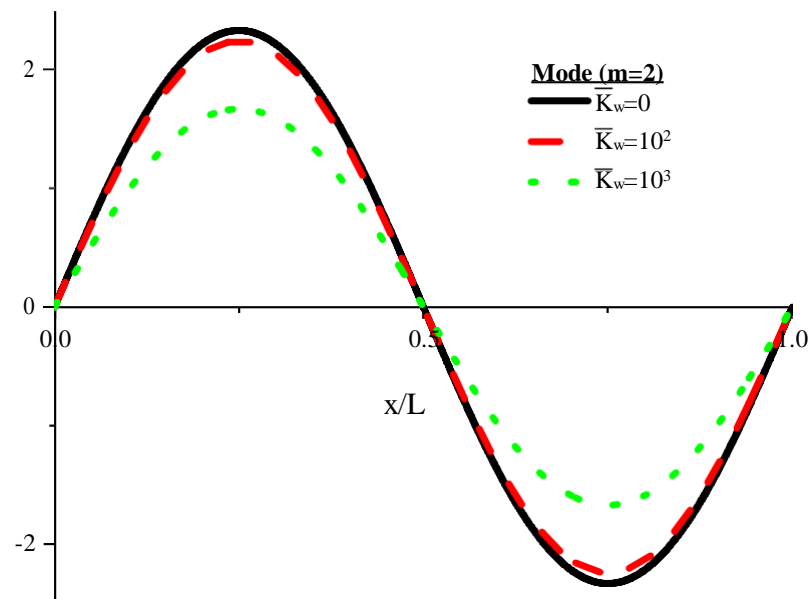


Figure. V- 5: Forme modale de la surface de base du poutre avec divers rapports d'aspect pour la deuxième fréquence modale

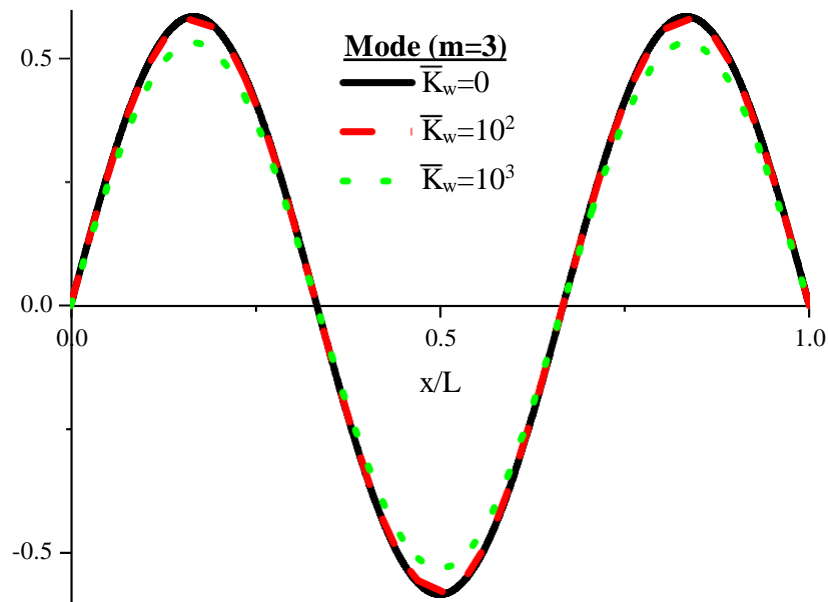


Figure. V- 6: Forme modale de la surface de base du poutre avec différents rapports d'aspect pour la fréquence du troisième mode

Conclusion

Dans ce chapitre une théorie efficace est présentée pour la flexion ; vibration libre et analyse de la charge de flambement critique sans dimension pour des poutres simplement appuyées fonctionnellement graduées reposant sur deux paramètres élastiques. Cette théorie intègre à la fois la déformation par cisaillement. Les équations gouvernantes et les conditions aux limites sont calculées à l'aide du principe de Hamilton. Les solutions de forme fermée sont obtenues en utilisant la solution de Navier. Des comparaisons numériques sont faites pour illustrer la maîtrise de la théorie actuelle. La présente théorie satisfait les conditions aux limites sans contrainte sur les conditions sur les surfaces supérieure et inférieure de la poutre, et n'a pas besoin d'un facteur de correction de

CONCLUSION GÉNÉRALE

Conclusion Générale

Dans ce mémoire; une théorie efficace est présentée pour la flexion ; vibration libre et analyse de la charge de flambement critique sans dimension pour des poutres simplement appuyées fonctionnellement graduées reposant sur deux paramètres élastiques. Cette théorie intègre à la fois la déformation par cisaillement.

Les équations gouvernantes et les conditions aux limites sont calculées à l'aide du principe de Hamilton. Les solutions de forme fermée sont obtenues en utilisant la solution de Navier.

Des comparaisons numériques sont faites pour illustrer la maîtrise de la théorie actuelle. La présente théorie satisfait les conditions aux limites sans contrainte sur les conditions sur les surfaces supérieure et inférieure de la poutre, et n'a pas besoin d'un facteur de correction de cisaillement.

Des formulations mathématiques détaillées sont données et des résultats numériques sont établis, tandis que l'accent est mis sur l'examen de l'effet de plusieurs paramètres. Les résultats de la théorie actuelle sont presque identiques les uns aux autres et se conforment bien aux solutions existantes.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUES

