

III. Introduction :

Les planchers sont des surfaces planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol, ils assurent principalement 2 fonctions :

La résistance : ils doivent supporter leurs poids propres et les surcharges d'exploitations appliquées sur eux ;

L'isolation : ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages.

La structure étudiée a un seul type de planchers :

Planchers à corps creux : qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les hourdis en béton ; les poutrelles sont des poutres de section en T et disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

D'après le pré dimensionnement déjà fait on a un plancher à corps creux de 30 cm de hauteur dont :

Hauteur du corps creux = 25 cm

Epaisseur de la dalle de compression = 5 cm

III.1 Calcul du plancher à corps creux :

III.1.1 Pré dimensionnement des poutrelles :

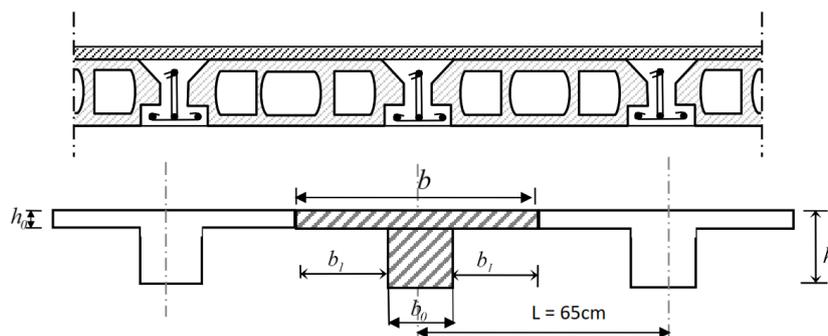


Figure III.1 : Dimensionnement des poutrelles

Les poutrelles sont disposées perpendiculairement au sens porteur et espacées de 65 cm et sur lesquelles viennent s'appuyer l'hourdis sachant que :

- Hauteur du plancher : $h_t = 30 \text{ cm}$
- Epaisseur de la nervure : $h_0 = 4 \text{ cm}$
- Largeur de la nervure : $b_0 = 12 \text{ cm}$

Le calcul des poutrelles se fait en 2 phases (avant et après le coulage de la dalle de compression).

III.1.1.1 Calcul de la largeur des poutrelles (b) :

Le calcul de la largeur (b) se fait à partir de la condition suivante : $b = 2b_1 + b_0$ (1)

On a : $L = 6,65 \text{ m}$; $l_1 = 0,65 \text{ m}$

$$b_1 = \frac{(b - b_0)}{2} = \min \left(b_1 \leq \frac{(l_1 - b_0)}{2} ; b_1 \leq \frac{L}{10} ; 6h_0 \leq b_1 \leq 8h_0 \right) = \min(b_1 \leq 26,5 \text{ cm} ; b_1 \leq 66,5 \text{ cm} ; 24 \text{ cm} \leq b_1 \leq 32 \text{ cm})$$

On prend : $b_1 = 26,5 \text{ cm}$ et d'après (1) on a : $b = 65 \text{ cm}$

Après durcissement du béton, la poutrelle forme un corps creux monolithe et continu avec la table de compression, elle sera donc sur des appuis continus et elle forme un système hyperstatique.

Tableau III.1 : Combinaison des charges

	G (KN/ml)	Q (KN/ml)	q_u (KN/ml)	q_s (KN/ml)
Plancher étage courant	6,06	1,50	6,78	4,91

III.1.2 Méthode de calcul des poutrelles :

Il existe plusieurs méthodes pour le calcul des poutrelles, le B.A.E.L 91/99 propose une méthode simplifiée dite « méthode forfaitaire » pour le calcul des moments fléchissant et efforts tranchants concernant les planchers des étages courant, pour le plancher terrasse on utilisera la méthode des trois moments car il ne vérifié pas l'une des 4 conditions et pour le plancher haut du premier étage, la méthode de Caquot est utilisée.

III.1.2.1 Méthode forfaitaire :

Cette méthode s'applique quand les conditions suivantes sont vérifiées :

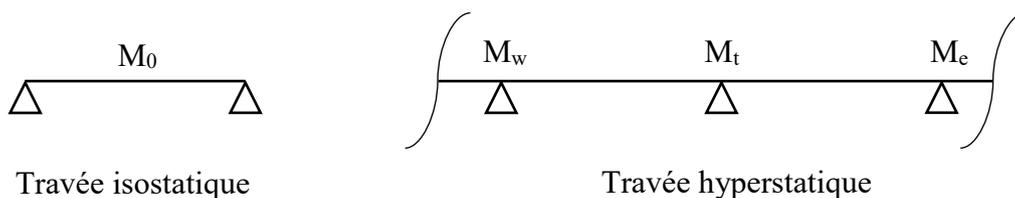
- La surcharge d'exploitation est dite modérée c'est-à-dire $Q \leq \max(2G ; 5kN/m^2)$;
- Les moments d'inertie sont les même dans les différentes travées ;
- Les portés successifs des travées sont dans un rapport compris entre :

$$0,85 \leq \frac{L_n}{L_{n+1}} \leq 1,25$$

- La Fissuration est considérée comme non préjudiciable.

❖ Principe de calcul des moments :

Il exprime les maximaux des moments en travée et sur appuis en fonction des moments fléchissant isostatiques M_0 de la travée indépendante.



Avec :

M_0 : Moment max de la travée indépendante ;

M_t : Moment max de la travée étudiée ;

M_w : Moment sur l'appui gauche de la travée ;

M_e : Moment sur l'appui droit de la travée.

α : Le rapport des charges d'exploitation Q à la somme des charges permanentes G et les surcharge d'exploitation Q : $\alpha = \frac{G}{G+Q}$

Les valeurs M_t, M_w et M_e doivent vérifier les conditions suivantes :

- **Travée de rive :**

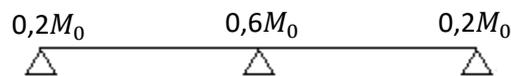
$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1,2 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

- **Travée intermédiaire :**

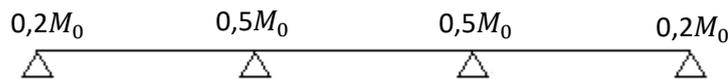
$$M_t \geq \max \left\{ \begin{array}{l} \max[(1 + 0,3\alpha)M_0; 1,05M_0] - \frac{M_w + M_e}{2} \\ \left(\frac{1 + 0,3\alpha}{2}\right)M_0 \end{array} \right.$$

Les moments sur appuis doivent avoir les valeurs suivantes :

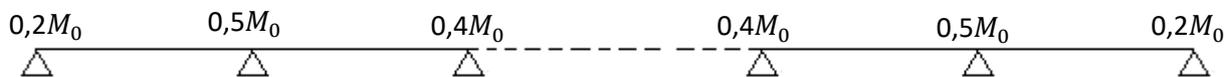
1. **Cas de 2 travées :**



2. **Cas de 3 travées :**



3. **Cas de plus de 3 travées :**



- ❖ **Principe de calcul de l'effort tranchant :**

$$\begin{cases} T_w = \frac{M_w - M_e}{l} + \frac{ql}{2} \\ T_e = \frac{M_w - M_e}{l} - \frac{ql}{2} \end{cases}$$

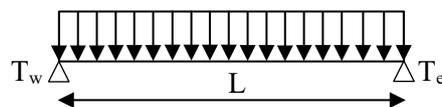
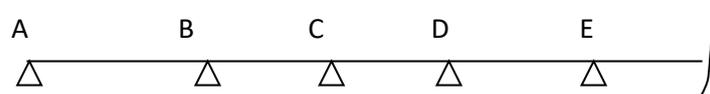


Figure III.2 : Schéma explicatif

- ❖ **La méthode forfaitaire modifiée :**

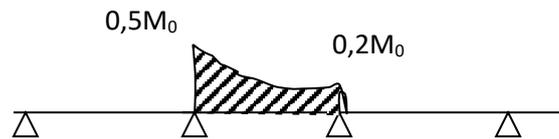
Cette méthode est applicable, si le rapport des portées de deux travées successives n'est pas compris entre 0,8 et 1,25. Selon les travées, on distingue deux cas :

- Cas où la travée comprise entre deux grandes travées :



Il suffit de porter sur l'appui (B) la petite des valeurs admissibles pour le moment sur appuis, soit dans le cas de la figure ci-dessus. $0,5M_0$ (M_0 correspond à la travée (AB) puis de portée sur l'appui (C) à la petite des valeurs admissibles, c'est-à-dire dans le cas traité $0,4M_0$ (M_0 correspond au moment isostatique maximal de travée (CD)).

Ayant obtenu la ligne de fermeture des moments sur appuis entre B et C, on devra porter à partir de cette ligne le moment isostatique maximal de la travée (BC)



Les appuis B et C devront avoir une section correspondante au moment résultant (partie hachurée de la figure ci-dessus) qui peut être déterminée par la formule suivante :

$$M_x = \frac{Q_x(L_{bc} - x)}{2} + M_b \left(1 - \frac{x}{L_{bc}}\right) - M_c \left(\frac{x}{L_{bc}}\right) ; x = \frac{L_{bc}}{2} + \frac{M_b - M_c}{Q \times L_{bc}}$$

Les moments en travées des poutrelles (AB) et (BC) sont calculés par la méthode forfaitaire.

La travée (BC) sera armée à la partie inférieure par un moment correspondant à $0,5M_0$
 M_0 : Le moment isostatique maximal de la travée (BC).

- Cas d'une travée de rive :

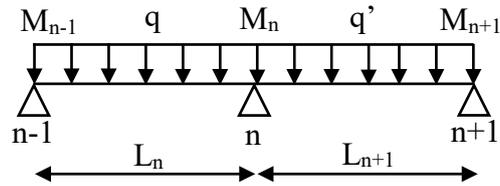


Il suffit de porter sur l'appui (A) la valeur du moment admissible tenu de l'encastrement possible, en (B) ou devra porter la valeur du moment admissible, c'est-à-dire $0,6M_0$ (BC) s'il y a que deux travées ou $0,5 M_0$ (BC) s'il existe plus de deux travées, il est alors possible de tracer la ligne de fermeture AB puis de porter à partir de cette ligne le moment isostatique maximal de (AB) les prévus en A devront avoir une section correspondante en moment résultant (partie hachurée de la figure ci-dessus).

