

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

9.1 Introduction :

Sous l'effet excitation (séisme) la structure se met en mouvement lorsque le réservoir est plein il n'y a pas de mouvement relatif du liquide par rapport au réservoir, du point de vue dynamique. Tout se passe comme si l'ensemble (liquide, réservoir) constitue une seule masse, par contre dans les réservoirs partiellement remplis, le liquide ne se comporte plus comme une masse rigidement liée à la cuve, mais une partie de l'eau oscille indépendamment des oscillations du réservoir, ce qui donne naissance à des vagues en surface.

L'étude hydrodynamique a pour but de déterminer le moment créé par l'éclatement des vagues sur la paroi. On pourra ainsi déterminer la hauteur maximale de la vague si celle-ci risque d'endommager la coupole ou augmenter la hauteur de la sécurité.

9.2 Méthode de calcul d'après HOUZNER :

Cette méthode aboutie à des expressions relativement dans cette modélisation, HOUZNER décompose l'action du liquide en 2 types :

- Une action passive provoquant des efforts d'impulsion.
- Une action active provoquant des efforts d'oscillation.

9.2.1 Les effets d'impulsion :

Il proviennent de ce qu'une partie de la masse du liquide dite masse passive réagit par inertie à la translation des parois du réservoir, son système mécanique équivalent est obtenu en considérant une masse M_i liée rigidement à la cuve à une hauteur h_i telle qu'elle exerce sur les parois mêmes efforts horizontaux que la masse d'eau équivalente.

9.2.2 Les efforts d'oscillation :

Ils proviennent de ce qu'une partie de la masse du liquide dite masse active se met en mouvement d'oscillation sous l'action du séisme on équivalente mécanique s'obtient en considérant une masse M_0 appliqué au niveau h_0 dans le modèle adopté, la masse M_0 est reliée à la structure par une tige de raideur K_1 formant ainsi un couplage direct avec M_i tandis que M_i est reliée par une tige représentant le support de la structure de raideur K_0 .

Pour simplifier les calculs on admettra que la cuve réelle peut être remplacée par une cuve cylindrique.

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

9.3 Le rayon R est déterminé par l'expression suivante :

$$V = \pi R^2 h \rightarrow R = \sqrt{\frac{V}{\pi \cdot h}}$$

$$V = 5045 \text{ m}^3$$

$$H = 9,78 \text{ m}$$

$$R = \sqrt{\frac{5045}{3,14 \cdot 9,87}}$$

$$R = 12,81 \text{ m}$$

$$\text{Poids de liquide} = 5045 \text{ t}$$

$$\text{Poids de réservoirs vide } M_r = 830191,54 \text{ kg} = 830,191 \text{ t}$$

$$\text{Poids total du réservoir } M_t = 5875191,54 \text{ kg} = 5875,191 \text{ t}$$

$$\text{Poids de la tour } 141,350 \text{ t}$$

9.4 Masse d'eau inertie M_i :

$$M_i = M_e \frac{th \cdot \sqrt{3}R/h}{\sqrt{3}R/h} + M_r$$

$$M_i = 5045 \frac{th \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{12,81/9,78}{12,81/9,78} + 830,191$$

$$M_i = 3006,86 \text{ t}$$

9.5 Masse active oscillante M_0 :

$$M_0 = M_e \cdot 0,318 \cdot \frac{R}{h} \cdot th \left(1,84 \cdot \frac{h}{R} \right)$$

$$M_0 = 1862,59 \text{ t}$$

9.6 Calcul de h_i et h_0 :

$$h_i = \frac{3}{8} h$$

$$h_i = 3,66 \text{ m}$$

$$h_0 = h \left[1 - \frac{ch \left(1,84 \frac{h}{R} \right) - 1}{\frac{1,84 h}{R} ch \left(1,84 \frac{h}{R} \right)} \right]$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

$$h_0 = 9,78 \left[1 - \frac{2,16-1}{3,03} \right]$$

$$h_0 = 6,04 \text{ m}$$

9.7 Pulsation de la masse oscillante w_0 :

$$w_0^2 = 1,84 \cdot \frac{g}{R} \operatorname{th} \left(1,84 \cdot \frac{h}{R} \right)$$

$$w_0^2 = 1,84 \cdot \frac{9,81}{12,81} \operatorname{th} \left(1,84 \cdot \frac{9,78}{12,81} \right)$$