Références Bibliographiques

- [**Abdessemed 2011**] M. Abdessemed, Etude expérimentale et modélisation numérique du comportement des poutres en béton armé renforcées par matériaux composites sous flexion-Cas des ponts, Thèse de Doctorat, Ecole Nationale Polytechnique, Alger, 2011.
- [**Addiego 2006**] F. Addiego, Caractérisation de la variation volumique du polyéthylène au cours de la déformation plastique en traction et en fluage, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2006.
- [**Afaq 2003**] K.S Afaq, M. Karama, S. Mistou, Un nouveau modèle raffiné pour les structures multicouches, Comptes-rendus des, 13, 289-292, (2003).
- [**AJA 1993**] P.M. Ajayan, T.W. Ebbesen, T. Ichihashi, S. Iijima, K. Tanigaki, H. Hiura. Opening carbon nanotubes with oxygen and implications for filling. *Nature* 362, 522-525, 1993.
- [**Ajayan 1993 (1)**] P. M. Ajayan, S. Iijima., Capillarity-induced filling of carbon nanotubes, *Nature* 333-361(1993).
- [**Ajayan 1994**] P. M Ajayan, O.Stephan, C. Colliex, D. Trauth, Aligned carbon nanotube arrays-formed by cutting a polymer resin-nanotube composite. *Science*, 265 (5176), 1212 -1214 (1994).
- [**Ajayan 2000**] P. M. Ajayan, L. S. Schadler, C. Giannaris, A. Rubio, Single-walled carbon nanotubepolymer composites : Strength and weakness. *Adv. Mater.* 2000, 12 (10), 750-753.
- [**Ajayan 2007**] P. M.Ajayan, J. M.Tour, Materials science - Nanotube composites. *Nature* 2007, 447 (7148), 1066-1068.
- [**Akavci 2014**] S.S. Akavci, An efficient shear déformation theory for free vibration of Functionally gradedthick rectangulaire plates on élastique fondation, *Compos Struct*, 108, 667–676 (2014).
- [**Andres 2008**] N. Andres Perez, Etude calorimétrique et diélectrique de nanocomposites silicones, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble, 2008.
- [**Andrews 2002**] R. Andrews, D. Jacques, D. Qian, T. Rantell, *Accounts of Chemical Research*, 35, 1008-1017, 2002.
- [**Ashrafi 2006**] B.Ashrafi, P.Hubert , (2006), “Modeling the elastic properties of carbon nanotube array/polymer composites”, *Compos. Sci. Technol.*, 66, 387–396.
- [**Aucher 2011**] J.Aucher,“Etude comparative du comportement composites à matrice

thermoplastique ou thermodurcissable” , Engineering Sciences (2011) , <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00557897>.

[Aude 2007] M. Aude, Manipulation et fonctionnalisation de nanotubes. Application aux nanotubes de nitrure de bore, Thèse de doctorat, Chimie. Université Paris Sud - Paris XI, (2007).

[Aurèlie 2010] C. Aurèlie, Elaboration de détecteurs souples de température –mise en oeuvre et caractérisation de multifilaments à base de polymères immiscibles chargés en nanotubes de carbone, thèse de doctorat, L’Université des sciences et technologiques de Lille école doctorale des sciences pour l’ingénieur, (2010).

[Avigal 2001] Y. Avigal et al. App. Phys. Lett., 78 :2291, (2001).

[Aydogdu 2005] M. Aydogdu, Vibration analysis of cross-ply laminated beams with generalboundary conditions by Ritz method, International Journal of Mechanical Sciences, 47(11),1740-1755, (2005).

[Bachir 2016] B.M.Bachir, F.Boukhelf, A.Fekrar, H.Khetir, "Etude Analytique Du Comportement Des Plaques A L’echelle Nanometrique". (2016).

[Baghdadi 2015] H. Baghdadi, Thèse de doctorat, Etude des caractéristiques physiques et mécaniques des nanotubes en carbone et leurs applications technologiques, Université Djilali Liabes De Sidi Bel Abbes, (2015).

[Bakhti 2013] K. Bakhti, A. Kaci, A.A. Bousahla, M.S A .Houari, A. Tounsi, E.A .Adda Bedia, Large déformation analyses for fonctionnely graded carbone nanotube-renforce composite plates using an efficient and simple refined theory, Steel and Composite Structures, 14(4), 335-347, (2013).

[Balasubramanian 2005] K. Balasubramanian, M. Burghard ; Small (2005), 1, 180–192.

[Ballarini R. 2006] R.Ballarini. (2006). The Da Vinci-Euler-Bernoulli beam theory ? Mechanical Engineering The Magazine of ASME (20/10/2012), 35

[Barlow 1991] A. Barlow, The chemistry of polyethylene insulation, IEEE, Electrical Insulation Magazine, Vol. 7, N° 1, pp. 8-19, (1991).

[Benatta 2011] M.A Benatta, “Etude et analyse des poutres FGM sous chargement électrostatique”, Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès (2011).

[Bernard 2007] C. Bernard, Propriétés mécaniques des nanotubes de carbone en tant que

nanosondes et leur fonctionnalisation par bio-nanoparticules, thèse de doctorat, l'Université Bordeaux I, (2007).

[Berrabah 2011] H.M. Berrabah, “ Etude et analyse des poutres FGM sous chargement électrostatique” ; Thèse de Doctorat Université Djillali Liabés De Sidi Bel Abbès (2011).

[Berrabah 2016] H.M Berrabah, B.A Adda, A. Tounsi , "Comparaison des différentes théories de poutre non locale raffinée pour la flexion et l'analyse du flambement des nano-poutres", (2016), 2170-127X, © Mouloud Mammeri University of Tizi-Ouzou, Algeria.

[Berreur 2002] L.Berreur, De B.Maillard, et S. Nösperger, L'industrie française des matériaux composites, Etude stratégique réalisée par nodal consultants pour le compte de la DiGITIP/SIM, Rapport final, Révision 2 du 13 mai 2002.

[Bethune D.S. et al 1993] D.S. Bethune. C.H.Kiang, M.S.Vries, G.Gorman. J.Vasquez et R. Beyers , Nature, 363:605(1993), Lijima.S et I.chihashi.T.Nature, 363:603(1993).

[Boudou 2002] L. Boudou, J. Guastavino, Influence of temperature on low-density polyethylene films through conduction measurement, Journal of Physics D: Applied Physics, Vol. 35, pp. 1555-1561, (2002).

[Boulerouah 2011] A. Boulerouah, Thèse, Propriétés thermiques et électriques de composites à base de nanotubes de carbone et application à la détection de gaz, Université du Littoral-Côte d'opale, (2011).

