

IV-1-Introduction :

Les planchers sont des aires planes limitant les étages et supportant les revêtements du sol; ils assurent deux fonctions principales:

- Fonction de résistance : les planchers supportant leur poids propre et les surcharges d'exploitation.
- Fonction d'isolation: ils isolent thermiquement et acoustiquement les différents étages,

Comme notre projet est à usage d'habitation, on adopte un plancher à corps creux qui est constitué par des poutrelles en béton armé sur lesquelles reposent les entrevous.

Les poutrelles sont disposées suivant la petite portée et elles travaillent dans une seule direction.

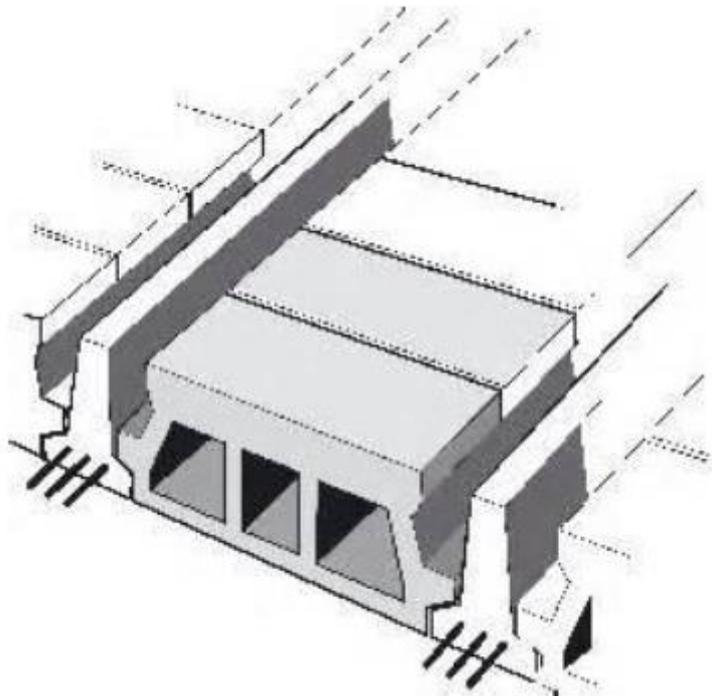


Figure IV-1 : plancher à corps creux

La poutrelle est considérée comme une section en T, la hauteur de la nervure est égale à la hauteur du plancher (16+4) cm

IV-2-Pré-dimensionnement des poutrelles (¹):

a. Détermination de b_0 :

La largeur b_0 est généralement calculée par la formule suivante :

¹ D.T.U règle BAEL91

$$0,4 \times h_t \leq b_0 \leq 0,8 \times h_t \rightarrow 8 \text{ cm} \leq b_0 \leq 16 \text{ cm}$$

Soit $b_0 = 12 \text{ cm}$

b. Détermination de b_1 :

$$b_1 = \min \left(\frac{L_1 - b_0}{2} ; \frac{L_{max}}{10} ; 6 h_0 \leq b_1 \leq 8 h_0 \right)$$

L: la distance entre axes des nervures et $h_0 = 4 \text{ cm}$.

$$50 \text{ cm} \leq L_1 \leq 80 \text{ cm}$$

; donc $L_1 = 65 \text{ cm}$

$$b_1 = \min \left(\frac{65 - 12}{2} ; \frac{400}{10} ; 6 \times 4 \leq b_1 \leq 8 \times 4 \right)$$

$$b_1 = \min (26,5 ; 40 ; 24 \leq b_1 \leq 32)$$

; donc $b_1 = 26,5 \text{ cm}$

c. Détermination de b :

$$b = b_0 + 2b_1 = 12 + 2 \times 26,5 = 65 \text{ cm}$$

; donc $b = 65 \text{ cm}$

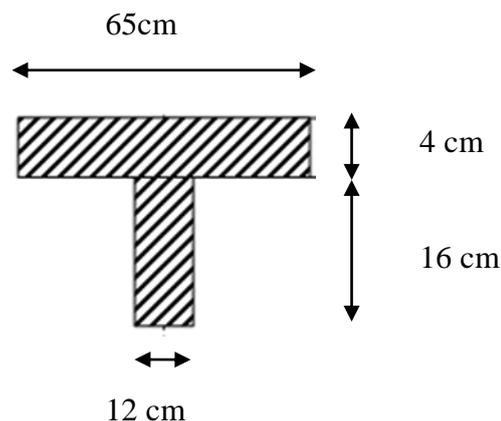


Figure IV-2 : les dimensions de la poutrelle

IV-3-Méthode de calcul des poutrelles :

Il existe plusieurs méthodes pour le calcul des poutrelles, Le règlement **BAEL 91** propose une méthode simplifiée dite "méthode forfaitaire", pour le calcul des moments, cette méthode s'applique pour les conditions courante.

IV-3-1-Les conditions d'application de la méthode forfaitaire ⁽¹⁾ :

¹ D.T.U règle **BAEL91** annexe E.1 page 231

Cette méthode est applicable si les 4 conditions suivantes sont remplies :

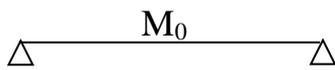
1. La charge d'exploitation $Q \leq \max (2G ; 5\text{KN/m}^2)$
2. Les moments d'inertie des sections transversales sont les même dans les différentes travées.
3. Le rapport des portées successives est compris entre 0,8 et 1,25

$$0,8 \leq l_i / l_{i+1} \leq 1,25$$

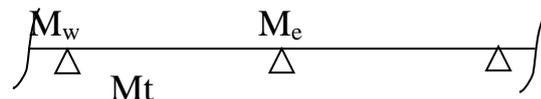
- 4 la fissuration est considérée comme non préjudiciable.

a. Principe de calcul :

Il exprime les moments maximaux en travée et sur appuis en fonction des moments fléchissant isostatiques " M_0 " de la travée indépendante.



Travée isostatique



Travée hyperstatique

Selon le **BAEL 91** ⁽¹⁾, les valeurs de M_w , M_t et M_e doivent vérifier les conditions suivantes:

- $M_t \geq \max [1,05M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - (M_w + M_e)/2$
- $M_t \geq (1 + 0,3\alpha) M_0 / 2$ dans une travée intermédiaire
- $M_t \geq (1,2 + 0,3\alpha) M_0 / 2$ dans une travée de rive

M_0 : moment maximal dans la travée indépendante

M_t : moment maximal dans la travée étudiée

M_w : moment sur l'appui gauche de la travée

M_e : moment sur l'appui droit de la travée

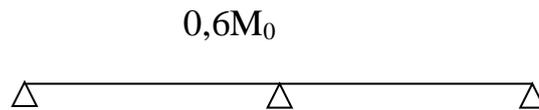
α : $Q / (G+Q)$ rapport des charges d'exploitation à la somme des G et Q.

b. Valeurs des moments aux appuis :

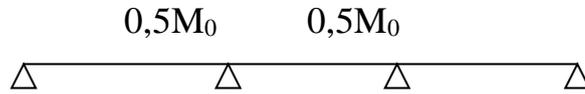
Les valeurs absolues des moments sur appuis doivent être comme suit :

¹ D.T.U règle BAEL91 annexe E.1 page 232

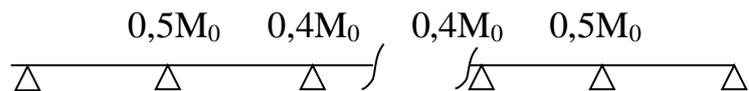
- Cas de deux travées :



- Cas de trois travées :



- Cas de plus de trois travées :



c. Effort tranchant :

