

### III.1 Acrotère :

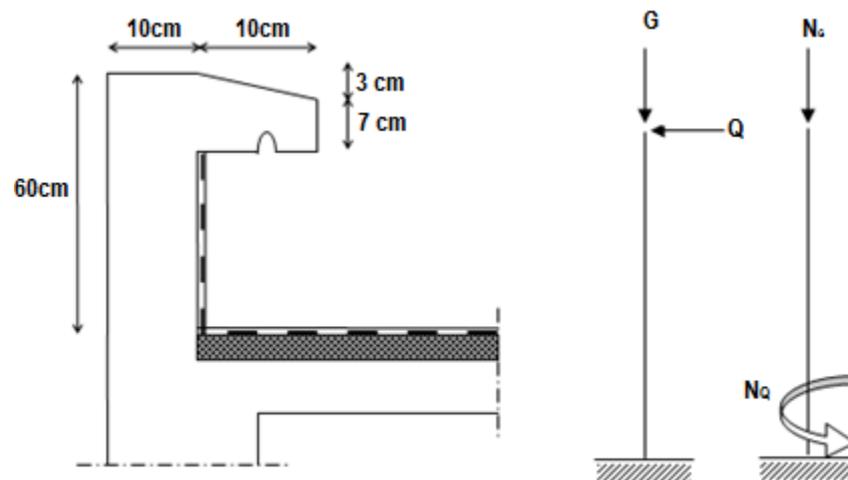
#### III.1.1 - Introduction :

L'acrotère est couramment placé à la périphérie d'une terrasse inaccessible, il assure la sécurité en formant un écran pour toute chute. Il est assimilé à une console verticale encastrée à sa base soumise à :

$W_p$  : Effort dû à son poids propre.

$M$  : Moment dû à une force statique équivalente horizontale

L'acrotère est soumis à la flexion composée, et la fissuration est prise comme étant préjudiciable (acrotère exposé aux intempéries) vue que la hauteur de l'acrotère à étudier est faible, on négligera le calcul du flambement.



***Figure III.1 : Dimensions de l'acrotère.***

#### III.1.2 - Calcul des sollicitations, enrobage et excentricité :

Le calcul se fait pour une bande de 1 m :

##### a) **Poids propre :**

$$S = \frac{0,03 \times (0,2 + 0,1)}{2} + (0,1 \times 0,5) + (0,07 \times 0,2) = 0,0685 \text{ m}^2$$

$$G = S \times \gamma_b = 0,0685 \times 25 \times 1 \text{ m} = 1,71 \text{ kN/m}$$

$$Q = 1,00 \times 1 \text{ m} = 1 \text{ kN/m}$$

##### b) **Effort normal :**

$$N_U = 1,35G = 1,35 \times 1,71 = 2,31 \text{ kN/ml}$$

$$N_{ser} = N_G = 1,71 \text{ kN/ml}$$

c) **Moment de flexion :**

$$M_U = 1,5 \times N_Q \times h = 1,50 \times 1 \times 0,60 = 0,90 \text{ kN.m}$$

$$M_{ser} = M_Q = N_Q \times h = 1 \times 0,60 = 0,60 \text{ kN.m}$$

d) **Effort tranchant :**

$$V = N_Q = 1 \text{ kN.m}$$

$$V_U = 1,5V = 1,50 \text{ kN.m}$$

$$V_{ser} = V = 1 \text{ kN.m}$$

e) **Enrobage :**

Vu que la fissuration est préjudiciable, on prend  $C = C' = 2 \text{ cm}$ .

f) **Excentricité :**

$$e = \frac{M_U}{N_U} = \frac{0,90}{2,31} = 0,39 \text{ m}$$

$$\frac{e_p}{2} = \frac{0,10}{2} = 0,05 \text{ m} < 0,39 \text{ m}$$

$e_p$  : Epaisseur de l'acrotère.

Donc le centre de pression se trouve en dehors de la zone limitée par les armatures.

**III.1.3 - Vérification de la compression (partielle ou entière) de la section :**

$$M_u = N_U \left[ e + \frac{h}{2} - C \right] = 2,31 \left[ 0,39 + \frac{0,1}{2} - 0,02 \right] = 0,97 \text{ kN.m}$$

$$(d - c')N_U - M_U \leq (0,337h - (0,81c'))f_{bc} \times b \times h$$

$$(d - c')N_U - M_U = ((0,09 - 0,02) \times 2,31) - 0,97 = -0,81 \text{ kN.m}$$

$$\begin{aligned} & ((0,337 \times h) - (0,81 \times c'))f_{bc} \times b \times h \\ &= ((0,337 \times 0,1) - (0,81 \times 0,02))14,17 \times 10^3 \times 1 \times 0,1 \\ &= 24,85 \text{ kN.m} \end{aligned}$$

$-0,81 < 24,85 \text{ kN.m}$  ; Donc la section est partiellement comprimée et le calcul se fait pour une section rectangulaire ( $b \times h$ ) = (100 x 10) cm<sup>2</sup>.

**III.1.4 - Calcul du ferrailage (E.L.U.) :**

$$\mu = \frac{M_U}{b \times d^2 \times f_{bc}} = \frac{0,97 \times 10^3}{100 \times 9^2 \times 14,20} = 0,0084$$

**III.1.5 - Vérification de l'existence des armatures comprimée A' :**

$$\mu_l = 0,8\alpha_l \times (1 - (0,4\alpha_l))$$

$$\alpha_l = \frac{3,5}{3,5 + 1000\varepsilon_{sl}} = \frac{3,5}{3,5 + 1,74} = 0,668 ; \text{ Avec } \varepsilon_{sl} = \frac{f_e}{E \times \gamma_s} = \frac{400}{2 \times 10^5 \times 1,15} = 0,00174$$

$$\mu_l = 0,8 \times 0,668 \times (1 - (0,4 \times 0,668)) = 0,392 > \mu = 0,0084 \rightarrow A' = 0$$

$$\mu = 0,0084 \rightarrow \beta = 0,996$$

On calcul :

$A_{sl}$  : Section d'armatures en flexion simple ;

$A_{su}$  : Section d'armatures en flexion composée.

$$A_{sl} = \frac{M_U}{\sigma_s \times d \times \beta} = \frac{0,97 \times 10^3}{348 \times 0,996 \times 9} = 0,31 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_{su} = A_{sl} - \frac{N_U}{100\sigma_s} = 0,31 - \frac{2,31 \times 10^3}{100 \times 348} = 0,24 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

**III.1.6 - Section minimale des armatures en flexion composée pour une section rectangulaire :****a) Les armatures principales :**

$$N_{ser} = N_G = 1,71 \text{ kN/ml}$$

$$M_{ser} = M_Q = N_Q \times h = 1 \times 0,60 = 0,60 \text{ kN.m}$$

$$e_{ser} = \frac{M_{ser}}{N_{ser}} = \frac{0,60}{1,71} = 0,35 \text{ m} = 35 \text{ cm}$$

$$d = 0,9h_t = 0,9 \times 10 = 9 \text{ cm} ; b = 100 \text{ cm}$$

$$A_{s \min} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_e} \times \frac{e_{ser} - 0,45d}{e_{ser} - 0,185d} \times 0,23 = \frac{9 \times 100 \times 2,1}{400} \times \frac{35 - 4,05}{35 - 1,665} \times 0,23$$

$$= 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

$$A_s = \max (A_{s \min}; A_{sl}; A_{su} ) = 1,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte 5Φ6 p.m:  $A_s = 1,41 \text{ cm}^2/\text{ml}$  ;  $S_t = 25 \text{ cm}$

**b) Les armatures de répartitions :**

$$A_r = \frac{A_s}{4} = \frac{1,41}{4} = 0,35 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

On adopte :  $A_s = 1,13 \text{ cm}^2/\text{ml}$  ; Soit : 4Φ6 p.m.