[Bozlar 2009] M. Bozlar, Modification de surface des nanotubes de carbone par un polymère conducteur électrogénéré pour la réalisation de nanocomposites multifonctionnels, École Normale Supérieure de Cachan - Paris, (2009).

[Brochard F. et Chem J. 1986] F. Brochard , J. Chem. Phys., 84 4664-4672 (1986).

[Buchoux 2011] J. Buchoux; nanotubes de carbone comme sondes en microscopie à force atomique, thèse de doctorat, l'Université Bordeaux I, (2011).

[Cai 2008] D. Y.Cai, M.Song, Latex technology as a simple route to improve the thermal conductivity of a carbon nanotube/polymer composite. Carbon (2008), 46 (15), 2107-2112.doctorat, Université Montpellier II, (2004)

[Cantoro 2006] M. Cantoro, S. Hofmann, S. Pisana, V. Scardaci, A. Parvez, C. Ducati, A.C Ferrari, A. M. Blackburn, K.-Y. Wang, J. Robertson, Catalytic chemical vapor deposition of SWNT at Low Temperatures, Nano Letters, 6 (2006) 1107.

- [**Cassell 1999**] A.M. Cassell, J.A. Raymakers, J. Kong, H. Dai, Large Scale CVD Synthesis of Single-Walled Carbon Nanotubes, *Journal of Physical Chemistry B*, 103 (1999) 6484.
- [**Castignolles 2004**] M. Castignolles, Etudes de la synthèse et de la structure par microscopie et spectroscopie électroniques de nanotubes de carbone purs et dopés à l'azote, Thèse de
- [**CHA 2005**] J. Chancolon, Remplissage des nanotubes de carbone - effet du confinement, Thèse de doctorat, Université d'Orléans, (2005).
- [**Chemi 2018**] A. Chemi, H. Heireche, M. Zidour, K. Rakrak, A. A. Bousahla, Critical buckling load of chiral double-walled carbon nanotube using non-local theory elasticity, *Advances in Nano Research* 3, 2015, 4,193-206.
- [**Chih-Chao Yen 1996**] Yen, Chih-Chao. Studies on the preparation and properties of conductive polymers. X. Using metal plates to prepare metallized conductive polymer films. *Journal of applied polymer science*, (1996), vol.60, no 5, p. 693-696.
- [**Chih-Chao Yen 1999**] Yen, Chih-Chao. Studies on the preparation and properties of conductive polymers. XI. Metallized polymer films by plating out. *Journal of applied polymer science*, (1999), vol. 71, no 9, p. 1361-1365.
- [**Chikh et al 2016**] A. Chikh, A. Bakora, H. Heireche, et al. Thermo-mechanical postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on Pasternak elastic foundations using hyperbolic shear deformation theory. *Structural Engineering and Mechanics*, Vol. 57, No. 4 (2016) 617-639
- [**CLE2007**] J.-P. Cleuziou, Propriétés de transport électronique de nanotubes de carbone : des nanotubes hybrides au nano-SQUID, Thèse de Doctorat, Université Toulouse III - Paul Sabatier, (2007).
- [**Col 2006**] J. N. Coleman, U. Khan, W. J. Blau, Y. K. Gun'ko, *Carbon*, vol.44, pp.1624–1652, (2006).
- [**Daedulus 1966**] Daedulus. *New Scientist* (1966).
- [**Dai 1996 (1)**] H. Dai, A.G. Rinzler, P. Nikolaev, A. Thess, D.T. Colbert, R.E. Smalley, Single-walled nanotubes produced by metal-catalyzed disproportionation of carbon monoxide, *Chemical Physics Letters*, 260 (1996) 471-475.
- [**Dihaj 2019**] A.Dihaj, Modélisation numérique du comportement mécanique d'un nanocomposite à matrice polymère et nano-renfort, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, (2019).

- [**Dresselhaus 2011**] M. S. Dresselhaus, G. Dresselhaus & P. Avouris, Carbon Nanotubes : Synthesis, Structure, Properties, and Applications, Springer, 448, (2011).
- [**Dufort 2000**] Dufort. L, Thèse, Etude de cisaillement transverse dans des poutres stratifiées et sandwich : Aspect théorique et expérimentaux, l'université Blaise Pascal Clermont I, (2000).
- [**Dufort L. et al 2001**] L.Dufort, S.Drapier, and M.Grediac. «Closed form Solution for the Cross Section Warping in Short Beams under three Point Bending». Composites structures, Pages : 233-246, (2001).
- [**Dupeux 2004**] M. Dupeux, Aide-mémoire - Science des matériaux, Editions Dunod, Paris, (2004).
- [**Ebbesen 1992**] T.W. Ebbesen et P.M. Ajayan. Large-scale synthesis of carbon nanotubes. Nature, (1992), vol. 358, no 6383, p. 220-222.
- [**Editorial 2006**] G. Editorial, Carbon, 44, 1621, (2006).
- [**Encarta 2007**] : "Polymère" Microsoft ® Encarta ® (2007). [CD]. Microsoft Corporation.
- [**Eringen 1972**] AC. Eringen. "Nonlocal polar elastic continua", *Int J EngSci*, (1972) ; 10: 1–16.
- [**Endo 1995**] M.Endo et al. Carbon, 33 :873, (1995).
- [**Enouz 2003**] S. Enouz, étude de nanotubes de carbone dopés à l'azote par Microscopie Electronique en Transmission Haute Résolution et Spectroscopie de Pertes d'Energie, Stage de DEA Matière et Rayonnement, Université de Rennes1, (2003).
- [**Esawi et Farag 2007**] A.M.K. Esawi, M.M. Farag. (2007), "Carbon nanotube reinforced composites : Potential and current challenges", *Mater.Design*, 28, 2394–2401.
- [**Fan 1999**] S. Fan, M.G. Chapline, N.R. Franklin, T.W. Tombler, A.M. Cassell, H. Dai, Self-oriented regular arrays of carbon nanotubes and their field emission properties, *Science* 283 (1999) 512.
- [**Fidelus et al 2005**] J.D.Fidelus, E.Wiesel , F.H. Gojny, K. Schulte, H.D.Wagner, (2005), "Thermomechanical properties of randomly oriented carbon/epoxy nanocomposites", *Compos. Part A*, 36, 1555–1561.
- [**Fischer 1997**] J.E. Fischer, H. Dai, A. Thess, R. Lee, N.M. Hanjani, D.L Dehaas, R.E. Smalley, *Phys, Rev. B* 55, R4921-R4924 (1997).
- [**Flahaut 2003**] E. Flahaut, R. Bacsa, A. Peigney, C. Laurent, Gram-scale CCVD synthesis of

doublewalled carbon nanotubes, *Chemical Communications*, (2003) 1442.