L'étude de l'effort tranchant permet de vérifier l'épaisseur de l'âme et de déterminer les armatures transversales et l'épure d'arrêt des armatures longitudinales

Le règlement BAEL 91, prévoit que seul l'état limite ultime est vérifié :

- $T_W = (M_W - M_e)/l + Ql/2$
- $T_e = (M_W - M_e)/l - Ql/2$

IV-3-2-Vérification des conditions d'application de la méthode forfaitaire :

- La charge d'exploitation $Q \leq \max (2G, 5\text{KN/m}^2)$

a. Plancher R.D.C :

$G = 5,06 \text{ KN/m}^2$, $Q = 4 \text{ KN/m}^2$

$Q = 4 \text{ KN/m}^2 < 2G = 10,12 \text{ KN/m}^2 \rightarrow$ condition vérifiée

b. Plancher 1^{er} au 8^{ème} étages :

$G = 5,06 \text{ KN/m}^2$, $Q = 1,5\text{KN/m}^2$

$Q = 1,5\text{KN/m}^2 < 2G = 10,12 \text{ KN/m}^2 \rightarrow$ condition vérifiée

c. Plancher terrasse :

$G = 6,28 \text{ KN/m}^2$, $Q = 1\text{KN/m}^2$

$Q = 1\text{KN/m}^2 < 2G = 12,56 \text{ KN/m}^2 \rightarrow$ condition vérifiée

- Poutrelle à inertie constante ($I = \text{Cte}$) \rightarrow condition vérifiée
- Plancher du 1^{er} au 8^{ème} étage, la fissuration est considérée comme peu préjudiciable.

- Pour le plancher terrasse la fissuration est préjudiciable → condition non vérifiée.

Donc dans le cas du plancher terrasse, on applique la méthode des trois moments

- $0,8 \leq L_i / L_{i+1} \leq 1,2 \rightarrow$ condition non vérifiée.

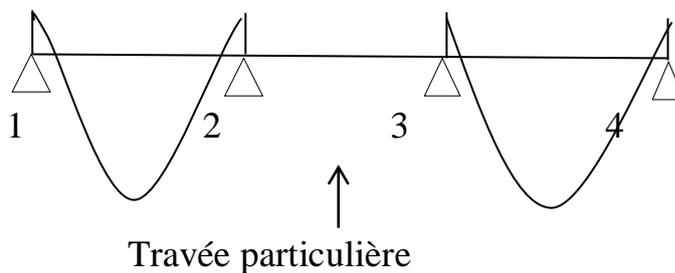
Puisque le rapport $0,8 \leq L_i / L_{i+1} \leq 1,25$ n'est pas satisfait ; on utilise la méthode forfaitaire modifiée pour la travée particulière ; et on utilise toujours la méthode forfaitaire pour les restes travées.

IV-3-3-Principe de calcul de la méthode forfaitaire modifiée :

On applique cette méthode si le rapport des portées de deux travées successives n'est pas compris entre 0,8 et 1,25, il convient d'étudier séparément les effets des charges d'exploitation, on les disposant dans les positions les plus défavorables pour les travées particulières.

On distingue deux cas :

IV-3-3-1-Cas ou la travée comprise entre deux grandes travées : (travée intermédiaire)



$$M_{a1} = 0,2 M_{012}$$

$$M_{a2} = 0,5 \max (M_{012} ; M_{023})$$

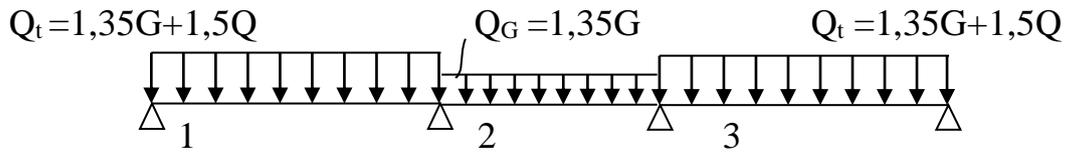
$$M_{a3} = 0,5 \max (M_{023} ; M_{034})$$

$$M_{a4} = 0,2 M_{034}$$

Calcul des moments de la travée particulière :

a. Le moment minimal de la travée particulière :

Pour la recherche du moment M_{t23min} , on considère le chargement suivant :



Travée particulière

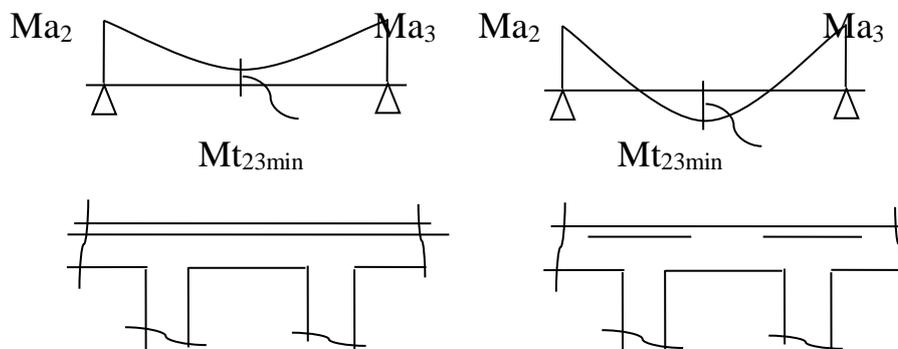
Le moment dans toute section de la travée (2-3) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (M_{a2} et M_{a3} en valeur absolue):

$$M_x = Q_G \times \left(\frac{L_2 - x}{2}\right) - M_{a2} \left(1 - \frac{x}{L_2}\right) - M_{a3} \left(\frac{x}{L_2}\right)$$

Le moment M_{t23min} est évalué en remplaçant x par la valeur :

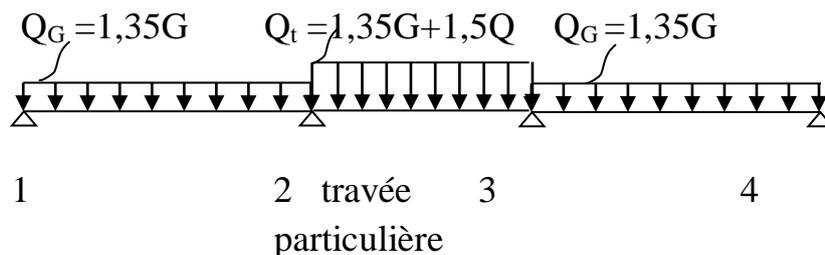
$$x = \frac{L_2}{2} + \frac{M_{a2} - M_{a3}}{Q_G \times L_2}$$

Il est évident que ce cas de chargement peut donner lieu à un moment négatif en travée ce qui nécessite une disposition d'armatures supérieures sur toute la travée (2-3), on obtient ainsi l'une des situations suivantes :



b. Le moment maximal de la travée particulière :

Pour la recherche du moment M_{t23max} , on considère le chargement suivant :



Le moment dans toute section de la travée (2-3) peut être évalué en utilisant l'expression suivant (M_{a2} et M_{a3} en valeur absolue) :

$$M_x = Q_t \times \left(\frac{L_2 - x}{2}\right) - M'_{a2} \left(1 - \frac{x}{L_2}\right) - M'_{a3} \left(\frac{x}{L_3}\right)$$

Le moment $M_{t_{34max}}$ est évalué en remplaçant x par la valeur :

$$x = \frac{L_2}{2} + \frac{M'_{a2} - M'_{a3}}{Q_t \times L_2}$$

Avec: $Q_t = 1,35 G + 1,5 Q$

$$M'_{a2} = 0,4 \min (M_{012}, M_{023})$$

$$M'_{a3} = 0,4 \min (M_{023}, M_{034})$$

$$M_{012} = Q_G \cdot (L_1)^2 / 8, \quad M_{023} = Q_t (L_2)^2 / 8, \quad M_{034} = Q_G (L_3)^2 / 8$$

Dans tous les cas, la travée (2-3) doit être armée à la partie inférieure pour un moment correspondant à au moins $0,5M_{023}$

IV-3-3-2-Cas ou la travée particulière est une travée de rive :

Les mêmes étapes définies précédemment sont à suivre, à la différence que dans ce cas il n'existe qu'une seule travée adjacente.

