

## VI.1 Etude sous charges verticales et horizontales :

### VI.1.1 Introduction :

L'étude sous charges verticales et horizontales nous permet de déterminer tous les efforts qui sollicitent les éléments (poteaux et poutres, voiles) dans les différents nœuds et travées.

Pour Déterminer les sollicitations on a utilisé le programme **SAP2000 V14.0** qui nous a Permet de Calculer les portiques.

### VI.1.2 Les combinaisons de calcul :

Les combinaisons des actions sismiques et les actions dues aux charges verticales sont données ci-dessous, les éléments de la structure doivent être dimensionnés par les combinaisons des charges sur la base des règlements [BAEL 91 et R.P.A 99 (version 2003)].

#### ❖ Poutres :

- Sollicitation du 1<sup>er</sup> genre (BAEL 91)

$$1,35 G + 1,5 Q$$

- Sollicitation du 2<sup>ème</sup> genre [RPA 99 (version 2003)]

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,8G \pm E \\ G + Q \pm E \end{array} \right.$$

#### ❖ Poteaux :

- Sollicitation du 1<sup>er</sup> genre (BAEL 91)

$$1,35 G + 1,5 Q$$

- Sollicitation du 2<sup>ème</sup> genre [RPA 99 (version 2003)]

$$\left\{ \begin{array}{l} 0,8G \pm E \\ G + Q \pm E \end{array} \right.$$

**Avec :**

G : Charge permanente

Q : Charge d'exploitation

E : Effort sismique

## VI.2 Ferrailage des poutres :

### VI.2.1 Méthode de calcul :

En cas général, les poutres sont sollicitées par un moment de flexion et un effort normal et un effort tranchant. Par conséquent le calcul doit se faire en flexion composée, mais l'effort normal dans les poutres est très faible donc on fait le calcul en flexion simple.

.Les sections des armatures seront déterminées sous les sollicitations du 1<sup>er</sup> et du 2<sup>ème</sup> Genre.

- Sollicitation du 1er genre :  $S_{p1}=1,35G+1,5Q \longrightarrow$  Moment correspondant  $M_{sp1}$

- Sollicitation du 2eme genre  $\left\{ \begin{array}{l} S_{p2}=0,8G \pm E \\ S_{p2}=G+Q \pm E. \end{array} \right. \longrightarrow$  Moment correspondant  $M_{sp2}$

➤ Si  $M_{sp2}/M_{sp1} < 1,15$  on détermine les armatures sous  $S_{p1}$

➤ Si  $M_{sp2}/M_{sp1} > 1,15$  on détermine les armatures sous  $S_{p2}$ .

Dans le calcul relatif au « ELU » on introduit des coefficients de sécurités ( $\gamma_s, \gamma_b$ )

**Pour situation accidentelle :**  $\gamma_s=1 \Rightarrow \sigma_s=400$  MPa.

$\gamma_b=1,15 \Rightarrow \sigma_b=18,48$  MPa

**Pour les autres cas :**  $\gamma_s=1,15 \Rightarrow \sigma_s=348$  MPa.

$\gamma_b=1,5 \Rightarrow \sigma_b=14,17$  MPa

## VI.2.2 Les armatures longitudinales :

D'après le R.P.A 99 (révisées en 2003) on a :

➤ Section d'armature minimale :  $A_{min}=0,5\% b.h_t$ .

➤ Section d'armature maximale :  $A_{max1}=4\% b.h_t$ . (Zone courante)

$A_{max2}=6\% b.h_t$ . (Zone de recouvrement)

➤ Le diamètre minimum est de 12 mm

➤ La longueur minimale des recouvrements est de :  $40\Phi$  en zone I

➤ Les armatures longitudinales supérieures et inférieures doivent être coudées à  $90^\circ$ .

### VI.2.2.1 Sens longitudinal : « poutre principale (35x45) cm<sup>2</sup> » :

#### ❖ Armatures longitudinales :

Calculons d'abord les sections min et max des aciers qui devraient conditionner la section à adoptée, on a :

$A_{min(RPA)}=0,5\% b.ht=0,5 \times 35 \times 45 / 100 = 7.88$  cm<sup>2</sup> (sur toute la section)

$A_{max1}=4\% b.ht=4 \times 35 \times 45 / 100 = 63$  cm<sup>2</sup>

$A_{max2}=6\% b.ht=6 \times 35 \times 45 / 100 = 94.5$  cm<sup>2</sup>

$A_{min(BAEL)}=0.23 \times b \times d \times f_{tj} / f_e = 1.71$  cm<sup>2</sup>

Les résultats seront résumés sous forme des tableaux :

- Données :

- Largeur de la poutre  $b=35$  cm.
- Hauteur de la section  $h_t=45$  cm.

- Hauteur utile par rapport aux aciers tendus  $d=0.9xh_t=40,5$  cm
- Contrainte des aciers utilisés  $f_c=400$  MPa
- Contrainte du béton à 28 jours  $f_{c28}=25$  MPa
- Contrainte limite de traction du béton  $f_{t28}=2,1$  MPa
- Fissuration peu préjudiciable

❖ **Tableaux récapitulatif du ferrailage des différents niveaux :**

**Tableau VI.1 : Poutres de rives principales :**

Niveau	Section	Moments (KN.m)		Moment de calcul	$T_{max}$ (kN)	A min (cm <sup>2</sup> )	A calculé (cm <sup>2</sup> )	A adopté (cm <sup>2</sup> )
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$					
terrasse	Appuis	50.22	87.15	87.15	64.51	7.88	5.62	<b>3T16+2T14=9.11</b>
	Travée	45.53	36.88	45.53		7.88	3.33	<b>3T16+2T14=9.11</b>
R.D.C et étage courant	Appuis	56.99	105.46	105.46	75.28	7.88	6.87	<b>3T16+2T14=9.11</b>
	Travée	45.53	71.37	71.37		7.88	4.57	<b>3T16+2T14=9.11</b>

**Tableau VI.2 : Poutres intermédiaires principales :**

Niveau	Section	Moments (KN.m)		Moment de calcul	$T_{max}$ (kN)	A min (cm <sup>2</sup> )	A calculé (cm <sup>2</sup> )	A adopté (cm <sup>2</sup> )
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$					
terrasse	Appuis	61.98	108.23	108.23	98.49	7.88	7.06	<b>3T16+2T14=9.11</b>
	Travée	63.62	71.37	63.62		7.88	4.71	<b>3T16+2T14=9.11</b>
R.D.C et étage courant	Appuis	67.36	118.56	118.56	89.19	7.88	7.79	<b>3T16+2T14=9.11</b>
	Travée	47.85	64.30	64.30		7.88	4.10	<b>3T16+2T14=9.11</b>

**VI.2.2.2 Sens transversal : « poutre secondaire (30x35) cm<sup>2</sup> »**

❖ **Armatures longitudinales :**

Calculons d'abord les sections min et max des aciers qui devraient conditionner la section à adopter on a :

$$A_{min(RPA)} = 0,5\% b \cdot h_t = 0,5 \times 30 \times 35 / 100 = 5,25 \text{ cm}^2 \text{ (sur toute la section)}$$

$$A_{max1} = 4\% b \cdot h_t = 4 \times 30 \times 35 / 100 = 42 \text{ cm}^2$$

$$A_{max2} = 6\% b \cdot h_t = 6 \times 30 \times 35 / 100 = 63 \text{ cm}^2$$

$$A_{min(BAEL)} = 0.23 \times b \times d \times f_{tj} / f_c = 1.14 \text{ cm}^2$$