[**Florent 2011**] S. Florent, Thèse, Réalisation d'interconnexions de faible résistivité à base de nanotubes de carbone bi paroi pour la microélectronique, Université Paul Sabatier, ToulouseIII, (2011).

[**FUC2011**] J.-N. Fuchs, M.O. Goerbig, B. Plaçais. Le graphène Quand la mécanique quantique rencontre la relativité dans un trait de crayon, *Reflète de la Physique* 25, 4-9, 2011.

[**G. Elsa 2010**] G. Elsa, Fonctionnalisation De Nanotubes De Carbone Pour Leur Incorporation Dans Des Matrices Metalliques, L'universite De Bordeaux (2010) N° Ordre : 4134, P 24

[**Gao 2005**] J.Gao, M. E.Itkis, A.Yu, E.Bekyarova, B.Zhao, R. C.Haddon, Continuous Spinning of a Single-Walled Carbon Nanotube à Nylon Composite Fiber. *Journal of the American Chemical Society* (2005), 127 (11), 3847-3854.

[**Ghosh 2008**] S. Ghosh; I.Calizo;D. Teweldebrhan; E.P.Pokatilov; D.L.Nika;A.A. Balandin; W.Bao; F.Miao; C.N.Lau; *Applied Physics Letters* (2008), 92, 151911.

[**Gohier 2007**] A. Gohier, Cinétique de Croissance de Nanotube de Carbone Mono-Parois et Multi-Parois Orientes par Procède Plasma, Thèse de Doctorat, l'Université de Nantes (Sciences des Matériaux), (2007).

[**Gribel et Hamaekers 2004**] M. Griebel, J.Hamaekers, "Molecular dynamics simulations of the elastic moduli of polymer-carbon nanotube composites", *Comput. Method. Appl. Mech. Eng.* (2004),193, 1773–1788.

[**Grobert 1999**] N. Grobert, W.K. Hsu, Y.Q. Zhu, J.P. Hare, H.W. Kroto, D.R.M. Walton, M. Terrones, H. Terrones, Ph. Redlich, M. Rühle, R. Escudero, F. Morales, Enhanced magnetic coercivities in Fe nanowires, *Applied Physics Letters*,75 (1999) 3363.

[**Grossiord 2008**]. N. Grossiord, J. Loos, L. van Laake, M. Maugey, C. Zakri, C.E. Koning, A.J. Hart, High-Conductivity Polymer Nanocomposites Obtained by Tailoring the Characteristics of Carbon Nanotube Fillers. *Adv. Funct. Mater.* (2008), 18 (20), 3226-3234

[**Gu et al 2008**] H. Gu and T. M. Swager, *Adv. Mater.*, vol. 20, pp. 4433–4437, (2008).

[**Halary 2006**] J. L. Halary & F. Lauprêtre, De la macromolécule au matériau polymère - Synthèse et propriétés des chaînes, Editions Belin, (2006).

[**Hamza 2020**] C.R. Hamza, Analyse de la vibration d'un nanotube de carbone dans un environnement thermique Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès,

(2020).

- [**Han et Elliot 2007**] Y.Han, J.Elliot, “Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites”,(2007), *Comp. Mater. Sci.*, 39, 315–323.
- [**Harris 2001**] P. J. F. Harris, *Carbon nanotubes and related structures: New materials for the twenty-first century*, Cambridge University Press, 294, (2001).
- [**Hata 2004**] K. Hata, D.N. Futaba, K. Mizuno, T. Namai, M. Yumura, S. Iijima, Water-Assisted Highly Efficient Synthesis of Impurity-Free Single-Walled Carbon Nanotubes, *Science* 306 (2004) 1362.
- [**Haudin 1995**] J.M. Haudin, Structure et morphologie des polymères semi-cristallins. In : G'SELL, C, *Introduction à la mécanique des polymères*. Institut National polytechnique de Lorraine, Nancy, France, (1995), 97-115, (2001).
- [**Hongo 2003**] H. Hongo, F. Nihey, T. Ichihashi, Y. Ochiai, M. Yudasaka, S. Iijima. Support materials based on converted aluminum films for chemical vapor deposition growth of single-wall carbon nanotubes,*Chemical Physics Letters*, 380 (2003) 158.
- [**Hou 2008**] P.-X. Hou, C. Liu, H.-M.Cheng, (2008). Purification of carbon nanotubes. *Carbon* 46, 2003–2025.
- [**Houdyp 2006**] P.Houdyp, C.Brechignac, M.Lahmani, *Les nanosciences, Nanomatériaux et nanochimie: La collection Échelles*, Éditions Belin, (2006), p.687
- [**Hu 2004**] M. Hu, Y. Murakami, M. Ogura, S. Maruyama, Tatsuya Okubo, Morphology and chemical state of Co–Mo catalysts for growth of single-walled carbon nanotubes vertically aligned on quartz substrates, *Journal of Catalysis*, 225 (2004) 23
- [**Hu et al 2005**] N. Hu, H. Fukunaga,C. Lu,M. Kameyama, B.Yan. (2005), “Prediction of elastic properties of carbon nanotube reinforced composites”, *P. Roy. Soc. A*, 461, 1685–1710.
- [**Hure 2002**] P. Hure, M. Guimon, *Les appareils de protection respiratoire : Choix et utilisation*. INRS, ED 780, (2002).
- [**Iijima 1991**] S. Iijima, *Nature*, 354 :56 (1991).
- [**Iijima 1993 (1)**] S. Iijima, Helical microtubules of graphitic carbon, *Nature*, 354, 56 (1993).
- [**Izard 2004**] N. Izard, *nanotubes de carbone : Systèmes pour la limitation optique*, thèse de doctorat, l’Université Montpellier II, (2004).
- [**J.Y. Nam 2003**] J.Y.Nam , S.S. Ray, and M. Okamoto. Crystallization is havior and morphology

of biodegradable polylactide/layered silicate nanocomposite. *Macromolecules*, 36(19) :7126– 7131, (2003).