IV-3-4-Principe de calcul de la méthode des trois moments :

Pour les poutres continues à plusieurs appuis,

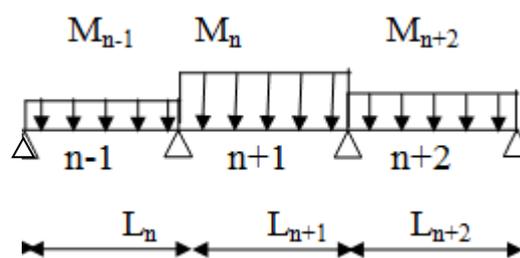
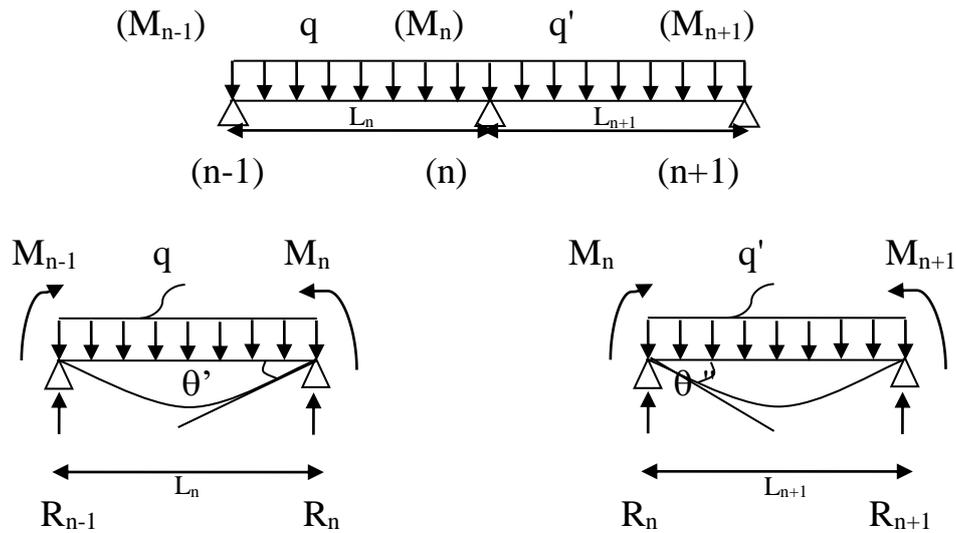


Figure IV-3 : principe de calcul de la méthode des trois moments

Isolant deux travées adjacentes, elles sont chargées d'une manière quelconque ; c'est un système statiquement indéterminé, il est nécessaire de compléter les équations statiques disponibles par d'autres méthodes basées sur les déformations du système.



M_n, M_{n-1}, M_{n+1} : les moments de flexion sur appuis (n), (n-1), (n+1), il sont supposés positifs, suivant les conditions aux limites et les condition de continuité, $(\theta' = \theta'')$ (1)

Les moments de flexion pour chacune des travées L_n, L_{n+1} sous les charges connues q, q' peuvent être tracer selon la méthode classique. M_n, M_{n-1}, M_{n+1} sont provisoirement omis.



G_n, G_{n+1} : les centres d'inertie des aires de diagramme des moments.

$a_n, b_n, a_{n+1}, b_{n+1}$: sont la signification indiqué sur la figure.

S_n et S_{n+1} : les Aires des diagrammes des moments pour les travées L_n et L_{n+1}

$$\theta' = \theta'(M_{n-1}) + \theta'(M_n) + \theta'(q)$$

Selon le théorème des Aires des moments, on aura :

$$\theta' = \frac{S_n \cdot a_n}{L_n \cdot E_I} + \frac{M_{n-1} \cdot L_n}{6 \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_n}{3 \cdot E_I}$$

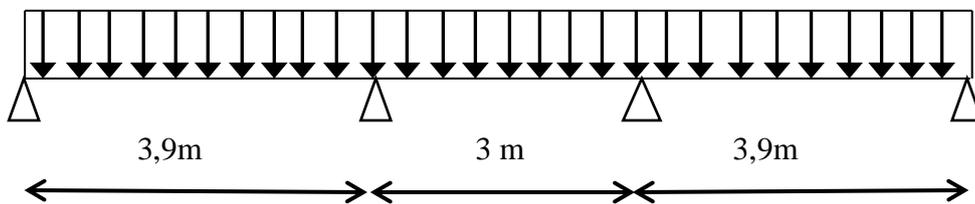
$$\theta'' = \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1} \cdot E_I} + \frac{M_n \cdot L_{n+1}}{3 \cdot E_I} + \frac{M_{n+1} \cdot L_{n+1}}{6 \cdot E_I}$$

$$\theta' = \theta'' \Rightarrow M_{n-1} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} \cdot L_{n+1} = -6 \left[\frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1}} \right]$$

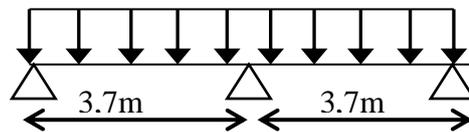
IV-4-Type de poutrelles :

Le bloc angle comporte deux types de poutrelles.

Type 01 :



Type 02 :



Le bloc barre comporte un seul type de poutrelle :

Type 3 :

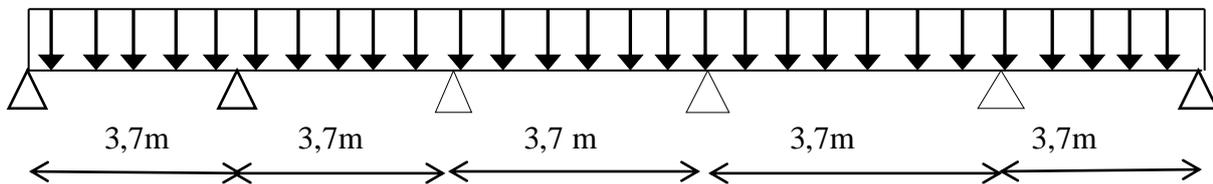


Figure IV-4: Les types des poutrelles

IV-5-Les combinaisons de charges :

Les charges par mètre linéaire /ml

a. Plancher R.D.C :

$$\begin{array}{l} G = 5,06 \times 0,65 = 3,29 \text{ KN/mL} \\ Q = 4 \times 0,65 = 2,60 \text{ KN/mL} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 1,35 G + 1,5 Q = 8,34 \text{ KN/ml.} \\ Q_{ser} = G + Q = 5,89 \text{ KN/ml.} \end{array} \right.$$

b. Plancher 1^{er} au 8^{ème} étages :

$$\begin{array}{l} G = 5,06 \times 0,65 = 3,29 \text{ KN/mL} \\ Q = 1,5 \times 0,65 = 0,98 \text{ KN/mL} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 1,35 G + 1,5 Q = 5,90 \text{ KN/mL.} \\ Q_{ser} = G + Q = 4,26 \text{ KN/mL.} \end{array} \right.$$

c. Plancher terrasse :

$$\begin{array}{l} G = 6,28 \times 0,65 = 4,08 \text{ KN/mL} \\ Q = 1 \times 0,65 = 0,65 \text{ KN/mL} \end{array} \quad \left\{ \begin{array}{l} Q_u = 1,35 G + 1,5 Q = 7,45 \text{ KN/mL.} \\ Q_{ser} = G + Q = 4,73 \text{ KN/mL.} \end{array} \right.$$