## ❖ Tableaux récapitulatif du ferrailage des différents niveaux :

Tableau VI.3 : Poutres secondaire de rives :

Niveau	Section	Moments (KN.m)		Moment de calcul	$T_{max}$ (kN)	A min (cm <sup>2</sup> )	A calculé (cm <sup>2</sup> )	A adopté (cm <sup>2</sup> )
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$					
terrasse	Appuis	18.95	40.33	40.33	17.32	5,25	3.33	3T14+2T12=6.88
	Travée	16.14	31.34	31.34		5,25	2.56	3T14+2T12=6.88
R.D.C et étage courant	Appuis	27.77	51.27	51.27	29.78	5,25	4.28	3T14+2T12=6.88
	Travée	14.98	34.68	34.68		5,25	2.85	3T14+2T12=6.88

Tableau VI.4 : Poutres secondaire intermédiaires :

Niveau	Section	Moments (KN.m)		Moment de calcul	$T_{max}$ (kN)	A min (cm <sup>2</sup> )	A calculé (cm <sup>2</sup> )	A adopté (cm <sup>2</sup> )
		$M_{sp1}$	$M_{sp2}$					
terrasse	Appuis	25.86	65.29	65.29	18.49	5,25	5.53	3T14+2T12=6.88
	Travée	17.25	50.81	50.81		5,25	4.24	3T14+2T12=6.88
R.D.C et étage courant	Appuis	27.39	76.29	76.29	19.38	5,25	6.55	3T14+2T12=6.88
	Travée	18.69	63.92	63.92		5,25	5.41	3T14+2T12=6.88

## VI.3 Les vérifications :

VI.3.1 Sens longitudinal : « poutre principale (35x45) cm<sup>2</sup> » :

## a- Vérification de la contrainte de cisaillement :

Contrainte tangente :  $\tau_u = T_u / (b \times d) = 98.49 \times 10^{-3} / (0.35 \times 0.405) = 0.7 \text{ MPa}$

Contrainte tangente admissible :  $\bar{\tau}_u = \min(0,13 f_{c28} ; 5 \text{ Mpa}) = 3,25 \text{ Mpa}$ .

$\tau_u = 0,7 < \bar{\tau}_u = 3,25 \text{ MPa}$ .....condition vérifiée

Pas de risque de cisaillement (les cadres seront perpendiculaires à la ligne moyenne de la poutre).

## b- Calcul des armatures transversales :

## b-1) Diamètre des armatures transversales :

$\Phi t \leq \min(h/35 ; b/10 ; \Phi l)$

$\Phi t \leq \min(12,85 ; 35 ; 14)$

On adopte :  $\Phi t = 8 \text{ mm}$

**b-2) Calcul de L'espacement :**

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t \leq \min (0,9d ; 40\text{cm}) \\ S_t \leq \min (36,45 \text{ cm} ; 40\text{cm}) \end{array} \right. \longrightarrow S_t \leq 35\text{cm}$$

**Zone nodale:**  $S_t \leq \min (h/4 ; 12\Phi_l ; 30\text{cm})$

$$S_t \leq \min (11,25 \text{ cm} ; 16,8 \text{ cm} ; 30\text{cm})$$

**On prend  $S_t = 10 \text{ cm}$  zone nodale**

**Zone courante:**  $S_t \leq h/2$

$$S_t \leq 22,5\text{cm}$$

**On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$  zone courante**

**b-3) La section des armatures transversales :**

$$\frac{A_t}{b \cdot s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3k \cdot f_{ij}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots\dots\dots (*)$$

$k=1$  (flexion simple et fissuration non préjudiciable)

$$f_{ij}^* = \min (2,1; 3,3 \text{ MPa}) = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 90^\circ \longrightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$F_e = 400 \text{ MPa} ; \gamma_s = 1,15$$

$$(*) \longrightarrow \left( \frac{A_t}{S_t} \right)_{\text{cal}} \geq \frac{(0,7 - 0,3 \times 1 \times 2,1) 35}{0,9 \times \frac{235}{1,15}} = 0,013\text{cm} \dots\dots\dots (1)$$

**b-4) Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{\tau_u}{2} ; 0,4 \text{ Mpa} \right)$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{0,7}{2} ; 0,4 \text{ MPa} \right) = 0,4\text{MPa}$$

$$\left( \frac{A_t}{S_t} \right)_{\text{min}} \geq \frac{0,4 \times b}{f_e} = 0,06\text{cm} \dots\dots\dots (2)$$

De (1) et (2) :  $\left( \frac{A_t}{S_t} \right) \geq 0,06\text{cm}$ , on prend  $S_t = 15\text{cm}$ .

$$D'o\grave{u} \quad A_t \geq 0,9 \text{ cm}^2 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 4\phi 8 = 2,01 \text{ cm}^2/\text{ml} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{array} \right.$$

**c- Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T_{\text{max}} = 98,49 \text{ KN} ; M_{\text{app}} = 108,23 \text{ KN.m}$$

$$\delta_u = M_{\text{app}} / Z = 108,23 / 0,9 \times 40,5 \times 10^{-2} = 296,52 \text{ KN} > 98,49 \text{ KN}$$

Les armatures longitudinales ne sont pas soumises à un effort de traction.

**d- Compression de la bielle d'about :**

La contrainte de compression dans la bielle est :

$$\bar{\sigma}_b = F_b/S \quad \left[ \begin{array}{l} F_b = T\sqrt{2} \text{ (l'état d'équilibre)} \\ S = a \times b/\sqrt{2} \end{array} \right.$$

d'ou:  $\bar{\sigma}_b = 2T/ab$   
 $a$  : longueur d'appuis de la bielle.

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28}/\gamma_b$ , mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différentes de  $45^\circ$  donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b$$

$$2T/ab \leq 0,8f_{c28}/\gamma_b \Rightarrow a \geq 2T \gamma_b / 0,8bf_{c28}$$

$$a \geq 2 \times 98,49 \times 1,5 \times 10 / (0,8 \times 35 \times 25) = 4,22 \text{ cm}$$

$$a' = b - 4 = 35 - 4 = 31 \text{ cm}$$

$$a = \min(a'; 0,9d) = 31 \text{ cm}$$

$$a = 31 \text{ cm} > 4,22 \text{ cm} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

**e- Entraînement des armatures :**

**e-1) Vérification des contraintes d'adhérence :**

$$\tau_{us} = T/0,9d \cdot \mu \cdot n \leq \tau_{us} = \psi_s \cdot f_{t28}$$

$\psi_s$ : coefficient de scellement  $\psi_s = 1,5$  pour H.A

T : Effort tranchant max  $T = 98,49 \text{ KN}$

n : Nombre des armatures longitudinaux tendus  $n = 5$

$\mu$  : Périmètre d'armature tendu  $\mu = \pi \phi = 3,14 \times 1,6 = 5,024 \text{ cm}$

$$\tau_{us} = 98,49 \times 10^3 / 0,9 \times 40,5 \times 5,024 \times 5 \times 10^2 = 1,08 \text{ MPa}$$

$$\bar{\tau}_{US} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ Mpa}$$

$$\tau_{us} = 1,08 \text{ Mpa} \leq \bar{\tau}_{US} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

