

I.1. Interaction fluide-structure:**I.1.1. Phénomène d'interaction fluide-structure:**

Le couplage fluide-structure apparaît systématiquement dès que l'on a une structure déformable dans un fluide en mouvement ou une structure en mouvement dans un fluide initialement au repos. Il est dû à l'accélération des particules du fluide (effet d'inertie) ou encore aux effets visqueux dépendants de la vitesse du fluide au voisinage de la structure. La variation de pression qui en résulte induit sur la structure une force d'inertie qui agit comme une masse ajoutée fixée au système mécanique et se déplaçant solidairement avec lui. En présence d'un fluide visqueux, un amortissement est induit par la viscosité et s'ajoute à l'amortissement propre de la structure [1].

Selon F. Gaugain [2] on peut classer ces problèmes suivant deux critères reposant sur la physique du problème considéré. Le premier critère proposé par Axisa [9], repose sur la nature de l'écoulement du fluide. Dans le cas où l'écoulement est négligeable, ou non existant, on parlera de fluide stagnant (*fluid-structure interaction*) et dans les autres cas de fluide s'écoulant (*flow-structure interaction*). Il faut noter que la présence de l'écoulement est à prendre relativement aux déplacements de la structure.

Le second critère repose sur la force du couplage. Cette dernière peut être définie comme le niveau des interactions ou des échanges entre les deux milieux. Un couplage dit fort signifie que les échanges entre les deux milieux sont importants. C'est-à-dire que le fluide a un impact significatif sur la structure et que la réciproque est vraie. Un couplage faible correspond donc aux cas où l'effet d'un des milieux est prépondérant par rapport à l'autre.

Prenons deux réservoirs de forme et dimensions initiales identiques, l'un avec des parois épaisses en acier et l'autre avec des parois fines en caoutchouc. La déformation des parois sous l'effet du fluide contenu est directement reliée à la pression exercée par ce fluide sur les parois. Dans le cas des parois en acier, la déformation de la structure est très faible. Le mouvement de la paroi ne va, par conséquent, provoquer aucune modification dans le domaine fluide : la pression qu'il exerce sur les parois restera identique. Il s'agit donc d'un cas de couplage faible en fluide stagnant. Dans le second cas, la paroi fine en caoutchouc va se déformer de façon importante sous l'effet du fluide et peut par conséquent modifier de façon significative la pression exercée par le fluide sur la paroi. On se trouve ici en présence d'un couplage fort car le fluide influe sur la structure et réciproquement. La figure I.1 propose quelques cas d'interactions fluide-structure et leur position par rapport aux deux critères précédents.

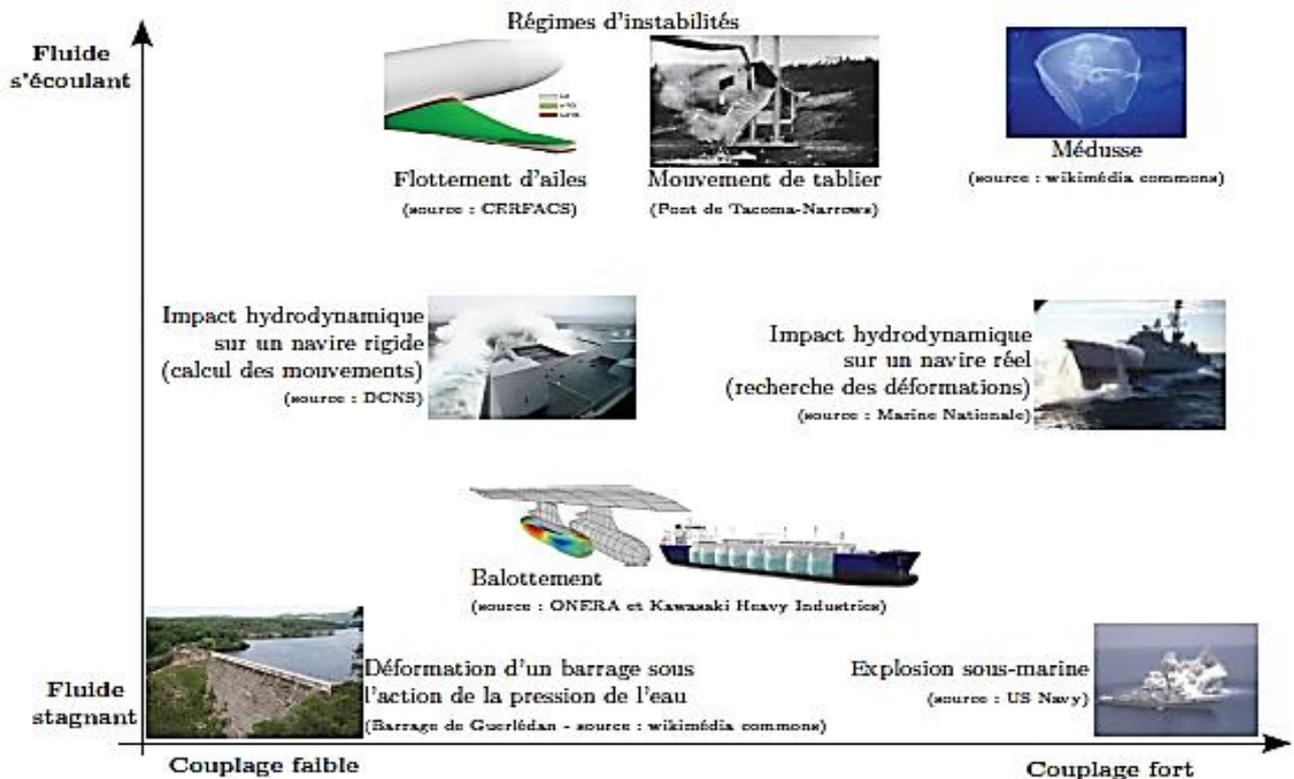


Figure I.1: Exemple de problèmes d'interactions fluide-structure en fonction de la nature de l'écoulement (fluide stagnant ou s'écoulant) et de la force de l'interaction.

De Langre [3] propose trois nombres adimensionnels pour classifier les problèmes:

Le Nombre de masse M_A est défini comme le rapport de la masse volumique du fluide ρ_f sur celle de la structure ρ_s . Il exprime l'importance des effets inertiels du fluide et de la structure. Plus ce nombre est proche de l'unité, plus les effets inertiels du fluide sont comparables à ceux de la structure et donc à prendre en compte.

$$M_A = \frac{\rho_f}{\rho_s} \tag{I.1}$$

Le Nombre de Cauchy C_y est le rapport entre la pression dynamique et l'élasticité de la structure quantifiée par le module d'Young E . Il précise l'importance des déformations induites par l'écoulement. Plus ce nombre est petit, c'est-à-dire plus la structure est rigide ou plus la vitesse du fluide est faible, plus les déformations de la structure seront négligeables.

$$C_y = \frac{\rho_f \cdot V^2}{E} \tag{I.2}$$

La Vitesse réduite V_r est le rapport entre la vitesse caractéristique de l'écoulement V et la vitesse de propagation d'une onde dans la structure. Si ce nombre est grand, le fluide domine le problème d'un point de vue temporel, la dynamique de la structure n'est donc pas influente. Au

contraire, si le nombre tend vers zéro, la dynamique de la structure devient prépondérante. Lorsque le nombre tend vers l'unité les deux dynamiques ont le même poids dans le problème.

$$V_r = \frac{V}{\sqrt{\frac{E}{\rho_s}}} = \frac{V}{c_s} \quad (\text{I.3})$$

Ces nombres sont très pratiques afin de vérifier l'importance de chaque phénomène sur un problème donné. Cependant, comme pour la plupart des nombres adimensionnels il reste très difficile de définir a priori une valeur limite valable pour l'ensemble des problèmes. En effet, à chaque problème les termes grands ou petits utilisés précédemment vont correspondre à des valeurs numériques fortement différentes.

I.1.2. Mécanisme de couplage fluide-structure:

Un problème d'interaction fluide/structure (IFS) met en jeu deux milieux continus (solide et fluide) tels que:

- les milieux solide et fluide échangent des énergies d'origine *mécanique* ;
- les phases solide et fluide sont *distinctes* ;
- les milieux solide et fluide *n'échangent pas de masse*.

Le couplage mécanique entre les deux milieux s'opère dans les deux sens au niveau de leur surface de contact : les déformations de la structure, sous l'effet des efforts imposés par l'écoulement du fluide, modifient la configuration de l'interface fluide/structure ; les conditions d'écoulement du fluide en sont affectées, ce qui induit une modification de l'effort exercé sur la structure au niveau de l'interface, bouclant le cycle de l'interaction (Figure I.2).

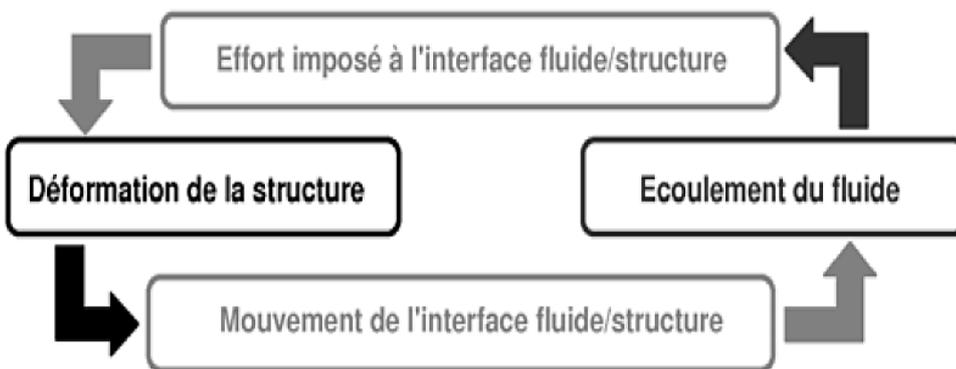


Figure I.2: Mécanisme de couplage fluide-structure.