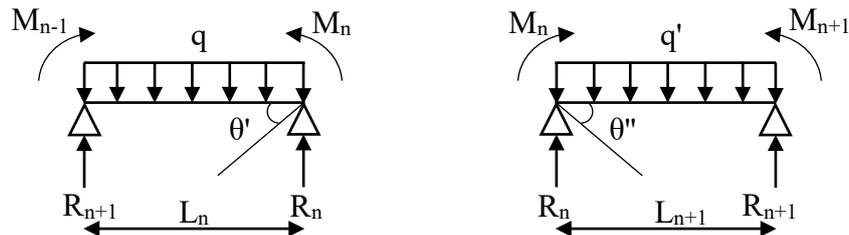
Comme précédemment les armatures inférieures de la travée (AB) devront correspondre au moment $0,5M_0$ (BC) si la poutrelle est à plus de deux travées et $0,6 M_0$ (AB) s'il n'y a que deux travées.

III.1.2.2 Méthode des trois moments :

Cette méthode est appliquée pour les poutres à plusieurs appuis.



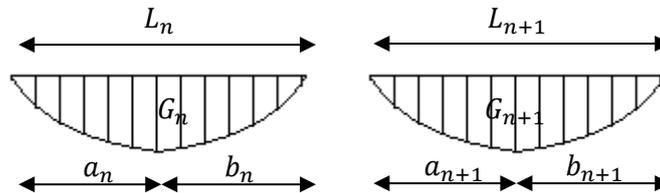
En isolant deux travées adjacentes de notre poutre, qui sont chargées d'une manière quelconque ; On a un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur la déformation du système.



Avec :

M_{n-1}, M_n et M_{n+1} : Les moments de flexion aux appuis (n-1), (n) et (n+1), Ils supposés positifs. Suivant les conditions aux limites et les conditions de continuité on a : $\theta' = \theta''$.

Les moments de flexion pour chacune des travées L_n et L_{n+1} sous les charges connues q et q' peuvent être tracé selon la méthode classique, M_{n-1}, M_n et M_{n+1} sont provisoirement omis.



G_n et G_{n+1} : Les centres de gravité des aires des diagrammes des moments.

a_n, b_n, a_{n+1} et b_{n+1} : Les longueurs de part et d'autre du centre de gravité.

S_n et S_{n+1} : Les aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1} .

$$\theta' = \theta'_{(M_{n-1})} + \theta'_{(M_n)} + \theta'(q)$$

Selon le théorème des aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n \times a_n}{L_n \times EI} + \frac{M_{n-1} \times L_n}{6EI} + \frac{M_n \times L_n}{3EI} \text{ et } \theta'' = \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1} \times EI} + \frac{M_n \times L_{n+1}}{3EI} + \frac{M_{n+1} \times L_{n+1}}{6EI}$$

$$\theta' = \theta'' \Leftrightarrow (M_{n-1} \times L_n) + 2M_n(L_n + L_{n+1}) + (M_{n+1} \times L_{n+1}) = -6 \left[\frac{S_n \times a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \times b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

Cette équation est appelée « équation de Clapeyron », le théorème des trois moments est applicable à tous types de chargements.

III.1.3 Calcul des poutrelles des planchers des étages courants :

III.1.3.1 Vérification des conditions de la méthode forfaitaire :

1. La surcharge d'exploitation :

Plancher étage courant : $G = 6,06 \text{ kN/m}^2$; $Q = 1,50 \text{ kN/m}^2$

$Q = 1,50 \text{ kN/m}^2 < 2G = 12,12 \text{ kN/m}^2$ Condition vérifiée.

2. Poutres à inerties transversales constantes Condition vérifiée.

3. $\frac{l_i}{l_{i+1}} \notin [0,8 ; 1,25]$; $\frac{7}{5,5} = 1,27$ Condition non vérifiée.

4. Fissuration non préjudiciable :

La méthode forfaitaire modifiée est applicable au plancher d'étage courant.

III.1.3.2 Les types des poutrelles :

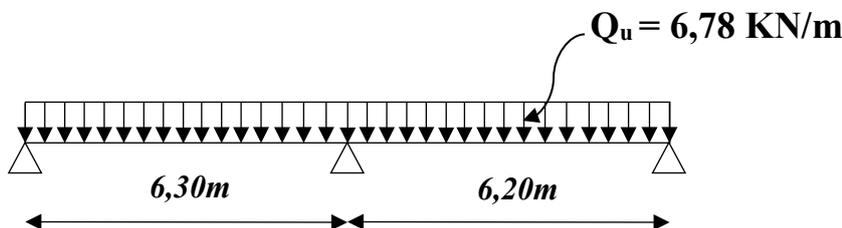
Avant de définir les types des poutrelles, on doit déterminer les combinaisons de charges par mètre linéaire du plancher d'étage courant :

$$\left\{ \begin{array}{l} G = 6,06 \times 0,65 = 3,93 \text{ kN/m} \\ Q = 1,50 \times 0,65 = 0,97 \text{ kN/m} \end{array} \right. \quad \text{Donc :} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 6,78 \text{ kN/m} \\ Q_{ser} = 4,91 \text{ kN/m} \end{array} \right.$$

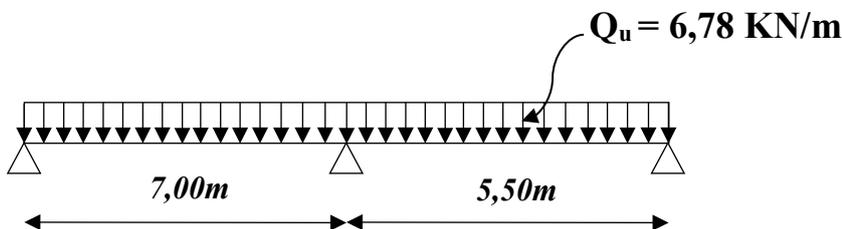
$$\alpha = \frac{Q}{Q + G} = \frac{1,50}{1,50 + 6,06} = 0,20$$

- Notre construction comporte 6 types des poutrelles :

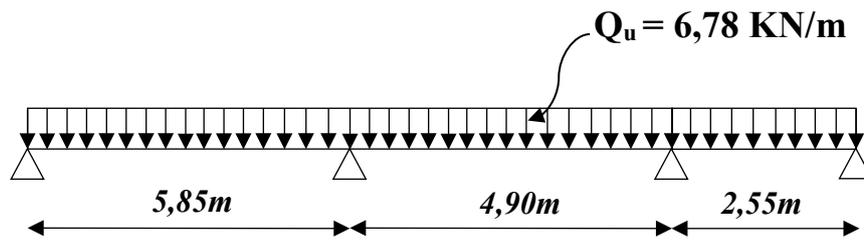
Type 01 :



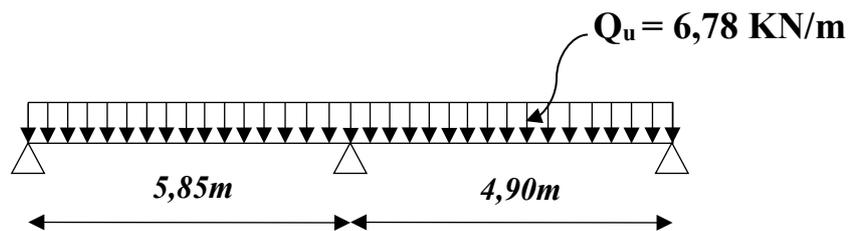
Type 02 :



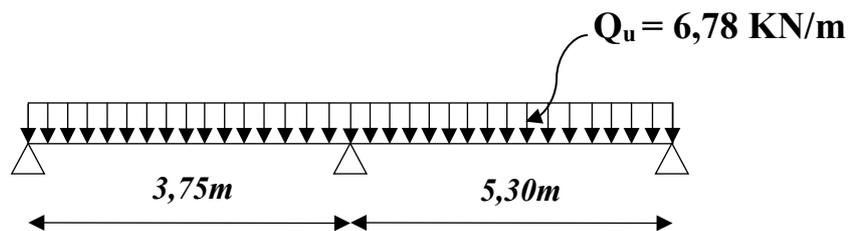
Type 03 :



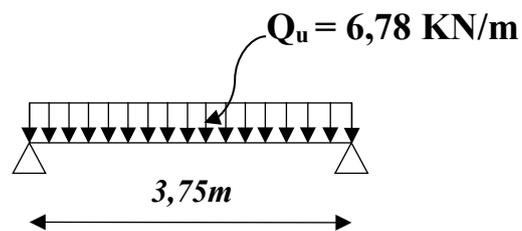
Type 04 :



Type 05 :



Type 06 :

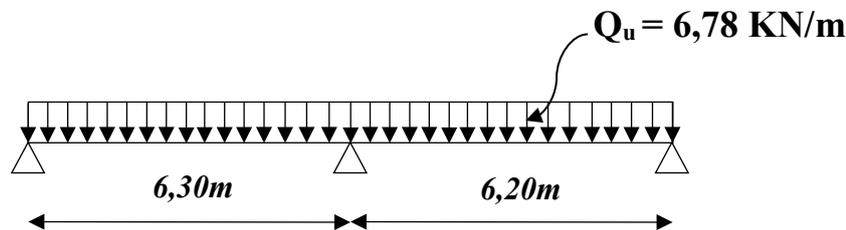


III.1.3.3 Calcul des sollicitations :

III.1.3.3.1 Exemple de Calcul (Plancher Etage Courant) :

Type 01 :

-Les conditions de la méthode forfaitaire sont vérifiées



- **Moment Isostatique:**

$$M_0 = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \begin{cases} M_{0AB} = \frac{6,78 \times 6,30^2}{8} = 33,64 \text{ KN.m} \\ M_{0BC} = \frac{6,78 \times 6,20^2}{8} = 32,58 \text{ KN.m} \end{cases}$$

- **Moment sur appuis:**

$$M_A = 0,2M_{0AB} = 0,2 \times 33,64 = 6,73 \text{ KN.m}$$

$$M_B = 0,6 \max(M_{0AB}, M_{0BC}) = 0,6 \times 33,64 = 20,18 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,2M_{0BC} = 0,2 \times 32,58 = 6,52 \text{ KN.m}$$