IV-5-1-Calcul du Plancher R.D.C :

Le calcul se fait à l'E.L.U

IV-5-1-1-Calcul du moment minimal de la travée BC :**a. Moments isostatiques :**

$$M_{0AB} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 8,34 (3,9)^2 / 8 = 15,86 \text{ KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,44 (3)^2 / 8 = 5 \text{ KN.m}$$

$$M_{0CD} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 8,34 (3,9)^2 / 8 = 15,86 \text{ KN.m}$$

b. Moments sur appuis :

$$M_B = 0,5 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 7,93 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,5 \max (M_{0BC}, M_{0CD}) = 7,93 \text{ KN.m}$$

c. Moment en travée particulière BC: ($M_{t \min}$)

$$x = \frac{3}{2} + \frac{7,93 - 7,93}{4,44 \times 3} = 1,5 \text{ m}$$

$$M_{t \min} = 4,44 \times 1,5 \left(\frac{3 - 1,5}{2} \right) - 7,93 \left(1 - \frac{1,5}{3} \right) - 7,93 \left(\frac{1,5}{3} \right)$$

$$M_{t \min} = -2,93 \text{ KN.m}$$

IV-5-1-2-Calcul du moment maximal de la travée BC :**a. Moments isostatiques :**

$$M_{0AB} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,44 (3,9)^2 / 8 = 8,44 \text{ KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_T \cdot L^2 / 8 = 8,34(3)^2 / 8 = 9,38 \text{ KN.m}$$

$$M_{0CD} = Q_G \cdot L^2 / 8 = 4,44(3,9)^2 / 8 = 8,44 \text{ KN.m}$$

b. Moments sur appuis :

$$M_B = 0,5 \min (M_{0AB}, M_{0BC}) = 4,22 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,5 \min (M_{0BC}, M_{0CD}) = 4,22 \text{ KN.m}$$

c. Moment en travée particulière BC: ($M_{t_{\max}}$)

$$x = \frac{3}{2} + \frac{4,22 - 4,22}{8,34 \times 3} = 1,5 \text{ m}$$

$$M_{t_{\max}} = 8,34 \times 1,5 \left(\frac{3 - 1,5}{2} \right) - 4,22 \left(1 - \frac{1,5}{3} \right) - 4,22 \left(\frac{1,5}{3} \right)$$

$$M_{t_{\max}} = 5,16 \text{ KN.m}$$

IV-5-1-3-Calcul des moments dans les autres travées :

On utilise la méthode forfaitaire

$$qu = (1,35G + 1,5Q)0,65 = 5,90 \text{ KN/ml}$$

$$\alpha = Q / (G + Q) = 4 / (5,06 + 4) = 0,44$$

$$(1 + 0,3\alpha) = 1,13 > 1,05$$

$$(1,2 + 0,3\alpha) / 2 = 0,67 \text{ (travée de rive).}$$

$$(1 + 0,3\alpha) / 2 = 0,57 \text{ (travée intermédiaire).}$$

$$\text{Travée de rive : } M_t \geq \begin{cases} \text{Max} [1,05 M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - [(M_w + M_e) / 2]. \\ [(1,2 + 0,3\alpha) / 2] \cdot M_0 \end{cases}$$

$$\text{Travée intermédiaire : } M_t \geq \begin{cases} \text{Max} [1,05 M_0 ; (1 + 0,3\alpha) M_0] - [(M_w + M_e) / 2]. \\ [(1 + 0,3\alpha) / 2] \cdot M_0 \end{cases}$$

a. Moment isostatique :

$$M_{0AB} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 8,34 (3,90)^2 / 8 = 15,86 \text{ KN.m}$$

$$M_{0BC} = Q_t \cdot L^2 / 8 = 8,34 (3)^2 / 8 = 9,38 \text{ KN.m}$$

$$M_{0CD} = Qt \cdot L^2 / 8 = 8,34 (3,90)^2 / 8 = 15,86 \text{ KN.m}$$

b. Moments sur appuis :

$$M_A = 0,2 M_{0AB} = 3,17 \text{ KN.}$$

$$M_B = 0,5 \max (M_{0AB}, M_{0BC}) = 7,93 \text{ KN.m}$$

$$M_C = 0,5 \max (M_{0BC}, M_{0CD}) = 7,93 \text{ KN.m}$$

$$M_D = 0,2 M_{0CD} = 3,17 \text{ KN.m}$$

c. Moment en travée :• **Travée (AB) travée de rive :**

$$1) M_t^{AB} \geq 1,13 \times 15,86 - (3,17 + 7,93) / 2 = 12,38 \text{ KN.m}$$

$$2) M_t^{AB} \geq 0,67 \cdot M_{0AB} = 0,67 \times 15,86 = 10,63 \text{ KN.m}$$

$$\text{on prend: } M_t^{AB} = 12,38 \text{ KN.m}$$

• **Travée (CD) travée intermédiaire :**

$$1) M_t^{BC} \geq 1,13 \times 15,86 - (7,93 + 3,17) / 2 = 12,38 \text{ KN.m}$$

$$2) M_t^{BC} \geq 0,67 \cdot M_{0BC} = 0,67 \times 15,86 = 10,63 \text{ KN.m}$$

$$\text{on prend: } M_t^{BC} = 12,38 \text{ KN.m}$$

IV-5-1-4-Effort tranchant :

$$\begin{cases} T_W = (M_W - M_e) / L + Q_u \times L / 2 \\ T_e = (M_W - M_e) / L - Q_u \times L / 2 \end{cases}$$

• **Travée (AB) :**

$$\begin{cases} T_W = (3,17 - 7,93) / 3,9 + 3,9 \times 8,34 / 2 = 15,04 \text{ KN} \\ T_e = (3,17 - 7,93) / 3,9 - 3,9 \times 8,34 / 2 = -17,48 \text{ KN} \end{cases}$$

• **Travée (BC) :(particulière)**➤ **T_{max} (travée chargé) :**

$$\begin{cases} T_W = (4,22 - 4,22) / 3 + 3 \times 8,34 / 2 = 12,51 \text{ KN} \\ T_e = (4,22 - 4,22) / 3 - 3 \times 8,34 / 2 = -12,51 \text{ KN} \end{cases}$$

➤ **T_{min} (travée déchargée) :**

$$\begin{cases} T_W = (7,93 - 7,93) / 3 + 3 \times 8,34 / 2 = 12,51 \text{ KN} \\ T_e = (7,93 - 7,93) / 3 - 3 \times 8,34 / 2 = -12,51 \text{ KN} \end{cases}$$

- Travée (CD):

$$\begin{cases} T_W = (7,93 - 3,17)/3,9 + 3,9 * 8,34/2 = 17,48 \text{ KN} \\ T_e = (7,93 - 3,17)/3,9 - 3,90 * 8,34/2 = -15,04 \text{ KN} \end{cases}$$

Pour le plancher du 1^{ère} étage au 8^{ème}, les mêmes étapes de calcul définies précédemment sont à suivre pour les autres types de poutrelles (E.L.U+E.L.S)

Tableau IV-1 : Résultats obtenus du RDC.