I.1.3. Méthodes de couplage fluide-structure:

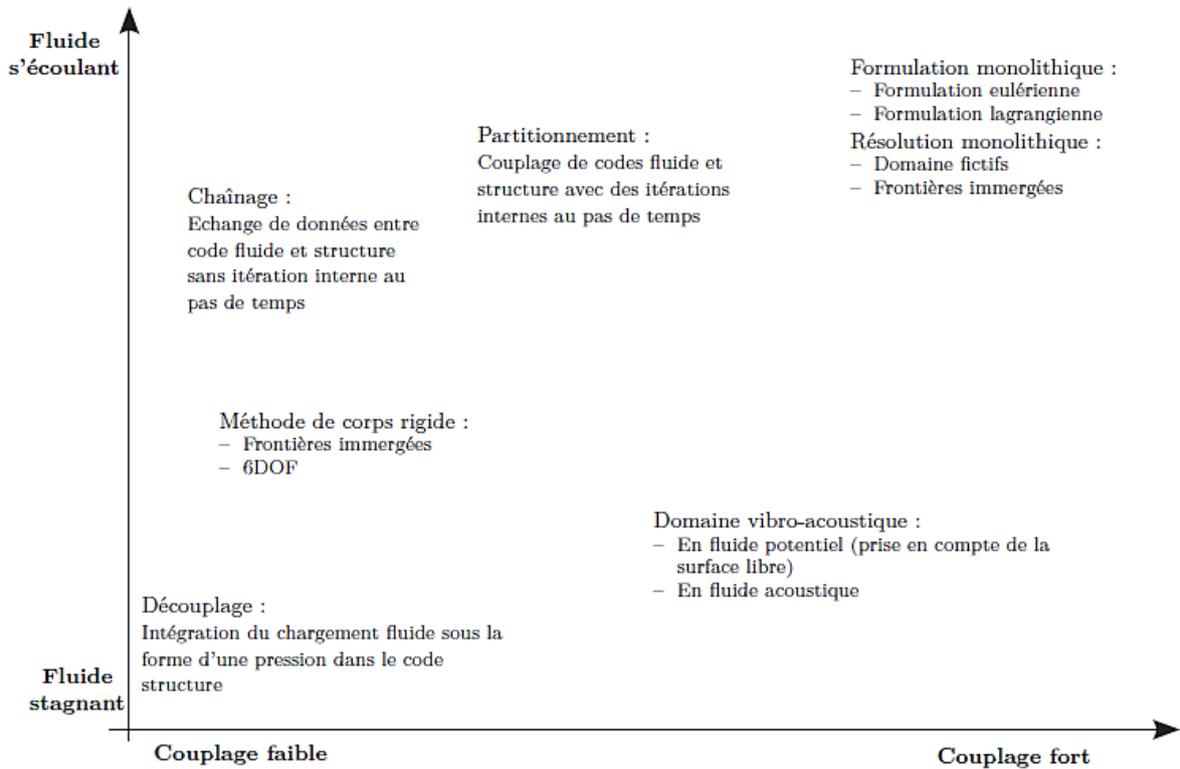


Figure I.3: Exemple de méthodes de résolution d'un problème d'interaction fluide-structure en fonction de la nature de l'écoulement (fluide stagnant ou s'écoulant) et de la force de l'interaction.

Il existe plusieurs méthodes de couplage qui sont adaptées aux problèmes rencontrés. Qui sont Les suivantes [2]:

La méthode découplée permet de résoudre la déformation d'une structure soumise à un chargement hydrostatique. La méthode consiste à déterminer le chargement, c'est-à-dire la pression hydrostatique au niveau de la structure, soit analytiquement soit avec des codes simples puis à utiliser ce chargement comme donnée d'entrée lors de la résolution du problème structure.

Les formulations fluide acoustique (en fréquentiel) permettent de déterminer les petits déplacements autour de la position d'équilibre d'une structure. Dans le cas où le fluide est lourd, il y a un couplage fort entre la vibration de la structure et le fluide. Ce couplage se traduit au niveau des fréquences propres des modes qui sont différentes ainsi que leur forme. Ces méthodes incluent les formulations dites non-symétriques (u, p) et symétriques (u, p, φ) .

Les formulations en fluide potentiel dans le domaine fréquentiel s'appliquent à des cas de fluide stagnant mais également dans le cas d'une élévation de la surface libre du type ballotement. Il s'agit alors de connaître les mouvements de la surface libre afin de déterminer les variations de

pression le long des parois. Ces méthodes sont proches des formulations en fluide acoustique, lesquelles sont formulées en une écriture symétrique ou non symétrique des équations de couplages qui sont respectivement appelées (u, p_0) et (u, h, φ) .

Dans notre étude, nous sommes en présence d'un fluide en écoulement. Il est important de remarquer que la résolution d'un problème d'écoulement fait intervenir une formulation eulérienne. Une telle formulation est très bien adaptée pour l'étude d'un écoulement et simplifie fortement la résolution des équations du problème fluide.

La résolution de la déformation d'une structure fait intervenir, plus naturellement, une description lagrangienne. L'écriture d'un problème d'interaction entre un fluide s'écoulant et une structure ajoute une difficulté sur la formulation à retenir pour le problème afin de rendre compatibles les modélisations fluide et structure. Les méthodes existantes apportent des réponses différentes et permettent de prendre en compte des niveaux d'interactions variables.

Les approches monolithiques consistent à résoudre le problème posé en un seul bloc. On peut distinguer la formulation monolithique de la résolution monolithique. La première décrit et résout le problème dans une formulation soit lagrangienne, soit eulérienne. Cette solution est la plus proche du problème physique à résoudre mais aussi la plus délicate à formuler et à solutionner. La seconde, la résolution monolithique, décrit le problème à la fois en formulations eulérienne et lagrangienne. Ensuite, elle regroupe et résout ces deux formulations dans un système unique. Les méthodes généralement employées s'appuient sur les domaines fictifs avec des multiplicateurs de Lagrange ou une méthode de pénalités, des méthodes de frontières immergées [22].

La première comme la seconde méthode sont particulièrement bien adaptées aux cas très fortement couplés. Cependant, leur mise en œuvre est complexe et n'est, à ce jour, ni implémentée ni validée dans un code robuste et disponible : ces méthodes restent du domaine de la recherche.

Des approches, dites sans maillages, du type SPH sont utilisées également pour la résolution de cas d'interaction fluide-structure.

Les approches partitionnées séparent le problème en une partie fluide et une partie structure résolues chacune par un code dédié. Les deux codes communiquent entre eux pour s'échanger les grandeurs (pression sur la structure, déplacement de l'interface fluide-structure) nécessaires aux calculs. Afin d'affiner la précision du calcul, des boucles itératives internes à chaque pas de temps permettent de faire converger les grandeurs échangées entre les solveurs fluide et structure.

L'utilisation de deux codes permet d'utiliser les méthodes de résolution les mieux adaptées aux problèmes fluide et structure ainsi que d'exploiter des outils existants. La difficulté de ces méthodes repose sur la qualité du couplage entre les solveurs et sur la bonne convergence de l'ensemble des solveurs.

Les approches chaînées sont une forme simplifiée des méthodes partitionnées. Il s'agit généralement des mêmes méthodes mais sans les itérations internes aux pas de temps. Ces méthodes sont valables pour des couplages faibles où les déformations de la structure sont limitées.

Les méthodes de corps rigide Le transfert d'énergie mécanique peut également provoquer le déplacement d'une structure et des déformations négligeables, dans ce cas on parlera de mouvement de corps rigide. Le déplacement étant piloté soit par l'écoulement soit par la gravité, il existe un couplage entre le mouvement du solide et celui du fluide. Un tel problème se résout en déterminant les efforts du fluide sur la structure et en les utilisant pour résoudre une équation de mouvement à six degrés de libertés (trois translations et trois rotations). Deux grandes méthodes existent, la première dite *6dof (6ddl)*, est disponible couramment dans les solveurs Navier-Stokes généralistes. La seconde est la méthode des frontières immergées qui est plus complexe et moins couramment utilisée.

L'utilisation de méthodes de résolutions monolithiques donne une meilleure précision que les méthodes partitionnées mais nécessitent un temps de calcul plus important d'un facteur quatre à cinq [16].

I.1.4. Couplage en temps:

Les algorithmes partitionnés, dits aussi différentiels sont présentés ci-dessous [2]. Ils présentent l'avantage de nécessiter moins de temps de calcul que les autres méthodes de couplages temporels. Par contre, ils génèrent une erreur lors de l'échange d'informations entre les parties fluide et structure. Cette erreur est réduite lors de l'utilisation des modèles avec prédicteurs et peut-être quasiment supprimée avec des algorithmes implicites.