**f- Ancrage des armatures tendues :**

$$\tau_s = 0,6 \psi_s^2 f_{t28} = 0,6(1,5)^2 2,1 = 2,835 \text{ MPa}$$

La longueur de scellement droit  $l_s = \Phi f_e / 4\tau_s$

Avec  $\Phi$  : diamètre d'une barre.

$$L_s = 1,6 \times 400 / (4 \times 2,835) = 56,44 \text{ cm}$$

Cette longueur dépassée la largeur de poteau « 45 cm » donc il faut courber les barres avec un rayon :  $r = 5,5 \Phi = 5,5 \times 1,6 = 8,8 \text{ cm}$

**g- Calcul des crochets :**

Crotchets courants angle de 90°

$$L_2 = d - (c + \phi/2 + r) ; \text{ Profondeur utile } d = 40,5\text{cm.}$$

$$L_1 \geq \frac{L_s - 2,19r - L_2}{1,87}$$

$$\phi_L = 1.6 \text{ cm} \quad ; \quad L_2 = 28.40\text{cm} \quad ; \quad L_1 = 4.69\text{cm}$$

**h- La longueur de recouvrement :**

D'après le R.P.A 99 (version 2003), la longueur minimale de recouvrement est de 40  $\Phi$  en zone I.

$$\Phi = 1.6 \text{ cm} \rightarrow l = 70\text{cm}$$

$$\Phi = 1.4\text{cm} \rightarrow l = 60 \text{ cm.}$$

**❖ Vérification des contraintes (ELS) :**

$$M_{ts} = 46.53 \text{ KN.m}$$

$$A = 3.40\text{cm}^2$$

**a- Position de l'axe neutre :**

$$by^2/2 - n.A(d-y) = 0 \Leftrightarrow 17,5y^2 + 51y - 2065.5 = 0 \Rightarrow y = \mathbf{9.41 \text{ cm}}$$

**b- Moment d'inertie :**

$$I = (b/3)y^3 + n.A(d-y)^2 = 59017.10\text{cm}^4$$

**c- Contrainte maximal dans le béton comprimée  $\sigma_{bc}$ :**

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bc} = K.y = \frac{M_{ser}}{I} \times Y = \frac{46.53 \times 10^3}{59017.10} \times 9.41 = 7.42\text{MPa} \\ \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \\ \sigma_{bc} = 7.42 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15\text{MPa} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{array} \right.$$

**❖ Vérification de la flèche :**

$$M_{tser} = 46.53 \text{ KN.m} ; M_{0ser} = (G+Q)L^2/8 = 55.81 \text{ KN.m} \quad (\text{à l'ELS})$$

$$A_s = 3.40\text{cm}^2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} h/L > 1/16 \dots\dots\dots 0.096 > 0.0625 \quad (\text{condition vérifiée}) \\ h/L > M_t/10M_0 \dots\dots\dots 0.096 > 0.083 \quad (\text{condition vérifiée}) \\ A_s/bd < 4,2/f_e \dots\dots\dots 0.002 < 0.0105 \quad (\text{condition vérifiée}). \end{array} \right.$$

**VI.3.2 Sens transversal : « poutre secondaire (30x35) cm<sup>2</sup> » :****a- Vérification de la contrainte de cisaillement :**

Contrainte tangente :  $\tau_u = T_u / (bxd) = 29.78 \times 10^{-3} / (0.30 \times 0.315) = 0.32 \text{ MPa}$

Contrainte tangente admissible :  $\bar{\tau}_{ij} = \min(0,13 f_{c28}; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa}$ .

$\tau_u = 0,29 < \bar{\tau}_{ij} = 3,25 \text{ MPa}$ .....condition vérifiée

Pas de risque de cisaillement (les cadres seront perpendiculaires à la ligne moyenne de la poutre).

**b- Calcul des armatures transversales :****b-1) Diamètre des armatures transversales :**

$$\Phi_t \leq \min(h/35; b/10; \Phi_l)$$

$$\Phi_t \leq \min(10; 30; 12)$$

**On adopte :  $\Phi_t = 8 \text{ mm}$**

**b-2) Calcul de L'espaceur :**

$$\left\{ \begin{array}{l} S_t \leq \min(0,9d; 40\text{cm}) \\ S_t \leq \min(28,35 \text{ cm}; 40\text{cm}) \end{array} \right. \longrightarrow S_t \leq 35\text{cm}$$

**Zone nodale :**  $S_t \leq \min(h/4; 12\Phi_l; 30\text{cm})$

$$S_t \leq \min(8,75 \text{ cm}; 14,40 \text{ cm}; 30\text{cm})$$

**On prend  $S_t = 10 \text{ cm}$  zone nodale**

**Zone courante :**  $S_t \leq h/2$

$$S_t \leq 17,5\text{cm}$$

**On prend  $S_t = 15 \text{ cm}$  zone courante**

**b-3) La section des armatures transversales :**

$$\frac{A_t}{b \cdot s_t} \cdot \frac{f_e}{\gamma_s} \geq \frac{\tau_u - 0,3k \cdot f_{ij}^*}{0,9(\sin \alpha + \cos \alpha)} \dots\dots\dots(*)$$

$k=1$  (flexion simple et fissuration non préjudiciable)

$$f_{ij}^* = \min(2,1; 3,3 \text{ MPa}) = 2,1 \text{ MPa}$$

$$\alpha = 90^\circ \longrightarrow \sin \alpha + \cos \alpha = 1$$

$$F_e = 400 \text{ MPa}; \gamma_s = 1,15$$

$$(*) \longrightarrow \left( \frac{A_t}{S_t} \right)_{\text{cal}} \geq \frac{(0,32 - 0,3 \times 1 \times 2,1) 30}{0,9 \times \frac{235}{1,15}} = - 0,051 \text{ cm} \dots\dots\dots(1)$$

**b-4) Pourcentage minimal des armatures transversales :**

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{\tau_u}{2}; 0,4 \text{ Mpa} \right)$$

$$\frac{A_t \times f_e}{b \times s_t} \geq \max \left( \frac{0,32}{2}; 0,4 \text{ MPa} \right) = 0,4 \text{ MPa}$$

$$\left( \frac{A_t}{S_t} \right)_{\min} \geq \frac{0,4 \times b}{f_e} = 0,051 \text{ cm} \dots \dots \dots (2)$$

De (1) et (2) :  $\left( \frac{A_t}{S_t} \right) \geq 0,051 \text{ cm}$ , on prend  $S_t = 15 \text{ cm}$ .

$$D'où \quad A_t \geq 0,77 \text{ cm}^2 \Rightarrow \begin{cases} 4\phi 8 = 2,01 \text{ cm}^2/\text{m} \\ S_t = 15 \text{ cm} \end{cases}$$

**c- Ancrage des armatures aux niveaux des appuis :**

$$T_{\max} = 29,78 \text{ KN} ; M_{\text{app}} = 51,27 \text{ KN.m}$$

$$\delta_u = M_{\text{app}} / Z = 51,27 / 0,9 \times 31,5 \times 10^{-2} = 180,85 \text{ KN} > 29,78 \text{ KN}$$

Les armatures longitudinales ne sont pas soumises à un effort de traction.