$$w_0^2 = 1,24 \Rightarrow w_0 = 1,11 \text{ rd/s}$$

9.8 Calcul des raideurs :

9.8.1 Raideur du couple M_0 et M_i : K_1

$$K_1 = m_1 \cdot w_0^2 \text{ Avec } m_1 = \frac{M_0}{g}$$

$$m_1 = \frac{1862,59 \times 10^3}{9,81} = 1,89 \cdot 10^5 \text{ Kg}$$

$$m_1 = 18,98 \cdot 10^4 \text{ kg}$$

$$\text{D'où } K_1 = 18,98 \cdot 10^4 \times 1,24$$

$$K_1 = 235,35 \cdot 10^4 \text{ N/m}$$

9.8.2 Raideur du support K_0 :

$$K_0 = \frac{P}{P'} \cdot \frac{3EI}{l^3}$$

Ou : P : poids total di réservoir M_t

$$P' = M_t + \frac{33}{140} M_{\text{tour}}$$

$$P' = 5875,191 + \frac{33}{140} \cdot 141,350$$

$$P' = 5908,50 \text{ t}$$

$$E = 11000 \sqrt[3]{f_{c28}}$$

$$E = 11000 \sqrt[3]{30}$$

$$E = 34179,55 \text{ Mpa}$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

$$E=34179,55 \cdot 10^6 \text{ N/m}^2$$

$$I = \frac{\pi}{64} (D_{ext}^4 - D_{int}^4)$$

$$I = \frac{3,14}{64} (8,18^4 - 7,86^4)$$

$$I = 32,41 \text{ m}^4$$

$$l = 15,15$$

m : longueur de la tour

$$K_0 = \frac{P}{P'} \cdot \frac{3EI}{l^3}$$

$$K_0 = \frac{5875,191}{5908,50} \cdot \frac{3 \times 3,4179557 \times 32,41}{15,15^3}$$

$$K_0 = 95032,8090 \times 10^4 \text{ N/m}$$

9.9 Calcul des pulsations propres des deux modes de vibration :

$$W_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{k_{00}}{m_0} + \frac{k_{11}}{m_1} \pm \sqrt{\left(\frac{k_{00}}{m_0} - \frac{k_{11}}{m_1} \right)^2 + 4 \frac{k_{01} \times k_{00}}{m_0 m_1}} \right]$$

Avec :

$$K_{00} = k_0 + k_1 = 95268,16 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$K_{11} = k_1 = 235,35 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$K_{01} = -k_{01} = -235,35 \times 10^4 \text{ N/m}$$

$$\text{Et } m_0 = \frac{Mi}{g} = \frac{3006,86}{9,81} = 30,65 \times 10^4 \text{ kg}$$

Remarque :

M_0 et M_i sont des poids.

m_0 et m_i sont des masses.

$$W_{1,2} = \frac{1}{2} \left[\frac{95268,16}{30,65} + \frac{235,35}{18,98} \pm \sqrt{\left(\frac{95268,16}{30,65} - \frac{235,35}{18,98} \right)^2 + 4 \frac{(235,35)^2}{30,65 \times 18,98}} \right]$$

$$w_{1,2} = \frac{1}{2} [3120,65 \pm 3095,92]$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

$$w_1^2 = 12,37 \rightarrow w_1 = 3,51 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = \frac{2\pi}{w_1} = 1,79 \text{ s}$$

$$w_2^2 = 3108,28 \rightarrow w_2 = 55,75 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = \frac{2\pi}{w_2} = 0,112 \text{ s}$$

9.10 Calculs du taux d'amplitude ϕ_{0-n} :

$$\phi_{0-n} = \frac{-k_{01}/m_0}{\frac{k_{00}}{m_0} - w_n^2}$$

$$-(235,35)/30,65$$

$$\phi_{0-1} = \frac{95268,16}{30,65} - 12,37 = 0,002$$

$$\phi_{0-1} = 0,002$$

$$\phi_{0-2} = \frac{-k_{01}/m_0}{\frac{k_{00}}{m_0} - w_n^2} = \frac{-(235,35)/30,65}{\frac{95268,16}{30,65} - 3108,28} = -378,386$$

$$\phi_{0-2} = -378,386$$

9.11 Facture de contribution δ_n :

$$\delta_n = \frac{m_0 \cdot \phi_{0-n} + m_1}{m_0 \cdot \phi_{0n}^2 + m_1}$$

$$\delta_2 = \frac{m_0 \cdot \phi_{0-2} + m_1}{m_0 \cdot \phi_{02}^2 + m_1}$$

$$\delta_2 = \frac{30,65 \cdot (-378,386) + 18,98}{30,65 \cdot (-378,386)^2 + 18,98}$$