I.1.4.1. Méthode explicite synchrone:

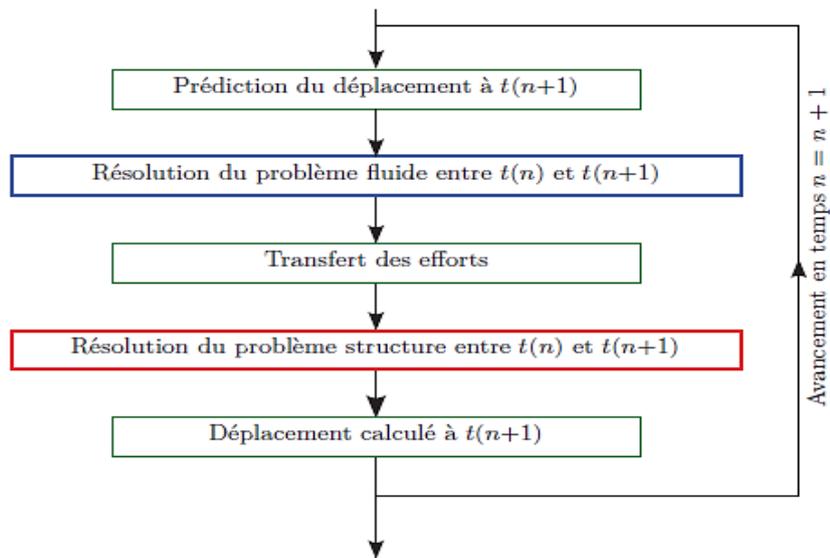


Figure I.4: Schématisation de l'algorithme de couplage temporel explicite synchrone.

Dans cet algorithme, comme le nom l'indique, les parties fluide et structure sont résolues au même pas de temps avec la prédiction du déplacement du maillage ξ à l'instant $n+1$ qui peut être de la forme:

$$\xi^{n+1,p} = u^n + \alpha \Delta t \dot{u}^n + \beta \Delta t (\dot{u}^n - \dot{u}^{n-1}) \quad (\text{I.4})$$

Les valeurs de α et β font varier l'ordre de l'algorithme (par exemple le choix $\alpha = 1$ et $\beta = 0,5$ forme un schéma du second ordre). Plusieurs formes de prédicteurs sont possibles, le choix des paramètres faisant varier la précision et la stabilité des modèles [21]. L'algorithme de couplage est schématisé sur la figure I.4.

Les efforts sur la structure, déterminés par le code fluide, ne sont pas transmis directement au code structure. Ils sont d'abord moyennés: ceci permet de réduire les erreurs induites par la prédiction du déplacement. Une étape similaire est présente dans l'algorithme explicite asynchrone. Les méthodes utilisées pour moyenner sont présentées dans [14].

I.1.4.2. Méthode explicite asynchrone ou décalée:

Cet algorithme est proche du précédent, les itérations fluides sont décalées par rapport à celles de la structure. La prédiction est alors faite pour un temps intermédiaire avec une méthode similaire à la précédente. L'algorithme se déroule suivant la figure I.5.

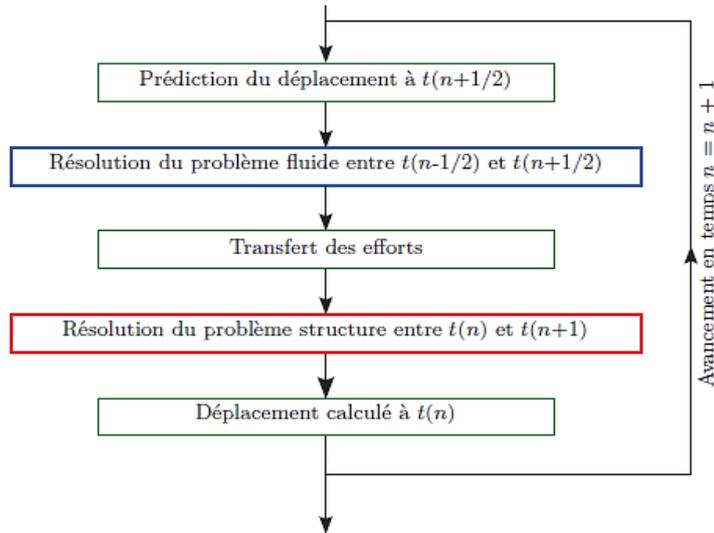


Figure I.5: Schématisation de l’algorithme de couplage temporel explicite asynchrone ou décalé.

I.1.4.3. Méthode avec sous-cyclage fluide:

Cet algorithme part du principe qu’il peut y avoir de grandes différences de temps caractéristiques entre les parties fluide et structure. Afin d’améliorer la résolution, il faut diminuer le pas de temps de la partie fluide et réaliser plusieurs itérations fluide pour une itération structure (voir figure I.6). Ceci est applicable aussi bien à un algorithme synchrone qu’asynchrone.

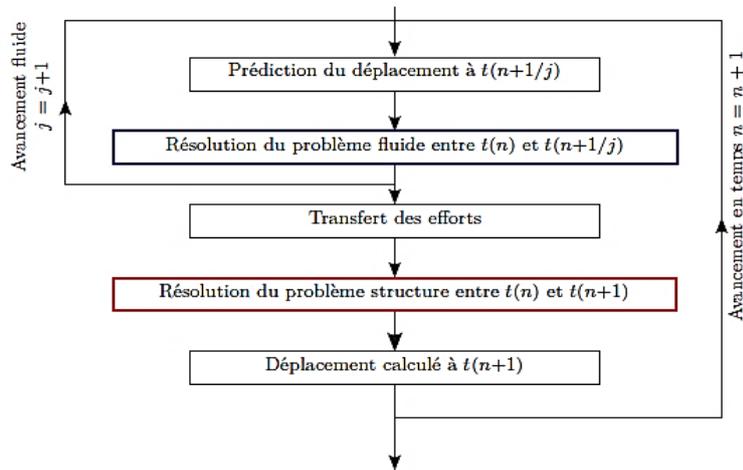


Figure I.6: Schématisation de l’algorithme de couplage temporel explicite synchrone avec sous-cyclage (j itérations du fluide par pas de temps).

I.1.4.4. Méthode implicite:

Cet algorithme ajoute une boucle itérative qui permet de vérifier la convergence entre le déplacement prédit et le déplacement calculé (voir figure I.7). Ainsi, les erreurs dues à la prédiction sont fortement réduites. Le temps de calcul augmente d’autant plus que le critère de convergence est précis. Ce solveur est plus stable que les schémas explicites.

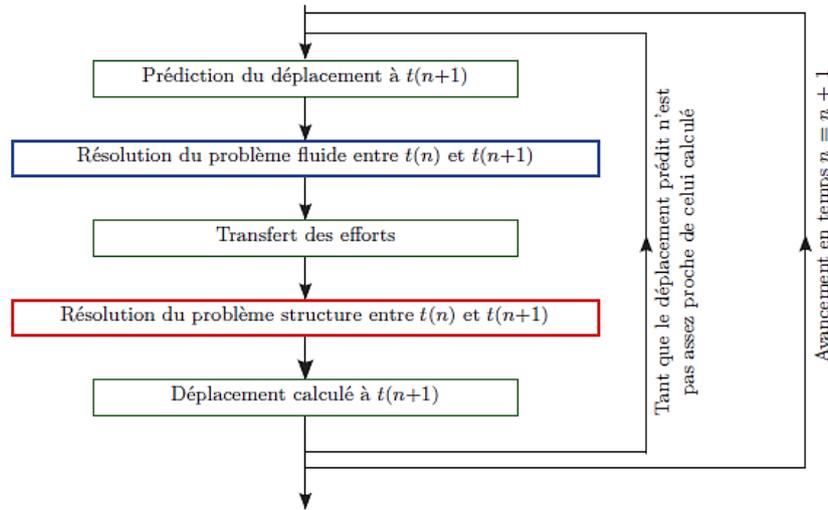


Figure I.7: Schématisation de l'algorithme de couplage temporel implicite.

Des instabilités sont introduites lorsque les effets de masse ajoutée ne sont pas négligeables et lorsque les dimensions du domaine fluide sont trop grandes par rapport à la structure. Afin d'améliorer la stabilité des méthodes explicites, des méthodes hybrides ont été développées. Elles déterminent le couplage en effort en implicite et le couplage des autres termes en explicite.

I.1.4.5. Comparaison des méthodes:

Du point de vue de la précision des résultats, Benaouicha [14] a réalisé une étude comparative de différents modèles sur un système de deux masses reliées par un ressort. Il montre que l'approche monolithique donne les meilleurs résultats, mais que ces derniers sont comparables à ceux de la méthode implicite et du même ordre que ceux des méthodes explicites lorsque le système contient un amortissement. Il montre aussi que l'étape de correction des efforts pour les méthodes implicites et explicites synchrones n'est pas indispensable, mais qu'elle est utile pour les méthodes explicites asynchrones. Piperno [11] montre qu'un schéma avec prédicteur est meilleur qu'un schéma sans prédicteur. Par contre, un schéma explicite avec prédicteur ne permet pas le respect parfait de la continuité des déplacements entre le fluide et la structure.

Farhat et Lesoinne [8] ont montré que les algorithmes en série avec prédicteur choisi pour respecter les conditions de continuité de la vitesse à l'interface donnent des résultats meilleurs que les autres méthodes avec et sans prédicteur. Ils montrent aussi que les modèles parallèles sont moins stables que les modèles séries équivalents, ce qui confirme que le choix des prédicteurs influe de façon importante sur la qualité du couplage.