**d- Compression de la bielle d'about :**

La contrainte de compression dans la bielle est :

$$\bar{\sigma}_b = F_b / S \quad \begin{cases} F_b = T\sqrt{2} \text{ (L'état d'équilibre)} \\ S = a \times b / \sqrt{2} \end{cases}$$

d'où:  $\bar{\sigma}_b = 2T / ab$

a : longueur d'appuis de la bielle.

On doit avoir  $\bar{\sigma}_b < f_{c28} / \gamma_b$ , mais pour tenir compte du fait que l'inclinaison de la bielle est légèrement différentes de  $45^\circ$  donc on doit vérifier que :

$$\bar{\sigma}_b \leq 0,8 f_{c28} / \gamma_b$$

$$2T / ab \leq 0,8 f_{c28} / \gamma_b \quad \Rightarrow a \geq 2T \gamma_b / 0,8 b f_{c28}$$

$$a \geq 2 \times 29,78 \times 1,5 \times 10 / (0,8 \times 30 \times 25) = 1,49 \text{ cm}$$

$$a' = b - 4 = 30 - 4 = 26 \text{ cm}$$

$$a = \min (a'; 0,9d) = 26 \text{ cm}$$

$$a = 26 \text{ cm} > 1,49 \text{ cm} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

**e- Entraînement des armatures :****e-1) Vérification des contraintes d'adhérence :**

$$\tau_{us} = T / 0,9d \cdot \mu \cdot n \leq \tau_{us} = \psi_s \cdot f_{t28}$$

$\psi_s$ : coefficient de scellement  $\psi_s = 1,5$  pour H.A

T : Effort tranchant max  $T = 29,78 \text{ KN}$

$n$  : Nombre des armatures longitudinaux tendus  $n=5$

$\mu$  : Périmètre d'armature tendu  $\mu = \pi \phi = 3,14 \times 1,4 = 4,4 \text{ cm}$

$$\tau_{us} = 29,78 \times 10^3 / 0,9 \times 31,5 \times 4,4 \times 5 \times 10^2 = 0,48 \text{ MPa}$$

$$\overline{\tau_{US}} = 1,5 \times 2,1 = 3,15 \text{ MPa}$$

$$\tau_{us} = 0,48 \text{ MPa} \leq \overline{\tau_{US}} = 3,15 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

**f- Ancrage des armatures tendues :**

$$\tau_s = 0,6 \psi s^2 f_{t28} = 0,6(1,5)^2 2,1 = 2,835 \text{ MPa}$$

La longueur de scellement droit  $l_s = \Phi f_e / 4\tau_s$

Avec  $\Phi$  : diamètre d'une barre.

$$L_s = 1,4 \times 400 / (4 \times 2,835) = 49,38 \text{ cm.}$$

Cette longueur dépassée la largeur de poteau « 45 cm » donc il faut courber les barres avec un rayon :  $r = 5,5 \Phi = 5,5 \times 1,4 = 7,70 \text{ cm}$

**g- Calcul des crochets :**

Crochets courants angle de  $90^\circ$

$$L_2 = d - (c + \phi/2 + r) ; \text{ Profondeur utile } d = 31,5 \text{ cm.}$$

$$L_1 \geq \frac{L_s - 2,19r - L_2}{1,87}$$

$$\phi_L = 1,4 \text{ cm} \quad ; \quad L_2 = 20,60 \text{ cm} \quad ; \quad L_1 = 6,37 \text{ cm}$$

**h- La longueur de recouvrement :**

D'après le R.P.A 99 (version 2003), la longueur minimale de recouvrement est de  $40 \Phi$  en zone I.

$$\Phi = 1,4 \text{ cm} \rightarrow l = 60 \text{ cm}$$

$$\Phi = 1,2 \text{ cm} \rightarrow l = 50 \text{ cm.}$$

❖ **Vérification des contraintes (ELS) :**

$$M_{ts} = 7,47 \text{ KN.m}$$

$$A = 0,69 \text{ cm}^2$$

**a- Position de l'axe neutre :**

$$by^2/2 - n.A (d-y) = 0 \Leftrightarrow 15y^2 + 10,35y - 326,03 = 0 \Rightarrow y = 4,33 \text{ cm}$$

**b- Moment d'inertie :**

$$I = (b/3)y^3 + n.A (d-y)^2 = 8452,30 \text{ cm}^4$$

**c- Contrainte maximal dans le béton comprimée  $\sigma_{bc}$ :**

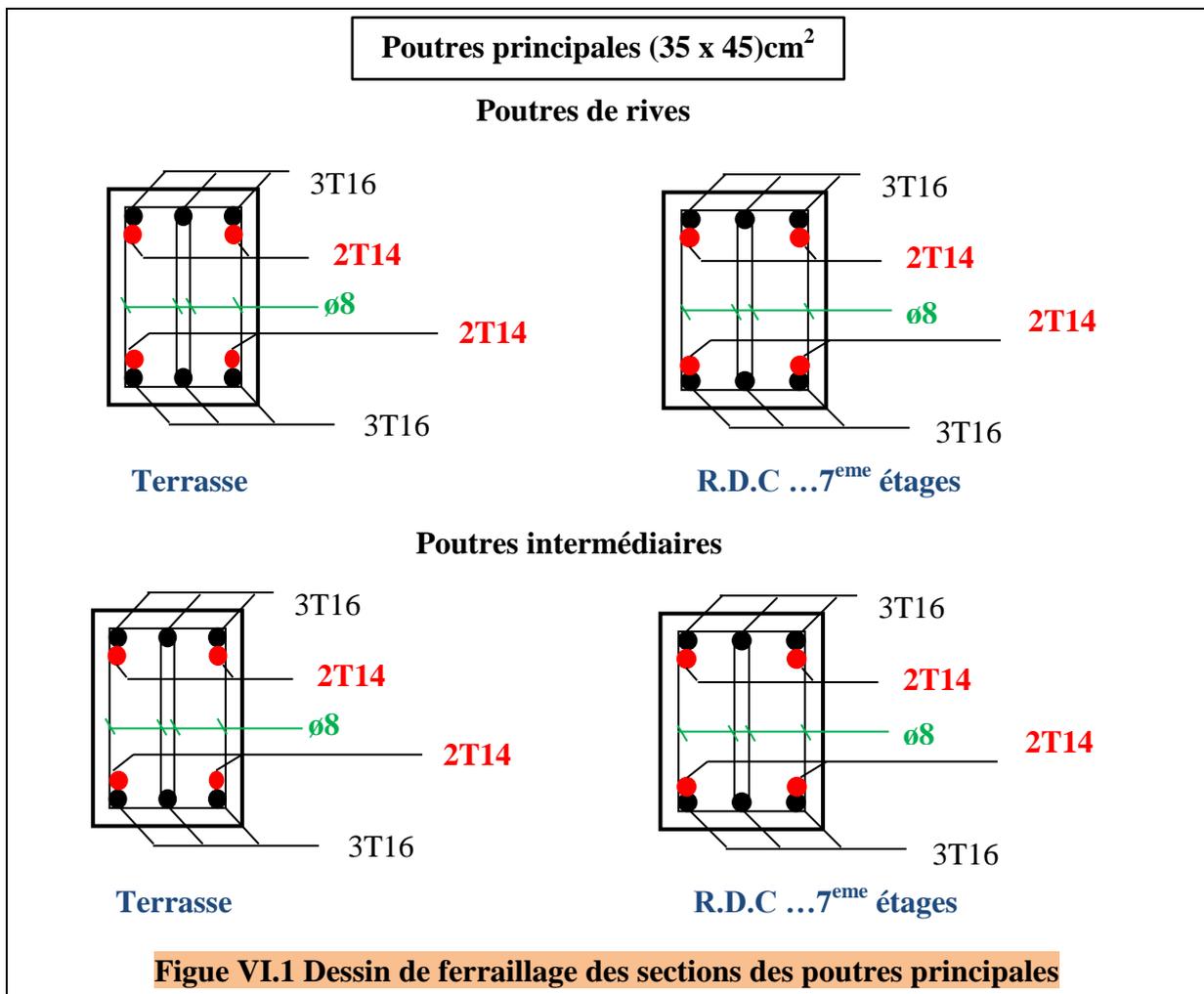
$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{bc} = K \cdot y = \frac{M_{ser}}{I} \times Y = \frac{7.47 \times 10^3}{8452.3 \cdot 10} \times 4.33 = 3.83 \text{ MPa} \\ \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \\ \sigma_{bc} = 3.83 \text{ MPa} < \overline{\sigma}_{bc} = 15 \text{ MPa} \dots\dots\dots \text{condition vérifiée} \end{array} \right.$$

