

## VI Etude des portiques :

### VI.1 - Ferrailage des poutres :

#### a) Méthode de calcul :

Dans le cas général les poutres sont sollicitées par un moment de flexion et un effort normal et un effort tranchant, par conséquent le calcul doit se faire en flexion composée, mais l'effort normal dans les poutres est très faible donc on fait le calcul en flexion simple.

Les sections des armatures seront déterminées sous les sollicitations du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>ème</sup> genre.

$$\mathbf{1^{er} \text{ genre :}} \quad S_{p1} = 1,35G + 1,5Q \Rightarrow M_{sp1}$$

$$\mathbf{2^{ème} \text{ genre :}} \quad \begin{cases} S_{p2} = 0,8G \pm E \\ S_{p2} = G + Q \pm E \end{cases} \Rightarrow M_{sp2}$$

$$\mathbf{Si :} \quad \frac{M_{sp1}}{M_{sp2}} < 1,15 \Rightarrow \text{on détermine les armatures sous } S_{p2}$$

$$\frac{M_{sp1}}{M_{sp2}} > 1,15 \Rightarrow \text{On détermine les armatures sous } S_{p1}$$

Dans le calcul relatif à l'ELU, on induit des coefficients de sécurités ( $\gamma_s ; \gamma_b$ )

$$\text{Pour la situation accidentelle : } \begin{cases} \gamma_s = 1 \Rightarrow \sigma_s = 400 \text{ MPa} \\ \gamma_b = 1,15 \Rightarrow \sigma_b = 18,48 \text{ MPa} \end{cases}$$

$$\text{Pour la situation normale ou durable : } \begin{cases} \gamma_s = 1,15 \Rightarrow \sigma_s = 384 \text{ MPa} \\ \gamma_b = 1,5 \Rightarrow \sigma_b = 14,17 \text{ MPa} \end{cases}$$

#### b) Recommandations pour les armatures longitudinales :

D'après le RPA 99/2003 (article 7.4.2) on a :

- Section d'armature minimale :  $A_{min} = 0,5\% \times b \times h_t$  ;
- Section d'armature maximale :  $\begin{cases} A_{max1} = 4\% \times b \times h_t ; \text{ Zone courante} \\ A_{max2} = 6\% \times b \times h_t ; \text{ Zone de recouvrement} \end{cases}$  ;
- Le diamètre minimum est de 12 mm ;
- La longueur minimale des recouvrements est de :  $\begin{cases} 40\Phi \text{ en zone I et II} \\ 50\Phi \text{ en zone III} \end{cases}$
- Les armatures longitudinales supérieures et inférieures doivent être coudées à 90°.

#### c) Exemple de calcul :

Une seule poutre sera calculée en détail, les résultats des autres poutres seront résumés dans un tableau.

**Poutre Principale de rive : (Terrasse)**

Les moments  $M_{sp1}$  et  $M_{sp2}$  sont tirés à partir du logiciel ETABS.

**1) Ferraillage d'une poutre secondaire :**

Données :

- Largeur de la poutre :  $b = 30 \text{ cm}$  ;
- Hauteur de la section :  $h = 35 \text{ cm}$  ;
- Hauteur utile des aciers tendus :  $d = 0,9h = 31,5 \text{ cm}$  ;
- Contrainte des aciers utilisés :  $f_e = 400 \text{ MPa}$  ;
- Contrainte du béton à 28 jours :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  ;
- Contrainte limite du béton :  $f_{t28} = 2,1 \text{ MPa}$  ;
- Fissuration préjudiciable.

**a) Sur appuis :**

$$\text{On a : } \begin{cases} M_{sp1} = 31,96 \text{ KN.m} \\ M_{sp2} = 50,61 \text{ KN.m} \end{cases} \Rightarrow \frac{M_{sp1}}{M_{sp2}} = 0,63 < 1,15 \Rightarrow \text{Donc le calcul se fait sous } S_{p2}$$

$$\mu = \frac{M_{sp2}}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{50,61 \times 10^3}{30 \times 31,5^2 \times 18,48} = 0,092 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

$$\text{On a : } \beta = 0,952$$

La section d'acier :

$$A_{sx} = \frac{M_{sp2}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{54,36 \times 10^3}{0,952 \times 31,5 \times 400} = 4,53 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Donc on prend : 3T14 ce qui nous donne  $A = 4,62 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

**b) En travée :**

$$\text{On a : } \begin{cases} M_{sp1} = 20,94 \text{ KN.m} \\ M_{sp2} = 19,83 \text{ KN.m} \end{cases} \Rightarrow \frac{M_{sp1}}{M_{sp2}} = 1,23 > 1,15 \Rightarrow \text{Donc le calcul se fait sous } S_{p1}$$

Le moment réduit  $\mu_u$

$$\mu = \frac{M_{sp1}}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{20,94 \times 10^3}{30 \times 31,5^2 \times 14,2} = 0,050 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

On a :  $\beta = 0,974$

La section d'acier :

$$A_{sx} = \frac{M_{sp1}}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{20,94 \times 10^3}{0,974 \times 31,5 \times 348} = 1,96 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Donc on prend : 3T12 ce qui nous donne  $A = 3,39 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

## **2 Vérification du ferrailage de la poutre :**

### a) **Condition de non fragilité :**

$$A_{min} = \frac{0,23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0,23 \times 30 \times 31,5 \times 2,10}{400} = 1,14 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

$A_{adpt} > A_{min}$  ; Condition vérifiée

$A_{min} = 0,5\% \times b \times h_t = 5,25 \text{ cm}^2 / \text{ml} \Rightarrow$  Condition vérifiée sur toute la section.