**III.1.7 - Vérification des contraintes (E.L.S.) :**a) Moment de service :

$$M_{ser} = N_{ser} \times \left( e - c + \frac{h}{2} \right) = 1,71 \times \left( 0,35 - 0,02 + \frac{0,10}{2} \right) = 0,65 \text{ kN.m}$$

b) Position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - \eta A_s(d - y) = 0 \rightarrow 50y^2 + 21,15y - 190,35 = 0 \rightarrow y = 1,75 \text{ cm}$$

c) Moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 1,75^3}{3} + (15 \times 1,41 \times (9 - 1,75)^2) = 1290,34 \text{ cm}^4$$

**1) Détermination des contraintes dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :**

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{650}{1290,34} \times 1,75 = 0,88 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 0,88 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

**2) Détermination des contraintes dans l'acier tendu  $\sigma_{st}$  :**

$$\overline{\sigma}_{st} = \min \left( \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta \times f_{t28}} \right) ; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

Avec :

$$\eta : \text{ coefficient de fissuration pour HA } \Phi \geq 6 \text{ mm} ; \eta = 1,6$$

$$\overline{\sigma}_{st} = \min(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{650}{1290,34} \times (9 - 1,75) = 54,78 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 54,78 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

**III.1.8 - Contrainte de cisaillement :**

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d}$$

$$\tau_u = \frac{1,50}{1 \times 0,09} = 16,67 \text{ kN/m}^2 = 0,01667 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(0,1f_{c28} ; 4 \text{ MPa}) ; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$$\overline{\tau}_u = \min(2,5 \text{ MPa} ; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,01667 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

### III.1.9 - Vérification du ferrailage vis-à-vis au séisme :

D'après le R.P.A. 99/2003, les éléments non structuraux doivent être vérifiés aux forces horizontales selon la formule suivante :

$$F_p = 4 \times C_p \times A \times W_p$$

Avec :

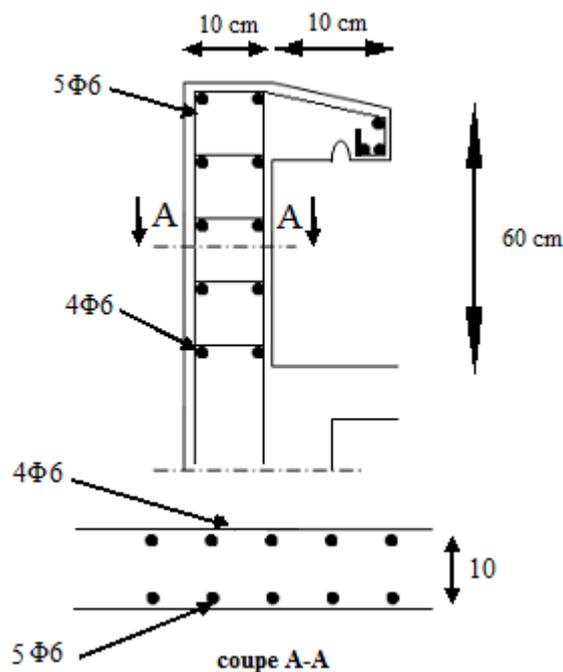
A : Coefficient d'accélération de zone A = 0,10 (zone I ; groupe 2)

$C_p$  : Facteur de force horizontale  $C_p = 0,8$

$W_p$  : Poids propre de l'acrotère  $W_p = 1,71 \text{ kN}$

$F_p$  : Force horizontale pour les éléments secondaires des structures

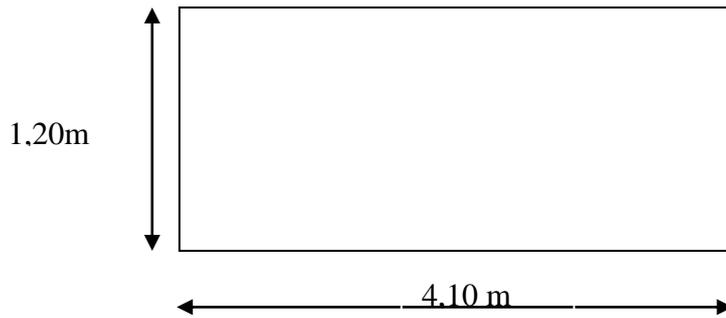
$F_p = 4 \times 0,10 \times 0,8 \times 1,71 = 0,55 \text{ kN} < 1,5Q = 1,5 \text{ kN}$  ; Condition vérifiée



**Figure III.2 : Ferrailage de l'acrotère.**

### III.2 Balcon :

Le balcon est un élément d'architecture consistant en une dalle pleine encastree dans la poutre et entourée d'une rampe ou d'un mur de protection, elle est considérée comme étant une console qui dépasse de la façade d'un bâtiment et communique avec l'intérieur par une porte ou une fenêtre.



On a :

$L_y$ : La longueur suivant l'encastrement à la poutre ;  $L_y = 4,10 \text{ m}$

$L_x$ : La longueur suivant l'encastrement aux deux consoles ;  $L_x = 1,20 \text{ m}$

$$\frac{L_x}{L_y} = \frac{1,20}{4,10} = 0,29 < 0,4 \Rightarrow \text{La dalle travail dans un seul sens (suivant } L_x)$$

Le calcul se fera à la flexion simple pour une bande d'un mètre linéaire.

L'épaisseur de la dalle pleine dépend de la :

- Résistance à la flexion :

$$e \geq \frac{L_x}{10} = \frac{120}{10} = 12 \text{ cm}$$

- Isolation acoustique :  $e \geq 12 \text{ cm}$  ;
- Sécurité en matière d'incendie :  $e > 11 \text{ cm}$  pour 2 heures de coup feu.

On adopte :  $e = 15 \text{ cm}$ .

### III.2.1 - Etude des charges et des sollicitations :

#### a) Descente des charges

Désignation	P (KN/m <sup>2</sup> )
Carrelage 2 cm	0,4
Mortier de pose 2 cm	0,4
Dalle pleine 15 cm	3,75
Enduit en plâtre 2 cm	0,2
Lit de sable 2 cm	0,36
	G = 5,11

**Tableau III.1:charge permanente du balcon**

$$Q = 3,5 \text{ KN/m}^2$$

$$G = 5,11 \text{ KN/m}^2$$

b) **Charge surfacique et linéaire :**

$$Q_u = 1,35G + 1,5Q = (1,35 \times 5,11) + (1,5 \times 3,50) = 12,15 \text{ kN/m}^2 ; \text{ Charge surfacique}$$

$$Q_u = 12,15 \times 1 \text{ m} = 12,15 \text{ kN/ml} ; \text{ Charge linéaire}$$

$$Q_{ser} = G + Q = 5,11 + 3,50 = 8,61 \text{ kN/m}^2 ; \text{ Charge surfacique}$$

$$Q_{ser} = 8,61 \times 1 \text{ m} = 8,61 \text{ kN/ml} ; \text{ Charge linéaire}$$

c) **Calcul de la charge concentrée :**

Le balcon supporte la charge d'un mur en brique perforé de 1,10 m de hauteur et de 10 cm d'épaisseur. Sa longueur est de 1,20 m.