- **Moment en travée :**

Travée (AB)

$$M_t \geq \max \begin{cases} (1,06 \times 33,64) - \frac{6,73+20,18}{2} = 22,19 \text{ KN.m} \\ \left(\frac{1,26}{2}\right) \times 33,64 = 21,19 \text{ KN.m} \end{cases} \quad \text{On prend } M_t = 22,19 \text{ KN.m}$$

Travée (BC)

$$M_t \geq \max \begin{cases} (1,06 \times 32,58) - \frac{20,18+6,52}{2} = 21,17 \text{ KN.m} \\ \left(\frac{1,26}{2}\right) \times 32,58 = 20,52 \text{ KN.m} \end{cases} \quad \text{On prend } M_t = 21,17 \text{ KN.m}$$

- **Effort tranchant :**

Travée (AB)

$$\begin{cases} T_w = \frac{6,73 - 20,18}{6,30} + \frac{6,78 \times 6,30}{2} = 19,22 \text{ KN} \\ T_e = \frac{6,73 - 20,18}{6,30} - \frac{6,78 \times 6,30}{2} = -23,49 \text{ KN} \end{cases}$$

Travée (BC)

$$\begin{cases} T_w = \frac{20,18 - 6,52}{6,20} + \frac{6,78 \times 6,20}{2} = 23,22 \text{ KN} \\ T_e = \frac{20,18 - 6,52}{6,20} - \frac{6,78 \times 6,20}{2} = -18,81 \text{ KN} \end{cases}$$

- *Diagramme des moments fléchissant et de L'effort tranchant :*

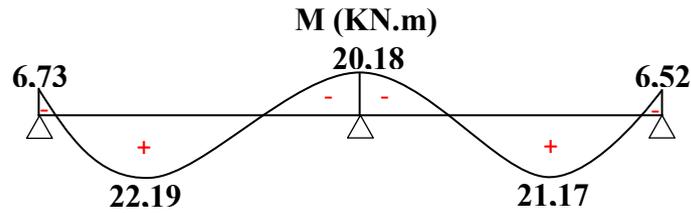


Figure. III 3 : Diagramme des moments fléchissant

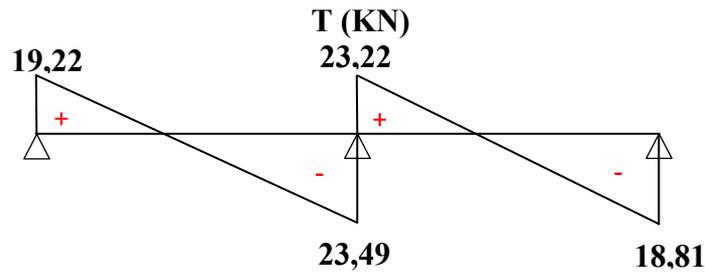


Figure. III 4 : Diagramme des efforts tranchant

Tableau. III 2 : Tableau Récapitulatif Des Résultats Obtenus (Plancher étages courants)

Type	Travée	L (m)	E,L,U (Kn.m)						E,L,S (Kn.m)				
			M ₀	M _T	M _w	M _E	T _w	T _e	M ₀	M _T	M _w	M _E	
01	A-B	6,30	33,64	22,19	6,73	20,18	19,22	23,49	24,38	16,08	4,88	14,63	
	B-C	6,20	32,58	21,17	20,18	6,52	23,22	18,81	23,61	15,34	14,63	4,72	
02	A-B	7,00	41,53	27,39	8,31	24,92	21,36	26,10	30,10	19,85	6,02	18,06	
	B-C	5,50	Min	20,11	12,27	12,06	4,02	16,09	13,16	14,89	9,09	8,94	2,98
			Max	25,64	13,81	19,54	5,13	21,27	16,02	18,58	9,87	14,48	3,72
03	A-B	5,85	29,00	20,58	5,80	14,50	18,34	21,32	21,02	14,92	4,20	10,51	
	B-C	4,90	20,35	10,78	14,50	10,17	17,49	15,73	14,75	7,81	10,51	7,37	
	C-D	2,55	Min	4,32	2,83	2,16	0,86	7,29	6,27	3,20	2,10	1,60	0,64
			Max	5,51	1,51	7,98	1,10	11,34	5,95	4,00	1,05	5,91	0,80
04	A-B	5,85	29,00	19,13	5,80	17,40	17,85	21,82	21,02	13,86	4,20	12,61	
	B-C	4,90	20,35	12,81	17,40	4,07	19,33	13,89	14,75	9,29	12,61	2,95	
05	A-B	3,75	Min	9,35	5,70	1,87	5,61	8,97	10,97	6,92	4,22	1,38	4,15
			Max	11,92	5,53	2,38	11,20	10,36	15,06	8,64	3,94	1,73	8,30
	B-C	5,30	23,81	15,70	14,28	4,76	19,76	16,17	17,25	11,38	10,35	3,45	
06	A-B	3,75	11,91	11,91	2,38	2,38	12,71	12,71	8,63	8,63	1,72	1,72	

Les sollicitations maximales de calcul sont :

$$E, L, U \left\{ \begin{array}{l} M_t \max = 27,39 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 8,31 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 24,92 \text{ Kn.m} \\ T_{\max} = 26,10 \text{ Kn} \end{array} \right. \quad E, L, S \left\{ \begin{array}{l} M_t \max = 19,85 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 6,02 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 18,06 \text{ Kn.m} \end{array} \right.$$

III.1.3.4 Calcul du ferrailage Des Poutrelles :(à l'ELU) :

Les moments max en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures, de ce fait les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction. Pour le calcul du ferrailage des poutrelles, on prend le cas le plus défavorable.

Les poutrelles sont des sections en T comme le montre le schéma suivant :

Donnée :

- Largeur de la poutrelle (table) : $b = 65 \text{ cm}$.
- Largeur de la poutrelle (nervure) : $b_0 = 12 \text{ cm}$.
- La hauteur de la poutrelle (table) : $h_0 = 5 \text{ cm}$.
- La hauteur de la poutrelle (nervure) : $h_t = 30 \text{ cm}$.
- Hauteur utile des aciers tendus : $d = 0,9h_t = 27 \text{ cm}$.
- Contrainte des aciers utilisés $f_e = 400 \text{ Mpa}$.
- Contrainte du béton à 28 jours $f_{c28} = 25 \text{ Mpa}$.
- Contrainte limite de traction du béton $f_{t28} = 2,1 \text{ Mpa}$.
- Fissuration non préjudiciable (étages courants).
- Fissuration très préjudiciable (plancher terrasse).

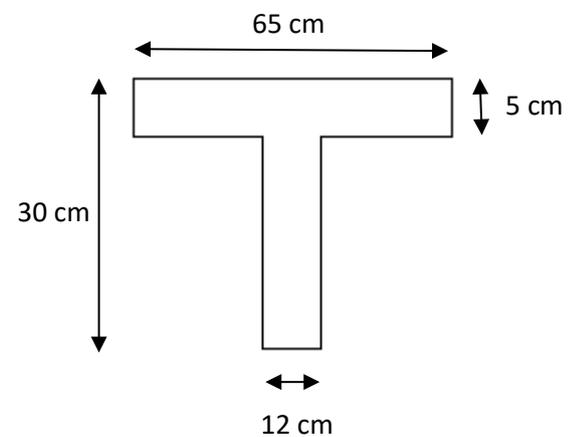


Figure III. 5 : section en T

III.1.3.4.1 Plancher étage courant (plancher RDC au 7ème étage) :

Pour le calcul de ferrailage on prend les sollicitations maximales suivantes :

$$E, L, U \left\{ \begin{array}{l} M_t \max = 27,39 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 8,31 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 24,92 \text{ Kn.m} \\ T_{\max} = 26,10 \text{ Kn} \end{array} \right.$$

III.1.3.4.2 Calcul Des Armatures Longitudinales à (l'E.L.U) :

❖ En travée :

Dans l'étude d'une section en T il est nécessaire de savoir si la partie comprimée intéresse la table de compression ou si elle intéresse également la nervure.

- On calcule le moment équilibré par la table « M_T »

$$M_t = b \times h_0 \times \sigma_{bc} \times \left(\frac{d - h_0}{2} \right) = 65 \times 4 \times 14,17 \times \left(\frac{27 - 4}{2} \right) \times 10^{-3} = 42,37 \text{ kN.m}$$

$$M_t \max = 27,39 \text{ Kn.m} < M_t = 42,37 \text{ Kn.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 30) \text{ cm}^2$ soumise à :

$$M_{t \max} = 27,39 \text{ kN.m.}$$

$$\mu = \frac{M_{t \max}}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{27,39 \times 10^3}{65 \times (27)^2 \times 14,17} = 0,040 < \mu_l = 0,9865 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,027 \rightarrow \beta = 0,980 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{t \max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{27,39 \times 10^3}{0,980 \times 27 \times 348} = 2,97 \text{ cm}^2$$

III.1.3.4.3 Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{\min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e}$$

Avec :

$$V_2 = \frac{\left(b \times h_0 \times \left(h_t - \frac{h_0}{2}\right)\right) + \left(b_0 \times (h_t - h_0) \times \left(\frac{h_t - h_0}{2}\right)\right)}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h_t - h_0))}$$

$$V_2 = \frac{\left(65 \times 4 \times \left(30 - \frac{4}{2}\right)\right) + \left(12 \times (30 - 4) \times \left(\frac{30 - 4}{2}\right)\right)}{(65 \times 4) + (12 \times (30 - 4))} = 19,82 \text{ cm}$$

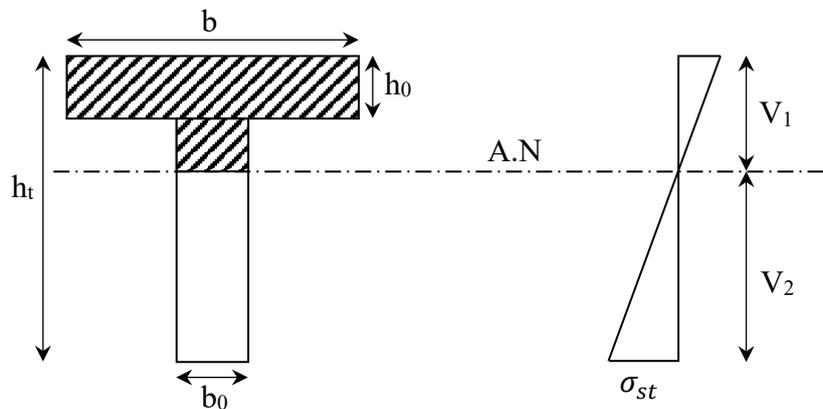


Figure III. 6 : Condition de non fragilité (section en T)

$$V_1 = h_t - V_2 = 30 - 19,82 = 10,18 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bV_1^3 - (b-b_0) \times (V_1 - h_0)^3}{3} + \frac{b_0 \times (h_t - V_1)^3}{3}$$

$$= \frac{65 \times (10,18)^3 - ((65 - 12) \times (10,18 - 4)^3)}{3} + \frac{12 \times (30 - 10,18)^3}{3}$$

$$I = 49831,76 \text{ cm}^4$$

$$A_{min} = \frac{49831,76 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 19,82 \times 400} = 0,54 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 2,97 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,54 \text{ cm}^2$ Condition vérifiée.