### b) **Contrainte de cisaillement :**

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} = \frac{48,67 \times 10}{30 \times 31,5} = 0,52 \text{ MPa}$$

$\bar{\tau}_u = \min(0,13f_{c28} ; 5 \text{ MPa})$  ; Fissuration préjudiciable

$\bar{\tau}_u = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$

$\tau_u = 0,52 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa}$  ; Condition vérifiée

Il n'y a pas de risque de cisaillement, les cadres seront perpendiculaire à la ligne moyenne de la poutre.

### c) **Détermination du diamètre des armatures transversal :**

$$\Phi_t \leq \min\left\{\frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \Phi_l\right\} = \min\{10 \text{ mm} ; 30 \text{ mm} ; 12 \text{ mm}\} \Rightarrow \Phi_t = 8 \text{ mm}$$

### d) **L'espacement :**

$$S_t \leq \min\{0,9d ; 40 \text{ cm}\} = \min\{28,35 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}\}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

$$\text{Zone nodale : } S_t \leq \min\left\{\frac{h}{4} ; 30 \text{ cm} ; 12\Phi_l\right\} = \min\{8,75 \text{ cm} ; 30 \text{ cm} ; 14,4 \text{ cm}\} \Rightarrow$$

$$S_t = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Zone courante : } S_t \leq \frac{h}{2} = 17,5 \text{ cm} \Rightarrow S_t = 20 \text{ cm}$$

### e) **Vérification de la section d'armatures minimale :**

$$\frac{A_t \times f_e}{S_t \times b} \geq \max\left\{\frac{\tau_u}{2} ; 0,4 \text{ MPa}\right\} = \max\{0,26 ; 0,4\} = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\frac{A_t}{S_t} \geq \frac{0,4 \times 30}{235} = 0,051 \text{ cm} \quad (1)$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t \times \gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3Kf_{tj}}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \Leftrightarrow \frac{A_t}{S_t} \geq \frac{(0,52 - (0,3 \times 1 \times 2,1)) \times 30 \times 1,15}{0,9 \times 1 \times 235} = 0,02 \text{ cm} \quad (2)$$

$$\text{De (1) et (2)} \Rightarrow \left(\frac{A_t}{S_t}\right)_{\text{adoptée}} \geq 0,051 \text{ cm}$$

$$\text{D'où : } \begin{cases} A_t \geq 0,766 \text{ cm}^2 \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases} \Rightarrow \text{Soit : } 4\phi 8 = 2,01 \text{ cm}^2$$

**f) Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T = 48,67 ; M_{ap} = 38,28 \text{ KN.m}$$

$$\delta_u = \frac{M_{ap}}{Z} = \frac{38,28}{0,9 \times 31,5 \times 10^{-2}} = 135,03 \text{ KN.m} > 48,67 \text{ KN.m}$$

Les armatures longitudinales ne sont pas soumises à un effort de traction.

**g) Compression de la bielle d'about :**

La contrainte de compression dans la bielle est de :

$$\bar{\sigma}_b = \frac{F_b}{S} ; \text{ Avec : } \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \\ S = \frac{ab}{\sqrt{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \bar{\sigma}_b = \frac{2T}{ab} ; \text{ OÙ } a \text{ est la longueur d'appui de la bielle.}$$

$$\text{On doit avoir : } \bar{\sigma}_b < \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$$

Mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différente de  $45^\circ$ , donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow \frac{2T}{ab} \leq \frac{0,8 \times f_{c28}}{\gamma_b} \Leftrightarrow a \geq \frac{2T\gamma_b}{0,8 \times b \times f_{c28}} \Leftrightarrow a \geq \frac{2 \times 48,67 \times 1,5}{0,8 \times 30 \times 25 \times 10} = 0,024 \text{ m} = 2,4 \text{ cm}$$

$$a' = b - 4 = 26 \text{ cm}$$

$$a = \min(a' ; 0,9d) = \min(26 \text{ cm} ; 28,35 \text{ cm}) = 26 \text{ cm} .$$

$$a > 2,6 \text{ cm} ; \text{ Condition vérifiée}$$

**h) Entraînement des armatures :**

**h.1) Vérification de la contrainte d'adhérence :**

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} \leq \bar{\tau}_{ser} = \psi_s \times f_{t28}$$

$\psi_s$  : Coefficient de cisaillement ;  $\psi_s = 1,5$  pour H.A ;

T : L'effort tranchant maximum ;  $T = 48,28 \text{ kN}$  ;

n : Nombre de armatures longitudinaux tendus ;  $n = 5$  ;

$\mu$  : Périmètre d'armatures tendue ;  $\mu = \pi\Phi = \pi \times 1,2 = 3,77 \text{ cm}$

$$\tau_{ser} = \frac{T}{0,9d \times \mu \times n} = \frac{48,28 \times 10^3}{0,9 \times 31,5 \times 4,40 \times 5 \times 10^2} = 0,90 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau_{ser}} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$\tau_{ser} = 0,90 \text{ MPa} < \overline{\tau_{ser}} = 3,15 \text{ MPa}$  ; Condition vérifiée.

h.2) Ancrage des armatures tendues :

La longueur de scellement droit «  $L_s$  » est la longueur qui ne doit pas avoir une barre droite de diamètre  $\Phi$  pour équilibrer une contrainte d'adhérence  $\tau_s$ .