Poids propre du mur :

$$P_{mur} = \delta \times b \times h \times 1 \text{ m} = 13 \times 0,1 \times 1,1 \times 1 \text{ m} = 1,43 \text{ kN}$$

$$\text{D'où : } P_{u\ mur} = 1,35P_{mur} = 1,35 \times 1,43 = 1,93 \text{ kN}$$

$$P_{u\ mur} = 1,93 \text{ kN}$$

$$P_{ser} = 1,43 \text{ kN}$$

d) **Calcul du moment max et de l'effort tranchant max :**

$$M_{max} = -\frac{Q_U l^2}{2} - P_u l = -\left(\frac{12,15 \times 1,20^2}{2}\right) - (1,93 \times 1,20) = -11,06 \text{ kN.m}$$

$$T_{max} = Q_U l + P_u = (12,15 \times 1,20) + 1,93 = 16,51 \text{ kN}$$

$$d = 0,9h = 0,9 \times 15 = 13,50 \text{ cm}$$

**III.2.2 - Ferrailage :**

M (KN.m)	$\mu$	$\beta$	A'	$A_{cal}$	$A_{adpt}(\text{cm}^2/\text{ml})$	$A_r = \frac{A_s}{4}$	$A_{adpt}(\text{cm}^2/\text{ml})$
11,06	0,043	0,978	0	2,41cm <sup>2</sup>	5T12 $A_s = 5,65 \text{ cm}^2$	$A_r = 1,41\text{cm}^2$	5T8 $A_s = 2,51 \text{ cm}^2$

**Tableau III.2 : tableau de ferrailage du balcon**

**III.2.3 - Vérifications :****a) Condition de non fragilité :**

$$A_{min} = \frac{0,23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0,23 \times 100 \times 13,50 \times 2,10}{400} = 1,63 \text{ cm}^2/ml$$

$$A_{cal} = 5,65 \text{ cm}^2 > A_{min} = 1,63 \text{ cm}^2 ; \text{Condition vérifiée}$$

**b) Contrainte de cisaillement :**

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} = \frac{16,51 \times 10}{100 \times 13,50} = 0,12 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(0,1f_{c28} ; 4 \text{ MPa}) ; \text{Fissuration préjudiciable}$$

$$\bar{\tau}_u = \min(2,5 \text{ MPa} ; 4 \text{ MPa}) = 2,5 \text{ MPa}$$

$$1) \tau_u = 0,12 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 2,5 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

2) La reprise de bétonnage n'existe pas donc les armatures transversales ne sont pas nécessaire.

**c) Contraintes d'adhérence :**

$$\tau_{se} = \frac{T}{0,9 \times d \times n \times \mu} = \frac{16,51 \times 10^3}{0,9 \times 13,50 \times 5 \times 3,14 \times 10^2} = 0,86 \text{ MPa}$$

Avec :

n : Nombre d'armatures longitudinales tendues ; n = 5

$\mu$  : Périmètre d'armatures tendues ;

$$\mu = 2 \times \pi \times 1/2 = 3,14 \text{ cm} ;$$

$$\bar{\tau}_{se} = \psi_s \times f_{t28} = 1,50 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$\psi_s$  : Coefficient de scellement relatif à l'acier selon sa nature lisse ou HA

$$\begin{cases} \psi_s = 1 \rightarrow \text{Pour les aciers lisses} \\ \psi_s = 1,5 \rightarrow \text{Pour les aciers HA} \end{cases}$$

$$\tau_{se} = 0,86 \text{ MPa} < \bar{\tau}_{se} = 3,15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

**d) La vérification des contraintes à l'E.L.S :**

$$M_{ser} = -\frac{Q_{ser}l^2}{2} - P_{ser}l = -\frac{8,61 \times 1,20^2}{2} - (1,43 \times 1,20) = -7,92 \text{ kN.m}$$

Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 50y^2 + 84,75y - 1144,125 = 0 \rightarrow y = 4,01 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 4,01^3}{3} + ((15 \times 5,65)(13,50 - 4,01)^2) = 9781,97 \text{ cm}^4$$

e) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y_1 = \frac{7,92 \times 10^3}{9781,97} \times 4,01 = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 3,25 < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

f) Détermination des contraintes dans l'acier tendue  $\sigma_{st}$  :

$$\sigma_{st} = \min \left[ \frac{2}{3}f_e ; 110\sqrt{\eta f_{t28}} \right] ; \text{ Fissuration préjudiciable}$$

$\eta$  : Coefficient de fissuration pour HA  $\Phi \geq 6 \text{ mm}$  ;  $\eta = 1,6$

$$\bar{\sigma}_{st} = \min(266,67 \text{ MPa} ; 201,63 \text{ MPa}) = 201,63 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = \eta \frac{M_{ser}}{I} (d - y) = 15 \times \frac{7,92 \times 10^3}{9781,97} \times (13,50 - 4,01) = 115,25 \text{ MPa}$$

$$\sigma_{st} = 115,25 \text{ MPa} < \bar{\sigma}_{st} = 201,63 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

g) Vérification de la flèche :

Pour les éléments supportés en console, la flèche F est égale à :  $F = F_1 + F_2$

$$\text{Avec : } \begin{cases} F_1 = \frac{Ql^4}{8EI} ; \text{ Flèche due à la charge répartie} \\ F_2 = \frac{Pl^3}{3EI} ; \text{ Flèche due à la charge concentrée} \end{cases}$$

g.1) Détermination du centre de gravité :

$$Y_G = \frac{\sum A_i \times Y_i}{\sum A_i} = \frac{\left( (b \times h) \frac{h}{2} \right) + (\eta \times A_s \times d)}{b \times h} = \frac{(100 \times 15 \times 7,5) + (15 \times 5,65 \times 13,50)}{(100 \times 15) + (15 \times 5,65)}$$

$$\Rightarrow Y_G = 7,82 \text{ cm}$$

$$Y_1 = Y_G = 7,82 \text{ cm}$$

$$Y_2 = h - Y_G = 7,18 \text{ cm}$$

g.2) Calcul du moment d'inertie :

$$I = \frac{bY_1^3}{3} + \frac{bY_2^3}{3} + \eta A(d - Y_1)^2$$

$$I = \frac{100 \times 7,82^3}{3} + \frac{100 \times 7,18^3}{3} + (15 \times 5,65 \times (13,50 - 7,82)^2) = 31012,84 \text{ cm}^4$$

g.3) Calcul de la flèche :

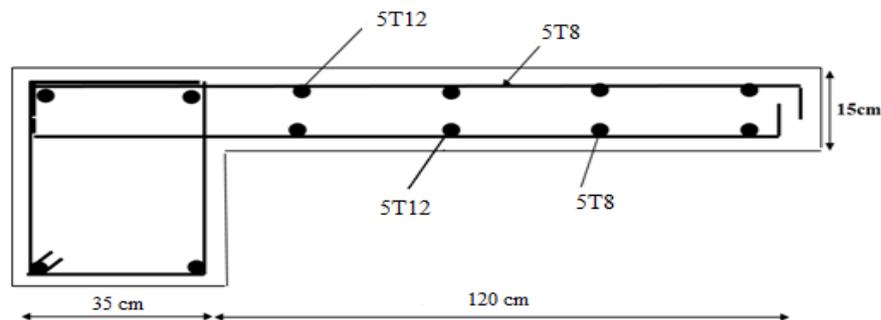
$$F = \frac{l^3}{EI} \left[ \frac{Ql}{8} + \frac{P}{3} \right] = \frac{1,20^3 \times 10^2}{32164,19 \times 10^{-5} \times 31012,84} \times \left[ \frac{8,61 \times 1,20}{8} \times \frac{1,43}{3} \right]$$

$$F = 0,031 \text{ cm}$$

$$F_{adm} = \frac{L}{250} = \frac{120}{250} = 0,48 \text{ cm}$$

$$F_{cal} = 0,031 \text{ cm} < F_{adm} = 0,48 \text{ cm} ; \text{ Condition vérifiée}$$