Dans [19], Piperno et Farhat montrent l'influence du prédicteur des méthodes explicites synchrone et asynchrone afin d'obtenir des algorithmes de couplage d'ordre plus élevé et respectant mieux l'équilibre énergétique du système couplé. Ils présentent un critère de comparaison des modèles de couplage temporel basé sur l'énergie échangée à l'interface. Ainsi, il est possible de

choisir un modèle qui respecte mieux l'équilibre énergétique et donc n'ajoute pas d'erreur sur l'amortissement, lequel définit la stabilité du système [15].

I.1.5. Couplage en espace:

Les efforts émis du fluide vers la structure et les déplacements envoyés de la structure vers le fluide sont échangés à partir des nœuds des maillages. La difficulté du couplage en espace consiste donc à transmettre les informations entre les maillages sans pertes et sans ajouter d'erreurs.

Dans la plupart des cas les maillages, structure et fluide, ne sont pas coïncidents. Le couplage en espace est alors décomposable en deux phases: tout d'abord, on projette les nœuds de l'un des maillages sur l'autre et ensuite on détermine les grandeurs sur ces nœuds [2].

I.1.5.1. Projection des nœuds:

La méthode la plus simple consiste à projeter les nœuds d'un maillage sur l'autre suivant la normale à l'un des deux maillages. Les choix de la normale et du maillage projeté sont importants, car ils vont déterminer, en partie, la qualité du couplage en espace. Maman et Farhat [17] expliquent plus en détail le choix de la normale de projection avec une méthode de points de Gauss.

La figure I.8 montre un exemple de projection des nœuds d'un maillage structure sur un maillage fluide. On remarque que, pour le nœud structure S_5 , la projection n'est pas possible. La valeur au nœud est alors renvoyée vers le nœud fluide le plus proche, c'est à dire le F_8 . Le nœud structure S_2 à deux projections possibles, d_1 et d_2 . C'est la plus courte des deux qui est retenue, ici d_2 . L'élément fluide délimité par les nœuds F_2 et F_3 ne contient aucune information provenant directement de la structure.

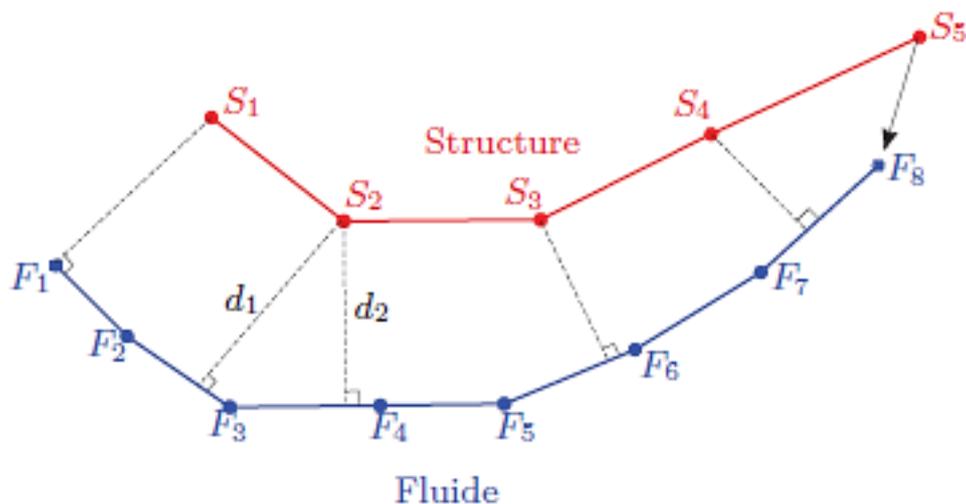


Figure I.8: Exemple de projection entre deux maillages.

Dans l'exemple de la figure I.8, on a choisi de projeter les nœuds structure sur le maillage fluide. Cette solution permet de réaliser moins de projections car le maillage structure est généralement moins dense ; la solution contraire est aussi possible.

Afin d'améliorer le fonctionnement de cette méthode, on peut réaliser un découpage de l'interface en zones appelées *buckets*. Ensuite on traite chaque zone indépendamment les unes des autres, avec des algorithmes spéciaux pour traiter les cas où seule l'une des deux interfaces est présente dans une zone. La figure I.9 reprend l'exemple précédent avec des *buckets*.

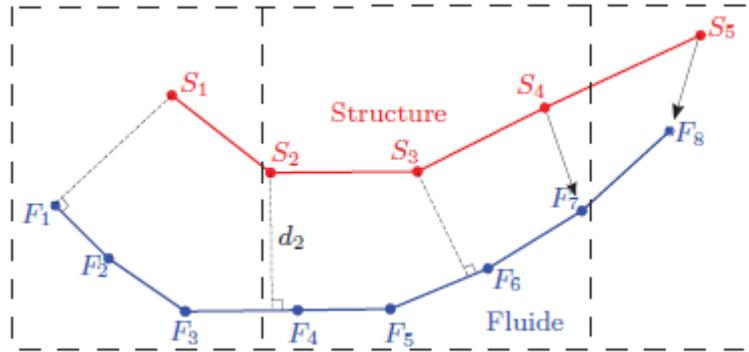


Figure I.9: Exemple de projection avec une méthode buckets.

I.1.5.2. Détermination des grandeurs aux nœuds:

Cette partie présente les méthodes de détermination des valeurs aux nœuds utilisés dans ANSYS MFX [7]. La première méthode, préservation du profil, consiste à interpoler linéairement les grandeurs aux nœuds projetés. Cette méthode permet de conserver l'intégrale de la grandeur échangée (voir figure I.10). La seconde, conservation globale, consiste à déterminer les grandeurs aux nœuds projetés à l'aide d'une fonction de forme. Elle permet de conserver la somme de la grandeur sur l'interface (voir figure I.11).

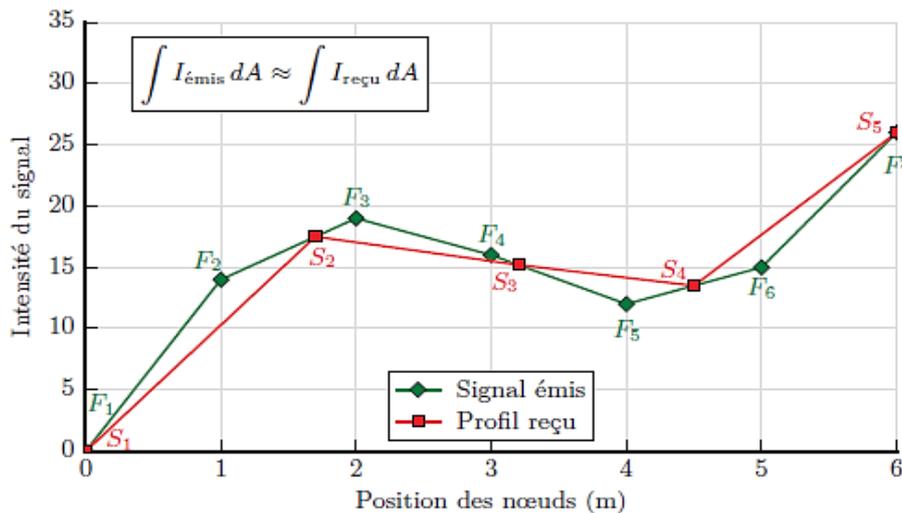


Figure I.10: Méthode de préservation du profil.

Comme le montrent les figures I.10 et I.11 ainsi que le tableau I.1, la méthode de détermination des grandeurs aux nœuds influence fortement l'erreur introduite dans le calcul par la discrétisation en espace. La méthode globale est meilleure pour les valeurs discrètes qui ne nécessitent pas d'être conservées exactement dans la plupart des cas. Par contre, les efforts et les flux, nécessitent que leurs intégrales soient égales pour que l'énergie échangée entre le fluide et la structure soit respectée. C'est donc la méthode de préservation du profil qui est préférable.

	Somme des valeurs aux points	Intégrales
Envoyé	102.0	89,0
Global	102.0	97,7
Profil	72.2	87,7

Tableau I.1: Exemples de résultats obtenus avec les deux méthodes.

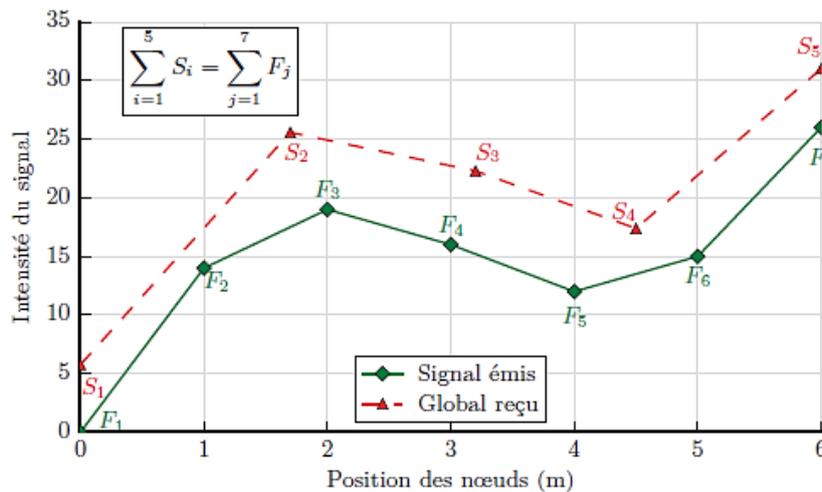


Figure I.11: Méthode de conservation globale.