La contrainte d'adhérence  $\tau_s$  est supposée constante et égale à la valeur limite ultime.

$$\begin{cases} \tau_s = 0,6 \times \psi_s^2 \times f_{t28} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,83 \text{ MPa} \\ L_s = \frac{\Phi \times f_e}{4 \times \tau_s} = \frac{1,2 \times 400}{4 \times 2,83} = 42,40 \text{ cm} \end{cases}$$

Cette longueur dépasse la largeur de la poutre secondaire ( $b = 30 \text{ cm}$ ), on est obligés de courber les armatures d'une valeur «  $r$  » :  $r = 5,5\Phi = 5,5 \times 1,2 = 6,6 \text{ cm}$

h.3) Calcul des crochets :

Crochets courant d'angle de  $90^\circ$  :  $L_2 = d - (c + \Phi/2 + r)$  ;

$$L_1 \geq \frac{L_s - 2,19 r - L_2}{1,87}$$

$$\Phi = 1,2 \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} L_2 = 20,8 \text{ cm} \\ L_1 = 3,82 \text{ cm} \end{cases}$$

$$\Phi = 1,4 \text{ cm} \Rightarrow \begin{cases} L_2 = 20,7 \text{ cm} \\ L_1 = 3,84 \text{ cm} \end{cases}$$

h.4) La longueur de recouvrement :

D'après le RPA 99/2003, la longueur minimale de recouvrement est de  $40\Phi$  en zone I :

$$\Phi = 1,6 \text{ cm} \rightarrow l = 64 \text{ cm}$$

$$\Phi = 1,4 \text{ cm} \rightarrow l = 56 \text{ cm}$$

$$\Phi = 1,2 \text{ cm} \rightarrow l = 48 \text{ cm}$$

i) Vérification des contraintes à l'ELS :

$$M_{ser} = 28,74 \text{ KN.m} ; A = 5,65 \text{ cm}^2$$

i.1) Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2} y^2 - \eta A (d - y) = 0 \rightarrow 15y^2 + 84,75y - 2669,63 = 0 \rightarrow y = 10,81 \text{ cm}$$

i.2) Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 10,81^3}{3} + (15 \times 5,65 \times (31,5 - 10,81)^2)$$

$$= 48911,59 \text{ cm}^4$$

i.3) Détermination des contraintes dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_{bc} = K \times y = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{28,74 \times 10^3}{48911,59} \times 10,81 = 6,35 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{bc} = 6,82 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

i.4) Détermination des contraintes dans l'acier tendue  $\sigma_{st}$  :

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta f_{t28}} \right] ; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$\eta$  : Coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6 \text{ mm}$  ;  $\eta = 1,6$

$$\overline{\sigma}_{st} = \min(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{28,74 \times 10^3}{48911,59} \times (31,5 - 10,81) = 182,36 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 182,36 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

**Sens longitudinale :** (30X35)  $\text{cm}^2$

a) Poutre de rive :

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$		$A_{cal}$	$A_{adapté}$
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$		BAEL	RPA		
Terrasse	appuis	31,96	50,61	50,61	5,25	1,14	4,22	<b>3T14</b> A =4,62cm <sup>2</sup>
	travée	20,94	19,83	20,94			1,65	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	31,96	54,36	54,36	5,25	1,14	4,53	<b>3T14</b> A =4,62cm <sup>2</sup>
	travée	20,93	27,98	27,98			2,33	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
RDC+ 2 Sous-sol	appuis	32,63	40,73	40,73	5,25	1,14	3,40	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
	travée	23,70	19,88	23,70			2,22	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>

**Tableau VI.1 : Armatures adoptées pour les P.P de rive**

b) **Poutre intermédiaire :**

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$		$A_{cal}$	$A_{adapté}$
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$		BAEL	RPA		
Terrasse	appuis	49,09	55,14	55,14	5,25	1,14	4,60	<b>5T12</b> A =5,65cm <sup>2</sup>
	travée	38,66	28,71	38,66			3,62	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	54,34	59,20	59,20	5,25	1,14	4,94	<b>5T12</b> A =5,65cm <sup>2</sup>
	travée	32,09	25,80	32,09			3,00	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
RDC+ 2 Sous-sols	appuis	66,21	57,08	66,21	5,25	1,14	6,20	<b>5T12</b> A =5,65cm <sup>2</sup>
	travée	44,04	31,68	44,04			4,12	<b>4T12</b> A =4,52cm <sup>2</sup>