Type	Travée	L(m)	E.L.U						E.L.S			
			M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	Te(-)	M ₀	M _t	M _w	M _e
01	A-B	3,90	15,8 6	12,3 8	3,1 7	7,9 3	15,0 4	17,4 8	11,2	8,7 6	2,2 4	5,6 0
	B-C	3	M _n	9,38	- 2,93	7,9 3	7,9 3	12,5 1	12,5 1	3,7	- 1,9	5,6 5,6
			M _x	9,38	5,16	4,2 2	4,2 2	12,5 1	12,5 1	6,63	3,5	3,1 3
	C-D	3,90	15,8 6	12,3 8	7,9 3	3,1 7	17,4 8	15,0 4	11,2	8,7 6	5,6 0	2,2 4
02	A-B	3,70	14,2 7	10,4 5	2,8 5	8,5 6	13,8 9	16,9 7	10,0 8	7,3 8	2,0 2	6,0 5
	B-C	3,70	14,2 7	10,4 5	8,5 6	2,8 5	16,9 7	13,8 9	10,0 8	7,3 8	6,0 5	2,0 2
03	A-B	3,70	14,2 7	11,1 7	2,8 5	7,1 4	14,2 7	16,5 9	10,0 8	7,8 9	2,0 2	5,0 4
	B-C	3,70	14,2 7	9,74	7,1 4	5,7 1	15,8 2	15,0 4	10,0 8	6,8 8	5,0 4	4,0 3
	C-D	3,70	14,2 7	10,4 5	5,7 1	5,7 1	15,4 3	15,4 3	10,0 8	7,3 8	4,0 3	4,0 3
	D-E	3,70	14,2 7	9,74	5,7 1	7,1 4	15,0 4	15,8 2	10,0 8	6,8 8	4,0 3	5,0 4
	E-F	3,70	14,2 7	11,1 7	7,1 4	2,8 5	16,5 9	14,2 7	10,0 8	7,8 9	5,0 4	2,0 2

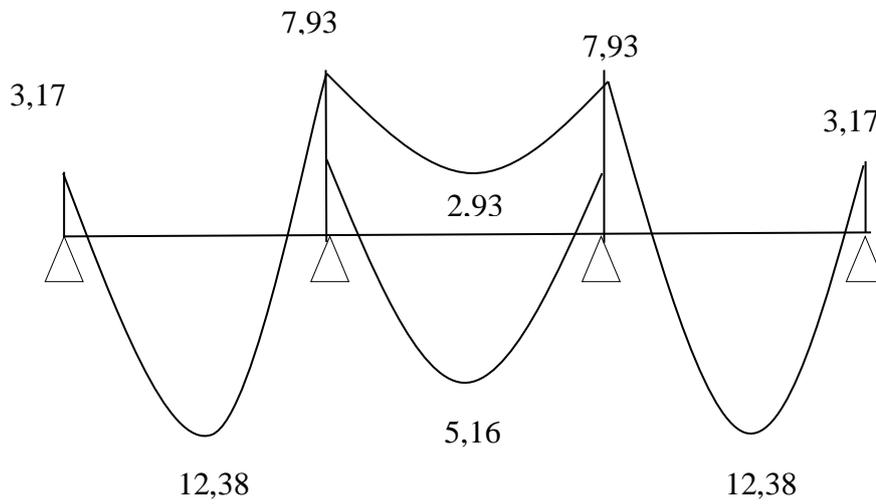


Figure IV-5 : Diagramme des moments fléchissant M [Kn.m] du type 1

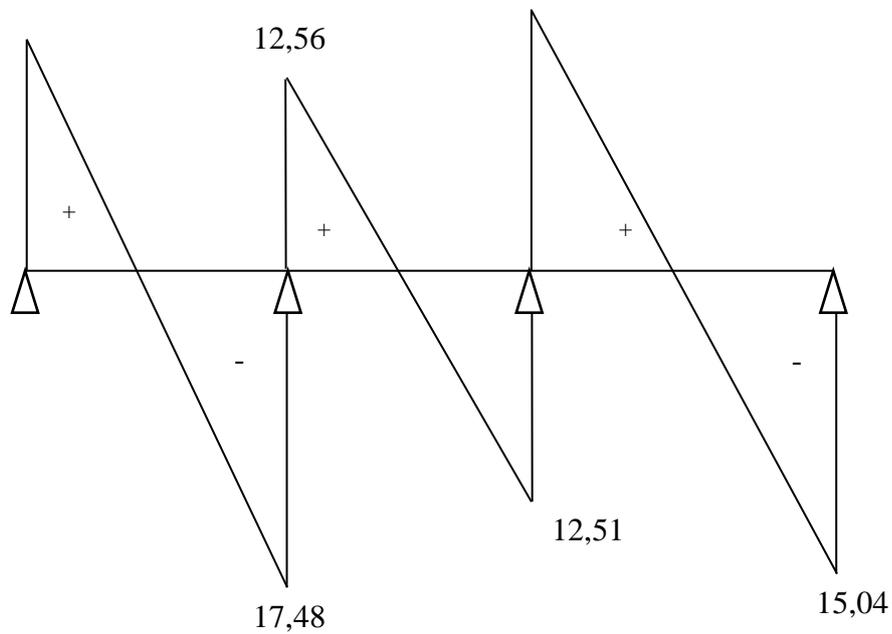


Figure IV-6 : Diagramme des efforts tranchants T [KN] du type 1

Les sollicitations maximales de calcul sont :

$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{travée_{max}} = 12,38 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 8,56 \text{ KN.m} \\ T_{max} = 17,48 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \text{E.L.S} \left\{ \begin{array}{l} M_{travée_{max}} = 8,76 \text{ KN.m} \\ M_{appui_{max}} = 6,05 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

IV-5-1-5-Ferraillage (à l'ELU) :

Les moments maximaux en travée tendent à comprimer les fibres supérieures et à tendre les fibres inférieures et par conséquent les armatures longitudinales seront disposées en bas pour reprendre l'effort de traction puisque le béton résiste mal à la traction.

Pour le calcul du ferraillage des poutrelles on prend le cas le plus défavorable.

Calcul des armatures longitudinales à (l'E.L.U) :

➤ **En travée :**

Dans l'étude d'une section en T il est nécessaire de savoir si la partie comprimée intéresse la table de compression ou si elle intéresse également la nervure

On calcule le moment équilibré par la table

$$M_t = bh_0 f_b c (d - h_0/2) = 65 \times 4 \times 14,17 (18 - 4/2) \times 10^{-3} = 58,95 \text{ KN.m}$$

$$M_{t_{max}} = 12,38 \text{ KN.m} < 58,95 \text{ KN.m}$$

Donc l'axe neutre tombe dans la table de compression, la section en T sera calculée en flexion simple comme une section rectangulaire de dimension

$$(b \times ht) = (65 \times 20) \text{ cm}^2 \text{ soumise à } M_{t_{max}} = 12,38 \text{ KN.m}$$

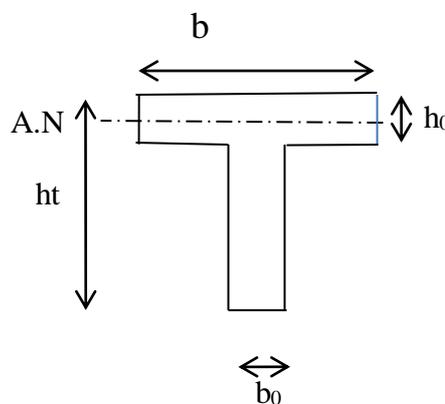


Figure IV-7 : position de l'axe neutre

$$\mu = \frac{Mt}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{12,38 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,041 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,041 \rightarrow \beta = 0,9795$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{12,38 \times 10^3}{0,9795 \times 18 \times 348} = 2,02 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité ⁽¹⁾ :

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

Le choix : **3T12 = 3,39 cm².**

➤ **Sur appuis :**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension :

$$(b_0 \times h) = (12 \times 20) \text{ cm}^2$$

$$\mu = \frac{Ma}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{8,56 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,028 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,028 \rightarrow \beta = 0,986$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{8,56 \times 10^3}{0,986 \times 18 \times 348} = 1,39 \text{ cm}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot \frac{f_{t28}}{f_e}$$

$$A_{st_{\min}} \geq 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

On prend **1T12+1T10 = 1,92 cm².**

IV-5-1-6-verification :

Vérification de contrainte de cisaillement :

L'effort tranchant maximal $T_{\max} = 17,48 \text{ KN}$.