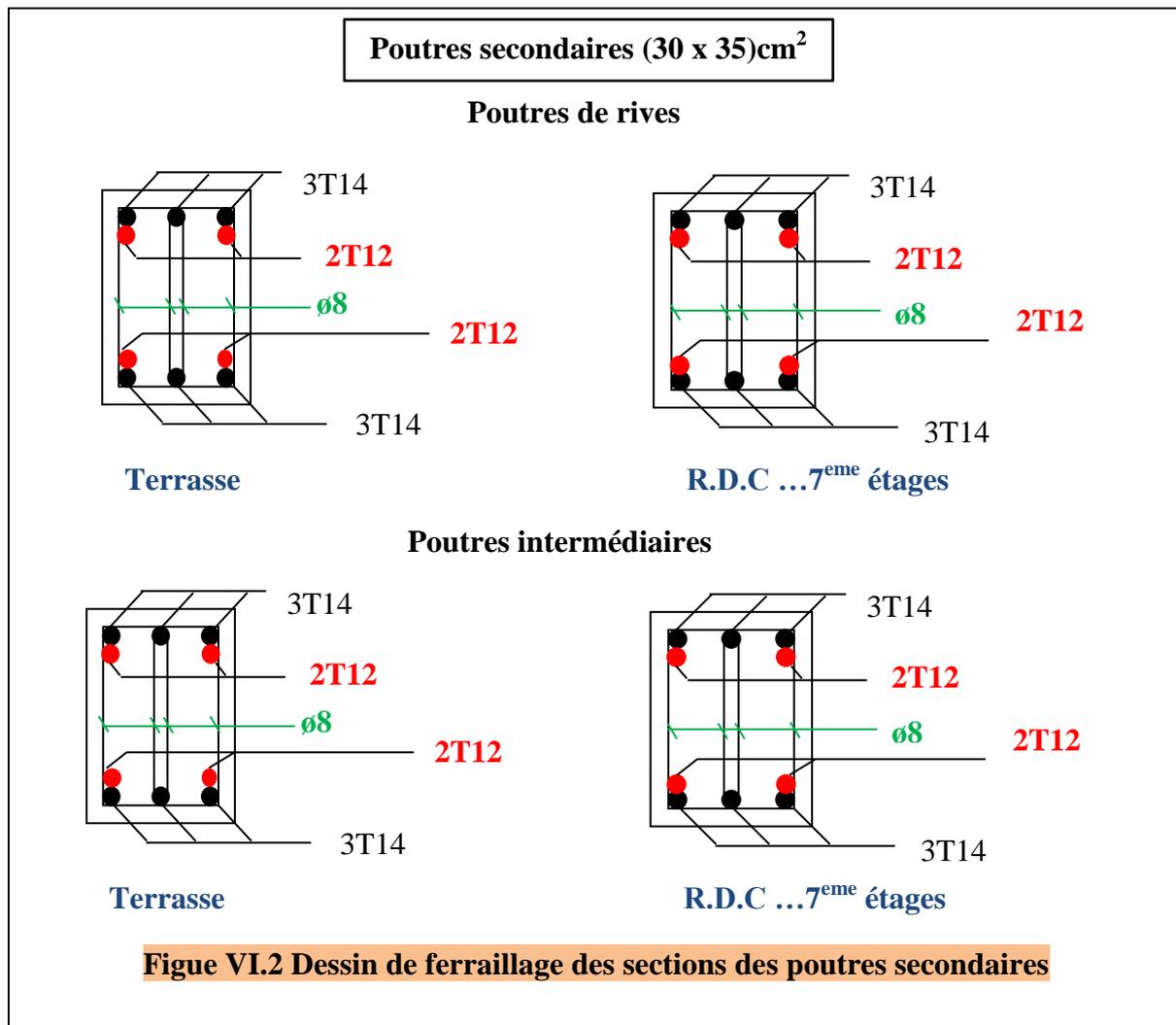
**❖ Vérification de la flèche :**

$M_{ts} = 7.47 \text{ KN.m}$  ;  $M_{0s} = (G+Q)L^2/8 = 15.17 \text{ KN.m}$  (à l'ELS)

$A_s = 0.69 \text{ cm}^2$

$$\left\{ \begin{array}{l} h/L > 1/16 \dots\dots\dots 0.095 > 0.0625 \quad (\text{condition vérifiée}) \\ h/L > M_t/10M_0 \dots\dots\dots 0.095 > 0.050 \quad (\text{condition vérifiée}) \\ A_s/bd < 4.2/fe \dots\dots\dots 0.0007 < 0.0105 \quad (\text{condition vérifiée}). \end{array} \right.$$





#### VI.4 Ferrailage des poteaux :

##### VI.4.1 Méthode de calcul :

En général, Les poteaux sont sollicités par un moment de flexion et un effort normal et un effort tranchant, le calcul doit se faire en flexion composée.

La section des armatures doit être égale au maximum entre les 6 sections des trois Combinaisons suivantes :

$$\text{- 1<sup>er</sup> Genre : } 1,35G + 1,5Q \Rightarrow [N_{\max}; M_{\text{coresp}}] \rightarrow A_1$$

$$[N_{\min}; M_{\text{coresp}}] \rightarrow A_2$$

$$[M_{\max}; N_{\text{coresp}}] \rightarrow A_3$$

$$\text{- 2<sup>eme</sup> Genre : } 0,8G \pm E \Rightarrow [N_{\max}; M_{\text{coresp}}] \rightarrow A_4$$

$$G + Q \pm E \quad [N_{\min}; M_{\text{coresp}}] \rightarrow A_5$$

$$[M_{\max}; N_{\text{coresp}}] \rightarrow A_6$$

Dans le calcul relatif aux « ELU », on introduit des coefficients de sécurité ( $\gamma_s, \gamma_b$ )

- Pour situation accidentelle :  $\gamma_s=1 \Rightarrow \sigma_s = 400 \text{ MPa}$ .  
 $\gamma_b=1,15 \Rightarrow \sigma_b = 18,48 \text{ MPa}$
- Pour les autres cas :  $\gamma_s=1,15 \Rightarrow \sigma_s = 348 \text{ MPa}$ .  
 $\gamma_b=1,5 \Rightarrow \sigma_b = 14,17 \text{ MPa}$

### **Ferrailage exigé par R.P.A 99(version 2003) :**

- Les armatures longitudinales doivent être à haute adhérence droites et sans crochet.
- Le pourcentage minimal des aciers sur toute la longueur sera de 0,7% (zone I)
- Le pourcentage maximal des aciers sur toute la longueur sera de 04% en zone courante, 06% en zone de recouvrement.
- Le diamètre minimum est de 12 mm
- La longueur minimale de recouvrement est de 40 Ø (zone I)
- La distance entre les barres verticales dans une face du poteau ne doit pas dépasser 25cm en zone I.
- Les jonctions par recouvrement doivent être faites si possible à l'extérieur des zones nodales.