**Tableau VI.2 : Armatures adoptées pour les P.P intermédiaire**

**Sens transversale** : (30X30)  $cm^2$

a) **Poutre de rive** :

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$		$A_{Cal}$	$A_{adopté}$
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$		BAEL	RPA		
Terrasse	appuis	49,92	76,21	76,21	4,5	0,98	6,35	<b>6T12</b> A =6,79cm <sup>2</sup>
	travée	17,92	32,49	32,49			2,71	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	51,55	97,53	97,53	4,5	0,98	8,13	<b>6T14</b> A =9,24cm <sup>2</sup>
	travée	25,36	53,20	53,20			4,44	<b>4T12</b> A =4,52cm <sup>2</sup>
RDC+ 2 Sous-sol	appuis	29,34	80,21	80,21	4,5	0,98	6,69	<b>6T12</b> A =6,79cm <sup>2</sup>
	travée	14,26	46,13	46,13			3,85	<b>4T12</b> A =4,52cm <sup>2</sup>

**Tableau VI.3 : Armatures adoptées pour les P.S de rive**

b) Poutre intermédiaire

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$		$A_{cal}$	$A_{adapté}$
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$		BAEL	RPA		
Terrasse	appuis	40,55	42,90	42,90	4,5	0,98	3,58	<b>4T12</b> A =4,52cm <sup>2</sup>
	travée	20,44	30,02	30,02			2,50	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	39,32	46,19	46,19	4,5	0,98	3,85	<b>4T12</b> A =4,52cm <sup>2</sup>
	travée	24,91	36,92	36,92			3,08	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
RDC+ 2 Sous-sol	appuis	29,89	34,73	34,73	4,5	0,98	2,90	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>
	travée	17,55	25,62	25,62			2,14	<b>3T12</b> A =3,39cm <sup>2</sup>

Tableau VI.4 : Armatures adoptées pour les P.S intermédiaires

❖ Sens transversale : (30X30)  $cm^2$

c) Poutre de rive :

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$ $cm^2$		$A_{Cal}$ $cm^2$
		$M_{sp1}$ (KN.m)	$M_{sp2}$ (KN.m)		RPA	BAEL	
Terrasse	appuis	21,02	26,20	26,20	4,5	0,98	<b>2,51</b>
	travée	10,56	14,04	14,04			<b>1,32</b>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	30,82	33,71	33,71	4,5	0,98	<b>3,26</b>
	travée	10,34	12,99	12,99			<b>1,22</b>
RDC	appuis	21,66	20,59	21,66	4,5	0,98	<b>2,39</b>
	travée	8,41	6,82	8,41			<b>0,91</b>

a) Poutre intermédiaire

Niveau	Section	Moment		Moment de calcul	$A_{min}$ cm <sup>2</sup>		$A_{Cal}$ cm <sup>2</sup>
		$M_{sp1}$ (KN.m)	$M_{sp2}$ (KN.m)		RPA	BAEL	
Terrasse	appuis	26,77	26,58	26,58	4,5	0,98	<b>2,55</b>
	travée	20,33	18,58	18,58			<b>1,76</b>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>ème</sup>	appuis	27,75	25,60	25,60	4,5	0,98	<b>2,45</b>
	travée	21,27	21,80	21,80			<b>2,08</b>
RDC	appuis	12,43	14,02	14,02	4,5	0,98	<b>1,32</b>
	travée	6,96	9,43	9,34			<b>0,88</b>

	Section	$A_{adaptée}$ (cm <sup>2</sup> )
Poutre secondaire de rive (30X30) cm <sup>2</sup>	appuis	3T12
	travée	<b>A =3,39cm<sup>2</sup></b>
Poutre secondaire intermédiaire (30X30) cm <sup>2</sup>	appuis	3T12
	travée	<b>A =3,39cm<sup>2</sup></b>