[**Jahangir 2011**] E. Jahangir, Phénomènes d'interaction sol-structure vis-à-vis de l'aléa retrait-gonflement pour l'évaluation de la vulnérabilité des ouvrages, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Lorraine, (2011).

[**Jeong 2002**] Y.U. Jeong, A. Manthiram, *J. Electrochem. Sci.* 149 (2002) 1419.

[**Jung 2001**] M. Jung, K.Y. Eun, J.-K. Lee, Y.-J. Baik, K.-R. Lee, J. W. Park, Growth of carbon nanotubes by chemical vapor deposition, *Diamond and related Materials*, 10 (2001) 1235.

[**K. Hachour 2010**] K. Hachour, Zaïri, Fahmi, Naït-abdelaziz, Moussa, et al. Experiments and modeling of high crystalline polyethylene yielding under different stress states. *International journal of plasticity*, (2014), vol. 54, p. 1-18.

[**Kaci et al 2012**] A.Kaci, A.Tounsi, K.Bakhti, E.A.B. Adda , “Nonlinear cylindrical bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates”, *Steel and Composite Structures*(2012), 12(6), 491- 504.

[**Kashiwagi 2002**] T. Kashiwagi, E. Grulke, J. Hilding, R. Harris, W. Awad, J. Douglas, *Macromolecular Rapid Communication*, 2002, 23, 761-765.

[**Kassimi 2011**] N. Kassimi, Etude des contraintes d'interface d'une poutre FGM renforcées par une plaque en matériaux composites, Université Djilali Liabes De Sidi Bel Abbes, (2011).

[**Ke et al 2013**] L.L. Ke, J.Yang, S. Kitipornchai, “Dynamic stability of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams”, *Mechanics of Advanced Materials and Structures* (2013), 20, 28–37.

[**Kheroubi 2016**] B. Kheroubi, L'étude de l'effet multi-échelle de nouveaux matériaux et applications technologiques thèse doctorat, université djilali liabes de sidi bel abbes, (2016).

[**Kilbride 2002**] B. E. Kilbride, J. N. Coleman, J. Fraysse, P. Fournet, M.Cadek, A. Drury, S. Hutzler, S.Roth, W. J.Blau, Experimental observation of scaling laws for alternating current and direct current conductivity in polymer-carbon nanotube composite thin films. *Journal of Applied Physics* 2002, 92 (7), 4024-4030.

[**Kim 2001**] P. Kim ; L. Shi; A. Majumdar; P.L. McEuen; *Physical Review Letter* (2001), 87, 215502.

[**Kim 2006**] D. Kim, J.E. Bourrée, S.Y. Kim, Numerical study on the field emission properties

of aligned carbon nanotubes using the hybrid field enhancement scheme, *Applied Physics A*, 83 (2006) 111.

[**Kirkpatrick 1973**] S. Kirkpatrick, S, Percolation and conduction. *Reviews of Modern Physics* 1973, 45(4), 574-588.

[**Koo 2006**] J. H. Koo, *Polymer nanocomposites: processing, characterization, and applications*, Editeur : McGraw-Hill, 2006.

[**Krätschmer 1990**] W. Krätschmer, L. D. Lamb, K. Fostiropoulos, D. R. Huffman, *Nature*, 347, 354 (1990).

[**Kroto 1985**] H. W. Kroto, J. R. Heath, S. C. O'brien, R. F. Curl, R. E. Smalley, *Nature*, 318 162 (1985).

[**Lasmi 2014**]. S. Lasmi, Effets des taux de l'agent traitant et de l'agent compatibilisant sur les propriétés des nanocomposites Polypropylène /Silice, thèse de Magister, l'Université SETIF-1, (2014).

[**Lau 2002**] K.T. Lau, D. Hui, *Composites part B*, vol. 33, pp.263-277, (2002).

[**Levinson 1980**] M. Levinson, "An accurate simple theory of the statics and dynamics of elastic plates". *Mechanics Research Communication*, Volume 7, pages : 343-350, (1980).

[**Li 2007**]. C. Y Li, E.T. Thostenson, T. W. Chou, Dominant role of tunneling resistance in the electrical conductivity of carbon nanotube-based composites. *Applied Physics Letters* (2007), 91 (22).

[**Liao 2004**] Y.H. Liao, O. Marietta-Tondin, Z. Liang, C. Zhang, B. Wang, *Materials Science and Engineering A*, vol.385, pp.175–181, (2004).

[**Liew et al 2003**] K.M. Liew, J. Yang, S. Kitipornchai, "Postbuckling of piezoelectric FGM plates subject to thermo-electro-mechanical loading", *Int. J. Solid Strut.*, 40, 3869–3892, (2003).

[**Lounis 2022**] A. Lounis, Contribution à l'analyse multi-échelles des nanostructures en matériaux innovants sous divers sollicitations, Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, (2022).

[**Lu 1996**] K.L. Lu, R. M. Lago, Y. K. Chen, M. L. H. Green, P. J. F. Harris, S. C. Tsang, *Carbon*, vol. 34, pp. 814-816, (1996).

[**M. Naya. 2012**] M. Naya, Kobayashi, Norihiro, Endoh, Shigehisa, et al. In vivo genotoxicity

study of single-wall carbon nanotubes using comet assay following intratracheal instillation in rats. *Regulatory Toxicology and Pharmacology*, (2012), vol. 64, no 1, p. 124-129.