I.1.5.3. Méthode General Grid Interface:

Une variante de la méthode globale est la méthode *General Grid Interface* (GGI). Cette méthode intègre les étapes de projection et d'interpolation. La figure I.12 montre le fonctionnement de cette méthode pour un cas simple. Dans un premier temps, les faces de chaque élément à l'interface sont divisées par le nombre de nœuds de la face. Ces faces, dites IP, sont converties en polygones faits de lignes et colonnes de *pixels* ayant une résolution de 100×100. Puis les polygones ainsi créés sur la face émettrice (le maillage fluide dans notre cas) sont intersectés avec ceux de la face receveuse. On obtient ainsi les surfaces de contrôle. Ces surfaces de contrôle sont ensuite utilisées pour l'échange des grandeurs.

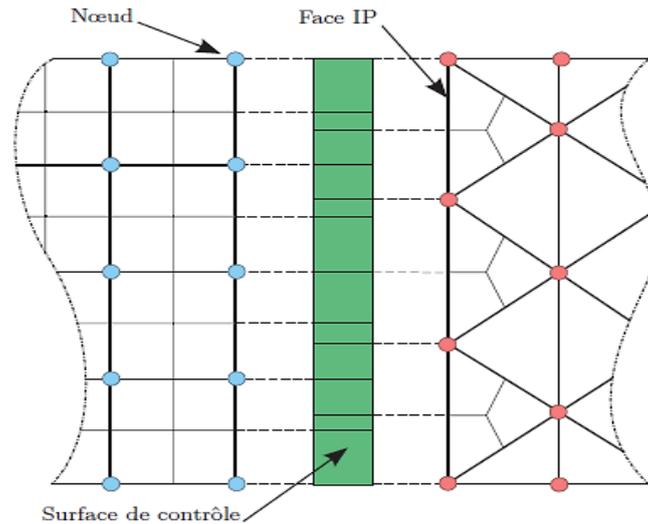


Figure I.12: Méthode d'échanges du type General Grid Interface (GGI).

Il existe d'autres méthodes dont celle du voisin le plus proche qui consiste à donner la grandeur du nœud projeté au nœud du maillage receveur le plus proche.

I.1.6. Formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne et la loi de conservation géométrique:

I.1.6.1. Formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne:

I.1.6.1.1. Formulation Eulérienne:

La description Eulérienne étudie le passage d'une certaine quantité de matière à travers une région donnée de l'espace. Le système de référence associé est fixe et est appelé Système de Référence Spatial (SRS). Dans cette description, l'observateur se place en un point fixe et étudie comment varient les caractéristiques de la particule passant par ce point à l'instant considéré. Cette formulation est généralement celle qui est adoptée en mécanique des fluides. Dans le cadre de la méthode des éléments finis, la formulation Eulérienne impose un maillage fixe dans l'espace. Ce maillage définit un volume de contrôle invariable au cours du temps et une particule matérielle donnée peut migrer d'un élément fini vers un autre. Certaines particules matérielles peuvent même quitter le domaine défini initialement. Dans ce cas toutes les informations ultérieures relatives à ces particules sont perdues.

L'utilisation de formulations Eulériennes fait apparaître des difficultés lors de l'étude de problèmes à frontières variables. Les frontières du corps étudié ne coïncident généralement ni partout ni à chaque instants avec le bord d'un élément. Il en résulte, de grandes difficultés pour prendre en compte les conditions aux limites matérielles, ainsi qu'une définition peu précise des frontières matérielles lorsque celles-ci évoluent au cours du temps.

En revanche, les formulations Eulériennes autorisent d'importantes distorsions de la matière. Ceci explique pourquoi elles sont largement utilisées en mécanique des fluides ou dans le cas de la mise en forme des matériaux pour l'étude des processus stationnaires [1].

I.1.6.1.2. Formulation Lagrangienne:

La description Lagrangienne étudie le mouvement du corps considéré comme une certaine quantité de matière se déplaçant dans l'espace à partir d'une référence connue. Le système de référence, appelé Système de Référence Matériel (SRM), est donc attaché à la matière. Dans ce cas, l'observateur peut être considéré comme attaché à une particule matérielle donnée et il étudie l'évolution temporelle des propriétés de cette particule au cours de son mouvement. Cette formulation est classiquement adoptée en mécanique des solides.

Dans le cadre de la méthode des éléments finis, la formulation Lagrangienne impose à chaque nœud de rester en coïncidence avec la même particule matérielle tout au long du processus de déformation. Cette propriété est intéressante d'un point de vue numérique puisque, lors de l'intégration des lois de comportement, les termes convectifs n'apparaissent pas dans les équations. D'autre part, un élément donné contient toujours le même ensemble de particules matérielles et est donc entraîné par la déformation. En particulier, un nœud situé à la frontière du corps reste sur cette frontière au cours de la simulation et, dans ce cas, le suivi d'une frontière mobile ne présente pas de difficultés.

En revanche, en présence de grandes déformations, le maillage peut être fortement distordu et entraîner une imprécision des résultats voire l'impossibilité de conduire la simulation à terme. Des opérations de réactualisation de maillage (remaillage) sont alors indispensables, opérations coûteuses en temps (homme et machine) [1].

I.1.6.1.3. Formulation Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne:

La formulation ALE est particulièrement bien adaptée à l'étude des problèmes présentant de grandes déformations et plus généralement à l'étude des problèmes couplés. Elle permet de combiner les avantages de la représentation Lagrangienne (bonne définition des frontières variables, facilité d'imposer des conditions aux limites matérielles) et ceux de la formulation Eulérienne (possibilité de prise en compte de grandes distorsions).

Lors d'un calcul en interaction fluide-structure certaines frontières du domaine fluide deviennent mobiles et celui-ci peut alors se déplacer ou se déformer. Pour prendre en compte cette modification du domaine, on utilise une formulation des équations de Navier-Stokes différente de

celles couramment employées. Cette formulation dite Arbitrairement Lagrangienne Eulérienne (ALE) fait intervenir la vitesse de déplacement du volume de contrôle v^* et s'écrit [10]:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f (v - v^*) n d\Gamma_f = 0 \quad (I.5)$$

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} \rho_f v d\Omega_f + \int_{\Gamma_f} \rho_f v \otimes (v - v^*) \cdot n d\Gamma_f = \int_{\Gamma_f} T n d\Gamma_f + \int_{\Omega_f} \rho_f b d\Omega_f \quad (I.6)$$

Pour une vitesse de maillage v^* , on retrouve les équations de Navier-Stokes en formulation eulérienne. Lorsque la vitesse du maillage est égale à celle du fluide, les équations sont alors en formulation lagrangienne.

En interaction fluide-structure, le maillage doit suivre les mouvements de la structure. La vitesse du maillage fluide doit donc être égale à celle de la structure. Le fait que le maillage suive, de façon rigide, la structure peut provoquer des difficultés pour gérer les conditions aux limites. Pour s'affranchir de ce problème la formulation ALE utilise une vitesse de maillage non-uniforme dans le domaine. Elle est prise nulle aux frontières fixes de ce dernier et égale à la vitesse de la structure au niveau de l'interface. Dans le reste du domaine il s'agit d'une nouvelle inconnue.

La différence de vitesse du maillage provoque une déformation de celui-ci. Le contrôle de cette déformation, voire le remaillage de tout ou partie du domaine, augmente le temps de calcul et doit-être réalisé avec précaution, afin de garantir un maillage de qualité. La méthode ALE est présentée plus en détail dans [14].

D'autres méthodes ont été mises au point, notamment la méthode de transpiration qui ne nécessite pas de remaillage. Elle consiste à autoriser le fluide à s'écouler à travers l'interface avec une vitesse de transpiration qui est définie à partir du déplacement de la structure. Cette méthode s'adapte particulièrement bien au cas de petites déformations.

I.1.6.2. Loi de conservation géométrique:

Afin d'avoir un problème fermé, il est nécessaire d'introduire une équation complémentaire portant sur la vitesse du maillage. La *Geometric Conservation Law* (GCL) ou *Space Conservation Law* (SCL) décrit la conservation de l'espace, quand l'élément change de position ou de forme dans le temps.

Guillard et Farhat [13] expliquent que le respect de la *Geometric Conservation Law* revient à déterminer les paramètres géométriques du modèle numérique tels qu'ils préservent l'état d'un écoulement uniforme, indépendamment des mouvements du maillage. C'est-à-dire que le maillage mobile ne doit pas ajouter d'erreurs à la résolution du problème. Pour cela, il faut respecter exactement l'égalité suivante [12]:

$$\frac{d}{dt} \int_{\Omega_f} d\Omega_f - \int_{\Gamma_f} v^* n d\Gamma_f = 0 \quad (I.7)$$

La GCL peut se ramener pour une précision temporelle du premier ou du second ordre, à déterminer la vitesse du maillage de la façon suivante:

$$v^* = \frac{x_{n+1} - x_n}{\Delta t} \quad (I.8)$$

Le non-respect de la GCL peut entraîner, en aéroélasticité, des instabilités numériques sur la portance et des vitesses de flottement sous-estimées. Il est donc conseillé d'utiliser des schémas respectant la GCL, d'autant plus que le respect de cette condition n'augmente pas les temps de calculs.