**III.2.4 - Schéma du ferrailage :**



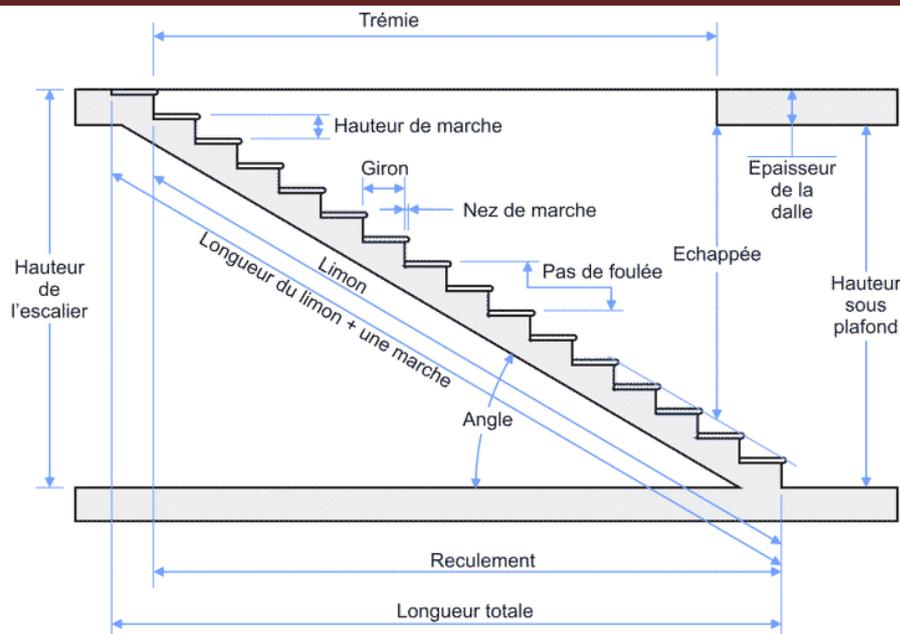
**Figure III.3 : Ferrailage du balcon**

**III.3 Les escaliers :**

Les escaliers sont une partie du gros œuvre qui fait communiquer entre eux les différents niveaux d'un immeuble. A la différence d'un incliné (rampe de garage, par exemple), l'escalier est composé de plans horizontaux et verticaux successifs : marches, contremarche et paliers.

Ils constituent une issue de secours importante en cas d'incendie, l'établissement des escaliers nécessite le respect de certains facteurs, ils doivent être agréable à l'œil et fonctionnelle et aussi facile à monter sans fatigue, ce qui implique une conservation de la cadence des pas ou une régularité dans son exécution, cet équilibre est réalisé par une relation entre la hauteur d'une marche et le giron :

$$2h + g = p ; \text{ avec } p : \text{ l'amplitude du pas.}$$



**Figure III.4 : Coupe descriptive d'un escalier.**

**Dimensions des escaliers :**

Si « g » est la distance horizontale entre deux nez de marche successifs et « h » la hauteur de la marche, la relation linéaire suivante, dite « formule de Blondel », vérifie la constatation empirique suivante :

$$59 \text{ cm} \leq 2h + g \leq 66 \text{ cm} ; \text{ Avec :}$$

h : La hauteur de la marche (contre marche) ;

g : La largeur de la marche.

On prend :  $2h + g = 64 \text{ cm}$

On a aussi c'est deux formules :

$$H = n \times h = \frac{h_e}{2} \text{ et } L = (n - 1)g \dots \dots \dots (1)$$

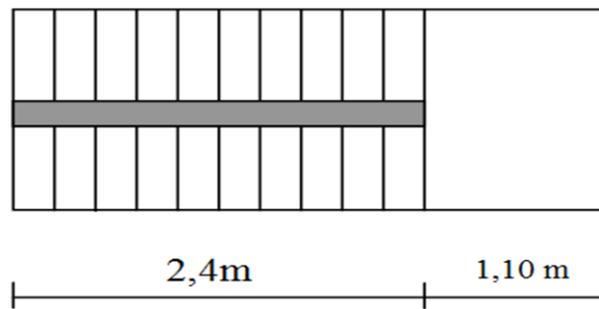
Avec :

H : Hauteur entre les faces supérieures des deux paliers successifs d'étage ;

n : Le nombre de contre marche ;

L : La projection horizontale de la longueur total de la volée.

### III.3.1 - Etude d'un escalier à deux volées (étage courant) :



**Figure III.5 : schéma d'un escalier à deux volées**

#### 1. Dimensions des escaliers :

Si « g » est la distance horizontale entre deux nez de marche successifs et « h » la hauteur de la marche, la relation linéaire suivante, dite « formule de Blondel », vérifie la constatation empirique suivante :

$$59 \text{ cm} \leq 2h + g \leq 66 \text{ cm} ; \text{ Avec :}$$

h : La hauteur de la marche (contre marche) ;

g : La largeur de la marche.

$$\text{On prend : } 2h + g = 64 \text{ cm}$$

On a aussi c'est deux formules :

$$H = n \times h = \frac{h_e}{2} \text{ et } L = (n - 1)g \dots \dots \dots (1)$$

Avec :

H : Hauteur entre les faces supérieures des deux paliers successifs d'étage ;

n : Le nombre de contre marche ;

L : La projection horizontale de la longueur totale de la volée.

Avec :

H : Hauteur entre les faces supérieures des deux paliers successifs d'étage ;

n : Le nombre de contre marche ;

L : La projection horizontale de la longueur total de la volée.

**a) Dimensionnement des marches et contre marches :**

D'après (1), on a :  $He = 3,06m$  et  $H = He/2 = 1,53m$

$$h = \frac{H}{n} \text{ et } g = \frac{L}{n-1}$$

Donc d'après Blondel on a :

$$m = \left( \frac{L}{n-1} + 2 \right) \times \frac{H}{n}$$

Et puis :  $mn^2 - (m+1+2H)n + 2H = 0 \dots \dots \dots (2)$

Avec :  $m = 64 \text{ cm}$ ,  $H = 153 \text{ cm}$  et  $L = 240 \text{ cm}$

Donc l'équation (2) devient :  $64n^2 - 610n + 306 = 0$

La solution de l'équation est :  $n = 9$  (nombre de contre marche)

Donc :  $n - 1 = 8$  (nombre de marche)

$$h = \frac{153}{9} = 17 \text{ cm} \text{ et } g = \frac{L}{n-1} = 30 \text{ cm}$$

On vérifie avec la formule de Blondel :

$59 \text{ cm} \leq (2 \times 17) + 30 \leq 66 \text{ cm} = 59 \text{ cm} \leq 64 \text{ cm} \leq 66 \text{ cm}$  ; Condition vérifiée

L'inégalité vérifiée, on a : 8 marches avec  $g = 30 \text{ cm}$  et  $h = 17 \text{ cm}$ .