[**M.-F. Yu 2000**] M.-F. Yu, B. S. Files, S. Arepalli, R. S. Ruoff, Tensile loading of ropes of single wall carbon nanotubes and their mechanical properties, *Phys. Rev. Lett.*, (2000), 84, 5552-5555.

[**Marconnet 2013**] A. M. Marconnet, M. A. Panzer & K. E. Goodson, Thermal conduction phenomena in carbon nanotubes and related nanostructured materials, *Rev. Mod. Phys.*, 85, 1295-1326, (2013).

[**Marcoux 2002**] P. Marcoux, Thèse, Réactivité et manipulation de nanotubes de carbone monocouches : fonctionnalisation de surface par greffage covalent et mise en oeuvre comme agent structurant, Université d'Angers, (2002).

[**Maruyama 2005**] S. Maruyama, E. Einarsson, Y. Murakami, T. Edamura, Growth process of vertically aligned single-walled carbon nanotubes, *Chemical Physics Letters* 403 (2005) 320.

[**Medani 2022**] M. Medani, Etude Statique et Dynamique des Structures en Polymère à Base de Nanotubes de Carbone ,Thèse de doctorat, Université Djillali Liabès de Sidi Bel Abbès, (2022).

[**Menail 2009**] Y. Menail, Analyse de l'effet du vieillissement a l'air,dans l'eau douce et dans l'eau salée,sur la tenue en fatigue de composites a matrice organique ,renforcée par des fibres de verre thèse de doctoret UBM Anaba (2009).

[**Methia 2017**] A Methia, M. Rezzoug, etude de la diffusion de l'irganox 1076 dans polymere recycle a ase PEHD These master , Universite Abderrahmane Mira – Bejaia (2017)

[**Mishra S.R. et al 2000**] S. R. Mishra, H. S. Rawat, S. C. Mehendale, K. C. Rustagi, A. K. Sood, R. Bandyopadhyay, A. Govindaraj, C. N. R. Rao, Optical limiting in single-walled carbon nanotube suspensions, *Chem. Phys. Lett.*, (2000), 317, 510-514.

[**Mizoguti 2000**] E. Mizoguti, F. Nihey, M. Yudasaka, S. Iijima, T. Ichihashi, K. Nakamura, Purification of single-wall carbon nanotubes by using ultrafine gold particles, *Chem. Phys. Lett.*, (2000), 321, 297-301.

[**Monthieux 2006**] M. Monthieux, V.L. Kuznetsov. Who should be given the credit for the discovery of carbon nanotubes? *Carbon* 44, 1621–1623, (2006).

[**Muller 2008**] Muller, D.A. Kourkoutis, L. Fitting, M. Murfitt, et al. Atomic-scale chemical

imaging of composition and bonding by aberration-corrected microscopy. *Science*, (2008), vol. 319, no 5866, p. 1073-1076.

[**Murthy 1981**] M.V.V. Murthy, “An Improved Transverse Shear Deformation Theory for Laminated Anisotropic Plate”.Rapport technique, NASA, (1981).

[**Nadler 2008**] M.Nadler,T. Mahrholz, U. Riedel, C.Schilde, A. Kwade, Preparation of colloidal carbon nanotube dispersions and their characterisation using a disc centrifuge. *Carbon* (2008), 46 (11), 1384-1392.

[**Nikolaev 1999**] P. Nikolaev, M.J. Bronikowski, R.K. Bradley, F. Rohmund, D.T. Colbert, K.A. Smith, R.E. Smalley, Gas-phase catalytic growth of single-walled carbon nanotubes from carbon monoxide, *Chemical Physics Letters*, 313 (1999) 91.

[**Nitta 1999**] K. H. NITTA, M. Takayanagi, Role of Tie molecules in the Yielding Deformation of Isotactic Polypropylene. *Journal of Polymer Science, Part B: Polymer Physics*, (1999), Vol. 37, 357-368.

[**NOV 2004**] K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, D. Jiang, Y. Zhang, S.V. Dubonos, I.V. Grigorieva, A.A. Firsov. Electric field effect in atomically thin carbon films. *Science* 306, 666-669, (2004).

[**Odegard et al 2003**] G.M. Odegard,T.S. Gates, K.E.Wise, C.Park., E.J. Siochi, “Constitutive modeling of nanotube-reinforced polymer composites”, *Compos. Sci. Technol.*, 63, 1671–1687, (2003).

[**Ould Larbi et al 2013**] L. Ould Larbi, A. Kaci, M.S.A. Houari., A. Tounsi, “An efficient shear deformation beam theory based on neutral surface position for bending and free vibration of functionally graded beams”, *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 41, 421–433, (2013).

[**Palkovits 2005**] R. Palkovits, H. Althues, A. Rumpelcker, B. Tesche, A. Dreier, U. Holle, G. Fink, C.H. Cheng, D.F. Shantz And S. Kaskel “Polymerization Of W/O Micro Emulsions For The Preparation Of Transparent Sio2/Pmma Nanocomposites” *Langmuir*, Vol.21 (13), P.6048–6053, (2005).

[**Penu 2008**] C. Penu, Nanocomposites à matrice polyamide 6 ou polystyrène et à renforts de nanotubes de carbone : Du procédé de synthèse aux phénomènes de percolation, Thèse de Doctorat, L’Institut National Polytechnique de Lorraine, (2008).

[**PET 2003**] *Compte Rendu de Physique*, vol.4, pp.967–974, (2003).