I.1.7. Maillage dynamique:

Dans le cas de petits déplacements, un maillage dynamique est suffisant. Il permet de déplacer les nœuds des éléments et, en déformant un peu ces derniers, de suivre le mouvement de la structure. Pour les grands déplacements, les déformations subies par le maillage dégradent sa qualité. Il faut alors remailler le domaine ou à minima les zones les plus déformées. Il est possible de coupler les deux méthodes de maillage, c'est-à-dire déformer le maillage puis, lorsqu'une zone présente une qualité de maillage inférieure à un critère fixé, la remailler. Le remaillage est une action coûteuse en temps de calcul et délicate à paramétrer [20].

I.1.7.1. Analogie des ressorts (*Spring Analogy*):

Il s'agit de déplacer des nœuds du maillage afin de suivre le mouvement de la structure. La difficulté réside dans la nécessité de garder un maillage de qualité, c'est-à-dire que les éléments ne soient pas trop déformés et qu'ils ne s'interpénètrent pas [2].

Les méthodes suivantes consistent à ajouter des éléments de raideur en torsion et/ou en compression aux nœuds.

a. Torsional Spring Analogy:

Dans un élément triangulaire, on ajoute à chaque sommet (nœud) une raideur égale au rapport des longueurs des côtés du triangle l_{ij} et l_{ik} par rapport à l'aire du triangle A_{ijk} . Il existe au sommet i autant de raideurs C_i que de triangles en contact, la raideur pour le triangle ijk s'écrit alors:

$$C_i^{ijk} = \frac{l_{ij}^2 l_{ik}^2}{4A_{ijk}^2} \quad (I.9)$$

Généralement, des éléments de raideurs inversement proportionnels à la longueur du côté du triangle sont placés entre les sommets du triangle (voir figure I.13). Ainsi, la géométrie de l'élément est bien contrôlée, notamment les risques d'interpénétration et d'affaissement. Par contre, le temps de calcul nécessaire en utilisant cette méthode est trois à quatre fois supérieur aux méthodes suivantes.

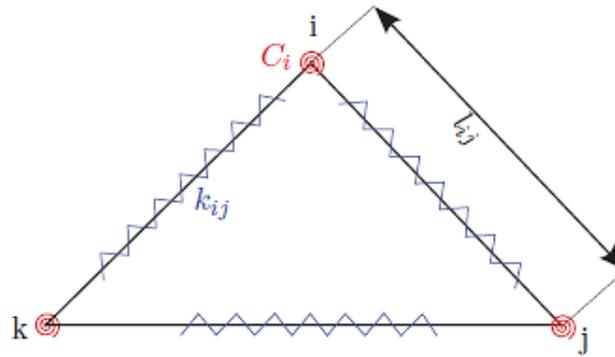


Figure I.13: Méthode torsional spring avec raideurs linéaires.

b. Ball-Vertex Spring Analogy:

Dans cette approche, on utilise des raideurs linéaires entre les nœuds et entre ces derniers et la face opposée (voir figure I.14). Cette méthode contrôle l'écrasement de l'élément, mais pas ses déformations angulaires, ce qui peut conduire à des déformations importantes de l'élément.

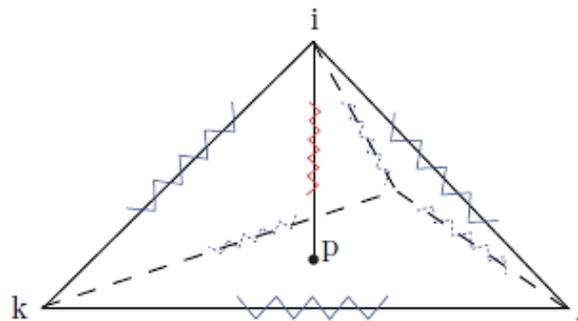


Figure I.14: Méthode ball-vertex (les raideurs entre les nœuds j et k et leur face opposée ne sont pas représentées).

c. Semi-Torsional Spring Analogy:

Cette méthode est un mélange entre la méthode de base utilisant des raideurs entre les nœuds et la méthode *Torsional*. On emploie ici des raideurs entre les nœuds mais définies par la raideur en torsion de l'angle opposé. Ainsi, les déformations sont mieux contrôlées qu'avec la méthode *Ball-Vertex* et nécessitent moins de ressources que pour la méthode *Torsional* [18].

d. Orthogonal Semi-Torsional Spring Analogy:

Cette méthode est identique à la précédente avec en plus une raideur entre le sommet et sa projection sur la face opposée. Ainsi, l'élément ne peut pas s'affaisser n'y s'inverser. Cette méthode est celle qui, pour les grandes déformations, donne les meilleurs résultats pour un temps de calcul comparable aux méthodes *Semi-Torsional* et *Ball-Vertex*.

I.1.7.2. Renforcement basé sur la matrice Jacobienne:

L'objectif est de conserver la géométrie des petites mailles et de favoriser la déformation des grandes mailles. Les petites mailles n'étant que peu (ou pas) déformées, on peut effectuer des remaillages partiels du domaine sans modifier les mailles près de la structure qui forment la couche limite. Pour ce faire, un Jacobien de l'élément est défini, ainsi qu'une raideur artificielle sur le volume de l'élément [18].

I.1.7.3. Modèle élastique:

Le maillage dynamique est vu comme un système supplémentaire dans le problème de couplage. Ils proposent d'écrire le maillage comme une pseudo-structure avec son équation de mouvement et ses matrices fictives de masse, raideur et amortissement. La résolution de l'équation de mouvement permet de déterminer l'évolution de la position des nœuds du maillage.

$$M \ddot{\xi} + K \xi + D \dot{\xi} = F \quad (\text{I.10})$$

Cette méthode, pour certaines valeurs des matrices de masses M , raideurs K et amortissements D fictifs, revient aux méthodes de maillages dynamiques par ressorts.

La méthode SEMMT (*Solid-Extension Mesh Moving Technique*) consiste à considérer le maillage proche de la structure comme étant fixé rigidement sur celle-ci et non plus seulement l'interface. Ainsi, la couche limite de l'écoulement conserve sa géométrie et donc sa qualité.

I.1.7.4. Méthode de remaillage:

Le but de cette famille de méthodes est d'ajouter ou supprimer des éléments au maillage. Pour cela un critère surveille l'état du maillage (taille des mailles, affaissement. . .). Lorsque la valeur du critère est inférieure à celle fixée, un code de remaillage est appelé. L'opération de remaillage se décompose en deux phases, la première consiste à créer le nouveau maillage et la seconde à interpoler sur le nouveau maillage les grandeurs physiques. Cette deuxième partie peut être réalisée par les méthodes correspondant au couplage en espace. La création d'un nouveau maillage peut se faire en décomposant chaque élément en sous-éléments ou en calculant

complètement un nouveau maillage. Pour des raisons de simplicité, il n'est généralement pas possible d'ajouter des nœuds sur les frontières du domaine [2].

I.2. Les paliers hydrostatiques:

Les paliers hydrostatiques peuvent être utilisés avec succès dans un grand nombre de machines fonctionnant à faibles vitesses et supportant de fortes charges. Cependant, l'utilisation d'un palier hydrostatique dans des machines fonctionnant aux hautes vitesses en tant que support «ressort-amortisseur» par rapport aux autres types de paliers n'est pas répandue. Depuis l'avènement du contrôle des vibrations des rotors, le palier hydrostatique est nettement plus étudié en tant que structure contrôlable.

I.2.1. Principe de la lubrification hydrostatique

La lubrification hydrostatique est parmi les procédés les plus utilisés dans le domaine industriel. Un palier hydrostatique possède deux surfaces, l'une est lisse tandis que l'autre comporte une ou plusieurs cavités (ou alvéoles) (Figure I.15.a). On distingue deux régions: une zone où l'épaisseur h du film est mince (AB et CD) et une zone constituée par les cavités où l'épaisseur « e » de film est grande (BC). L'arrivée extérieure du fluide se fait dans l'alvéole par une pompe extérieure qui permet l'introduction de fluide sous pression à travers à une résistance hydraulique.

Les deux principales méthodes utilisées pour introduire le fluide à l'intérieur des butées hydrostatiques sont :

- L'alimentation à débit constant (ce type de lubrification est seulement valable pour les liquides, figure I.15.b,
- L'alimentation à pression constante figure I.15.c.

Dans les systèmes à débit constant, on place une pompe à débit constant entre le réservoir et l'alvéole (figure I.15.b). Lorsque le mécanisme comporte plusieurs alvéoles, on peut soit alimenter chaque butée hydrostatique par une pompe individuelle, soit utiliser des régulateurs à débit constant qui permettent de distribuer le fluide à partir d'une seule pompe. Cette solution qui assure une grande raideur est peu employée car elle est complexe et coûteuse.

On préfère utiliser des systèmes à pression constante.