On prend : **2T12 + 1T10** ; $A_s = 3,05 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui intermédiaire (armatures supérieurs) :**

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{24,92 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,20 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,20 \rightarrow \beta = 0,887 ;$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{24,92 \times 10^3}{0,887 \times 27 \times 348} = 2,99 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité (section en Tê) :**

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{49831,76 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 1,06 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 2,99 \text{ cm}^2 < A_{min} = 1,06 \text{ cm}^2$ Condition vérifiée.

On prend : **1T14(filante) + 1T14(chapeau)** ; $A_s = 3,08 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui de rive :**

Puisque le béton tendu est négligé dans le calcul, donc La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (12 x 30) cm².

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{8,31 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,067 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,067 \rightarrow \beta = 0,9655 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{8,31 \times 10^3}{0,9655 \times 27 \times 348} = 0,92 \text{ cm}^2$$

III.1.3.4.4 Condition de non fragilité (section en Tê) :

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{49831,76 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 1,06 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 0,92 \text{ cm}^2 < A_{min} = 1,06 \text{ cm}^2$; Condition non vérifiée ;

On prend $A_s = 1,06 \text{ cm}^2$

On prend : **1T12 (filante) + 1T10 (chapeau)** ; $A_s = 1,92 \text{ cm}^2$

III.1.3.4.5 Vérification à l'E.L.S :

Le moment dans le plancher courant est ($M_{ser}=19,85 \text{ Kn.m}$)

1. Position de l'axe neutre :

Soit « y » la distance entre le centre de gravité de la section homogène « S » et la fibre la plus comprimée.

$b=65\text{cm}$; $\eta=15$; $A'=0$; $A=3,05 \text{ cm}^2$; $d=27 \text{ cm}$; $b_0=12\text{cm}$.

$$\frac{b_0 \times y^2}{2} + [(b - b_0)h_0 + \eta(A + A')]y - \left[(b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + \eta d A + \eta A' d' \right] = 0$$

$$\Rightarrow 6y^2 + 257,75y - 1659,25 = 0$$

$$\Rightarrow y = 5,68 \text{ cm}$$

2. Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 - (b - b_0) \frac{(y - h_0)^3}{3} + \eta A' (y - d')^2 + \eta A_s (d - y)^2$$

$$I = 3970,42 - 83,77 + 20795,31$$

$$I = 24681,96 \text{ cm}^4$$

3. Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = K \times y = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{19,85 \times 10^3}{24681,96} \times 5,68 = 4,57 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 4,57 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée.}$$

Remarque : pour le cas de fissuration peu préjudiciable, il n'est pas nécessaire de vérifier la Contrainte maximale dans l'acier tendu σ_{st}

4. Contrainte de cisaillement :

$$\tau_u = \frac{\tau}{b_0 \times d} = \frac{26,10 \times 10^3}{120 \times 270} = 0,805 \text{ MPa}$$

5. Fissuration non préjudiciable

$$\bar{\tau}_u = \min\left(\frac{0,2f_{c28}}{\gamma_b}; 5 \text{ MPa}\right)$$

$$\bar{\tau}_u = \min(3,33 \text{ MPa}; 5 \text{ MPa}) = 3,33 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,805 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée.}$$

6. Les armatures transversales A_t :

D'après le B.A.E.L 99 (A.5.1.23), on a :

$$\Phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35}; \frac{b_0}{10}; \Phi_{Lmin}\right)$$

$$\Phi_t \leq \min\left(\frac{300}{35}; \frac{120}{10}; 10\right) = 8,57 \text{ mm}$$

On adopte : $\Phi_t = 8 \text{ mm}$

7. Calcul des espacements :

$$\left. \begin{array}{l} S_t \leq \min(0,9d; 40 \text{ cm}) \\ S_t \leq \min(24,30; 40 \text{ cm}) \end{array} \right\} \Rightarrow S_t \leq 24,30 \text{ cm}$$

On Prend: $S_t = 20 \text{ cm}$

8. La section des armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)\right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \quad (1)$$

$k = 1$ (fissuration non préjudiciable)

$$f_{tj} = 2,1 \text{ MPa} ; \alpha = 90^\circ \Rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1 ; f_e = 235 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$\text{D'où : } \tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{b_0 d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant $T_u \left(\frac{h}{2}\right)$ par la méthode des triangles semblables.

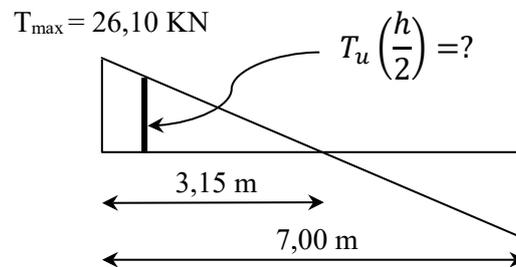


Figure III. 7: Effort tranchant par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2}\right)}{X - \left(\frac{h}{2}\right)} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2}\right)\right]}{X}$$

On calcule la distance « X » :

Avec : $T_{max} = 26,10 \text{ KN}$

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{7}{2} + \frac{8,31 - 24,92}{6,78 \times 7} = 3,15 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,30}{2} = 0,15 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{26,10 \times (7 - 0,15)}{7} = 25,54 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right) = \frac{25,54 \times 10^{-3}}{0,15 \times 0,27} = 0,631 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{cal} \geq \frac{(0,631 - (0,3 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 235} = 6,52 \times 10^{-5} \text{ cm} \quad (2)$$

9. Pourcentage minimal des armatures transversales :

$$\frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max \left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2}\right)}{2} ; 0,4 \text{ MPa} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,315 \text{ MPa} ; 0,4 \text{ MPa})$$

$$\Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq \frac{0,4 \times 12}{235} = 0,02 \text{ cm} \quad (3)$$

On prend le max entre (2) et (3) $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{min} \geq 0,02 \text{ cm}$

On prend $S_t = 15 \text{ cm}$

On trouve : $A_t \geq 0,02 \times 15 = 0,3 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 2\Phi 8 = 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$

D'après le RPA 99 (version 2003)

❖ **Espacement dans la zone nodale :**

$S_t \leq \min(10\Phi_l ; 15 \text{ cm}) = \min(10 \text{ cm} ; 15 \text{ cm}) = 5 \text{ cm}$

❖ **Espacement dans la zone courante :**

$S_t \leq 15 \text{ cm} ; \text{ On prend } S_t = 10 \text{ cm}$

10. Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$T_u = 26,10 \text{ KN}$

$M_{appui} = 24,92 \text{ KN.m}$

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{24,92}{0,9 \times 27 \times 10^{-2}} = 102,55 \text{ kN}$$

$$F_u = 102,55 \text{ kN} > T_u = 26,10 \text{ kN}$$

Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

11. Compression de la bielle d'about :

La contrainte de compression dans la bielle est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où :

a : La longueur d'appui de la bielle.

On doit avoir : $\bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de 45° donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,85 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,85 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,85 \times b_0 \times f_{c28}}$$

$$\Rightarrow a \geq \frac{2 \times 26,10 \times 1,5}{0,85 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,0307 \text{ m} = 3,07 \text{ cm}$$

$a = \min(a' ; 0,9d)$

a' : La largeur d'appui.

$a' = c - c' - 2$

c : La largeur de l'appui du poteau = 50cm.

c' : L'enrobage = 2cm.

$a' = 50 - 2 - 2 = 46 \text{ cm}$

$a = \min(46 \text{ cm} ; 24,30 \text{ cm}) = 24,30 \text{ cm}$

$a = 24,30 \text{ cm} > 3,07 \text{ cm} \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée.}$

12. Entraînement des armatures :

❖ Vérification de la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} \leq \overline{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28}$$

ψ_s : Coefficient de cisaillement ; $\psi_s = 1,5$ pour H. A.

T : L'effort tranchant max ; T = 26,10KN.

n : Nombre de armatures longitudinaux tendus ; n = 3.

μ : Périmètre d'armatures tendue ; $\mu = \pi\Phi = \pi \times 1,4 = 4,40$ cm.

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} = \frac{26,10 \times 10^3}{24,3 \times 4,40 \times 3 \times 10^2} = 0,81 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_{ser} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$\tau_{ser} = 0,81 \text{ MPa} < \overline{\tau}_{ser} = 3,15 \text{ MPa} \dots\dots\dots$ Condition vérifiée.

13. Ancrage des armatures tendues :

La longueur de scellement droit « L_s » est la longueur qui ne doit pas avoir une barre droite de diamètre Φ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s .

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante et égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{t28} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa}$$

$$L_s = \frac{\Phi \times f_e}{4 \times \tau_s} = \frac{1 \times 400}{4 \times 2,83} = 35,33 \text{ cm}$$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre secondaire (b = 30 cm), on est obligés de courber les armatures d'une valeur « r » : $r = 5,5\Phi = 5,5 \times 1 = 5.5$ cm.