On fait un seul exemple de calcul pour un seul niveau et les résultats des calculs des autres niveaux seront données dans des tableaux

**Tableau VI.5 : les sections min et max imposées par le RPA 99 V 2003 et le BAEL91.**

Types des poteaux	$A_{\min}=0,7\%bh_t$ (RPA)	$A_{\min}=0.2\%xbh_t$ (BAEL)	$A_{\max1}=4\%bh_t$	$A_{\max2}=6\%bh_t$
1 <sup>ere</sup> type (45x45) cm <sup>2</sup>	14.17cm <sup>2</sup>	4.05 cm <sup>2</sup>	81cm <sup>2</sup>	121.5cm <sup>2</sup>
2 <sup>eme</sup> type (40x40) cm <sup>2</sup>	11.20cm <sup>2</sup>	3.20 cm <sup>2</sup>	64cm <sup>2</sup>	96cm <sup>2</sup>
3 <sup>eme</sup> type(35x35) cm <sup>2</sup>	8.58cm <sup>2</sup>	2.45 cm <sup>2</sup>	49cm <sup>2</sup>	73.5cm <sup>2</sup>

**Tableau VI.6- Les sollicitations défavorables du 1<sup>er</sup> genre:**

Etages			(45x45)cm <sup>2</sup> type I	(40x40) cm <sup>2</sup> typeII	(35x35) cm <sup>2</sup> typeIII
Poteaux	combinaison		R.D.C....2 <sup>eme</sup>	3 <sup>eme</sup> .....5 <sup>eme</sup>	6 <sup>eme</sup> .....7 <sup>eme</sup>
Poteau le plus sollicité	A <sub>1</sub>	N <sub>max</sub> (KN)	1152.76	700.98	285.67
		M <sub>cor</sub> (KN.m)	17.95	25.75	15.72
	A <sub>2</sub>	N <sub>min</sub> (KN)	186.24	69.56	6.99
		M <sub>cor</sub> (KN.m)	8.04	10.85	1.33
	A <sub>3</sub>	M <sub>max</sub> (KN.m)	38.58	39.46	50.50
		N <sub>cor</sub> (KN)	737.36	360.99	110.69

**Tableau VI.7- Les sollicitations défavorables du 2<sup>eme</sup> genre :**

Etages			(45x45)cm <sup>2</sup> type I	(40x40) cm <sup>2</sup> typeII	(35x35) cm <sup>2</sup> typeIII
Poteaux	combinaison		R.D.C....2 <sup>eme</sup>	3 <sup>eme</sup> .....5 <sup>eme</sup>	6 <sup>eme</sup> .....7 <sup>eme</sup>
Poteau le plus sollicité	A <sub>4</sub>	N <sub>max</sub> (KN)	1546.66	575.54	217.99
		M <sub>cor</sub> (KN.m)	11.40	23.19	17.40
	A <sub>5</sub>	N <sub>min</sub> (KN)	1185.40	366.66	87.57
		M <sub>cor</sub> (KN.m)	10.10	21.92	21.75
	A <sub>6</sub>	M <sub>max</sub> (KN.m)	77.22	80.62	63.69
		N <sub>cor</sub> (KN)	493.30	231.20	67.42

**VI.4.2 Exemple de calcul : « poteau centrale (RDC....2<sup>ème</sup> étage) » :****Le poteau choisi pour l'étude (45x45) cm<sup>2</sup>****Données :**

- Le coffrage du poteau (45 x 45) cm<sup>2</sup>
- Enrobage c=2,5 cm.
- Hauteur utile de la section d=h<sub>t</sub> - c=42.5 cm
- Contrainte des aciers utilisés f<sub>e</sub>=400 MPa
- Contrainte du béton à 28 jours f<sub>c28</sub>=25 MPa
- Contrainte limite de traction du béton f<sub>t28</sub>=2,1 MPa.
- Fissuration peu préjudiciable

**- Combinaison du 1<sup>er</sup> genre :**

(A<sub>1</sub>) N<sub>max</sub>=1152.76 KN ; M<sub>corresp</sub>=17.95 KN.m

(A<sub>2</sub>) N<sub>min</sub>=186.24 KN ; M<sub>corresp</sub>=8.04 KN.m

(A<sub>3</sub>) M<sub>max</sub>=38.58 KN.m ; N<sub>corresp</sub>=737.36 KN

**- Combinaison du 2<sup>ème</sup> genre :**

(A<sub>4</sub>) N<sub>max</sub>=1546.66 KN ; M<sub>cor</sub>=11.40 KN.m

(A<sub>5</sub>) N<sub>min</sub>=1185.40 KN ; M<sub>cor</sub>=10.10 KN.m

(A<sub>6</sub>) M<sub>max</sub>=77.22 KN.m ; N<sub>cor</sub>=493.30 KN

**a) combinaison de 1er genre :**

**(a)- N<sub>max</sub>=1152.76 KN ; M<sub>cor</sub>=17.95 KN.m**

**✚ Détermination du centre de pression :**

e=M/N=17.95/1152.76=0,016 m.

$$M_u = N_u \left( d - \frac{ht}{2} + e \right) = 1152.76 \left( 0,425 - 0,45/2 + 0,016 \right) = 212.10 \text{ KN.m}$$

**✚ Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u \cdot d \left( 1 - 0,514 N_u / b \cdot d \cdot f_{bc} \right) \end{cases} \quad \begin{cases} N_u = 1152.76 \text{ KN} < 2869.43 \text{ KN} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \\ M_u = 212.10 \text{ KN.m} < 382.81 \text{ KN.m} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires (A<sub>1</sub>=A'<sub>1</sub>=0)

**(b)- N<sub>min</sub>=186.24 KN ; M<sub>cor</sub>=8.04 KN.m**

**✚ Détermination du centre de pression :**

e=M/N=8.04/186.24=0.043 m.

$$M_u = N_u \left( d - \frac{ht}{2} + e \right) = 186.24 \left( 0,425 - 0,45/2 + 0,043 \right) = 29.24 \text{ KN.m}$$

✚ **Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u \cdot d \cdot (1 - 0,514 N_u / b \cdot d \cdot f_{bc}) \end{cases} \quad \begin{cases} N_u = 186.24 \text{ KN} < 2869.43 \text{ KN} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \\ M_u = 29.24 \text{ KN.m} < 76.35 \text{ KN.m} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_2 = A'_2 = 0$ )

$$(c)\text{- } M_{\max} = 38.58 \text{ KN.m} ; N_{\text{cor}} = 737.36 \text{ KN}$$