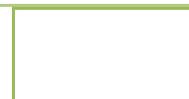


Tableau VI.3 : Armatures adoptées pour les poutres secondaires

a) Les poutres principales : (30X35) cm<sup>2</sup>

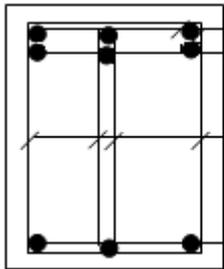
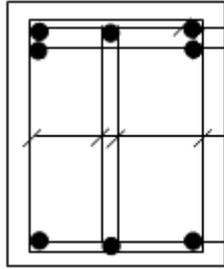
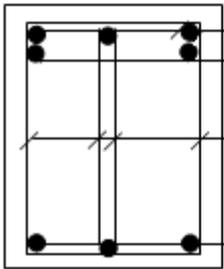
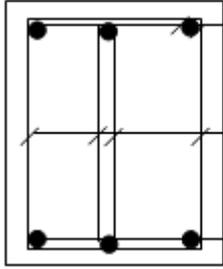
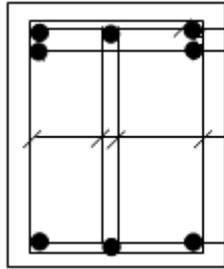
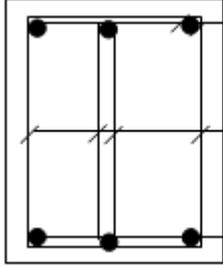
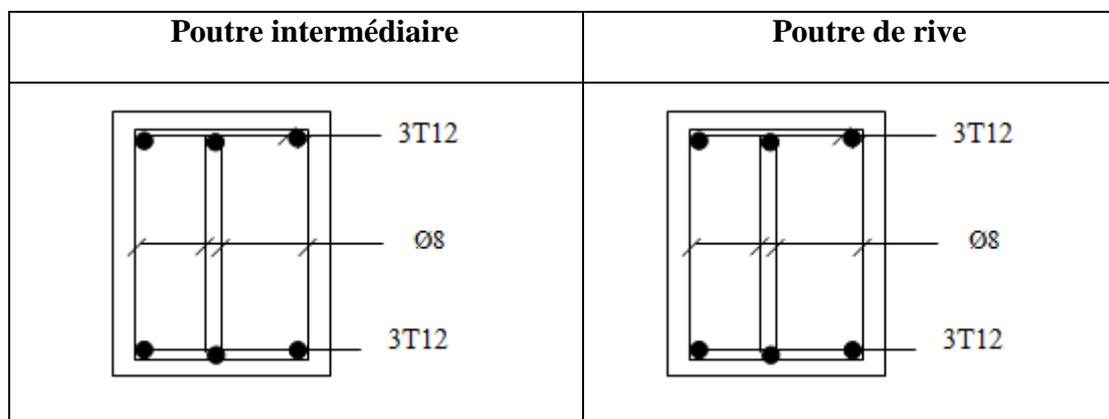
	Poutre intermédiaire	Poutre de rive
Terrasse	 <p>3T14 (C) 2T14+1T12 (F) Ø8 3T12</p>	 <p>3T12 (filante) 2T14 (chapeau) Ø8 3T12</p>
1 <sup>er</sup> au 5 <sup>eme</sup>	 <p>3T12 (filante) 2T12(chapeau) Ø8 3T14</p>	 <p>3T14 Ø8 3T12</p>
RDC	 <p>2T12+1T14 filante 2T14 chapeau Ø8 3T12</p>	 <p>3T14 Ø8 3T12</p>

Figure VI.1 : Dessin de ferrailage des sections des poutres principales

b) **Les poutres secondaires** : (30X30) cm<sup>2</sup>



**Figure VI.2 : Dessin de ferrailage des sections des poutres secondaires**

## VI.2 Ferrailage des poteaux :

### a) **Méthode de calcul :**

En général, les poteaux sont sollicités par un moment de flexion, un effort normal et un effort tranchant, le calcul doit se faire en flexion composée. La section des armatures doit être égale au maximum des sections données par les 6 combinaisons suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Premier genre (1): } 1,35G + 1,5Q \Rightarrow \begin{cases} N_{max} ; M_{correspondant} \rightarrow A \\ M_{max} ; N_{correspondant} \rightarrow B \\ N_{min} ; M_{correspondant} \rightarrow C \end{cases} \\ \text{Deuxième genre : } \begin{cases} (2): 0,8G \pm E \\ (3): G + Q \pm E \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} N_{max} ; M_{correspondant} \rightarrow A \\ M_{max} ; N_{correspondant} \rightarrow B \\ N_{min} ; M_{correspondant} \rightarrow C \end{cases} \end{array} \right.$$

Dans le calcul relatif aux ELU, on introduit des coefficients de sécurité  $\gamma_s$  ;  $\gamma_b$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Situation accidentelle : } \left\{ \begin{array}{l} \gamma_s = 1 \Rightarrow \sigma_s = 400 \text{ MPa} \\ \gamma_b = 1,15 \Rightarrow \sigma_b = 18,48 \text{ MPa} \end{array} \right. \\ \text{Situation normale : } \left\{ \begin{array}{l} \gamma_s = 1,15 \Rightarrow \sigma_s = 348 \text{ MPa} \\ \gamma_b = 1,5 \Rightarrow \sigma_b = 14,17 \text{ MPa} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

**b) Ferrailage exigé par le RPA 99/2003 :**

- Les armatures longitudinales doivent être en haute adhérences droites et sans crochet ;
- Le pourcentage minimale des aciers sur toute la longueur sera de 0,7% (zone I) ;
- Le pourcentage minimale des aciers sur toute la longueur sera de 0,4% en zone courante, 0,6% en zone de recouvrement ;
- Le diamètre minimum est de 12 mm ;
- La longueur minimale des recouvrements est de :  $\begin{cases} 40\Phi \text{ en zone I et II} \\ 50\Phi \text{ en zone III} \end{cases}$
- La distance entre les barres verticales dans une face du poteau ne doit pas dépasser 25 cm en zone I ;
- Les jonctions par recouvrement doivent être faites si possible à l'extérieur des zones nodales.

On fait un seul exemple de calcul, pour un seul niveau et les résultats des calculs des autres niveaux donnés dans des tableaux.