L'angle d'inclinaison est :

$$\tan \alpha = \frac{17}{30} = 0,57 \Rightarrow \alpha = 29,54^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0,87$$

**b) Epaisseur de la paille (ev) :**

$$\frac{1}{30} \leq e_v \leq \frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{L}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{L}{20 \cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{240}{30 \times 0,87} \leq e_v \leq \frac{240}{20 \times 0,87} \Leftrightarrow 10,34 \text{ cm} \leq e_v \leq 15,51 \text{ cm} \text{ , On prend : } e_v = 12 \text{ cm}$$

**c) Epaisseur du palier (ep) :**

$$e_p = \frac{e_v}{\cos \alpha} = \frac{12}{0,87} = 13,75 \text{ cm} \Rightarrow e_p = 14 \text{ cm}$$

## 2. Evaluation des charges et surcharges à E.L.U et E.L.S :

### a) paillasse :

Désignation	Poids (kN/m <sup>2</sup> )
Carrelage horizontale (3 cm)	0,6
Mortier horizontale (2 cm)	0,4
Carrelage verticale Ch x h/g (3 cm)	0,34
Mortier verticale Mh x h/g (2 cm)	0,23
Poids propre de la paillasse $ev \times 25 / \cos \alpha$	3,44
Poids propre des marches	1,87
Enduit en plâtre (2 cm)	0,23
	G=7,11

**Tableau III.3 : Evaluation des charges de la paillasse**

$$G = 7,11 \text{ kN/m}^2 \quad Q = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

Le calcul suivant se fait pour une bande de 1 m de largeur :  $\begin{cases} q_u = 13,34 \text{ kN/ml} \\ q_{ser} = 9,61 \text{ kN/ml} \end{cases}$

### b) Palier :

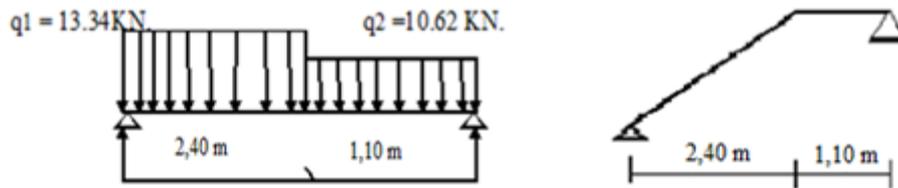
Désignation	Poids (kN/m <sup>2</sup> )
Carrelage (3 cm)	0,60
Mortier + lit de sable	0,76
Poids propre du palier $ep \times 25$	3,50
Enduit en plâtre (2 cm)	0,23
	G=5,09

**Tableau III.4 : Evaluation des charges du palier**

$$G = 5,09 \text{ kN/m}^2$$

$$Q = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

Le calcul suivant se fait pour une bande de 1 m de largeur :  $\begin{cases} q_u = 10,62 \text{ kN/ml} \\ q_{ser} = 7,59 \text{ kN/ml} \end{cases}$



**Figure III.6 : schéma statique d'une volée + paliers.**

**3. Calcul des sollicitations :**

On applique la méthode RDM

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R_a + R_b - q_2 \times 1,10 - q_1 \times 2,40 = 0$$

$$\Rightarrow R_a + R_b = 13,34 \times 2,4 + 10,62 \times 1,10$$

$$\Rightarrow R_a + R_b = 43,70 \text{ KN} / \text{m}^2$$

$$\sum M/B = 0 \Rightarrow R_a \times 3,5 = q_1 \times 2,4 \times 2,3 + q_2 \times 1,10 \times 1,10 / 2$$

$$R_a = 22,88 \text{ KN}$$

$$R_b = 20,82 \text{ KN}$$

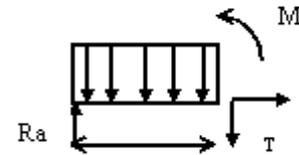
**Section 1-1: (0 < x < 2,4)**

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_a - qx = T$$

$$\Rightarrow Tx = 22,88 - 13,34x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow T(0) = 22,88 \text{ KN} \\ x = 2,4 \Rightarrow T(2,4) = -9,14 \text{ KN} \end{cases}$$

$$\Rightarrow T(0) = 0 \Rightarrow x = 1,72 \text{ kN}$$



$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow R_a x - qx^2 / 2$$

$$\Rightarrow Mx = 22,88x - 13,34x^2 / 2$$

$$\begin{cases} M(0) = 0 \\ M(2,7) = 16,49 \text{ KN.m} \end{cases}$$

**Section 2-2 (0 < x < 1,10)**

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow t(x) = -R_b + q2x$$

$$\Rightarrow Tx = -20,82 - 10,62x$$

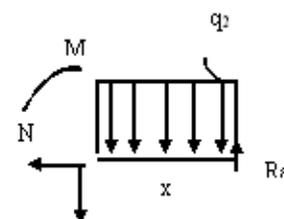
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow T(0) = -20,82 \text{ KN} \\ x = 1,10 \Rightarrow T(1,10) = -9,14 \text{ KN} \end{cases}$$

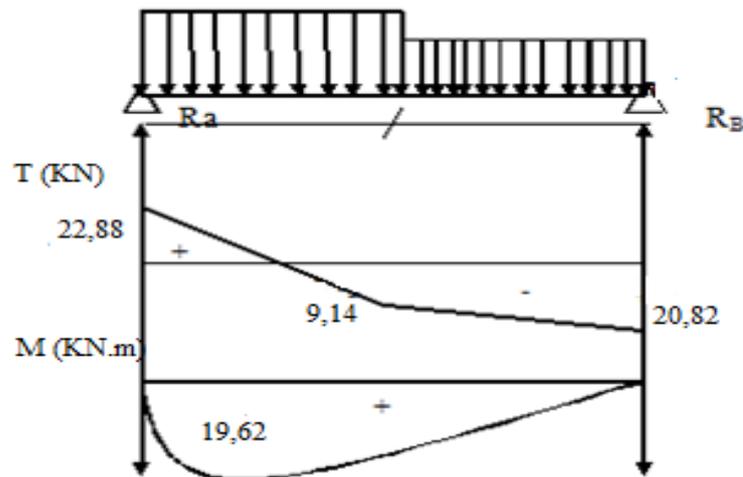
$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow Mx = R_b x - qx^2 / 2$$

$$\Rightarrow Mx = 20,82x - 10,62x^2 / 2$$

$$\Rightarrow M \begin{cases} M(0) = 0 \\ (1,10) = 16,48 \text{ KN.m} \end{cases}$$

$$M_{max} = 19,62 \text{ KN.m}$$





**Figure III. 7 : diagramme du moment**

**Moment en travée :**

$$M_t = 0,85 M_0 \Rightarrow M_t = 0,85 \times 19,62 = 16,68 \text{ KN.m}$$

**Moment en appuis :**

$$M_a = 0,4 M_0 \Rightarrow M_a = 0,4 \times 19,62 = 7,85 \text{ KN.m}$$

**4. Calcul du ferrailage à l'E.L.U :**

• **En Travée**

$$M_t = 16,68 \text{ KN.m}$$

$$\mu = \frac{M_t}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{16,68 \times 10^3}{100 \times 10,8^2 \times 14,20} = 0,100 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

$$\text{On a: } \beta = 0,947$$

La section d'acier :

$$A_s = \frac{M_t}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{16,68 \times 10^3}{0,947 \times 10,8 \times 348} = 4,68 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Condition de non fragilité

$$A_{s \text{ min}} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_e} = 1,30 \text{ cm}^2 / \text{ml}. \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

$$\text{On adopte 5T12 avec : } A_{adm} = 5,65 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

$$A_r = \frac{A_{adm}}{4} = 1,41 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

$$\text{On adopte 4T8 avec : } A_{adm} = 2,51 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

• **Sur appuis :**

Le moment ultime :

$$M_a = 7,85 \text{ kN.m} ; h = 14 \text{ cm} ; d = 0,9h = 12,6 \text{ cm} ; b = 1 \text{ m}$$

Le moment réduit  $\mu_u$  :

$$\mu = \frac{M_a}{b \times d^2 \times \sigma_{bc}} = \frac{7,85 \times 10^3}{100 \times 12,6^2 \times 14,20} = 0,0347 < \mu_1 \rightarrow A' = 0$$