III.1.3.4.5 Vérification de la flèche :

Les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \Leftrightarrow \frac{30}{665} = 0,0451 > 0,045 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \times M_{0,ser}} \Leftrightarrow \frac{30}{665} = 0,0451 > \frac{19,85}{15 \times 30,10} = 0,044 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée} \\ \frac{A_s}{b_0 d} \leq \frac{3,6}{f_e} \Leftrightarrow \frac{3,05}{12 \times 27} = 0,009 < \frac{3,60}{400} = 0,009 \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée} \end{array} \right.$$

III.1.3.5 Dessin de ferrailage des poutrelles (Etagé Courant) :

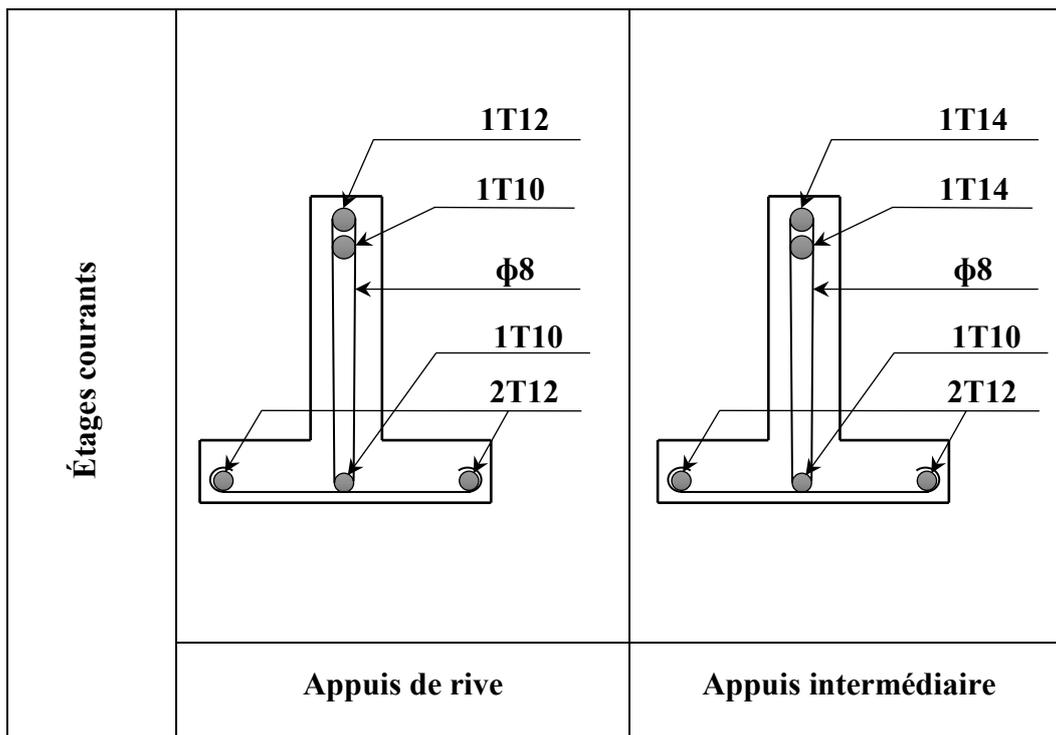


Figure III. 8 : Dessin de ferrailage des poutrelles des étages courants.

III.1.4 Plancher Terrasse :

On a les mêmes types de poutrelles définies précédemment

III.1.4.1 Calcul des poutrelles du plancher terrasse :

Ce plancher, situé au dernier étage de la construction est exposé à l'extérieur, donc il ne satisfait pas la condition de fissuration peu préjudiciable pour pouvoir appliquer la méthode forfaitaire. C'est pour cela que la méthode des trois moments est la plus adaptée pour le calcul des poutrelles de ce plancher. Sa surcharge d'exploitation n'est pas très importante, parce que ce plancher n'a pas vocation à être accessible.

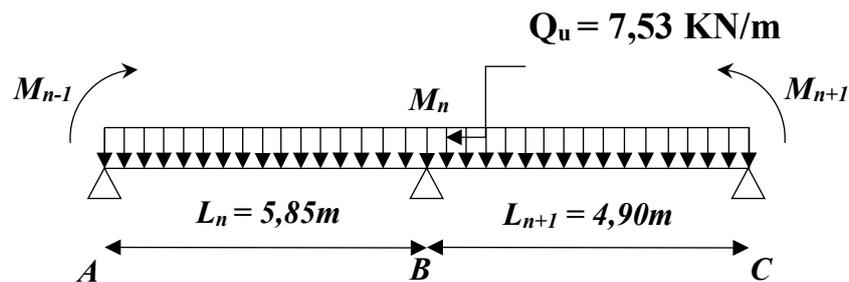
III.1.5 Exemple de calcul (méthode des trois moments) :

III.1.5.1 Calcul des moments fléchissants :

La poutrelle de type 03 sera prise comme exemple de calcul détaillé, les autres poutrelles suivent les mêmes étapes de calcul.

❖ On isole les deux premières travées adjacentes AB et BC :

$$M_a = M_{n-1} ; M_b = M_n \text{ et } M_c = M_{n+1} \quad M_a = M_{n-1} ; M_b = M_n \text{ et } M_c = M_{n+1}$$



• **Travée AB :**

$$M_{0AB} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,53 \times 5,85^2}{8} = 32,21 \text{ kN.m}$$

$$a_n = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{5,85}{2} = 2,925 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3} (L_n \times M_{0AB}) = \frac{2}{3} (5,85 \times 32,21) = 125,61 \text{ m}^2$$

• **Travée BC :**

$$M_{0BC} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,53 \times 4,9^2}{8} = 22,59 \text{ kN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{4,9}{2} = 2,45 \text{ m}$$

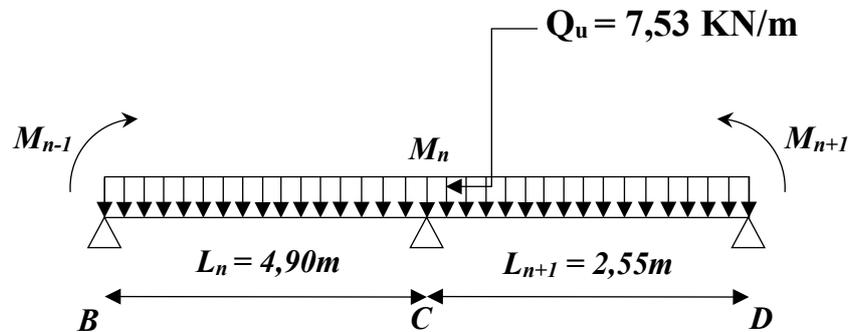
$$S_{n+1} = \frac{2}{3} (L_{n+1} \times M_{0BC}) = \frac{2}{3} (4,9 \times 22,59) = 73,79 \text{ m}^2$$

- **Détermination de l'équation :**

$$M_a = -0,2M_{0AB} = -6,44 \text{ kN.m}$$

$$21,5M_b + 4,9M_c + 560,53 = 0 \quad (1)$$

- ❖ **On isole les deux deuxièmes travées adjacentes BC et CD:**



$$M_b = M_{n-1}; M_c = M_n \text{ et } M_d = M_{n+1}$$

- **Travée BC :**

$$M_{0BC} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,53 \times 4,9^2}{8} = 22,59 \text{ kN.m}$$

$$a_n = b_{n+1} = \frac{L_{n+1}}{2} = \frac{4,9}{2} = 2,45 \text{ m}$$

$$S_n = \frac{2}{3}(L_{n+1} \times M_{0BC}) = \frac{2}{3}(4,9 \times 22,59) = 73,79 \text{ m}$$

- **Travée CD :**

$$M_{0CD} = \frac{Q_u l^2}{8} = \frac{7,53 \times 2,55^2}{8} = 6,12 \text{ kN.m}$$

$$a_{n+1} = b_n = \frac{L_n}{2} = \frac{2,55}{2} = 1,27 \text{ m}$$

$$S_{n+1} = \frac{2}{3}(L_n \times M_{0CD}) = \frac{2}{3}(2,55 \times 6,12) = 10,4 \text{ m}^2$$

- **Détermination de l'équation :**

$$M_D = -0,2M_{0CD} = -1,22 \text{ kN.m}$$

$$4,9M_b + 14,9M_c + 249,33 = 0 \quad (2)$$

Il suffit de faire la résolution des deux équations trouvées précédemment :

$$\begin{cases} 21,5M_b + 4,9 + 560,53 = 0 \\ 4,9M_b + 14,9M_c + 249,33 = 0 \end{cases}$$

- **Les moments sur appuis sont :**

$$M_a = -6,44 \text{ kN.m}$$

$$M_b = -25,02 \text{ kN.m}$$

$$M_c = -9,26 \text{ kN.m}$$

$$M_d = -1,22 \text{ kN.m}$$

- **Les moments en travées :**

$$M_{tAB} = \frac{M_a + M_b}{2} + M_{0AB} = \frac{-6,44 - 25,02}{2} + 32,21 = 18,50 \text{ kN.m}$$

$$M_{tBC} = \frac{M_b + M_c}{2} + M_{0BC} = \frac{-25,02 - 9,26}{2} + 22,59 = 7,07 \text{ kN.m}$$

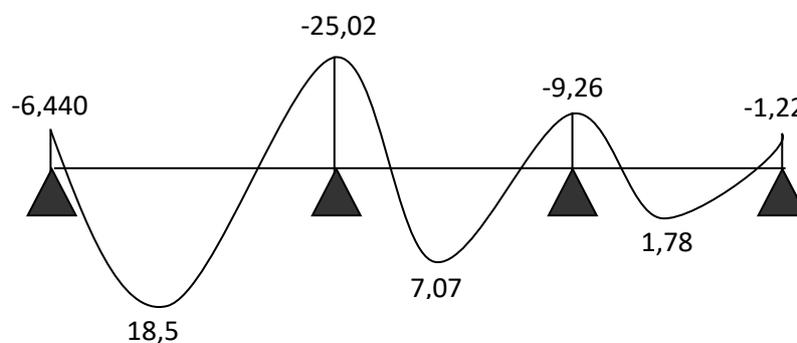
$$M_{tCD} = \frac{M_c + M_d}{2} + M_{0CD} = \frac{-9,26 - 1,22}{2} + 6,12 = 1,78 \text{ kN.m}$$