Le tableau suivant donne les sections minimales et maximales imposées par le RPA 99/2003 :

Type de poteaux	$A_{min} = 0,7\% \times S$	$A_{max1} = 4\% \times S$	$A_{max2} = 6\% \times S$
Type 1 (30x 30 cm <sup>2</sup> )	6,3 (cm <sup>2</sup> )	36(cm <sup>2</sup> )	54 (cm <sup>2</sup> )
Type 2 (35 x 35 cm <sup>2</sup> )	8,58 (cm <sup>2</sup> )	49 (cm <sup>2</sup> )	73,5 (cm <sup>2</sup> )
Type 3 (40 x 40 cm <sup>2</sup> )	11,2(cm <sup>2</sup> )	64 (cm <sup>2</sup> )	96 (cm <sup>2</sup> )

**Tableau VI.5 : Armatures minimales pour les poteaux.**

**c) Exemple de calcul :**

**1) Les sollicitations défavorables :**

Le tableau suivant donne les sollicitations défavorables du premier genre, l'unité est de KN.m :

Niveau	Section [cm <sup>2</sup> ]	ELU 1,35 G+1,5Q					
		N <sup>max</sup>	M <sup>corr</sup>	M <sup>max</sup>	N <sup>corr</sup>	N <sup>min</sup>	M <sup>corr</sup>
		[kN]	[kN.m]	[kN.m]	[kN]	[kN]	[kN.m]
4 <sup>ème</sup> et 5 <sup>ème</sup>	30X30	314,91	6,73	20,42	102,29	7,96	3,70

RDC, 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup>	35X35	991,38	1,68	53,88	311,02	437,93	4,77
2 sous-sols	40X40	1300,77	0,69	10,81	684,78	57	0,38

**Tableau VI.6 : Sollicitations du premier genre ELU**

Le tableau suivant donne les sollicitations défavorables du deuxième genre, l'unité est de KN.m :

Niveau	Section [cm <sup>2</sup> ]	0,8G ± E et G + Q ± E					
		N <sup>max</sup>	M <sup>corr</sup>	M <sup>max</sup>	N <sup>corr</sup>	N <sup>min</sup>	M <sup>corr</sup>
		[kN]	[kN.m]	[kN.m]	[kN]	[kN]	[kN.m]
4 <sup>ème</sup> et 5 <sup>ème</sup>	30X30	243,58	1,87	36,69	97,71	16,15	5,30
RDC, 1 <sup>er</sup> , 2 <sup>ème</sup> et 3 <sup>ème</sup>	35X35	774,84	10,88	53,28	311,02	437,93	4,77
2 sous-sols	40X40	1077,81	0,44	17,96	872,50	187,66	4,82

**Tableau VI.7 : Sollicitations du deuxième genre**

## 2) Calcul d'un poteau :

Un seul poteau de type (40X40) cm<sup>2</sup> sera calculé en détail, les résultats des autres poteaux seront notés dans un tableau.

**Poteau (2 Sous - sols) :** (40X40) cm<sup>2</sup>

Données :

- Enrobage :  $c = 4 \text{ cm}$  ;
- Hauteur utile des aciers tendus :  $d = h - c$  ;
- Contrainte des aciers utilisés :  $f_e = 400 \text{ MPa}$  ;
- Contrainte du béton à 28 jours :  $f_{c28} = 25 \text{ MPa}$  ;
- Contrainte limite du béton :  $f_{t28} = 2,1 \text{ MPa}$  ;
- Fissuration peu préjudiciable.

### ❖ Combinaison de 1<sup>er</sup> genre :

➤ a)  $N_{\max} 130,077 \text{ t.m.}$

$M_{\text{cor}} = 0,069 \text{ t. m.}$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{0,069}{130,077} = 5,30 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 130,077 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 5,30 \times 10^{-4} \right) = 20,88 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} N_u \leq 0,81 \times 14,20 \times 0,40 \times 0,40 \\ M_u \leq 130,077 \times 0,36 \left( 1 - 0,514 \frac{130,077 \cdot 10^4}{400 \times 360 \times 14,2} \right) \end{cases}$$

$$N_u = 130,077 \text{ t} < 184,03 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

$$M_u = 31,43 \text{ t.m} < 27,83 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_1 = A_1' = 0$ ).

$$\triangleright \text{ b) } N_{\min} = 5,7 \text{ t.}$$

$$M_{\text{cor}} = 0,038 \text{ t.m.}$$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{0,038}{5,7} = 6,67 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 5,7 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 6,67 \cdot 10^{-3} \right) = 0,95 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) \end{cases}$$

$$\{ N_u = 5,7 \text{ t} < 184,03 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

$$\{ M_u = 0,95 \text{ t.m} < 2,61 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_2 = A_2' = 0$ ).

$$\text{➤ c) } N_{\text{cor}} = 68,478 \text{ t}$$

$$M_{\text{max}} = 1,081 \text{ t.m}$$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{1,081}{68,478} = 0,016 \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 68,478 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 0,016 \right) = 12,05 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81f_{bc} \cdot b \cdot h = 184,03 \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) = 20,41 \text{ t.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_u = 68,478 \text{ t} < 184,03 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \\ M_u = 12,05 \text{ t.m} < 20,41 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_3 = A_3' = 0$ ).