$$\delta_2 = -0,0026$$

$$\delta_1 = \frac{m_0 \cdot \phi_{0-1} + m_1}{m_0 \cdot \phi_{01}^2 + m_1}$$

$$\delta_1 = \frac{30,65 \cdot (0,002) + 18,98}{30,65 \cdot (0,002)^2 + 18,98}$$

$$\delta_1 = 1,0032$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

9.12 Calcul des déplacements :

$$1^{\text{ère}} \text{ mode} \begin{cases} x_{11} = \delta_1 \cdot \frac{SV_1}{W_1} \\ x_{01} = \emptyset_{01} \cdot x_{11} \end{cases}$$

$$w_1 = 3,51 \text{ rad/s} \rightarrow T_1 = 1,79 \text{ s} \quad \xi = 0,5\% \quad \Rightarrow SV_1 = 0,4922$$

$$x_{11} = 1,0032 \cdot \frac{0,4922}{3,51} = 0,14067$$

$$x_{01} = 0,000281$$

$$2^{\text{ème}} \text{ mode} \begin{cases} x_{12} = \delta_2 \cdot \frac{SV_2}{W_2} \\ x_{02} = \emptyset_{02} \cdot x_{12} \end{cases}$$

$$w_2 = 55,75 \text{ rad/s} \rightarrow T_2 = 0,112 \text{ s} \quad \xi = 2\% \quad \Rightarrow SV_2 = 0,1232$$

$$x_{12} = -0,0026 \cdot \frac{0,1232}{55,75} = -0,000005$$

$$x_{02} = 0,00217$$

Remarque :

ξ = coefficient d'amortissement pris égale 0,5 % pour le 1^{ère} mode et 2 % pour le 2^{ème} mode.

9.13 Calcul des forces horizontales :

$$1^{\text{ère}} \text{ mode} \begin{cases} F_{11} = K_{11} \cdot X_{11} + K_{10} \cdot X_{01} \\ F_{01} = K_{01} \cdot X_{11} + K_{00} \cdot X_{01} \end{cases}$$

$$F_{11} = 235,35 \cdot 10^4 (0,14067) + (-235,35 \cdot 10^4) \cdot 0,000281 = 33,10 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_{01} = -235,35 \cdot 10^4 (0,14067) + 95268,16 \cdot 10^4 \cdot 0,000281 = -6,33 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_{1t} = 26,77 \times 10^4 \text{ N}$$

$$2^{\text{ème}} \text{ mode} \begin{cases} F_{12} = K_{11} \cdot X_{12} + K_{10} \cdot X_{02} \\ F_{02} = K_{01} \cdot X_{12} + K_{00} \cdot X_{02} \end{cases}$$

$$F_{12} = 235,35 \cdot 10^4 (-0,000005) + (-235,35 \cdot 10^4) \cdot 0,00217 = -0,51188 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_{02} = -235,35 \cdot 10^4 (-0,000005) + 95268,16 \cdot 10^4 \cdot 0,00217 = 206,73 \cdot 10^4 \text{ N}$$

$$F_{2t} = 206,21812 \times 10^4 \text{ N}$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

9.14 Combinaison des 2 modes :

$$F_1' = \sqrt{F_{11}^2 + F_{12}^2} = 33,10 \cdot 10^4 \text{N}$$

$$F_2' = \sqrt{F_{01}^2 + F_{02}^2} = 206,82 \cdot 10^4 \text{N}$$

$$F_1 = \frac{F_1'}{R} = \frac{33.1}{12.81} = 2.58 \text{ t}$$

$$F_2 = \frac{F_2'}{R} = \frac{206.82}{12.81} = 16.14 \text{ t}$$

9.15 Calcul de R_A

$$\sum F_A = 0$$

$$R_A - 16.14 - 2.58 = 0$$

$$R_A = 18.72 \text{ t}$$

9.16 Calcul de M_A

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow M_A + 16.14 (18.35) + 2.58 (20.1) = 0$$

$$M_A = -348.027 \text{ t.m}$$

9.17 Calcul de $M(x)$

$$\sum M/C = 0 \Rightarrow -M_x - 348.027 + 18.72 X = 0$$

$$M_x = 18.72 X - 348.027$$

9.18 Calcul de $T(x)$

$$T(X) = \frac{dM(X)}{dX}$$

$$T(X) = 18.72 \text{ t.m}$$

Tableau 9.1 enseigné des moments fléchissant et des efforts tranchants sous l'effet de séisme