- [**Philippe 2006**] R. Philippe, Synthèse de nanotubes de carbone multi-parois par dépôt chimique en phase vapeur catalytique en lit fluidisé, nouvelle classe de catalyseurs, étude cinétique et modélisation, Thèse de doctorat, Institut national polytechnique de Toulouse, (2006).
- [**Pop 2004**] V. N. Popov, Materials Science and Engineering R, vol.43, pp.61–102, (2004).
- [**Rak 2001**] E. G. Rakov, Russ. Chem. Rev., vol. 70, pp. 827 – 863, (2001).
- [**Rakrak 2018**] K. RAKRAK, Thèse, Etude de la vibration libre d'un nanotube en carbone, Université djillali liabes de sidi bel abbes, (2018).
- [**Ray et Batra 2007**] M.C. Ray, R.C Batra. (2007), “A single-walled carbon nanotube reinforced 1-3 piezoelectric composite for active control of smart structures”, Smart Mater. Struct., 16, 1936–1947.
- [**Reddy 1984**] J.N. Reddy, A simple higher-order theory for laminated composite plates, 51, 745-752, (1984).
- [**Ricaud 2008**] M. Ricaud, F. R. D. Lafon, Les nanotubes de carbone : quels risques, quelle prévention ? INRS-Cahiers de notes documentaires ND 2286-210-08, 210, 43 (2008).
- [**Saint-aubin 2010**] K. Saint-aubin, Etude de dispersions de nanotubes de carbone par des polymères pour l'élaboration de composites conducteurs et structurés, thèse de doctorat, l'Université Bordeaux I, (2010).
- [**Saito 1992**] R. Saito, M. Fujita, G. Dresselhaus, M. S. Dresselhaus, Electronic structure of graphene tubules based on C60, Phys. Rev. B, 46, 1804 (1992).
- [**Saito 1998**] R. Saito, G. Dresselhaus, M.S. Dresselhaus, Physical Properties of Carbon Nanotubes, Imperial College Press, ISBN N° 1-86094-093-5. (1998).
- [**Sarr 2015**] M. M. Sarr, Etude, synthèse et élaboration de nanocharges biphasées, nanotubes de carbone/diatomées pour l'amélioration des propriétés physiques de nanocomposites à matrice polymère, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, (2015).
- [**Seyni 2008**] A. Seyni, Propriétés physico-chimiques et d'usage de matériaux composites à charge dégradable produits par co-broyage», thèse de doctorat, Université de Toulouse, (2008).
- [**Site web 1**] Site web de l'équipe de P. Avouris au Nanoscale science department d'IBM.
- [**Sluzarenko 2006**] N. Sluzarenko, B. Heurtefeu, M. Maugey, C. Zakri, P. Poulin, S. Lecommandoux, Diblock copolymer stabilization of multi-wall carbon nanotubes in organic

- solvents and their use in composites, *Carbon* (2006), 44 (15), 3207-3212.
- [**Smith 1998**] B.W. Smith, M. Monthieux, D.E. Luzzi, *Nature*, 396, 323 (1998).
- [**Stones 1986**] A. J. Stones, D. J. Wales, *Chem. Phys. Lett.*, (1986), 128, 501.
- [**Suenaga1 2000**] K. Suenaga¹, M. Tencé, C. Mory, C. Colliex, H. Kato, T. Okazaki, H. Shinohara, K. Hirahara, S. Bandow, S. Iijima, *Element-Selective Single Atom Imaging, Science*, 290 (2000) 2280.
- [**Suenaga1 2001**] K. Suenaga¹, E. Sandré, C. Colliex, C. J. Pickard, H. Kataura, S. Iijima, *Physical Review B*, 63 (2001) 165408.
- [**Sun 1998**] X. Sun, R. Q. Yu, G. Q. Xu, T. S. A. Hor, W. Ji, *Broadband optical limiting with multiwalled carbon nanotubes, Appl. Phys. Lett.*, (1998), 73, 3632-3634.
- [**Swaminathan et al 2014**] K. Swaminatha., D.T. Naveenkumar, “Higher order refined computational models for the stability analysis of FGM plates: Analytical solutions”, *European Journal of Mechanics A/Solids*, 47, 349 – 361, (2014).
- [**T. Guo et al 1995**] T. Guo, P. Nikolaev, A. Thess, D.T. Colbert, R.E. Smalley, *Catalytic growth of single-walled nanotubes by laser vaporization, Chemical physics letters*, 243(1-2), 49-54, (1995).
- [**Tagrara 2015**] S.H. Tagrara, A. Benachour, M.B. Bouiadjra, A. Tounsi, *On bending, buckling and vibration responses of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, Steel and Composite Structures*, 19(5), 1259-1277, (2015).
- [**Tagrara 2017**] S.H. Tagrara, *Thèse, Analyse de la flexion statique, le flambement et la vibration des structures composites renforcées par des nanotubes de carbone, Université de Sidi Bel Abbès-Djillali Liabes*, (2017).
- [**Talha et singh 2010**] M. Talha., B.N Singh, “Static response and free vibration analysis of FGM plates using higher order shear deformation theory”, *Appl. Math. Model.*, 34(12), 3991– 4011, (2010).
- [**Teng 2002**] J.G. Teng, J.F. Chen, S.T. Smith, et L. Lam, *FRP strengthened RC structures*”, John Wiley & Sons, Ltd, Chichester, UK, 245p, (2002).
- [**Tho 2001**] E. T. Thostenson, Z. Ren, T-W. Chou, *Composites Science and Technology*, vol 61, Issue 13, pp. 1899-1912, (2001).
- [**Tho 2005**] E. T. Thostenson, C. Li, T-W. Chou, *Composites Science and Technology*, vol. 65,

pp.491– 516,(2005).

[**Thostenson 2001**] E.T. Thostenson, Z.F. Ren, T.W. Chou. (2001), “Advances in the science and technology of carbon nanotubes and their composites: A review”, *Compos. Sci.Technol.*, 61, 1899–1912, (2001).

[**Thostenson 2006**] E.T. Thostenson, T.W. Chou, Processing-structure-multi-functional property relationship in carbon nanotube/epoxy composites, *Carbon*, (2006), 44 (14), 3022-3029.

[**Thostenson et al 2003**] E.T. Thostenson, T.W. Chou, “On the elastic properties of carbon nanotubebased composites : Modelling and characterization”, *J. Phys. A–Appl. Phys.*, 36, 573–582,(2003).

[**Timoshenko 1959**] Timoshenko. S.P, S. Woinowsky-Krieger, *Theory of Plates and Shells*. McGraw-Hill, New York, (1959).

[**Timoshenko et al 1972**] S. P. Timoshenko et J. M. Gere. *Mechanics of Materials*, New York: D.VanNostrand Company, (1972).