III.1.5.2 Calcul des efforts tranchant :

$$\text{Travée AB : } \begin{cases} T_w = \frac{M_a + M_b}{l} + Q_u \frac{l}{2} = \frac{6,44 - 25,02}{5,85} + \left(32,21 \times \frac{5,85}{2} \right) = 19,81 \text{ kN} \\ T_e = \frac{M_a - M_b}{l} - Q_u \frac{l}{2} = \frac{6,44 - 25,02}{5,85} - \left(32,21 \times \frac{5,85}{2} \right) = -26,26 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée BC : } \begin{cases} T_w = \frac{25,02 - 9,26}{4,9} + \left(22,59 \times \frac{4,9}{2} \right) = 22,47 \text{ kN} \\ T_e = \frac{25,02 - 9,26}{4,9} - \left(22,59 \times \frac{4,9}{2} \right) = -16,04 \text{ kN} \end{cases}$$

$$\text{Travée CD : } \begin{cases} T_w = \frac{9,26 - 1}{2,55} + \left(6,12 \times \frac{2,55}{2} \right) = 13,17 \text{ kN} \\ T_e = \frac{9,26 - 1,22}{3,3} - \left(6,49 \times \frac{3,15}{2} \right) = -6,87 \text{ kN} \end{cases}$$



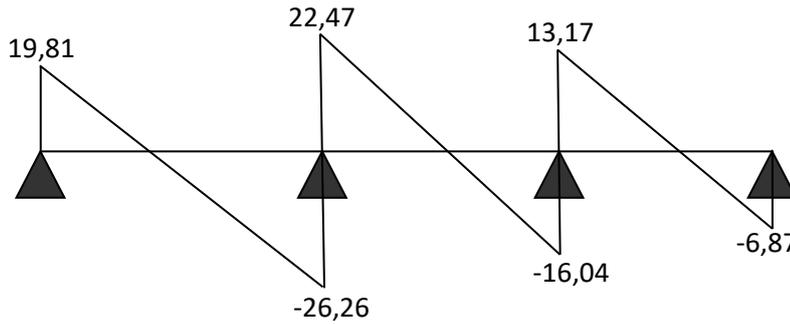


Tableau III. 3 : Tableau Récapitulatif Des Résultats Obtenus (Plancher Terrasse)

Type	Travée	L (m)	E,L,U (Kn.m)						E,L,S (Kn.m)			
			M ₀	M _T	M _w	M _E	T _w	T _e	M ₀	M _T	M _w	M _E
01	A-B	6,30	37,35	19,04	7,47	34,52	20,46	29,05	27,23	14,18	5,46	25,69
	B-C	6,20	36,18	18,02	34,52	7,23	28,76	19,96	26,47	13,42	25,69	5,29
02	A-B	7,00	46,12	26,45	9,22	36,00	23,68	31,33	33,74	19,70	6,74	26,79
	B-C	5,50	28,47	10,79	36,00	5,69	27,12	16,10	20,83	8,05	26,79	4,16
03	A-B	5,85	32,21	18,50	6,44	25,02	19,81	26,16	23,57	13,78	4,71	18,61
	B-C	4,90	22,59	7,07	25,02	9,26	22,47	16,04	16,53	5,25	18,61	6,88
	C-D	2,55	6,12	1,78	9,26	1,22	13,17	6,87	4,47	1,33	6,88	0,89
04	A-B	5,85	32,21	18,06	6,44	26,07	19,63	26,34	23,57	13,45	4,71	19,40
	B-C	4,90	22,59	9,51	26,65	4,51	23,65	14,85	16,53	7,07	19,40	3,30
05	A-B	3,75	13,23	3,96	2,64	19,58	10,22	19,25	9,68	2,98	1,93	14,48
	B-C	5,30	26,43	15,58	19,58	5,28	23,52	18,13	20,83	11,48	14,48	4,16
06	A-B	3,75	13,23	11,17	2,64	2,64	14,73	14,73	9,68	8,33	1,93	1,93

Les sollicitations maximales de calcul sont :

$$E, L, U \left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 26,45 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 9,22 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 36,00 \text{ Kn.m} \\ T_{\max} = 31,33 \text{ Kn} \end{array} \right.$$

$$E, L, S \left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 19,70 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 6,74 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 26,79 \text{ Kn.m} \end{array} \right.$$

Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U) :

- **En travée :**

On doit calculer le moment d'équilibre de la table M_t , pour déterminer la position de l'axe neutre.

$$M_t = b \times h_0 \times \sigma_{bc} \times \left(d - \frac{h_0}{2}\right) = 65 \times 4 \times 14,17 \times \left(27 - \frac{4}{2}\right) \times 10^{-3}$$

$$= 92,10 \text{ kN.m}$$

$$M_{t \max} = 26,45 \text{ kN.m} < M_t = 92,10 \text{ kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 30) \text{ cm}^2$ soumise à :

$$M_{t \max} = 26,45 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M_{t \max}}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{26,45 \times 10^3}{65 \times 27^2 \times 14,17} = 0,039 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,039 \rightarrow \beta = 0,980 ;$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{t \max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{26,45 \times 10^3}{0,980 \times 27 \times 348} = 2,87 \text{ cm}^2$$

- ❖ **Condition de non fragilité (section en T_e) :**

$$A_{\min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e}$$

Avec :

$$V_2 = \frac{\left(b \times h_0 \times \left(h - \frac{h_0}{2}\right)\right) + \left(b_0 \times (h - h_0) \times \left(\frac{h-h_0}{2}\right)\right)}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h - h_0))}$$

$$= \frac{\left(65 \times 4 \times \left(30 - \frac{4}{2}\right)\right) + \left(12 \times (30 - 4) \times \left(\frac{30-4}{2}\right)\right)}{(65 \times 4) + (12 \times (30 - 4))} = 19,81 \text{ cm}$$

$$V_1 = h_t - V_2 = 30 - 19,81 = 10,18 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bV_1^3 - ((b - b_0) \times (V_1 - h_0)^3)}{3} + \frac{b_0 \times (h - V_1)^3}{3}$$

$$= \frac{(65 \times 10,18) - ((65 - 12) \times (10,18 - 4)^3)}{3}$$

$$+ \frac{12 \times (30 - 10,18)^3}{3} = 20476,05 \text{ cm}^4$$

$$A_{min} = \frac{20476,05 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 2,87 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,43 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : **3T12** ; $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui de rive :**

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{9,22 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,074 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\mu = 0,074 \rightarrow \beta = 0,962$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{9,22 \times 10^3}{0,962 \times 27 \times 348} = 1,02 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité (section en T) :**

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{20476,05 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 1,02 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,43 \text{ cm}^2$ Condition vérifiée.

On prend : **1T12** ; $A_s = 1,13 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui intermédiaire (armatures supérieures) :**

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{36 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,290 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$\mu = 0,290 \rightarrow \beta = 0,824$; β est tirée du tableau.

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{36 \times 10^3}{0,824 \times 27 \times 348} = 4,64 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité (section en T) :**

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{20476,06 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 4,64 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,43 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On a : **1T20** (filante) + **1T14** (chapeau) ; $A_s = 4,68 \text{ cm}^2$

Inadaptation de la méthode des trois moments aux matériaux particuliers (le béton armé) :

La méthode des trois moments peut être critiquée pour les raisons suivantes :

- Elle suppose que la section résistante est homogène et constante
- En fissuration peu préjudiciable, sous l'application des sollicitations de calcul des micro- fissures apparaissent en premier lieu dans les zones les plus sollicitées (les appuis). Ces zones vont devenir moins résistantes et les efforts qu'elles ne pourront plus reprendre seront répartis sur les parties les moins sollicitées initialement (en travées) pour que la poutre reste en équilibre. Ainsi les moments repris sur appuis vont diminuer et faire augmenter les moments repris en travées. Cette constatation est appelée phénomène d'adaptation entre sections.
- L'expérience montre que cette méthode de continuité théorique donne des moments trop forts sur appuis.

Pour ces raisons, la méthode des trois moments n'est pas recommandée directement dans le calcul des poutres continues des bâtiments.

La méthode de Caquot est conçue pour éviter ces inconvénients. Elle s'applique aussi bien pour les états limites ultimes qu'aux états limites de service ; elle tient compte de la redistribution des efforts. Elle est dérivée du théorème des trois moments, mais avec certains ajustements, propre aux poutres en béton armé.

❖ Domaine d'application de la méthode de Caquot :

La méthode de Caquot s'applique essentiellement **aux planchers à charges d'exploitation élevées et susceptibles de variations rapides dans le temps et en position** et où G et Q vérifient :

$$Q > 2G \text{ ou } Q > 5 \text{ KN/m}^2$$

Elle s'applique également aux planchers à charge d'exploitation modérée si l'une des trois conditions complémentaires n'est pas remplie (Caquot minorée).

❖ Principe de la méthode :

La méthode de Caquot consiste à calculer le moment sur chaque appui d'une poutre continue. La poutre continue est assimilée, pour le calcul des moments sur appuis, à une succession de poutres à deux travées de part et d'autre de l'appui étudié.

Dans ce schéma, il n'y a pas de moments sur les appuis en amont et en aval de l'appui étudié, ce qui n'est pas conforme aux hypothèses de la continuité. La méthode de CAQUOT tient compte de cela en remplaçant les portées réelles par des portées fictives l' .