Dans les mécanismes à pression constante, on place une résistance hydraulique immédiatement en amont de l'alvéole (figure I.15.c). Les types de résistances les plus fréquemment utilisés sont les types capillaires et les orifices à paroi mince (diaphragme). On emploie parfois des gicleurs qui représentent un compromis entre les deux systèmes précédents. On utilise aussi des résistances auto régulatrices (de type servovalve) qui possèdent une résistance variable avec le débit. Ceci permet d'accroître la raideur de la butée hydrostatique. Théoriquement, il est possible de dessiner des résistances variables de façon à ce que la raideur du système soit infinie. En pratique,

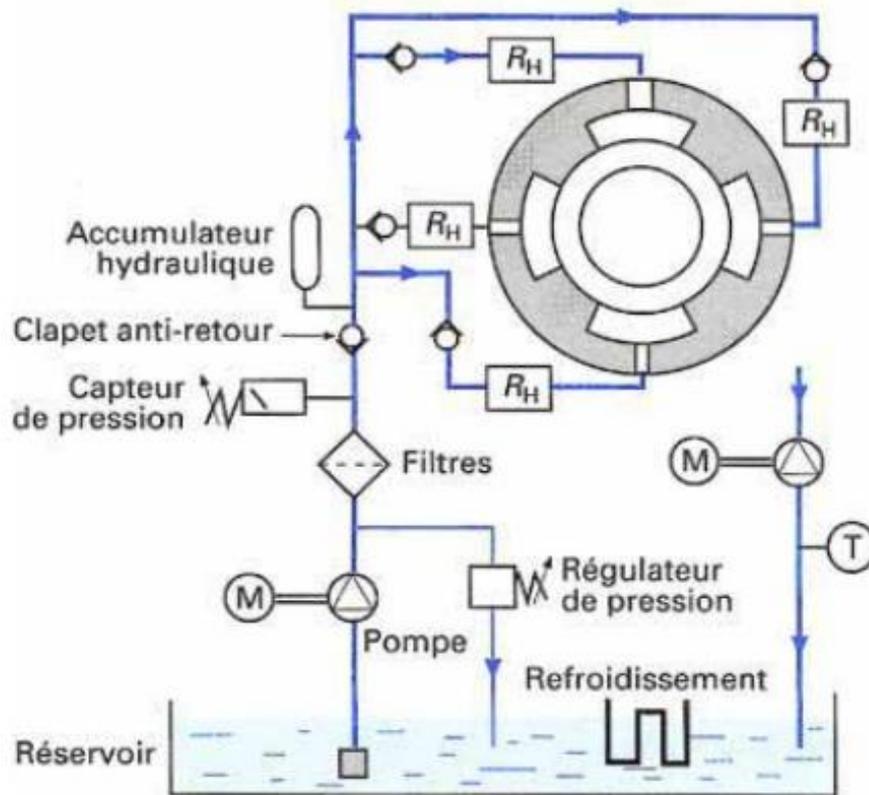


Figure I.16: Schéma d'alimentation à pression constante: cas réel Principe de fonctionnement d'un palier hydrostatique à 4 butées hydrostatiques.

I.2.2. Les avantages et les inconvénients des paliers hydrostatiques :

La différence essentielle des paliers hydrostatiques par rapport aux autres types de support réside en l'absence de contact entre les deux surfaces puisqu'une pompe extérieure permet l'introduction de fluide sous pression à l'intérieur de la zone de contact même à vitesse nulle.

Cela entraîne les avantages et les inconvénients suivants [4]:

a- Les avantages:

- Une très grande raideur permettant de conserver un positionnement précis malgré des fluctuations de charge importantes;
- L'existence d'un film lubrifiant quelque soit la vitesse des surfaces, même au démarrage, il n'y a pas de contact métal- métal; l'usure est donc théoriquement nulle et la durée de vie du mécanisme infinie;
- L'inexistence de variation de la pression d'huile car la pression est sensiblement constante dans l'alvéole et la charge est supportée par une grande surface;

- Les défauts de forme des surfaces en présence ont moins d'importance qu'en régime hydrodynamique car la pression dans l'alvéole est fonction du débit global, et de sa géométrie et non pas de l'épaisseur du film ;
- Les problèmes thermiques sont très souvent secondaires car, on est en présence d'un écoulement forcé à débit important, et ainsi, l'hypothèse d'un régime d'écoulement isotherme est justifiée.

Les avantages précédemment énumérés montrent que le domaine d'application des paliers hydrostatiques est très vaste. Leurs propriétés spécifiques font qu'ils sont indiqués plus particulièrement pour :

- Supporter des éléments qui doivent être libres par rapport au reste de la machine et peuvent se déplacer à très faibles vitesses de manière uniforme (téléscope, broyeur à boulet par exemple) ;
- Centrer avec précision des éléments appelés à encaisser des charges pouvant varier très largement (machines-outils par exemple).

b- Les inconvénients:

Les inconvénients majeurs des paliers hydrostatiques sont:

- Le coût, car ils nécessitent une pompe, des filtres, des régulateurs de pression, etc.

La fiabilité, car le moindre incident dans le système d'alimentation peut entraîner la destruction des surfaces.

Il existe une grande variété de géométries de paliers hydrostatiques et de stratégies potentielles pour contrôler les pressions. Parmi les géométries les plus simples et appropriées au contrôle des vibrations d'un rotor, on dénote les paliers hydrostatiques à 4 butées hydrostatiques. Notons qu'il existe plusieurs configurations des butées (supports), parmi lesquelles on distingue les configurations à support cylindrique et à support plat.

La configuration à support cylindrique (Figure I.17.a) est moins coûteuse mais exige un mécanisme anti-rotation pour éviter la rotation du palier. Elle est similaire au film amortisseur cylindrique (*Squeeze film dampers SFD*) non hydrostatique conventionnel dans le cas où il n'y a pas de ressort de centrage.

La configuration à support plat (Figure I.17.b) dont l'anti-rotation est inhérente, peut être conçue pour que le moment de torsion du palier ne crée pas de problème de lignage [4].

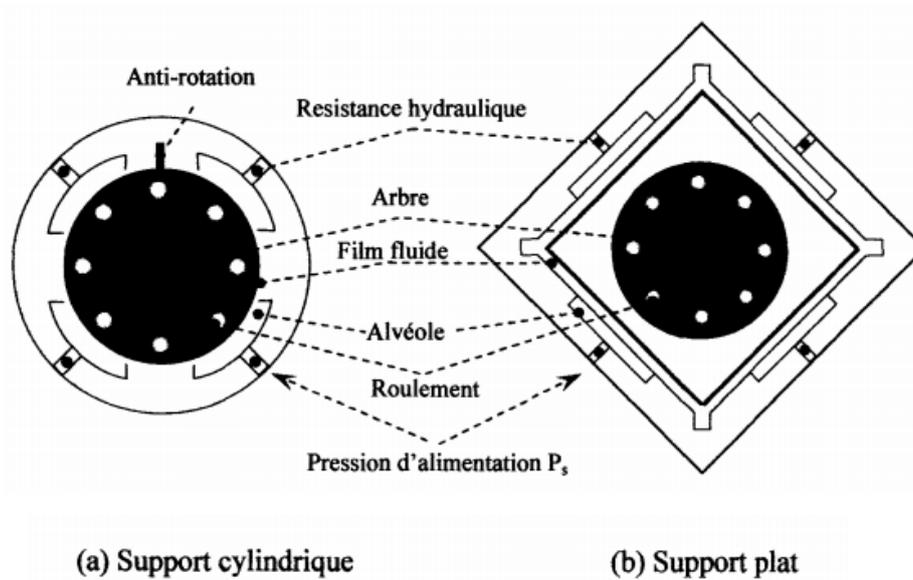


Figure I.17: Configurations de paliers hydrostatiques à 4 butées hydrostatiques [4].

I.2.3. Modélisation Mathématique:

La figure I.18 montre un arbre rigide monté verticalement et supporté par un palier hydrostatique composé de quatre butées hydrostatiques identiques. Les indices 1, 2, 3 et 4 indiquent respectivement les caractéristiques des quatre butées. Le palier hydrostatique est alimenté par des résistances capillaires par l'intermédiaire des alvéoles, qui sont alimentés par une pression hydraulique externe P_s à travers des résistances capillaires. L'écoulement est considéré incompressible et le régime est laminaire, isotherme et permanent [4].

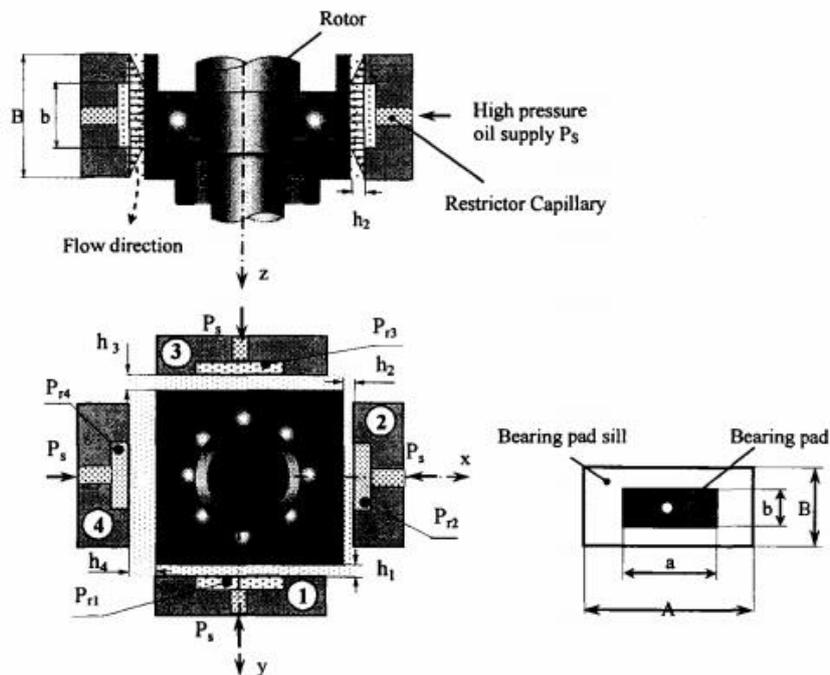


Figure I.18: Palier hydrostatique géométrie et nomenclature [4].