❖ **Combinaison de 2<sup>ème</sup> genre :**

$$\text{➤ a) } N_{\text{max}} = 107,781 \text{ t}$$

$$M_{\text{cor}} = 0,044 \text{ t.m}$$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{0,044}{107,781} = 4,08 \times 10^{-4} \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 107,781 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 4,08 \times 10^{-4} \right) = 17,29 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81f_{bc} \cdot b \cdot h = 239,50 \text{ t} \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) = 38,80 \text{ t.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_u = 77,47 \text{ t} < 239,50 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \\ M_u = 17,29 \text{ t.m} < 38,80 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_4 = A_4' = 0$ ).

$$\text{➤ b) } N_{\text{min}} = 18,766 \text{ t}$$

$$M_{\text{cor}} = 0,482 \text{ t.m}$$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{0,482}{18,766} = 0,026 \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 18,766 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 0,026 \right) = 3,49 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81f_{bc} \cdot b \cdot h = 239,50 \text{ t} \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) = 6,76 \text{ t.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_u = 18,766 \text{ t} < 239,50 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \\ M_u = 3,49 \text{ t.m} < 6,76 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_5 = A_5' = 0$ ).

➤ c)  $N_{cor} = 87,250 \text{ t}$   $M_{max} = 1,796 \text{ t.m}$

**Détermination du centre de pression :**

$$e = \frac{M}{N} = \frac{1,796}{87,250} = 0,021 \text{ m}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{h_t}{2} + e \right) = 87,250 \left( 0,36 - \frac{0,40}{2} + 0,021 \right) = 15,79 \text{ t.m}$$

**Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81f_{bc} \cdot b \cdot h = 239,50 \\ M_u \leq N_u d \left( 1 - 0,514 \frac{N_u}{b \cdot d \cdot \sigma_{bc}} \right) = 31,41 \text{ t.m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} N_u = 87,250 \text{ t} < 239,50 \text{ t} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \\ M_u = 31,41 \text{ t.m} > 17,34 \text{ t.m} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_6 = A_6' = 0$ ).

**Section adoptée :**

$$A_{adoptée} = \max (A_1 ; A_2 ; A_3 ; A_4 ; A_5 ; A_6 ; A_{min \text{ RPA}})$$

$$A_{adoptée} = \max (0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 0 ; 11,02)$$

$A_{\text{adoptée}} = 11,02 \text{ cm}^2$

Choix :

$8T14 = 12,32 \text{ cm}^2$

Niveaux	Combis	1 <sup>er</sup> genre			2 <sup>ème</sup> genre				A <sub>adoptée</sub> (cm <sup>2</sup> )
		N <sub>u</sub> (t)	M <sub>u</sub> (t.m)	A <sub>cal</sub> (cm <sup>2</sup> )	N <sub>ACC</sub> (t)	M <sub>ACC</sub> (t.m)	A <sub>cal</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>min</sub> (cm <sup>2</sup> )	
<b>Type 1</b> <b>(30x 30</b> <b>cm<sup>2</sup>)</b>	A	31,49	5,04	0	31,52	3,77	0	6,3	8T12 = 9,05 cm <sup>2</sup>
	B	0,8	0,12	0	3,06	0,36	0		
	C	10,23	0,72	0	5,31	0,48	0		
<b>Type 2</b> <b>(35 x 35</b> <b>cm<sup>2</sup>)</b>	A	39,1	7,07	0	52,59	7,35	0	8,58	8T12 = 9,05 cm <sup>2</sup>
	B	43,79	0,47	0	10,72	1,48	0		
	C	31,11	4,84	0	28,42	3,90	0		
<b>Type 3</b> <b>(40 x</b> <b>40cm<sup>2</sup>)</b>	A	130,08	20,88	0	107,78	17,29	0	11,2	8T14 = 12,32 cm <sup>2</sup>
	B	5,7	0,95	0	18,77	3,49	0		
	C	76,58	11,87	0	87,25	15,79	0		

**Tableau VI.8 : Ferrailage des poteaux.**

### 3) Les Vérifications :

#### a) Vérifications de la contrainte de cisaillement :

Le poteau le plus sollicité est de type (40x40 cm<sup>2</sup>).

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} = \frac{1,70 \times 10^2}{40 \times 36} = 0,118 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) ;$$

$$\bar{\tau}_u = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,118 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,33 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

Il n y a pas de risque de cisaillement.

#### b) Calcul des armatures transversales :

Le calcul des armatures transversales se fait suivant les directives données par l'article 7.4.2.2 du RPA 99/2003.

➤ Le diamètre des armatures transversales :

$$\Phi_t = \frac{\Phi_l}{3} = \frac{14}{3} = 4,67 \text{ mm} < 12 \text{ mm}$$

On adopte un  $\Phi 8$ .