✚ **Détermination du centre de pression :**

$$e = M/N = 38.58 / 737.36 = 0.052 \text{ m.}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{ht}{2} + e \right) = 737.36 \left( 0,425 - 0,45/2 + 0,052 \right) = 109.13 \text{ KN.m}$$

✚ **Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u \cdot d \cdot (1 - 0,514 N_u / b \cdot d \cdot f_{bc}) \end{cases} \quad \begin{cases} N_u = 737.36 \text{ KN} < 2869.43 \text{ KN} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \\ M_u = 109.13 \text{ KN.m} < 269.55 \text{ KN.m} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_3 = A'_3 = 0$ )

**b) Combinaison de 2eme genre :**

$$(a)\text{- } N_{\max} = 1546.66 \text{ KN } M_{\text{cor}} = 11.40 \text{ KN.m}$$

✚ **Détermination du centre de pression :**

$$e = M/N = 11.40 / 1546.66 = 0.007 \text{ m.}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{ht}{2} + e \right) = 1546.66 \left( 0,425 - 0,45/2 + 0,007 \right) = 298.51 \text{ KN.m}$$

✚ **Vérification si la section est surabondante :**

$$\begin{cases} N_u \leq 0,81 f_{bc} \cdot b \cdot h \\ M_u \leq N_u \cdot d \cdot (1 - 0,514 N_u / b \cdot d \cdot f_{bc}) \end{cases} \quad \begin{cases} N_u = 1546.66 \text{ KN} < 2869.43 \text{ KN} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \\ M_u = 298.51 \text{ KN.m} < 464.5 \text{ KN.m} \dots\dots\dots C \text{ .Vérifiée} \end{cases}$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_4 = A'_4 = 0$ )

$$(b)\text{- } N_{\min} = 1185.40 \text{ KN} = M_{\text{cor}} = 10.10 \text{ KN.m}$$

✚ **Détermination du centre de pression :**

$$e = M/N = 10.10 / 1185.40 = 0.009 \text{ m.}$$

$$M_u = N_u \left( d - \frac{ht}{2} + e \right) = 1185.40 \left( 0,425 - 0,45/2 + 0,009 \right) = 226.41 \text{ KN.m}$$

**✚ Vérification si la section est surabondante :**

$$\left[ \begin{array}{l} N_u \leq 0,81f_{bc}.b.h \\ M_u \leq N_u.d (1-0,514N_u/b.d.f_{bc}) \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} N_u=1185.40\text{KN} < 2869.43\text{KN}..... \text{ C .Vérifiée} \\ M_u=226.41 \text{ KN.m} < 390.53 \text{ KN.m.. C. Vérifiée} \end{array} \right.$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_5=A'_5=0$ )

**(c)-  $M_{\max}=77.22 \text{ KN.m}$   $N_{\text{cor}}=493.30\text{KN}$**

**✚ Détermination du centre de pression :**

$e=M/N=77.22/493.30=0.16 \text{ m.}$

$M_u=N_u (d-\frac{ht}{2}+e)=493.30(0,425-0,45/2+0,16)=19.73 \text{ KN.m}$

**✚ Vérification si la section est surabondante :**

$$\left[ \begin{array}{l} N_u \leq 0,81f_{bc}.b.h \\ M_u \leq N_u.d (1-0,514N_u/b.d.f_{bc}) \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} N_u=493.30\text{KN} < 2869.43\text{KN}..... \text{ C .Vérifiée} \\ M_u=19.73 \text{ KN.m} < 190.04 \text{ KN.m.. C. Vérifiée} \end{array} \right.$$

Les deux conditions sont vérifiées donc la section est surabondante, les armatures ne sont pas nécessaires ( $A_6=A'_6=0$ )

**Tableau VI.8 : Récapitulatif du calcul de ferrailage des poteaux les plus sollicité :**

Niveaux	Comb.	1 <sup>er</sup> genre			2 <sup>eme</sup> genre			A <sub>min</sub> (cm <sup>2</sup> )	A <sub>adoptée</sub> (cm <sup>2</sup> )
		N <sub>U</sub> (KN)	M <sub>u</sub> (KN.m)	A <sub>cal</sub> (cm <sup>2</sup> )	N <sub>acc</sub> (KN)	M <sub>acc</sub> (KN.m)	A <sub>cal</sub> (cm <sup>2</sup> )		
RDC, 2 <sup>eme</sup> (45x45) cm <sup>2</sup>	(a)	1152.76	17.95	0	1546.66	11.40	0	14.17	<b>8T16</b>
	(b)	186.24	8.04	0	1185.40	10.10	0		=
	(c)	737.36	38.58	0	493.30	77.22	0		<b>16.08</b>
2 <sup>eme</sup> au 5 <sup>eme</sup> (40x40) cm <sup>2</sup>	(a)	700.98	25.75	0	575.54	23.19	0	11.20	<b>4T16</b>
	(b)	69.56	10.85	0	366.66	21.92	0		<b>4T14</b>
	(c)	360.99	39.46	0	231.20	80.62	0		= <b>14.20</b>
6 <sup>eme</sup> au 7 <sup>eme</sup> (35x35) cm <sup>2</sup>	(a)	285.67	15.72	0	217.99	17.40	0	8.58	<b>4T14</b>
	(b)	6.99	1.33	0	87.57	21.75	0		<b>4T12</b>
	(c)	110.69	50.50	0	67.42	63.69	0		= <b>10.68</b>

**VI.5 Les vérifications :**

**a) Vérification de la contrainte de cisaillement : « poteau le plus sollicité (45x45) cm<sup>2</sup> » :**

$$T_{\max} = 23.99 \text{ KN}$$

$$\left[ \text{Contrainte tangente : } \tau_u = T / (b \times d) = 23.99 \times 10 / (45 \times 42.5) = 0,13 \text{ MPa} \right.$$

$$\left[ \text{Contrainte tangente admissible : } \bar{\tau}_U = \min(0,13 f_{c28} ; 5 \text{ MPa}) = 3,25 \text{ MPa} \right.$$

$$\tau_u = 0,13 < \bar{\tau}_U = 3,25 \text{ MPa} \dots \dots \dots \text{condition Vérifiée}$$

Pas de risque de cisaillement.

**b) Calcul des armatures transversales :**

Selon le R.P.A 99 V 2003 Le diamètre des armatures transversales est donnée par :  $\Phi_t = \Phi_l / 3$

$$\Phi_t = 16 / 3$$

$$\Phi_t = 5.33 \text{ mm}$$

**Donc le choix adopté est  $\Phi 8$ .**

Les armatures transversales des poteaux sont calculées à l'aide de la formule:

$$\frac{A_t}{S_t} = \frac{\rho_a \cdot V_u}{h_1 \cdot f_e}$$

-  $V_u$  : Effort tranchant de calcul

-  $h_1$  : hauteur totale de la section brute

-  $f_e$  : Contrainte limite élastique de l'acier d'armature transversale

-  $\rho_a$  : est un coefficient correcteur égale à 2,5 si l'élançement géométrique  $\lambda_g \geq 5$  et à 3,75 dans le cas contraire.

-  $S_t$  : Espacement des armatures transversales.