On a :  $\beta = 0,982$

La section d'acier :

$$A_s = \frac{M_a}{\beta \times d \times \sigma_s} = \frac{7,85 \times 10^3}{0,982 \times 12,6 \times 348} = 1,82 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Condition de non fragilité :

$$A_{min} = \frac{0,23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0,23 \times 100 \times 12,6 \times 2,1}{400} = 1,52 \text{ cm}^2$$

$$A_s = 1,82 \text{ cm}^2 / \text{ml} > A_{min} = 1,52 \text{ cm}^2 / \text{ml} ; \text{Condition vérifiée.}$$

On adopte 5T10 avec :  $A_{adm} = 3,93 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

$$A_r = \frac{A_{adm}}{4} = 0,98 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On adopte 5T8 avec :  $A_{adm} = 2,51 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

### 5. Les Vérifications :

a) Justification vis-à-vis de l'effort tranchant :

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} \times 10 = \frac{22,88 \times 10}{100 \times 10,8} = 0,21 \text{ MPa}$$

$$\tau_u < \bar{\tau}_u = \min(0,13f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,21 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée.}$$

b) Vérification au niveau des appuis :

$$A_{min} = \frac{1,15}{f_e} \left( T + \frac{M_a}{0,9d} \right) = \frac{1,15}{400} \left( (22,88 \times 10^{-3}) + \frac{7,85 \times 10^{-3}}{0,9 \times 12,6 \times 10^{-2}} \right) = 0,09 \text{ cm}^2$$

$$A_{adm} = 3,93 \text{ cm}^2 > A_{min} = 0,09 \text{ cm}^2 ; \quad \text{Condition vérifiée}$$

c) Les vérifications des contraintes à l'E.L.S

$$M_{0ser} = 14,11 \text{ kN.m} ; \text{Ontenue par RDM}$$

$$M_{tser} = 0,85 \times M_{0ser} = 11,99 \text{ kN.m}$$

$$M_{aser} = 0,4 \times M_{tmax} = 5,64 \text{ kN.m}$$

1) En travée :

$$A_s = 5,65 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 50y^2 + 84,75y - 915,3 = 0 \rightarrow y = 3,51\text{cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 3,51^3}{3} + (15 \times 5,65)(10,8 - 3,51)^2 = 5945,11 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{11,99 \times 10^3}{5945,11} \times 3,51 = 7,06 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$\sigma_b = 7,06 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$  ; ..... Condition vérifiée

**2) Sur appuis :**

$$A_s = 3,93 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 0 \rightarrow y = 3,03 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}Y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = 4486,25 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{5,64 \times 10^3}{4486,25} \times 3,03 = 3,78 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$\sigma_b = 3,78 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa}$  ; Condition vérifiée

d) Vérification de la flèche : (Selon le B.A.E.L 91)

Conditions	Vérification	
$\frac{h}{l} \geq \frac{1}{30}$	0,04 > 0,033	Condition vérifiée
$A_s/b.d \geq 2/f_e$	0,0052 > 0,005	Condition vérifiée

**Tableau III.5 : Vérification de la flèche**

**III.3.2 - Etude de la poutre palière :****1. Dimensionnement :**

\* Selon le **B.A.E.L 91/1999**, le critère de rigidité est :

$$\frac{L}{15} \leq h \leq \frac{L}{10} \Rightarrow \frac{320}{15} \leq h \leq \frac{320}{10} \Rightarrow 21,33 \text{ cm} \leq h \leq 32 \text{ cm}$$

On prend :  $h = 35 \text{ cm}$  donc  $d = 0,9h = 31,5 \text{ cm}$

$$0,3d \leq b \leq 0,4d \Rightarrow 9,45 \text{ cm} \leq b \leq 12,6 \text{ cm}$$

On prend :  $b = 30 \text{ cm}$

\* Les vérifications des conditions du **R.P.A. 99/2003** :

$h = 35 \text{ cm} > 30 \text{ cm}$  ; Condition vérifiée ;

$b = 30 \text{ cm} > 20 \text{ cm}$  ; Condition vérifiée ;

$$\frac{h}{b} = 1,17 < 4 ; \text{Condition vérifiée.}$$

**2. Charges supportées par la poutre :**

Poids propre de la poutre :  $G_p = 0,35 \times 0,30 \times 25 = 2,62 \text{ kN/m}$

Poids du mur situé sur la poutre :  $G_m = 9 \times 0,15 \times 1,53 = 2,1 \text{ kN/m}$

Charge d'exploitation :  $Q = 2,5 \text{ kN/m}$

Réaction du palier :  $R_{bu} = 20,82 \text{ kN/m}$  ;  $R_{bser} = 14,95 \text{ kN/m}$

$$Q_u = 1,35 \times (2,62 + 2,1) + (1,5 \times 2,50) + 20,82 = 30,94 \text{ kN/m}$$

$$Q_{ser} = 2,62 + 2,1 + 2,50 + 14,95 = 22,17 \text{ kN/m}$$

**3. Calcul des sollicitations à l'E.L.U :**

$$M_0 = \frac{Q_u \times l^2}{8} = \frac{30,94 \times 3,2^2}{8} = 39,60 \text{ kN.m}$$

$$M_t = 0,85M_0 = 33,66 \text{ kN.m}$$

$$M_a = 0,40M_0 = 15,84 \text{ kN.m}$$

**4. Calcul du ferrailage à l'E.L.U :**

On a :  $b = 30 \text{ cm}$  ;  $h = 35 \text{ cm}$  ;  $d = 0,9h = 31,5 \text{ cm}$

/	M (KN.m)	$\mu$	$\beta$	$A_{cal}$	$A_{adapté}$
En travée	33,66	0,079	0,958	3,21	Soit 3T12 $A_s = 3,39 \text{ cm}^2$
Sur appui	15,84	0,037	0,981	1,47	Soit 3T10 $A_s = 2,35 \text{ cm}^2$

**Tableau III.6 : tableau de ferrailage de la poutre palière**

**5. Les vérifications :**a) Condition de non fragilité :

$$A_{min} = \frac{0,23 \times b \times d \times f_{t28}}{f_e} = \frac{0,23 \times 30 \times 31,5 \times 2,1}{400} = 1,14 \text{ cm}^2$$

En travée :  $A_s = 3,21 \text{ cm}^2 / \text{ml} > A_{min} = 1,14 \text{ cm}^2 / \text{ml}$  ; Condition vérifiée.Sur appui :  $A_s = 1,47 \text{ cm}^2 / \text{ml} > A_{min} = 1,14 \text{ cm}^2 / \text{ml}$  ; Condition vérifiée.**6. Les vérifications des contraintes à l'E.L.S :**

$$Q_{ser} = 22,17 \text{ kN/m}$$

$$M_{0 ser} = 28,38 \text{ kN.m}$$

$$M_{tser} = 0,85 \times M_{ser} = 24,12 \text{ kN.m}$$

$$M_{aser} = 0,4 \times M_{ser} = 11,35 \text{ kN.m}$$

• **En travée :**

$$A_s = 3,39 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 15y^2 + 50,85y - 1601,78 = 0 \rightarrow y = 8,78 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 8,78^3}{3} + (15 \times 3,39)(31,5 - 8,78)^2 = 33017,05 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{24,12 \times 10^3}{33017,05} \times 8,78 = 6,41 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 6,41 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

• **Sur appuis :**

$$A_s = 2,35 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 15y^2 + 35,25y - 1110,38 = 0 \rightarrow y = 7,51 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{30 \times 7,51^3}{3} + (15 \times 2,35)(31,5 - 7,51)^2 = 24522,73 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{11,35 \times 10^3}{24522,73} \times 7,51 = 3,48 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 3,48 < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée}$$

d) Justification vis-à-vis de l'effort tranchant :

$$T_u = \frac{Ql}{2} = \frac{30,94 \times 3,2}{2} = 49,50 \text{ kN}$$

$$\tau_u = \frac{T_u}{b \times d} \times 10 = \frac{49,50 \times 10^{-3}}{0,3 \times 0,315} = 0,52 \text{ MPa}$$

$$\tau_u < \overline{\tau}_u = \min(0,13f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) = \min(0,13 \times 25 ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,52 \text{ MPa} < \overline{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée.}$$

Il n'y a pas de risque de cisaillement.