Les armatures transversales des poteaux sont calculées à l'aide de la formule :

$$\frac{A_t}{S_t} = \frac{\rho_a \times V_u}{h_l \times f_e}$$

$V_u$  : Effort tranchant de calcul ;

$h_l$  : Hauteur totale de la section brute ;

$f_e$  : Contrainte limite élastique de l'acier d'armature transversale ;

$\rho_a$  : Coefficient correcteur égale à :  $\begin{cases} 2,5 \text{ si } \lambda_g \geq 5 \\ 3,75 \text{ si } \lambda_g \leq 5 \end{cases}$

$S_t$  : Espacement des armatures transversales.

➤ L'espacement :

D'après le RPA 99/2003 on

$$a : \begin{cases} \text{Zone nodale : } S_t \leq \min\{10\Phi_l ; 15 \text{ cm}\} = 14 \text{ cm} \rightarrow \text{On prend } S_t = 10 \text{ cm} \\ \text{Zone courante : } S_t \leq 15\Phi_l = 21 \text{ cm} \rightarrow \text{On prend } S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

➤ Calcul de l'élançement géométrique :

$$\lambda_g = \frac{L_f}{b} = \frac{0,7L_0}{b} = \frac{0,7 \times 3,06}{0,4} = 5,36 > 5 \rightarrow \rho_a = 2,5$$

Donc :

$$A_t = \frac{S_t \times \rho_a \times V_u}{h_t \times f_e} = \frac{15 \times 2,5 \times 170}{40 \times 235} = 0,68 \text{ cm}^2$$

c) Quantité **d'armatures transversales minimales :**

$A_t / (T \times b)$  en % est donné comme suit :  $\lambda_g > 5 \rightarrow 0,3\%$

Alors :  $\begin{cases} \text{Zone nodale : } A_t = 0,3\% \times 10 \times 40 = 1,2 \text{ cm}^2 \\ \text{Zone courante : } A_t = 0,3\% \times 15 \times 40 = 1,80 \text{ cm}^2 \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} A_t = 10\Phi 8 = 5,03 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

d) **Vérification de la section minimale d'armatures transversales :**

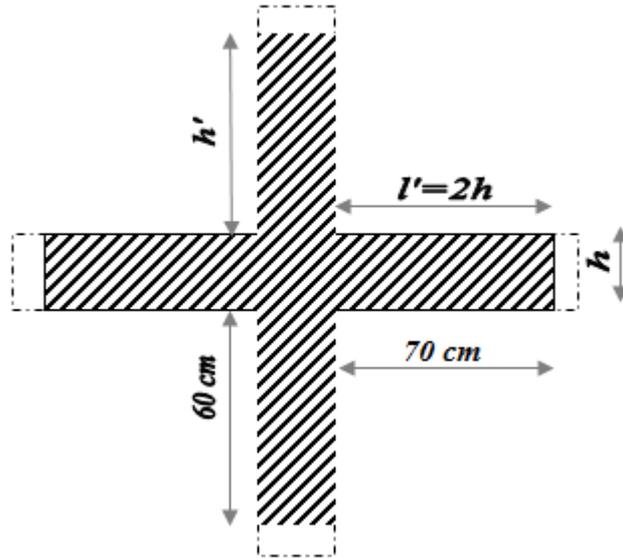
$$\frac{A_t \times f_e}{b \times S_t} \geq \max\{\tau_u ; 0,4 \text{ MPa}\} = 0,4 \text{ MPa} \Rightarrow A_t \geq \frac{0,4 \times b \times S_t}{f_e} = 1,02 \text{ cm}^2$$

$< 1,8 \text{ cm}^2$  ; Condition vérifiée

e) **Détermination de la zone nodale :**

La zone nodale est constituée par le nœud poutre-poteau proprement dit, et les extrémités des barres qui y concourent. Les longueurs à prendre en compte pour chaque barre sont données dans la figure suivante :

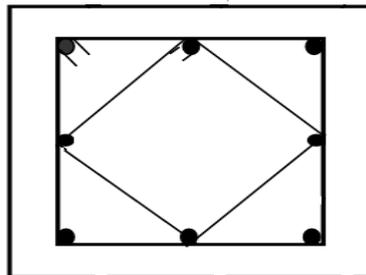
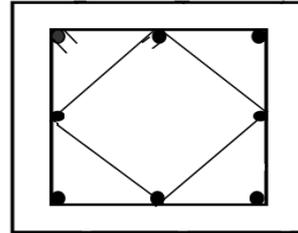
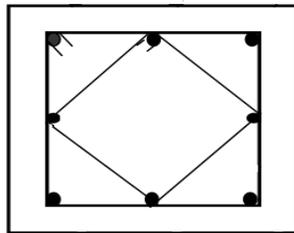
$$\begin{cases} h' = \max\left\{\frac{h_e}{6} ; b ; h ; 60 \text{ cm}\right\} = \max\{51 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 40 \text{ cm} ; 60 \text{ cm}\} = 60 \text{ cm} \\ L' = 2h = 80 \text{ cm} \end{cases}$$



***Figure VI.3 : La zone nodale***

Poteau (30X30)  $cm^2$ (8T12)

Poteau (35X35)  $cm^2$ (8T12)



Poteau (40X40)  $cm^2$ (8T14)

***Figure VI.4 : Ferrailage des sections des poteaux***