**b.1 Calcul de l'espacement :**

D'après le R.P.A 99 (version 2003), On a :

$$\text{-En zone nodale : } S_t \leq \min(10 \Phi_L ; 15\text{cm}) = 15\text{cm} \quad \text{Soit } S_t = \mathbf{10\text{cm.}}$$

$$\text{-En zone courante : } S_t \leq 15 \Phi_L = 24\text{cm} \quad \text{Soit } S_t = \mathbf{15\text{cm.}}$$

**b.2 Calcul de l'élançement géométrique  $\lambda_g$ :**

$$\lambda_g = L_f / b$$

**Avec:**  $L_f$  : Longueur de flambement du poteau.

$b$  : Dimension de la section droite du poteau.

$$L_f = 0,7 L_0$$

$$\lambda_g = 0.7 \cdot L_0 / b = 0.7 \times 3.06 / 0.45 = 4,76$$

$$\lambda_g = 4.76 < 5 \Rightarrow \rho_0 = 3,75 \text{ (d'après le RPA.99 V 2003).}$$

$$\text{Donc: } A_t = \frac{S_t \cdot \rho_a \cdot V_u}{h_1 \cdot f_e} = \frac{15 \times 3.75 \times 23.99 \times 10^3}{45 \times 235 \times 10^2} = 1.28 \text{ cm}^2$$

**c) Quantité d'armatures transversales minimales :**

$A_t / T.b$  en % est donnée comme suit :

$$\lambda_g = 3 < 4.76 < 5 : \quad 0,55\%$$

$$\text{Alors :} \quad \begin{cases} \text{Zone nodale : } A_t = 0,0055 \times 10 \times 45 = 2,48 \text{ cm}^2 \\ \text{Zone courante : } A_t = 0,0055 \times 15 \times 45 = 3,71 \text{ cm}^2 \end{cases}$$

$$\text{Le choix :} \quad \begin{cases} A_t = \phi 8 \\ S_t = 10 \text{ cm} \end{cases}$$

**d) Vérification de la section minimale d'armatures transversales :**

$$\frac{A_t \cdot f_e}{b \cdot S_t} \geq \max(\tau_u; 0,4 \text{ MPa}) = 0,4 \text{ MPa.}$$

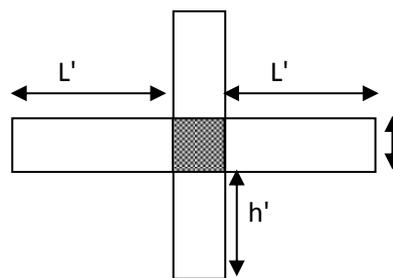
$$A_t \geq 0,4 \cdot S_t \cdot b / f_e ; \quad \text{ronds lisses} \Rightarrow f_e = 235 \text{ MPa}$$

$$A \geq 0,4 \times 15 \times 45 / 235 = 1,15 \text{ cm}^2 < 3,71 \text{ cm}^2 \dots \dots \dots \text{condition vérifiée}$$

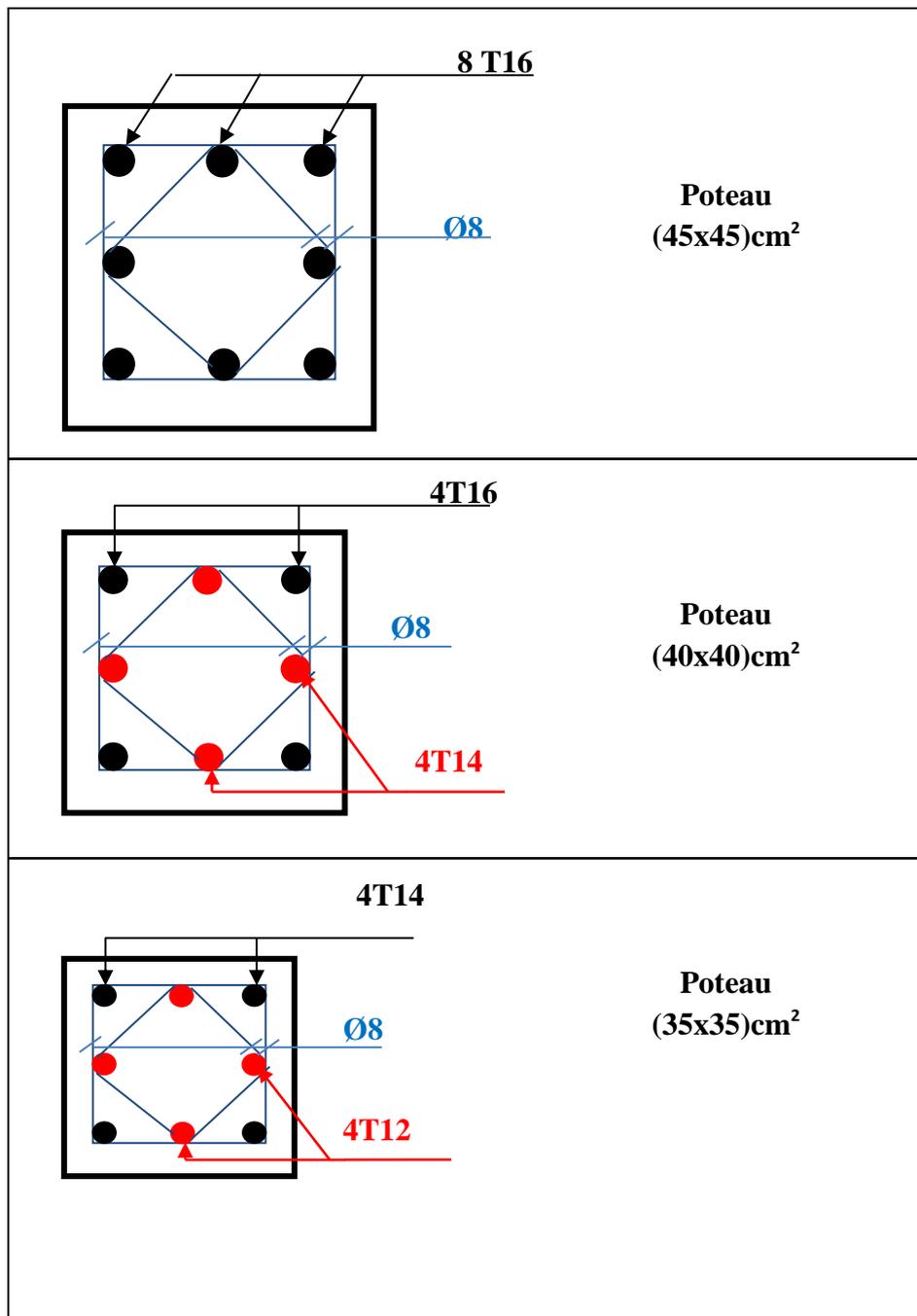
**e) Détermination de la zone nodale:**

La zone nodale est constituée par le nœud **poutre-poteau** proprement dit et les extrémités des barres qui y concourent. Les longueurs à prendre en compte pour chaque barre sont données dans la figure suivante :

$$\begin{cases} h' = \max(h_e/6; b; h; 60 \text{ cm}) = \max(306/6 ; 45 ; 45 ; 60) = 60 \text{ cm} \\ L' = 2 \cdot h = 2 \times 45 = 90 \text{ cm} \end{cases}$$



**Figure VI.3 : La zone nodale**



**Figure VI.4 : Ferrailages des sections des poteaux**