[**Tomalia 2001**] D.A. Tomalia, J. M.J. Fréchet. « Dendrimers and other Dendritic Polymers » ; Ed. Wiley, New York, (2001).

[**TSA1994**] S.C. Tsang, Y.K. Chen, P.J.F. Harris, M.L.H. Green. A simple chemical method of opening and filling carbon nanotubes. *Nature* 372, 159-162, (1994).

[**Vaccarini 1999**] L. Vaccarini, C. Goze, R. Aznar, V. Micholet, C. Journet, P. Bernier, Purification procedures of carbon nanotubes, *Synth. Met.*, (1999), 103, 2492-2493.

[**Vivien L. et al 1999**] L. Vivien, E. Anglaret, D. Riehl, F. Bacou, C. Journet, C. Goze, M. Andrieux, M. Brunet, F. Lafonta, P. Bernier, F. Hache, Single-wall carbon nanotubes for optical limiting, *Chem. Phys. Lett.*, (1999), 307, 317-319 et *ibid* (1999), 312, 617.

[**Vodenitcharova et zhang 2006**] T. Vodenitcharova, L.C. Zhang, “Bending and local buckling of a nanocomposite beam reinforced by a single-walled carbon nanotube”, *Int. J. Solids Struct.* 43, 3006–3024, (2006).

[**Wang 2006**] X. Wang, H. Cai, *Acta Mater.* 54 (2006) 2067.

[**Wattanasakulpong et Ungbhakorn 2013**] N. Wattanasakulpong, V. Ungbhakorn, Analytical solutions for bending, buckling and vibration responses of carbon nanotube reinforced composite beams resting on elastic foundations, *comptant*,

Akbaş, Ş. D. (2015). Free vibration and bending of functionally graded beams resting on elastic

- foundation. *Research on Engineering Structures and Materials*, 1(1), 25–37.
DOI:10.17515/resm2015.03st0107
- Bouchikhi, A. S., Lousdad, A., Yassine, K., Bouida, N. E., Gouasmi, S., & Megueni, A. (2019). Finite Element Analysis of Interactions between two cracks in FGM notched Plate under Mechanical Loading. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 13(48), 174-192. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.48.20
- Chen, W. Q., Lü, C. F., and Bian, Z. G. (2004). “A mixed method for bending and free vibration of beams resting on a Pasternak elastic foundation.” *Applied Mathematical Modelling*, 28(10), 877–890. DOI:10.1016/j.apm.2004.04.001
- Chikh, A., Bakora, A., Heireche, H., Houari, M. S. A., Tounsi, A., and Bedia, E. A. A. (2016). Thermo-mechanical postbuckling of symmetric S-FGM plates resting on Pasternak elastic foundations using hyperbolic shear deformation theory. *Structural Engineering and Mechanics*, 57(4), 617–639. DOI:10.12989/sem.2016.57.4.617
- Chikh, A., Tounsi, A., Hebali, H., and Mahmoud, S. R. (2017). Thermal buckling analysis of cross-ply laminated plates using a simplified HSDT. *Smart Structures and Systems*, 19(3), 289–297. DOI: 10.12989/sss.2017.19.3.289
- Fahsi, A., Tounsi, A., Hebali, H., Chikh, A., Bedia, E. A. A., and Mahmoud, S. R. (2017). A four variable refined nth-order shear deformation theory for mechanical and thermal buckling analysis of functionally graded plates. *Geomechanics and Engineering*, 13(3), 385–410. DOI: 10.12989/gae.2017.13.3.385
- Hua Zhu. (2018). Stress performance of embedded carbon fiber reinforced plastics plate consolidated reinforced concrete structure. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 12(46), 361-370. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.46.33
- Khalfi, Y., Bouchikhi, A. S., & Bellebna, Y. (2019). Mechanical stability investigation of advanced composite plates resting on elastic foundations using a new four-unknown refined theory. *Frattura e Integrità Strutturale*, (48), 208-221. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.48.22
- Meftah, K., & Sedira, L. (2019). A nonlinear elasto-plastic analysis of Reissner-Mindlin plates by finite element method. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 13(50), 276-285. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.50.23
- Omidi, N., Khorramabadi, M. K., and Niknejad, A. (2009). Dynamic stability of functionally

- graded beams with piezoelectric layers located on a continuous elastic foundation. *Journal of Solid Mechanics*, 1(2), 130–136. http://jsm.iau-arak.ac.ir/article_514296.html
- Rao, G. V., and Raju, K. K. (2002). “Elegant and accurate closed form solutions to predict vibration and buckling behaviour of slender beams on Pasternak foundation.” *Indian Journal of Engineering & Materials Sciences*, 9, 98–102. <http://nopr.niscair.res.in/handle/123456789/19729>
- Saidi, H., & Sahla, M. (2019). Vibration analysis of functionally graded plates with porosity composed of a mixture of Aluminum (Al) and Alumina (Al₂O₃) embedded in an elastic medium. *Frattura ed Integrità Strutturale*, 13(50), 286-299. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.50.24
- Thai, H.-T., and Vo, T. P. (2012). Bending and free vibration of functionally graded beams using various higher-order shear deformation beam theories. *International Journal of Mechanical Sciences*, 62(1), 57–66. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2012.05.014
- Wang, C. M., Lam, K. Y., and He, X. Q. (1998). Exact Solutions for Timoshenko Beams on Elastic Foundations Using Green’s Functions*. *Mechanics of Structures and Machines*, 26(1), 101–113. DOI: 10.1080/08905459808945422
- Ying, J., Lü, C. F., and Chen, W. Q. (2008). “Two-dimensional elasticity solutions for functionally graded beams resting on elastic foundations.” *Composite Structures*, 84(3), 209–219. DOI: 10.1016/j.compstruct.2007.07.004
- Zhong, Z., and Yu, T. (2007). Analytical solution of a cantilever functionally graded beam. *Composites Science and Technology*, 67(3–4), 481–488. DOI: 10.1016/j.compscitech.2006.08.023