- ❖ **Moments sur appuis :** (Poutres à moments d'inertie égaux dans les différentes travées et non solidaires des poteaux)

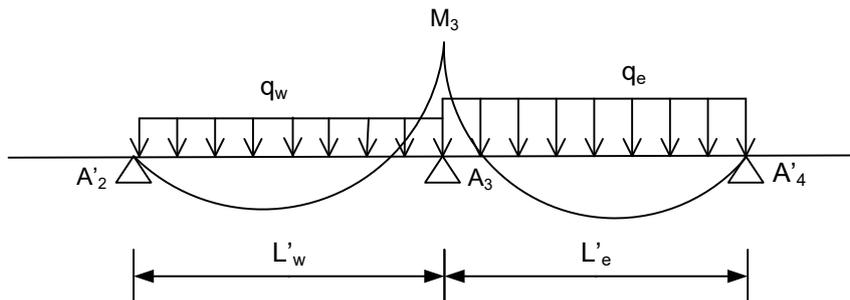
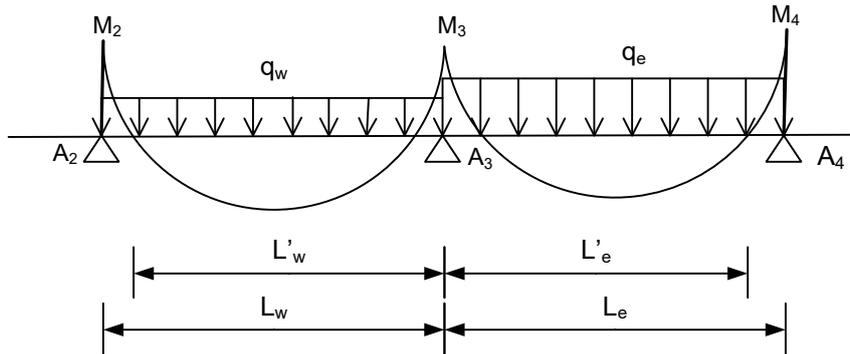
- **Hypothèses :**

Pour le calcul des moments sur appui M_a , on fait les hypothèses suivantes :

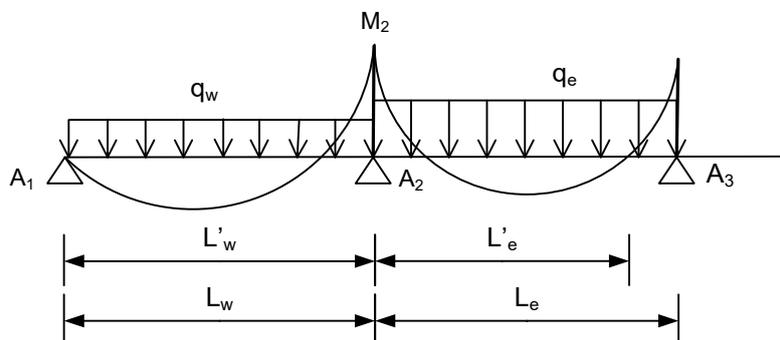
- Seules les charges sur les travées voisines de l'appui considéré sont prises en compte,
- On adopte des longueurs de portées fictives l' , telles que :

$l' = l$ pour les deux travées de rive,

$l' = 0.8l$ pour les travées intermédiaires.



Longueurs réelles et longueurs fictives (travées intermédiaires)



Longueurs réelles et longueurs fictives (travées intermédiaires et de rive)

- La formule de CAQUOT apporte des corrections à la méthode des trois moments pour atténuer les moments sur appuis.

Pour le cas de charges réparties, les moments sur appui intermédiaire sont donnés par :

$$M_{appui} = - \left(\frac{q_w L'_w{}^3 + q_e L'_e{}^3}{8.5(L'_w + L'_e)} \right)$$

❖ **Méthode de CAQUOT minorée :**

Dans le cas où la méthode forfaitaire ne peut pas être applicable et on a $Q < 2G$ ou $Q < 5 \text{ KN/m}^2$, on applique la méthode de CAQUOT en multipliant la part des moments sur appui **provenant des seules charges permanentes** par un coefficient variant entre 1 et 2/3. (Généralement on fixe le coefficient multiplicateur par 2/3). On reprend la totalité de G ensuite pour le calcul des moments en travée.

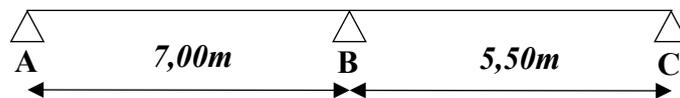


Tableau III.4 : Résultats obtenus par la méthode de Caquot (Plancher Terrasse)

Travées		AB	BC
Portée (m)		7,00	5,50
Portée fictives (m)		5,60	4,40
Charge permanente G (KN/m)		4,86	
Charge d'exploitation Q (KN/m)		0,65	
Chargée 1.35G+1.5Q		7,54	7,54
Déchargée 1.35G		6,56	6,56
Moments sur appuis 1 ^{er} cas CC	9,23	23,12	5,70
Moments sur appuis 2 ^{ème} cas CD	9,23	22,15	4,96
Moments sur appuis 3 ^{ème} cas DC	8,03	21,11	5,70
Moment iso chargée		46,16	28,50
Moment iso déchargée		40,19	24,81
x Mt max		3,24	3,17
Moments sur appuis 1 ^{er} cas (CC)		30,39	15,13
Moments sur appuis 2 ^{ème} cas (CD)		30,70	12,00
Moments sur appuis 2 ^{ème} cas (DC)		26,04	15,61

$$E, L, U \left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 30,70 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 9,22 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 23,12 \text{ Kn.m} \\ T_{\max} = 31,33 \text{ Kn} \end{array} \right.$$

$$E, L, S \left\{ \begin{array}{l} M_{t \max} = 22,39 \text{ Kn.m} \\ M_{rive \max} = 6,74 \text{ Kn.m} \\ M_{inter \max} = 16,89 \text{ Kn.m} \end{array} \right.$$

III.1.5.3 Calcul des armatures longitudinales :

❖ En travée :

On doit calculer le moment résistant de la table M_t , pour déterminer la position de l'axe neutre.

$$M_t = b \times h_0 \times \sigma_{bc} \times \left(d - \frac{h_0}{2}\right) = 65 \times 4 \times 14,17 \times \left(27 - \frac{4}{2}\right) \times 10^{-3}$$

$$= 92,10 \text{ kN.m}$$

$$M_{t \max} = 30,70 \text{ kN.m} < M_t = 92,10 \text{ kN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension $(b \times h_t) = (65 \times 30) \text{ cm}^2$ soumise à :

$$M_{t \max} = 30,70 \text{ kN.m.}$$

$$\mu = \frac{M_{t \max}}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = 30,70 = 0,045 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,045 \rightarrow \beta = 0,977 ; \beta \text{ est tirée du tableau.}$$

$$\sigma_s = \frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{400}{1,15} = 348 \text{ MPa}$$

$$A_s = \frac{M_{t \max}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{30,70 \times 10^3}{0,977 \times 27 \times 348} = 3,34 \text{ cm}^2$$

❖ Condition de non fragilité (section en T) :

$$A_{\min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_2 \times f_e}$$

Avec :

$$V_2 = \frac{\left(b \times h_0 \times \left(h - \frac{h_0}{2}\right)\right) + \left(b_0 \times (h - h_0) \times \left(\frac{h-h_0}{2}\right)\right)}{(b \times h_0) + (b_0 \times (h - h_0))}$$

$$= \frac{\left(65 \times 4 \times \left(30 - \frac{4}{2}\right)\right) + \left(12 \times (30 - 4) \times \left(\frac{30-4}{2}\right)\right)}{(65 \times 4) + (12 \times (30 - 4))} = 19,81 \text{ cm}$$

$$V_1 = h_t - V_2 = 30 - 19,81 = 10,18 \text{ cm}$$

$$I = \frac{bV_1^3 - ((b - b_0) \times (V_1 - h_0)^3)}{3} + \frac{b_0 \times (h - V_1)^3}{3}$$

$$= \frac{(65 \times 10,18) - ((65 - 12) \times (10,18 - 4)^3)}{3}$$

$$+ \frac{12 \times (30 - 10,18)^3}{3} = 20476,05 \text{ cm}^4$$

$$A_{min} = \frac{20476,05 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc :

$$A_{s \text{ cal}} = 3,34 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,43 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée.}$$

On prend : **3T12** ; $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui intermédiaire (armatures supérieures) :**

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{23,12 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,186 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,186 \rightarrow \beta = 0,896 ,$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{23,12 \times 10^3}{0,896 \times 27 \times 348} = 2,74 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité (section en T) :**

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{20476,06 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s \text{ cal}} = 2,74 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,43 \text{ cm}^2$; Condition vérifiée

On prend : **1T14** (filante) + **1T14** (chapeau) ; $A_s = 3,08 \text{ cm}^2$

❖ **Sur appui de rive :**

$$\mu = \frac{M_a}{b_0 \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{9,22 \times 10^3}{12 \times 27^2 \times 14,17} = 0,074 < \mu_l = 0,392 \rightarrow A'_s = 0$$

$$\mu = 0,074 \rightarrow \beta = 0,962 ,$$

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{9,22 \times 10^3}{0,962 \times 27 \times 348} = 1,02 \text{ cm}^2$$

❖ **Condition de non fragilité (section en T) :**

$$A_{min} = \frac{I \times f_{t28}}{0,81 \times h_t \times V_1 \times f_e} = \frac{20476,05 \times 2,10}{0,81 \times 30 \times 10,18 \times 400} = 0,43 \text{ cm}^2$$

Donc : $A_{s\text{ cal}} = 1,02\text{ cm}^2 > A_{\text{min}} = 0,43\text{ cm}^2$; Condition vérifiée ;

On prend : **1T12** (filante) + **1T10** (chapeau) ; $A_s = 1,92\text{ cm}^2$

III.1.5.4 Vérification des contraintes à L'ELS :

1. Position de l'axe neutre :

$$\frac{b_0 \times y^2}{2} + [(b - b_0)h_0 + \eta(A + A')]y - \left[(b - b_0) \frac{h_0^2}{2} + \eta dA + \eta A' d' \right] = 5,04\text{ cm}$$

2. Moment d'inertie :

$$\begin{aligned} I &= \frac{b \times y^3}{3} - (b - b_0) \frac{(y - h_0)^3}{3} + \eta A' (y - d')^2 + \eta A (d - y)^2 \\ &= \frac{65 \times 5,04^3}{3} - (65 - 12) \frac{(5,04 - 4)^3}{3} + 15 \times 3,39 (27 - 5,04)^2 \\ &= 27275,96\text{ cm}^4 \end{aligned}$$

3. Détermination des contraintes dans le béton comprimé σ_{bc} :

$$\sigma_{bc} = K \times y = \frac{M_{\text{ser}}}{I} \times y = \frac{22,39 \times 10^3}{27275,96} \times 5,04 = 4,13\text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15\text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 4,13\text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15\text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

4. Contrainte de cisaillement : (effort tranchant)

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{28,34 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,27} = 0,87\text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(0,10f_{c28} ; 5\text{ MPa}) ; \text{Fissuration très préjudiciable}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(2,5\text{ MPa} ; 5\text{ MPa}) = 2,5\text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,87\text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 2,5\text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

Donc il n'y a pas de risque de cisaillement.