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{17,48 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,81 \text{ MPa}$$

Fissuration peu préjudiciable :

¹ D.T.U règle BAEL91 article A.4.2.2 page 30

$$\bar{\tau}_u = \min\left\{0,2 \left(\frac{f_{cj}}{\gamma_b}\right); 5 \text{ MPa}\right\}$$

$$\tau_u = 0,81 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

Vérification des contraintes à l'E.L.S :

$$\alpha \leq \frac{\gamma-1}{2} + \frac{f_{c28}}{100} \text{ Avec : } \gamma = \frac{M_u}{M_{ser}}$$

➤ En travée :

$$M_{ser} = 8,76 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 12,38 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0279$$

$$\gamma = \frac{12,38}{8,76} = 1,41$$

$$\alpha \leq \frac{1,41-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,46 \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

➤ Sur appuis :

$$M_{ser} = 6,05 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 8,56 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,1489$$

$$\gamma = \frac{8,56}{6,05} = 1,41$$

$$\alpha \leq \frac{1,41-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,4 \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$T_u = 17,48 \text{ KN}$$

$$M_{appui} = 8,56 \text{ KN.m}$$

$$F_u = \frac{M_{appui}}{Z} = \frac{8,56}{0,9 \times 18 \times 10^{-2}} = 52,84 \text{ KN} > T_u = 17,48 \text{ KN}$$

IV-5-2-Plancher étage courant :

Tableau IV-2 : récapitulatif des résultats obtenus (plancher 1^{er}...8^{ème} étages) :

Type de Poutrel	Travée	L(m)		E.L.U					E.L.S				
				M ₀	M _t	M _w	M _e	T _w	Te(-)	M ₀	M _t	M _w	M _e
01	A-B	3,90		11,2 2	8,0 6	2,2 4	5,6 1	10,6 5	12,3 7	8,11	5,8 3	1,6 2	4,0 5
	B-C	3	M _{in}	5	- 0,6 2	5,6 1	5,6 1	6,66	6,66	3,70	- 0,3 5	4,0 5	4,0 5
			M _{ax}	6,64	3,3 2	3,3 2	3,3 2	8,85	8,85	4,80	2,4 0	2,4 0	2,4 0
	C-D	3,90		11,2 2	8,0 6	5,6 1	2,2 4	12,3 7	10,6 5	8,11	5,8 3	4,0 5	1,6 2
02	A-B	3,7		10,1 0	6,7 5	2,0 2	6,0 6	9,83	12,0 1	7,30	4,8 8	1,4 6	4,3 8
	B-C	3,7		10,1 0	6,7 5	6,0 6	2,0 2	12,0 1	9,83	7,30	4,8 8	4,3 8	1,4 6
03	A-B	3,7		10,1 0	7,2 6	2,0 2	5,0 5	10,1 0	11,7 4	7,30	5,2 4	1,4 6	3,6 5
	B-C	3,7		10,1 0	6,2 5	5,0 5	4,0 4	11,1 9	10,6 5	7,30	4,5 1	3,6 5	2,9 2
	C-D	3,7		10,1 0	6,7 5	4,0 4	4,0 4	10,9 2	10,9 2	7,30	4,8 8	2,9 2	2,9 2
	D-E	3,7		10,1 0	6,2 5	4,0 4	5,0 5	10,6 5	11,1 9	7,30	4,5 1	2,9 2	3,6 5
	E-F	3,7		10,1 0	7,2 6	5,0 5	2,0 2	10,7 4	10,1 0	7,30	5,2 4	3,6 5	1,4 6

IV-5-2-1-Les sollicitations maximales de calcul :

$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 8,06 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui}_{\max}} = 6,06 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 12,37 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \text{E.L.S} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 5,83 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui}_{\max}} = 4,38 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

➤ **en travée:**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b x h) = (65 x 20) cm²

$$\mu = \frac{Mt}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{8,06 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,027 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,027 \rightarrow \beta = 0,9865$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{8,06 \times 10^3}{0,9865 \times 18 \times 348} = 1,30 \text{ m}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{ft_{28}}{f_e}$$

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

On prend **3T12 = 3,39 cm²**.

➤ **sur appuis :**

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b₀ x h) = (12 x 20) cm²

$$\mu = \frac{Ma}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{6,06 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,203 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,203 \rightarrow \beta = 0,8855$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{6,06 \times 10^3}{0,8855 \times 18 \times 348} = 1,09 \text{ m}^2$$

Condition de non fragilité:

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \cdot b_0 \cdot d \cdot \frac{ft_{28}}{f_e}$$

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \times 12 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 0,26 \text{ cm}^2$$

On prend $1T12+1T10 = 1,92 \text{ cm}^2$

IV-5-2-2-vérification :

Vérification de contrainte de cisaillement

L'effort tranchant maximal $T_{\max} = 12,37 \text{ KN}$.

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{12,37 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,57 \text{ MPa}$$

Fissuration peu préjudiciable :

$$\bar{\tau}_u = \min\left\{0,2 \left(\frac{f_{cj}}{\gamma_b}\right); 5 \text{ MPa}\right\} = 3,33 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,57 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

Vérification des contraintes à l'E.L.S :

➤ Sur travée :

$$M_{\text{ser}} = 5,83 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 8,06 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0201$$

$$\gamma = \frac{8,06}{5,83} = 1,38$$

$$\alpha \leq \frac{1,38-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,44 \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

➤ Sur appuis :

$$M_{\text{ser}} = 4,38 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 6,06 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0935$$

$$\gamma = \frac{6,06}{4,38} = 1,38$$

$$\alpha \leq \frac{1,38-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,44 \rightarrow \text{Condition vérifiée}$$

Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$T_u = 12,37 \text{ KN}$$

$$F_u = \frac{M_{appui}}{Z} = \frac{6,06}{0,9 \times 18 \times 10^{-2}} = 37,41 \text{ KN} > T_u = 12,37 \text{ KN}$$

IV-5-3-Plancher terrasse :

IV-5-3-1-Exemple de calcul :

On prend comme exemple de calcul le 1^{er} type de poutrelle (avec 3 travées) :