Z(m)	T(t)	M (t.m)
15.15	18.72	-64.419
12.12	18.72	-121.140
9.09	18.72	-177.862
6.06	18.72	-234.583
3.03	18.72	-291.305
0.00	18.72	-348.027

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

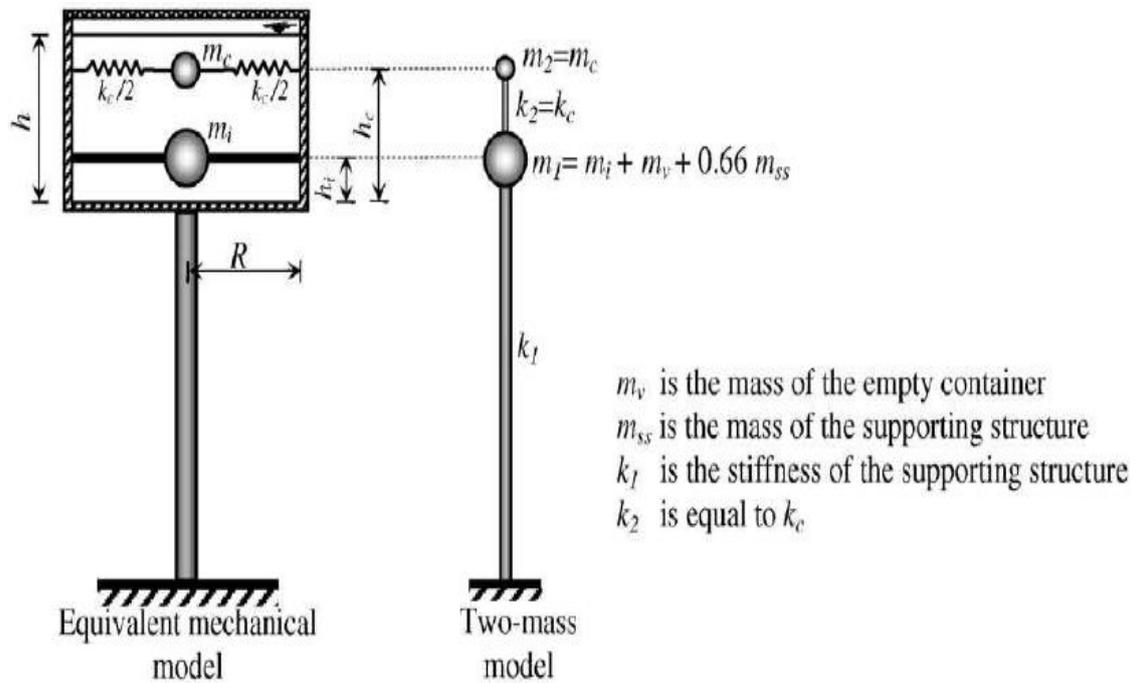


Figure 9.1 Analyse hydrodynamique à deux degrés de liberté selon Housner.

9.19 Calcul de la hauteur maximale des vagues :

$$d_{max} = \frac{0,408R}{\left(\frac{g}{w_n \theta_n R} - 1\right) \text{th}\left(1,84 \frac{h}{R}\right)}$$

Avec :

$$\theta_n = 1,53 \cdot \frac{\bar{X}_{1-n} - \bar{X}_{0-n}}{R} \text{th}\left(1,84 \frac{h}{R}\right)$$

$$\theta_1 = 1,53 \cdot \frac{\bar{X}_{11} - \bar{X}_{01}}{R} \text{th}\left(1,84 \frac{h}{R}\right)$$

$$\theta_1 = 1,53 \cdot \frac{0,14067 - 0,000281}{12,81} \text{th}\left(1,84 \frac{9,78}{12,81}\right)$$

$$\theta_1 = 0,0148$$

$$\theta_2 = 1,53 \cdot \frac{\bar{X}_{12} - \bar{X}_{02}}{R} \text{th}\left(1,84 \frac{h}{R}\right)$$

$$\theta_2 = 1,53 \cdot \frac{-0,000005 - 0,00217}{12,81} \text{th}\left(1,84 \frac{9,78}{12,81}\right)$$

$$\theta_2 = -0,00023$$

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

$$d_{1max} = \frac{0,408 \times 12,81}{\left(\frac{9,81}{3,51 \times 0,00148 \times 12,81} - 1 \right) th \left(1,84 \cdot \frac{9,78}{12,81} \right)}$$