5. Les armatures transversales A_t (armatures de l'âme):

D'après le B.A.E.L 99 on a :

$$\Phi_t \leq \min\left(\frac{h}{35} ; \frac{b_0}{10} ; \Phi_L\right) = \min(8,57 ; 12 ; 12) ; \text{On trouve } \Phi_t \leq 8,57\text{ mm}$$

On adopte : $\Phi_t = 8\text{ mm}$

6. Calcul des espacements :

$$S_t \leq \min(0,9d ; 40 \text{ cm}) = \min(24,3 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}) = 24,3 \text{ cm}$$

$$S_t = 20 \text{ cm}$$

- **En zone nodale :** $S_t \leq \min(10 \phi_1 ; 15 \text{ cm}) \Rightarrow S_t \leq \min(10 \times 1,2 ; 15 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}$

$$\Rightarrow S_t = 10 \text{ cm}$$

- **En zone courante:** $(S_t \leq 15 \phi_1) \Rightarrow (S_t \leq (15 \times 1,2)) \Rightarrow (S_t \leq 18 \text{ cm}) \Rightarrow (S_t = 15 \text{ cm})$

7. La section d'armatures transversales :

$$\frac{A_t}{b_0 \times S_t} \times \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\left(\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) \right) - (0,3k \times f_{tj})}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)}$$

$K = 0$ (fissuration très préjudiciable)

$$f_{tj} = 2,1 \text{ MPa} ; \alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1 ; f_e = 235 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{T_u \left(\frac{h}{2} \right)}{b_0 d}$$

On calcule la valeur de l'effort tranchant $T_u \left(\frac{h}{2} \right)$ par la méthode des triangles semblables.

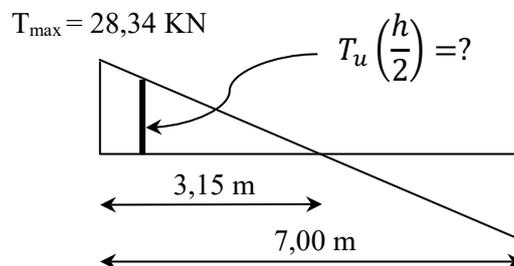


Figure III. 7 : Effort tranchant par la méthode des triangles semblables.

On calcule la valeur de l'effort tranchant $T_u(h/2)$ par la méthode des triangles semblables

$$\frac{T_{max}}{X} = \frac{T_u \left(\frac{h}{2} \right)}{X - \frac{h}{2}} \Rightarrow T_u \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{T_{max} \times \left[X - \left(\frac{h}{2} \right) \right]}{X}$$

On calcule la distance « X » :

$$X = \frac{L}{2} + \frac{M_w - M_e}{q \times L} = \frac{7}{2} + \frac{9,22 - 22,12}{5,51 \times 7} = 3,16 \text{ m}$$

$$\frac{h}{2} = \frac{0,3}{2} = 0,15 \text{ m}$$

$$T_u \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{28,34 \times (3,16 - 0,15)}{3,16} = 26,99 \text{ kN}$$

$$\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right) = \frac{28,34 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,27} = 0,87 \text{ MPa}$$

D'après (1) :

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{cal} &\geq \frac{(0,87 - (0,3 \times 0 \times 2,1)) \times 12 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 235} \\ &= 5,67 \times 10^{-2} \text{ cm} \end{aligned} \quad (2)$$

8. Pourcentage minimal d'armatures transversales :

$$\begin{aligned} \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} &\geq \max \left(\frac{\tau_u \times \left(\frac{h}{2} \right)}{2} ; 0,4 \text{ MPa} \right) \Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq \max(0,435 \text{ MPa} ; 0,4 \text{ MPa}) \\ &\Rightarrow \frac{A_t \times f_e}{b_0 \times S_t} \geq 0,435 \text{ MPa} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} &\geq \frac{0,435 \times b_0}{f_e} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} \geq \frac{0,435 \times 12}{235} \\ &= 0,02 \text{ cm} \end{aligned} \quad (3)$$

On prend le max entre (2) et (3) $\Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t} \right)_{min} \geq 0,02$, on prend $S_t = 20 \text{ cm}$

❖ Espacement dans la zone nodale :

$$S_t \leq \min(10\Phi_l ; 15 \text{ cm}) = \min(12 \text{ cm} ; 15 \text{ cm}) = 12 \text{ cm}$$

❖ Espacement dans la zone courante :

$$S_t \leq 15 \text{ cm} ; \text{ On prend } S_t = 15 \text{ cm}$$

On adopte $\begin{cases} S_t = 10 \text{ cm} & \text{Zone nodale.} \\ S_t = 15 \text{ cm} & \text{Zone courante} \end{cases}$

On prend: $2\phi 8 = 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$ avec un espacement : $S_t = 10 \text{ cm}$

9. Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$F_u = \frac{M_{appui}}{z} = \frac{M_{appui}}{0,9d} = \frac{23,12}{0,9 \times 27 \times 10^{-2}} = 95,14 \text{ kN}$$

$F_u = 95,14 \text{ kN} > T_u = 28,34 \text{ kN}$; Les armatures longitudinales inférieures ne sont pas soumises à un effort de traction.

10. Compression de la bielle d'about :

La contrainte de compression dans la biellette est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab_0}{\sqrt{2}} \end{cases} \Rightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab_0}$$

Où :

a : La longueur d'appui de la biellette.

$$\text{On doit avoir : } \bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la biellette est légèrement différente de 45°, donc on doit vérifier que :

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} &\Rightarrow \frac{2T}{ab_0} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Rightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b_0 \times f_{c28}} \Rightarrow a \\ &\geq \frac{2 \times 28,34 \times 1,5}{0,8 \times 12 \times 25 \times 10} = 0,035m = 3,54 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) ; a' = c - c' - 2 ; c' = 2 \text{ cm} ; c = 40 \text{ cm}$$

a' : La largeur d'appui ;

c : La largeur de l'appui du poteau ;

c' : L'enrobage.

$$a' = 40 - 2 - 2 = 36 \text{ cm}$$

$$a = \min(36 \text{ cm} ; 24,3 \text{ cm}) = 24,3 \text{ cm} ; a > 3,54 \text{ cm} ; \text{Condition vérifiée.}$$

11. Entraînement des armatures :

❖ Vérification de la contrainte d'adhérence :

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} \leq \bar{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28}$$

ψ_s : Coefficient de cisaillement ; $\psi_s = 1,5$ pour H.A ;

T : L'effort tranchant maximum ; T = 28,34 KN ;

n : Nombre d'armatures longitudinaux tendus ; n = 3 ;

μ : Périmètre d'armatures tendue ; $\mu = \pi\Phi = \pi \times 1,2 = 3,76 \text{ cm}$

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} = \frac{28,34 \times 10^3}{0,9 \times 27 \times 3,76 \times 3 \times 10^2} = 1,03 MPa$$

$$\overline{\tau}_{ser} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 MPa$$

$\tau_{ser} = 1,03 MPa < \overline{\tau}_{ser} = 3,15 MPa$; Condition vérifiée.

12. Ancrage des armatures tendues :

La longueur de scellement droit « L_s » est la longueur qui ne doit pas avoir une barre droite de diamètre Φ pour équilibrer une contrainte d'adhérence τ_s .

La contrainte d'adhérence τ_s est supposée constante et égale à la valeur limite ultime.

$$\tau_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{t28} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 MPa$$

$$L_s = \frac{\Phi \times f_e}{4 \times \tau_s} = \frac{1,2 \times 400}{4 \times 2,83} = 42,40 cm$$

III.1.5.5 Vérification de la flèche :

Les conditions suivantes doivent être vérifiées :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{22,5} \Rightarrow \frac{30}{460} = 0,045 > 0,044 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée} \\ \frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{ser}}{15 \times M_{0,ser}} \Rightarrow \frac{30}{665} = 0,0451 > \frac{19,70}{15 \times 33,74} = 0,038 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée} \\ \frac{A_s}{b_0 d} \leq \frac{3,6}{f_e} \Rightarrow \frac{3,39}{12 \times 27} = 0,009 < \frac{3,60}{400} = 0,009 \dots \dots \dots \text{Condition vérifiée} \end{array} \right.$$

III.1.5.6 Dessin de ferrailage des poutrelles (Terrasse) :

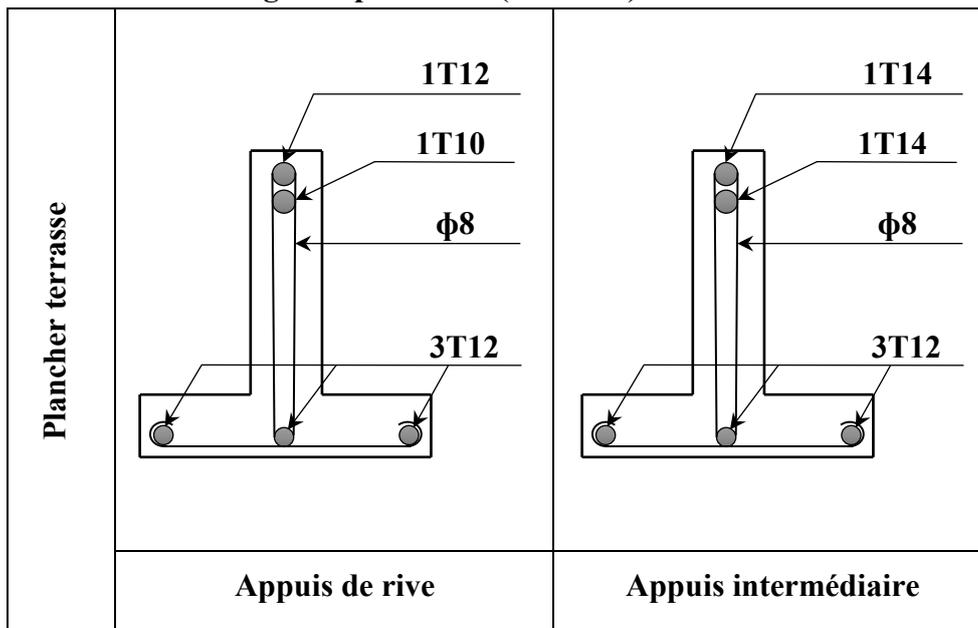


Figure III. 9 : Dessin de ferrailage des poutrelles des terrasses.