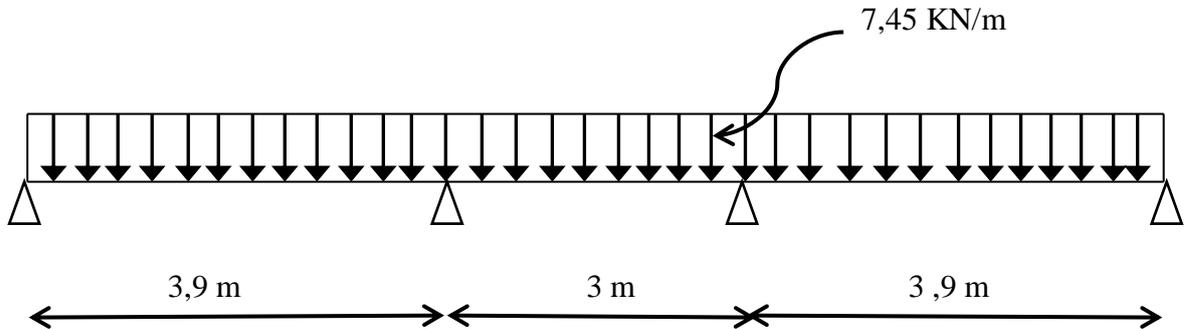
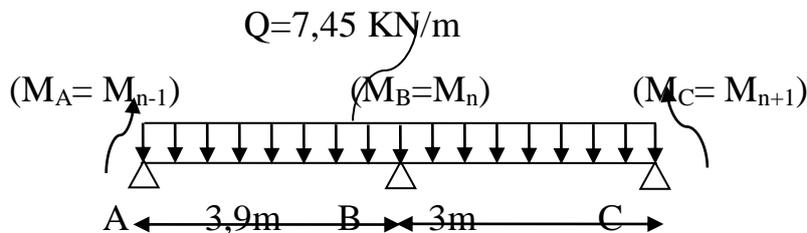


Figure IV-8 :Type de poutrelle 1

Le calcul se fait selon la formule :

$$M_{n-1} \cdot L_n + 2M_n (L_n + L_{n+1}) + M_{n+1} \cdot L_{n+1} = -6 \left[\frac{S_n \cdot a_n}{L_n} + \frac{S_{n+1} \cdot b_{n+1}}{L_{n+1}} \right] \dots\dots\dots (1)$$

En isolant deux travées adjacentes, on prend A-B et B-C :



Partie AB:

$$M_{0AB} = Ql^2/8 = 14,16 \text{ KN.m}$$

$$a_n = b_n = 1,95 \text{ m}$$

$$S_n = 2/3 \cdot L_n \cdot M_{0AB} = 2/3 \times 3,90 \times 14,16 = 36,82 \text{ m}^2$$

Partie BC:

$$M_{0BC} = Ql^2/8 = 8,38 \text{ KN.m}$$

$$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,5 \text{ m}$$

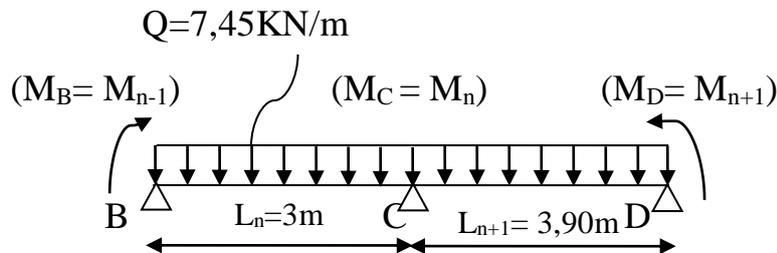
$$S_{n+1} = 2/3 \cdot L_{n+1} \cdot M_{0BC} = \frac{2}{3} \times 3 \times 8,38 = 16,76 \text{ m}^2$$

Donc (1) $\Rightarrow 3,9 M_A + 2 (6,9) \times M_B + 3M_C = -160,74$

Avec : $M_A = -0,2.M_{0AB} = -2,83 \text{ KN.m}$

$13,8 M_B + 3M_C + 149,7 = 0 \dots \dots (1)$

En isolant deux travées adjacentes, on prend B-C et C-D :



Partie BC:

$M_{0BC} = Ql^2/8 = 8,38 \text{ KN.m}$

$a_n = b_n = 1,5\text{m}$

$S_n = 2/3.L_n . M_{0BC} = 2/3 \times 3 \times 8,38 = 16,76 \text{ m}^2$

Partie CD:

$M_{0CD} = Ql^2/8 = 14,16 \text{ KN.m}$

$a_{n+1} = b_{n+1} = 1,95 \text{ m}$

$S_{n+1} = 2/3.L_{n+1} . M_{0CD} = 2/3 \times 3,90 \times 14,16 = 36,82 \text{ m}^2$

Donc (2) $\Rightarrow 3M_B + 2 (6,9) \times M_C + 3,9 M_D = - 160,76$

Avec : $M_D = - 0,2 \times M_{0CD} = - 2,83 \text{ KN.m}$

$3M_B + 13,8 M_C + 3,9 M_D + 149,72 = 0 \dots \dots (2)$

a. Les moments sur appuis sont :

$M_A = -2,83 \text{ KN.m}$

$M_B = - 8,95 \text{ KN.m}$

$M_C = - 8,95 \text{ KN.m}$

$M_D = - 2,83 \text{ KN.m}$

L'effort tranchant :

• Travée (AB) :

$$\begin{cases} T_W = (-2,83 + 8,95)/3,90 + 7,45 \times 3,90/2 = 16,09 \text{ KN} \\ T_e = (-2,83 + 8,95)/3,90 - 7,45 \times 3,90/2 = -12,96 \text{ KN} \end{cases}$$

- Travée (BC) :

$$\begin{cases} T_W = (-8,95 + 8,95)/3 + 7,45 \times 3/2 = 11,18KN \\ T_e = (-8,95 + 8,95)/3 - 7,45 \times 3/2 = -11,18 KN \end{cases}$$

- Travée (CD) :

$$\begin{cases} T_W = (-8,95 + 2,83)/3,90 + 7,45 \times 3,90/2 = 12,96KN \\ T_e = (-8,95 + 2,83)/3,90 - 7,45 \times 3,90/2 = -16,09 KN \end{cases}$$

b. Les moments en travées :

$$M_t^{AB} = [(M_A + M_B) / 2] + M_0^{AB} = \mathbf{20.05 KN.m}$$

$$M_t^{BC} = [(M_B + M_C) / 2] + M_0^{BC} = \mathbf{14.26 KN.m}$$

$$M_t^{CD} = [(M_C + M_D) / 2] + M_0^{CD} = \mathbf{20.05 KN.m}$$

Tableau IV-3:-Résultats obtenus (plancher terrasse)

Type de Poutre	travée	L(m)	E.L.U						E.L.S			
			M ₀	M _t	M _w (-)	M _e (-)	T _w	T _e (-)	M ₀	M _t	M _w (-)	M _e (-)
01	A-B	3,90	14,1 6	20,0 5	2,83	8,95	16,0 9	12,9 6	10,3 6	14, 59	2,07	6,38
	B-C	3	8,38	14,2 6	8,95	8,95	11,1 8	11,18	6,13	12, 51	6,38	6,38
	C-D	3,90	14,6 1	20,0 5	8,95	2,83	12,9 6	16,09	10,3 6	14, 59	6,38	2,07
02	A-B	3,7	12,7 5	19,7 7	2,55	11,4 8	11,3 7	16,20	9,32	14, 45	1,86	8,39
	B-C	3,7	12,7 5	19,7 7	11,4 8	2,55	16,2 0	11,37	9,32	14, 45	8,39	1,86
03	A-B	3,7	12,7 5	19,0 6	2,55	10,0 7	11,7 5	15,82	9,32	14, 68	1,86	8,85
	B-C	3,7	12,7 5	21,8 8	10,0 7	8,19	14,2 9	13,28	9,32	13, 75	8,85	4,60
	C-D	3,7	12,7 5	20,9 4	8,19	8,19	13,7 8	13,78	9,32	9,3 2	4,60	4,60
	D-E	3,7	12,7 5	21,8 8	8,19	10,0 7	13,2 9	14,29	9,32	13, 75	4,60	8,85
	E-F	3,7	12,7 5	19,0 6	10,0 7	2,55	15,8 2	11,75	9,32	14, 68	8,85	1,86

1. Les sollicitations maximales de calcul :

$$\text{E.L.U} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 21,88 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui}_{\max}} = 11,48 \text{ KN.m} \\ T_{\max} = 16,20 \text{ KN} \end{array} \right. \quad \text{E.L.S} \left\{ \begin{array}{l} M_{\text{travée}_{\max}} = 14,68 \text{ KN.m} \\ M_{\text{appui}_{\max}} = 8,85 \text{ KN.m} \end{array} \right.$$

➤ En travée :

$$\mu = \frac{Mt}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{21,88 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,073 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,073 \rightarrow \beta = 0,9625$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{21,88 \times 10^3}{0,9625 \times 18 \times 348} = 3,63 \text{ m}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{ft_{28}}{f_e}$$

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

On prend **3T14 = 4,62 cm²**.