$$d_{1max} = 0,04027 \text{ m}$$

$$d_{2max} = \frac{0,408 \times 12,81}{\left(\frac{9,81}{55,75 \times (-0,00023) \times 12,81} - 1 \right) th \left(1,84 \cdot \frac{9,78}{12,81} \right)}$$

$$d_{2max} = -0,09710 \text{ m}$$

D'où le déplacement totale (la hauteur maximale des vagues) pour la combinaison des 2 modes est :

$$d_{max} = \sqrt{d_{1max}^2 + d_{2max}^2}$$

$$d_{max} = \sqrt{(0,04027)^2 + (-0,09710)^2}$$

$$d_{max} = 0,105 \text{ m}$$

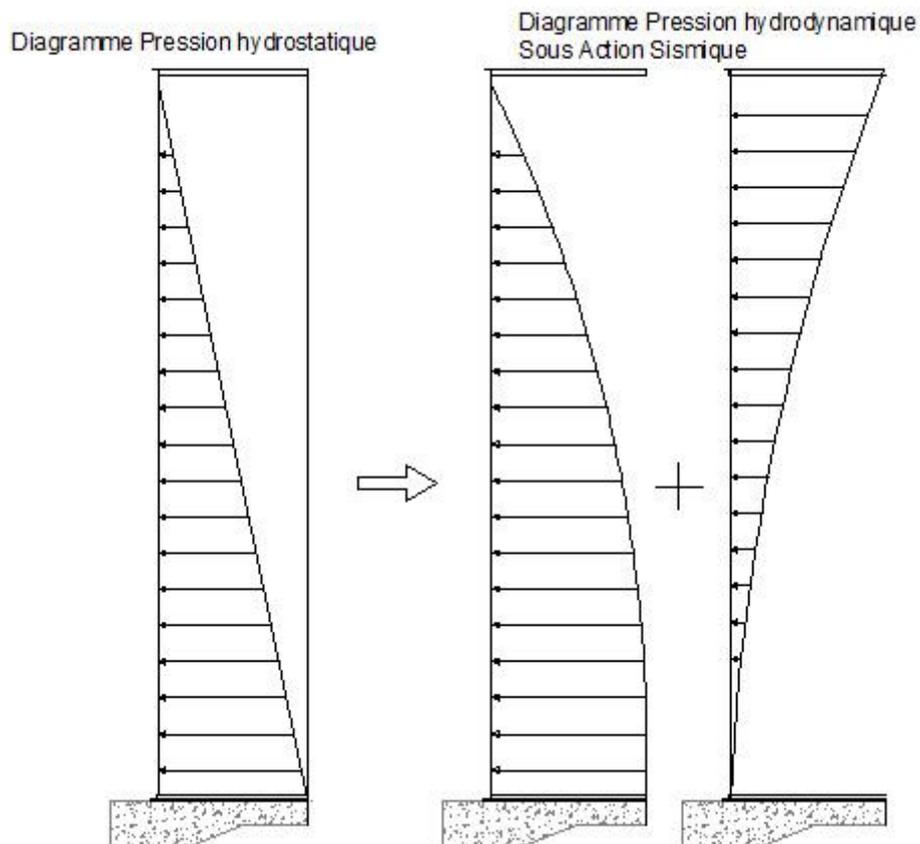


Figure 9.2 diagramme de la pression hydrostatique et hydrodynamique.

Chapitre 9 : Etude hydrodynamique

Remarque :

La contribution du 2^{ème} mode en ce qui concerne la hauteur des vagues est négligeable devant celle du 1^{ère} mode par contre sa combinaison est beaucoup plus importante que celle des 1^{ères} modes quand il s'agit des oscillations dynamiques.

9.20 Conclusion :

L'effet hydrodynamique nous montre deux choses :

La 1^{ère} est qu'on peut négliger l'effet des vagues si on prévoit une hauteur suffisante du couvercle (coupole).

Dans notre cas la création des vagues est peut influente et notre cheminée joue le rôle de mauvaise vagues.

La 2^{ème} chose est que d'après les calculs effectués, on voit que l'action hydrodynamique engendre sur la structure portante (tour et fondation) des efforts supplémentaires non négligeables d'où une augmentation du taux de travail du béton et de l'acier.

A notre avis il ne faut pas négliger ces efforts pour des réservoirs de capacité supérieure à 1000 m³.