## 7. Ferrailage des armatures transversales :

a) Détermination du diamètre des armatures transversal :

$$\Phi_t \leq \min\left\{\frac{h}{35} ; \frac{b}{10} ; \Phi_l\right\} = \min\{10 \text{ mm} ; 30 \text{ mm} ; 10 \text{ mm}\} \Rightarrow \Phi_t = 8 \text{ mm}$$

b) L'espacement :

$$S_t \leq \min\{0,9d ; 40 \text{ cm}\} = \min\{28,35 \text{ cm} ; 40 \text{ cm}\}$$

D'après le R.P.A 99/2003 :

$$\text{Zone nodale : } S_t \leq \min\{15 \text{ cm} ; 10\Phi_l\} = \min\{15 \text{ cm} ; 10 \text{ cm}\} \Rightarrow S_t = 10 \text{ cm}$$

$$\text{Zone courante : } S_t \leq 15\Phi_l \Rightarrow S_t = 15 \text{ cm} ; \text{On prend } S_t = 15 \text{ cm}$$

c) L'ancrage des armatures tendues :

$$\tau_s = 0,6\psi^2 f_{tj} = 0,6 \times 1,5^2 \times 2,1 = 2,835 \text{ MPa}$$

La longueur de scellement droit  $l_s$  :

$$l_s = \frac{\Phi_l f_e}{4\tau_s} = \frac{1,2 \times 400}{4 \times 2,835} = 42,33 \text{ cm}$$

On adopte une courbure égale à :  $r = 5,5\Phi_l = 7,7 \text{ cm}$

$$L_2 = d - \left(c + \frac{\Phi}{2} + r\right) = 31,5 - (3 + 0,6 + 7,7) = 20,2 \text{ cm}$$

$$L_1 = \frac{L_s - 2,19r - L_2}{1,87} = \frac{42,33 - 16,86 - 20,2}{1,87} = 2,86 \text{ cm}$$

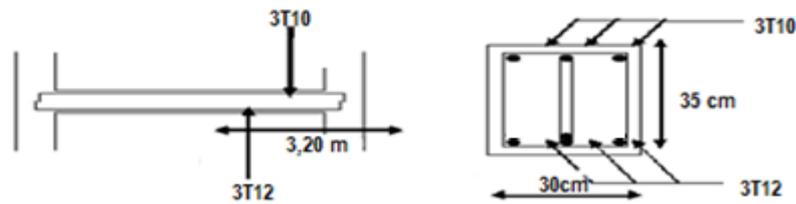
## 8. Calcul de la flèche :

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{1}{16} \Rightarrow \frac{35}{320} > \frac{1}{16} \Rightarrow 0,109 > 0,06 ; \text{Condition vérifiée ;}$$

$$\frac{h_t}{L} \geq \frac{M_{tser}}{10 \times M_{0ser}} \Rightarrow \frac{35}{320} > \frac{24,12}{10 \times 28,38} \Rightarrow 0,109 > 0,085 ; \text{Condition vérifiée ;}$$

$$\frac{A_s}{b \times d} \leq 4,2f_e \Rightarrow \frac{3,39}{30 \times 31,5} \leq 4,2 \times 400 \Rightarrow 0,0036 < 1680 ; \text{Condition vérifiée.}$$

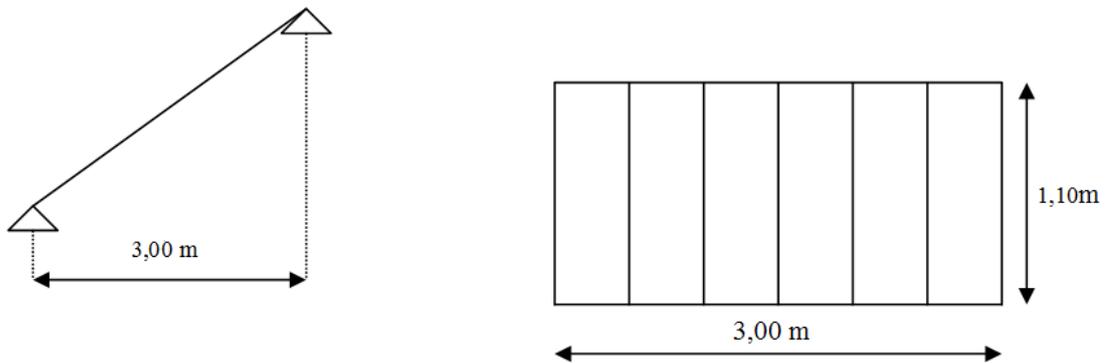
Donc il est inutile de calculer la flèche.



**Figure III. 8 : Ferrailage de la poutre palière**

**III.3.3 - Etude d'un escalier à une seule volée :**

On a plusieurs types d'escalier, raison pour laquelle nous avons pris une seule volée, celle avec la plus grande portée comme exemple de calcul :



**Figure III.9 : schéma d'un escalier à une seule volée**

**1. Dimensionnement des marches et contre marches :**

D'après (1), on a :  $H_e = 3,06m$  et  $H = H_e/2 = 1,53m$

$$h = \frac{H}{n} \text{ et } g = \frac{L}{n-1}$$

Donc d'après Blondel on a :

$$m = \left( \frac{L}{n-1} + 2 \right) \times \frac{H}{n}$$

Et puis :  $mn^2 - (m + L + 2H)n + 2H = 0 \dots \dots \dots (2)$

Avec :  $m = 64 \text{ cm}, H = 153 \text{ cm}$  et  $L = 300 \text{ cm}$

Donc l'équation (2) devient :  $64n^2 - 670n + 306 = 0$

La solution de l'équation est :  $n = 9$  (nombre de contre marche)

Donc :  $n - 1 = 8$  (nombre de marche)

$$h = \frac{153}{9} = 17 \text{ cm} \text{ et } g = \frac{L}{n-1} = 30 \text{ cm}$$

On vérifie avec la formule de Blondel :

$$59 \text{ cm} \leq (2 \times 17) + 30 \leq 66 \text{ cm} = 59 \text{ cm} \leq 64 \text{ cm} \leq 66 \text{ cm} ; \text{Condition vérifiée}$$

L'inégalité vérifiée, on a : 8 marches avec  $g = 30 \text{ cm}$  et  $h = 17 \text{ cm}$ .