➤ sur appuis :

La section de calcul est une section rectangulaire de dimension (b₀ x h) = (12 x 24) cm²

$$\mu = \frac{Ma}{fbc \times d^2 \times b} = \frac{11,48 \times 10^3}{14,17 \times (18^2) \times 65} = 0,038 < 0,392 \rightarrow A's = 0$$

$$\mu = 0,038 \rightarrow \beta = 0,981$$

$$A_s = \frac{Mt}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{11,48 \times 10^3}{0,981 \times 18 \times 348} = 1,87 \text{ m}^2$$

Condition de non fragilité :

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \cdot b \cdot d \cdot \frac{ft_{28}}{f_e}$$

$$A_{s_{\min}} \geq 0,23 \times 65 \times 18 \times \frac{2,1}{400} = 1,41 \text{ cm}^2$$

On prend **1T12+1T10 = 1,92 cm²**.

2. Vérification de contrainte de cisaillement :

L'effort tranchant maximal $T_{\max} = 16,20 \text{ KN}$.

$$\tau_u = \frac{T}{b_0 \times d} = \frac{16,20 \times 10^{-3}}{0,12 \times 0,18} = 0,75 \text{ MPa}$$

Fissuration préjudiciable :

$$\bar{\tau}_u = \min\left\{0, 15 \left(\frac{f_{cj}}{\gamma_b}\right); 4 \text{ MPa}\right\} = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,75 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

3. Vérification des contraintes à l'E.L.S :

➤ **en travée :**

$$M_{\text{ser}} = 21,88 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 14,68 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0962$$

$$\gamma = \frac{21,88}{14,68} = 1,49$$

$$\alpha \leq \frac{1,49-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,49 \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

➤ **Sur appuis :**

$$M_{\text{ser}} = 8,85 \text{ KN.m}$$

$$M_u = 11,48 \text{ KN.m}$$

$$\alpha = 0,0485$$

$$\gamma = \frac{11,48}{8,85} = 1,30$$

$$\alpha \leq \frac{1,30-1}{2} + \frac{25}{100} \rightarrow \alpha \leq 0,4 \rightarrow \text{condition vérifiée}$$

Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :

$$T_u = 16,20 \text{ KN}$$

$$F_u = \frac{M_{\text{appui}}}{Z} = \frac{11,48}{0,9 \times 18 \times 10^{-2}} = 70,86 \text{ KN} > T_u = 16,20 \text{ KN}$$

4. Vérification de la flèche :

D'après BAEL 91 modifiée 99 : $f \leq f_{adm}$

Avec : $F_{adm} = \frac{L_{max}}{500}$; avec : L_{max} : la portée maximal

Dans notre cas, on a : $L_{max} = 3,90$ m

$$F_{adm} = 0,0078 \text{ m}$$

$$I_0 = \frac{bh^3}{12} + 15 A_{ut} \left(\frac{h}{2} - d' \right)^2 \rightarrow d' = 0,1h$$

$$I_0 = \frac{0,65 \times 0,20^3}{12} + 15 \times 3,39 \left(\frac{0,20}{2} - 0,02 \right)^2$$

$$I_0 = 3,26 \times 10^{-1} \text{ m}^4$$

$$\rho = \frac{A_{ut}}{b_0 d} = \frac{4,62 \times 10^{-4}}{0,12 \times 0,18} = 0,021$$

$$\lambda_i = \frac{0,05 f_{t28}}{(2 + 3 \frac{b_0}{b}) \rho} = \frac{0,05 \times 2,1}{(2 + 3 \times \frac{0,12}{0,65}) 0,021} = 1,96$$

$$U^* = 1 - \frac{1,75 f_{t28}}{(4 \rho b_{st}) + f_{t28}} = 0,840$$

$$I_{Fi} = \frac{1,1 I_0}{(1 + \lambda_i U^*)} = \frac{1,1 \times 3,26 \times 10^{-1}}{(1 + 2,74 \times 0,84)} = 0,11 \text{ m}^4$$

$$f = \frac{M_{st} \cdot L^2}{10 E_i \cdot I_{Fi}} = \frac{11,48 \times 10^{-3} \times 3,9^2}{10 \times 32164,2 \times 0,11} = 5,32 \cdot 10^{-6} \text{ m}$$

$$\text{Avec : } E_i = \sqrt[3]{11000 f_{c28}} = 32164,2 \text{ MPa}$$

Donc : $f = 5,32 \times 10^{-3} \text{ cm} \leq f_{adm} = 0,78 \text{ cm} \rightarrow$ condition vérifiée

IV-5-3-2-Les armatures transversales A_t (tous les étages) ⁽¹⁾ :

Diamètre $\Phi_t \leq \min (h/35 ; b_0/10 ; \phi_L)$

$$\Phi_t \leq \min (200/35 ; 120/10 ; 10)$$

On adopte : $\phi_t = 6 \text{ mm}$

¹ D.T.U règle BAEL91 page 112

Calcul des espacements ⁽¹⁾:

$St \leq \min (0,9d ; 40\text{cm})$

$St \leq \min (16,2 ; 40\text{cm}) \quad ; \quad St \leq 16.2 \text{ cm}$

On prend $St=15 \text{ cm}$

- Zone nodale :

$St \leq \min (10\Phi_L; 15 \text{ cm})$

$St \leq 10\text{cm}$

On adopte : $\left\{ \begin{array}{l} St = 10\text{cm} \quad \text{Zone nodale.} \\ St = 15\text{cm} \quad \text{Zone courante.} \end{array} \right.$

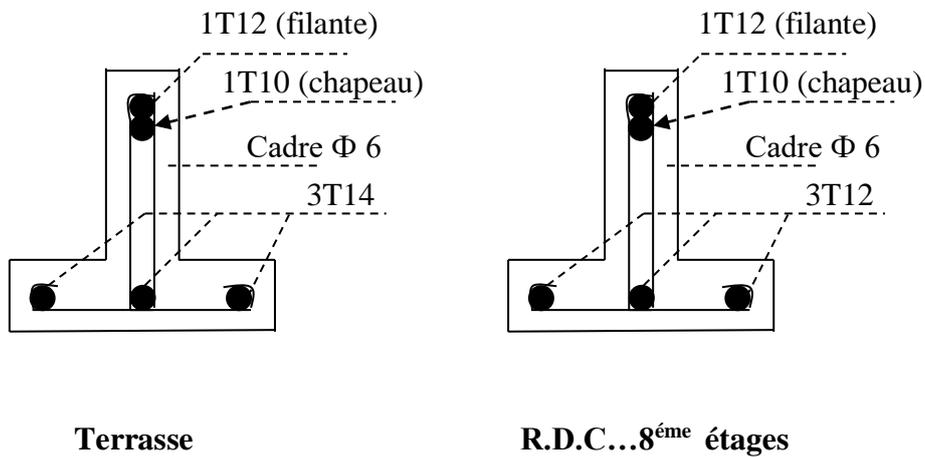


Figure IV-9 : ferrailage des poutrelles

¹ D.T.U règle BAEL91 page 53