Le calcul des caractéristiques de palier hydrostatique a été généré par la visualisation du palier hydrostatique comme la juxtaposition de quatre butées hydrostatique (figure I.19).

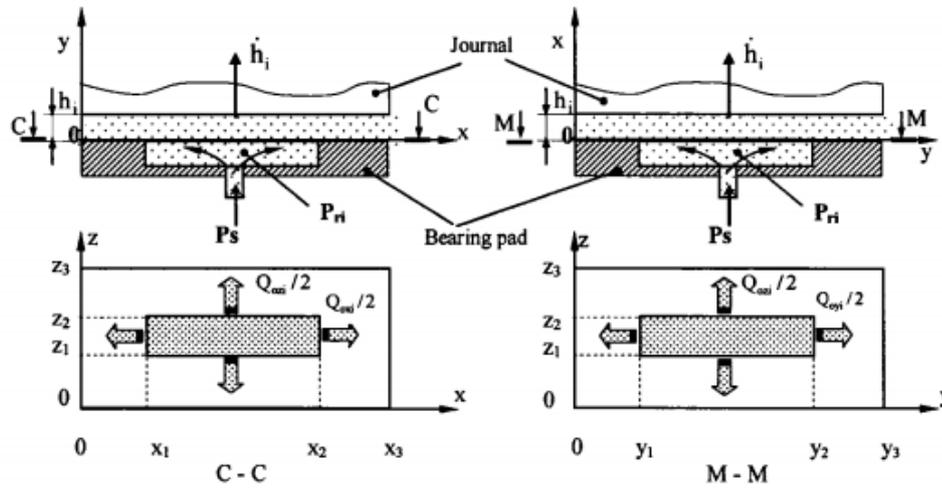


Figure I.19: Butée hydrostatique [4].

I.2.3.1. Equation de Reynolds:

L'équation de Reynolds permet le calcul de la distribution de la pression $P(x, z)$ et $P(y, z)$. Ces équations peuvent être résolues numériquement en appliquant la méthode des différences finies centrées ou analytiquement en considérant l'hypothèse particulière des butées infiniment longues.

Si l'on considère qu'il n'y a pas de frottement entre le fluide et les boîtiers, les conditions aux limites associées au de vitesse seront les suivantes (figure I.20):

- À la butée plate:

$$U_{li} = 0 ; V_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \quad (I.11)$$

$$V_{li} = 0 ; U_{li} = 0 ; W_{li} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4$$

- Au grain mobile:

$$U_{2i} = 0 ; V_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 1 \text{ and } 3 \quad (I.12)$$

$$V_{2i} = 0 ; U_{2i} = \dot{h}_i ; W_{2i} = 0 ; i = 2 \text{ and } 4$$

Où U_{li} ; V_{li} and W_{li} sont les vitesses de la surface du butée N° i et U_{2i} ; V_{2i} et W_{2i} sont les vitesses de la surface du grain mobile.

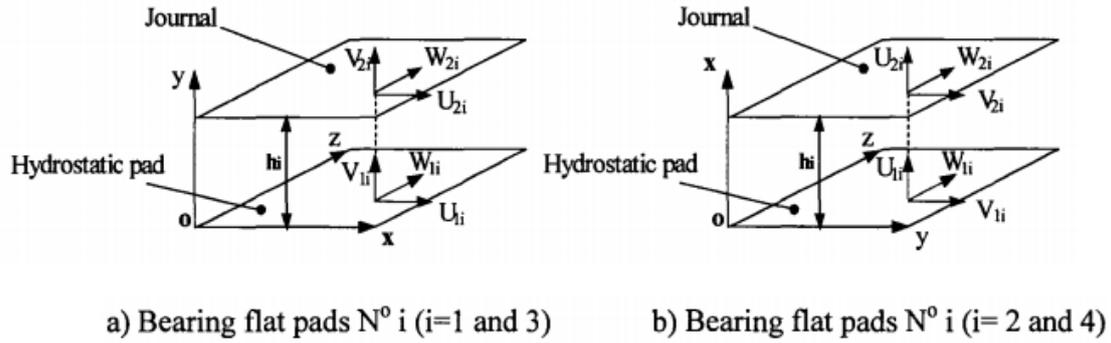


Figure I.20: Les conditions aux limites du film lubrifiant.

Avec ces conditions aux limites, et pour un écoulement incompressible, laminaire, iso-visqueux, l'écoulement de fluide sans inertie libre de cavitation, l'équation de Reynolds peut être écrite comme:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(x, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i = 1 \text{ et } 3) \quad (I.13)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial P_i(y, z)}{\partial z} \right) = 12 \frac{\mu}{h_i^3} \dot{h}_i \quad (i = 2 \text{ et } 4) \quad (I.14)$$

Où: $0 \leq y \leq A$ et $0 \leq z \leq B$.

$P_i(x, z)$ est le champ de pression hydrostatique du premier et troisième butées hydrostatiques; $P_i(y, z)$ est le champ de pression hydrostatique des deuxième et quatrième butées hydrostatiques; \dot{h}_i représente la vitesse de compression du $i^{\text{ème}}$ butée hydrostatique et h_i est l'épaisseur du film de la $i^{\text{ème}}$ butée hydrostatique ($i = 1, 2, 3$ et 4).

On suppose que la pression dans l'alvéole est constante et égale à P_{ri} et la pression ambiante, est égal à 0. Ainsi, les conditions aux limites pour les équations (I.13) et (I.14) sont:

- Pour $i = 1$ et 3

$$P_i(0 \leq x \leq A; z = 0, B) = 0; P_i(x = 0, A; 0 \leq z \leq B) = 0$$

$$P_i(x_1 \leq x \leq x_2; z_1 \leq z \leq z_2) = P_{ri} \quad (I.15)$$

- Pour $i = 2$ et 4

$$P_i(0 \leq y \leq A; z = 0, B) = 0; P_i(y = 0, A; 0 \leq z \leq B) = 0$$

$$P_i(y_1 \leq y \leq y_2; z_1 \leq z \leq z_2) = P_{ri} \quad (I.16)$$

La résolution des équations (I.13) et (I.14) permet d'obtenir le champ de pression $P_i(x, z)$ et $P_i(y, z)$. L'équation de Reynolds peut être résolue numériquement en appliquant la méthode des différences finies centrées ou la méthode des éléments finis. La méthode des différences finies est la plus généralement utilisée lorsque l'on considère une surface rectangulaire.

I.2.3.2. Capacité de chargement:

L'intégration de la pression sur la surface de palier donne la capacité de chargement:

$$W_{P_i} = \int_S P_i ds \tag{I.17}$$

Où: S est la surface de contact et ds est un élément de la surface.

Donc, les forces de film fluide sur le grain mobile peuvent être écrites comme suit:

$$\begin{cases} W_x = W_{P2} - W_{P4} \\ W_y = W_{P1} - W_{P3} \end{cases} \tag{I.18}$$

Où: W_x Et W_y sont les capacités de chargement dans les directions x et y, respectivement.

I.2.3.3. La pression d'alvéole:

La pression d'alvéole pour chaque butée (Figure I.18) est déterminée par la résolution de l'équation de continuité suivante:

$$Q_{ri} = Q_{oi} \tag{I.19}$$

- Pour i = 1 et 3

$$Q_{oi} = Q_{oxi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \tag{I.20}$$

Où:

$$Q_{oxi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{xi} dy ; \quad Q_{ozi} = 2 \int_0^A dx \int_0^{h_i} u_{zi} dy \tag{I.21}$$

$$u_{xi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial x} (y - h_i) y ; \quad u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (y - h_i) y \tag{I.22}$$

- Pour i = 2 et 4

$$Q_{oi} = Q_{oyi} + Q_{ozi} + Q_{vi} \quad (I.23)$$

Où:

$$Q_{oyi} = 2 \int_0^B dz \int_0^{h_i} u_{yi} dx ; \quad Q_{ozi} = 2 \int_0^A dy \int_0^{h_i} u_{zi} dx \quad (I.24)$$

$$u_{yi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial y} (x - h_i) x ; \quad u_{zi} = \frac{1}{2\mu} \frac{\partial P_i}{\partial z} (x - h_i) x \quad (I.25)$$

Où: u_{xi} , u_{yi} et u_{zi} sont les vitesses d'écoulement dans les directions x, y et z respectivement.

$$Q_{vi} = S_a \dot{h}_i \quad (I.26)$$

Q_{vi} : représente le débit de compression de la $i^{\text{ème}}$ butée hydrostatique ($i = 1, 2, 3$ et 4).

Le débit à travers une résistance capillaire de type hydraulique est:

$$Q_{ri} = \frac{\pi d_c^4}{128 \mu l_c} (P_s - P_{ri}) \quad (I.27)$$

Où: d_c est le diamètre de capillaire et l_c est leur longueur.

I.2.3.4. Le débit total nécessaire:

Le débit volumétrique total qui doit être fournie au palier hydrostatique est le suivant:

$$Q_T = \sum_{i=1}^4 Q_{oi} \quad (I.28)$$