L'angle d'inclinaison est :

$$\tan \alpha = \frac{17}{30} = 0,57 \Rightarrow \alpha = 29,54^\circ \rightarrow \cos \alpha = 0,87$$

b) Epaisseur de la paillasse (ep):

$$\frac{1}{30} \leq e_v \leq \frac{1}{20} \Leftrightarrow \frac{L}{30 \cos \alpha} \leq e_v \leq \frac{L}{20 \cos \alpha}$$

$$\Leftrightarrow \frac{300}{30 \times 0,87} \leq e_v \leq \frac{300}{20 \times 0,87} \Leftrightarrow 11,49 \text{ cm} \leq e_v \leq 17,24 \text{ cm} , \text{ on prend : } e_v = 12 \text{ cm}$$

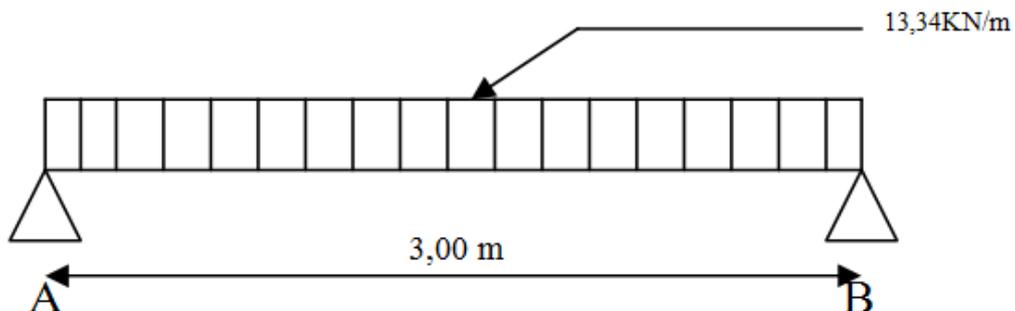
**2. Evaluation des charges et surcharges à E.L.U et E.L.S :**

Désignation	Poids (kN/m <sup>2</sup> )
Carrelage horizontale (3 cm)	0,6
Mortier horizontale (2 cm)	0,4
Carrelage verticale Ch x h/g (3 cm)	0,34
Mortier verticale Mh x h/g (2 cm)	0,23
Poids propre de la paillasse $e_v \times 25 / \cos \alpha$	3,44
Poids propre des marches	1,87
Enduit en plâtre (2 cm)	0,23
	G=7,11

**Tableau III.7 : Evaluation des charges de la paillasse d'escalier à une seule volée**

$$G = 7,11 \text{ kN/m}^2 \quad Q = 2,50 \text{ kN/m}^2$$

Le calcul suivant se fait pour une bande de 1 m de largeur :  $\begin{cases} q_u = 13,34 \text{ kN/ml} \\ q_{ser} = 9,61 \text{ kN/ml} \end{cases}$



**3. Calcul des sollicitations :**

$$M_0 = q_u \cdot L^2 / 8 = 15 \text{ KN.m}$$

$$M_r = 0,85 \cdot M_0 = 0,85 \times 15 = 12,75 \text{ KN.m}$$

$$M_a = 0,2 \cdot M_0 = 0,4 \times 15 = 6 \text{ KN.m}$$

**4. Calcul du ferrailage à l'E.L.U :**

a) **En travée :**  $M_u^t = 12,75 \text{ KN.m}$

$$d = 0,9h = 0,9 \cdot 12 = 10,8 \text{ cm}$$

$$\mu = \frac{M_u^t}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = \frac{12,75 \times 10^3}{100 \times (10,8)^2 \times 14,20} = 0,077 < \mu_r = 0,392 \rightarrow A' = 0$$

$$\beta = 0,959$$

$$A_p = \frac{M_u^t}{B \cdot d \cdot \sigma_s} = \frac{12,75 \times 10^3}{0,959 \times 100 \times 14,20} = 3,54 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On adopte 5T10 avec :  $A_{adm} = 3,93 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

- Condition de non fragilité

$$A_{s \min} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_e} = 1,30 \text{ cm}^2 / \text{ml}. \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

- Armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A_p}{4} = \frac{3,93}{4} = 0,98 \text{ cm}^2 / \text{ml}.$$

Soit: 4T8/ml ( $A_r = 2,01 \text{ cm}^2 / \text{ml}$ ) avec un espacement égal à 25cm.

**b) Sur appuis :**

$$M_u^a = 6 \text{ KN.m} ;$$

$$\mu = \frac{M_u^a}{b \cdot d^2 \cdot \sigma_{bc}} = \frac{6 \times 10^3}{100 \times (10,8)^2 \times 14,20} = 0,036 < \mu_r = 0,392 \rightarrow A' = 0 \rightarrow \beta = 0,982$$

$$A_a = \frac{M_u^a}{B \cdot d \cdot \sigma_s} = 1,63 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

On adopte 5T10 avec :  $A_{adm} = 3,93 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

- Condition de non fragilité

$$A_{s \min} = \frac{d \times b \times f_{t28}}{f_e} = 1,30 \text{ cm}^2 / \text{ml}. \dots\dots\dots \text{condition vérifiée}$$

Armatures de répartition :

$$A_r = \frac{A_a}{4} = \frac{3,93}{4} = 0,98 \text{ cm}^2 / \text{ml}.$$

Soit : 4T8 ( $A_a = 2,01 \text{ cm}^2/\text{ml}$ ) avec  $S_t = 25\text{cm}$ .

### 5. Vérification :

#### a) Justification vis-à-vis de l'effort tranchant :

$$\tau_u = \frac{T}{b \times d} \times 10 = \frac{20,01 \times 10}{100 \times 10,8} = 0,19 \text{ MPa}$$

$$\tau_u < \bar{\tau}_u = \min(0,13f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) = \min(3,25 \text{ MPa} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$$

$$\tau_u = 0,19 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa} ; \text{Condition vérifiée.}$$

#### b) Les vérifications des contraintes à l'E.L.S :

$$M_{0\text{Ser}} = 10,81 \text{ kN.m} ;$$

$$M_{t\text{ ser}} = 0,85 \times M_{0\text{ser}} = 9,19 \text{ kN.m}$$

$$M_{a\text{ser}} = 0,4 \times M_{t\text{max}} = 4,32 \text{ kN.m}$$

#### 1) En travée : $A_s = 3,93 \text{ cm}^2 / \text{ml}$

##### a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 50y^2 + 58,95y - 636,66 = 0 \rightarrow y = 3,03\text{cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

##### b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = \frac{100 \times 3,03^3}{3} + (15 \times 3,93)(10,8 - 3,03)^2 = 4486,25 \text{ cm}^4$$

##### c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé $\sigma_{bc}$ :

$$\sigma_b = \frac{M_{\text{ser}}}{I} \times y = \frac{9,19 \times 10^3}{4486,25} \times 3,03 = 6,21 \text{ MPa}$$

$$\bar{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 6,21 < \bar{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \dots\dots\dots \text{Condition vérifiée}$$

2) **Sur appuis :**

$$A_s = 3,14 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

a) Détermination de la position de l'axe neutre :

$$\frac{b}{2}y^2 - 15A_s(d - y) = 0 \rightarrow y = 2,75 \text{ cm}$$

L'axe neutre se trouve à la fibre la plus comprimée.

b) Détermination du moment d'inertie :

$$I = \frac{b}{3}Y^3 + \eta A_s(d - y)^2 = 3745,43 \text{ cm}^4$$

c) Détermination de contrainte dans le béton comprimé  $\sigma_{bc}$  :

$$\sigma_b = \frac{M_{ser}}{I} \times y = \frac{4,32 \times 10^3}{3745,43} \times 2,75 = 3,17 \text{ MPa}$$

$$\overline{\sigma}_{bc} = 0,6f_{c28} = 15 \text{ MPa}$$

$$\sigma_b = 3,17 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} ; \text{ Condition vérifiée}$$

c) **Vérification de la flèche :** (selon le B.A.E.L 91)

Conditions	Vérification	
$\frac{h}{l} \geq \frac{1}{30}$	0,04 > 0,033	Condition vérifiée
$A_s/b.d \geq 2/f_e$	0,0036 > 0,005	Condition vérifiée

**Tableau III.8 : Vérification de la flèche**