

Chapitre II
Principes de
dimensionnement d'une
poutre ajourée

II.1. Introduction :

Les poutres ajourées ce sont des éléments fléchis parmi les éléments les plus couramment utilisés en construction métalliques. On les trouve dans tous les types de structures, où elles constituent des éléments porteurs principaux (poutres de toitures ou de plancher) ou secondaires (pannes).

Ces poutres méritent donc qu'on leur accorde une attention particulière, car une bonne connaissance des différents phénomènes qui leur sont liés est indispensable pour en assurer une conception et un dimensionnement corrects.

Le but de ce chapitre est de présenter les principes de base de dimensionnement des poutres ajourées, en donnant un récapitulatif des expressions à appliquer pour la vérification de celles ci.

II.2 Calcul des efforts intérieurs :

II.2.1 Ensemble de la poutre :

Lors du dimensionnement d'une poutre ajourée, on peut adopter comme modèle de calcul une poutre Vierendeel (figure II.1), où l'on suppose que les charges sont appliquées au droit des montants.

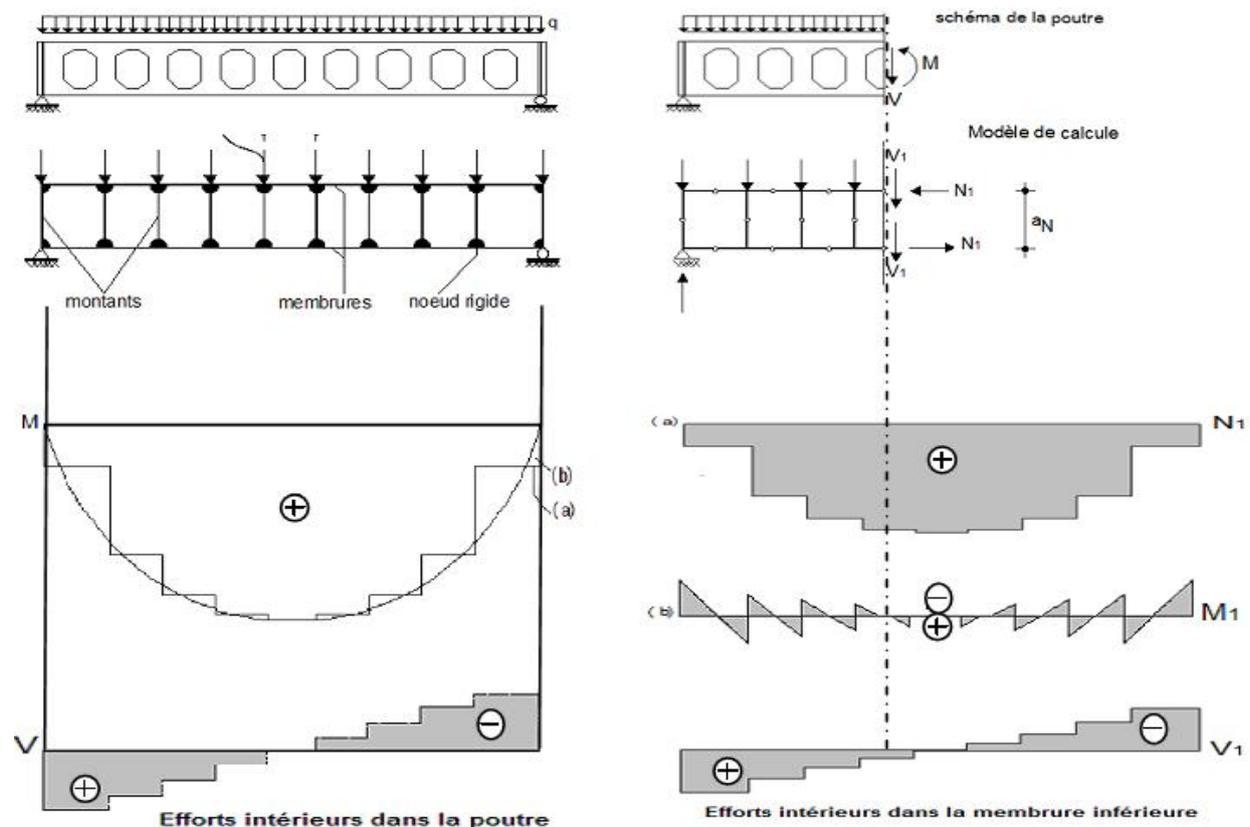


Fig. II.1 – Poutre ajourée : modèle de calcul.

La répartition des efforts intérieurs montre que le moment de flexion est nul au milieu des éléments de membrure situés entre les montants, de même qu'à mi-hauteur de

ces derniers (pour une poutre symétrique). Il est ainsi possible de lever l'hyperstaticité interne de la poutre Vierendeel en admettant, dans son modèle de calcul, des rotules au milieu des montants ainsi que sur les membrures, au droit des ajoures comme le montre la figure ci-dessus.

II.2.2 Membrures :

Le moment de flexion M dû aux charges extérieures est essentiellement repris par un couple d'efforts normaux N_1 (l'indice 1 faisant référence aux membrures et l'indice 2 aux montants) agissant dans les membrures supérieures et inférieures (figure II.1, ligne brisée (a)). Cet effort normal vaut donc :

$$N_1 = \frac{M}{a_N} \quad (II.1)$$

a_N : bras de levier des forces N_1

Le bras de levier des forces N_1 établies avec (2.1) correspond en fait à la distance entre les centres de gravité des membrures supérieure et inférieure de la poutre ajourée. Il s'exprime donc de la façon suivante :

$$a_N = \frac{S}{A_1} \quad (II.2)$$

S : moment statique de la poutre au droit des ajoures, il est donné par :

$$S = b_f t_f b + t_w S_{t1} (b - S_t) \quad (II.3)$$

A_1 : aire de la section d'une membrane (en négligeant les congés), elle est donnée par :

$$A_1 = b_f t_f + t_w S_{t1} \quad (II.4)$$

b_f : largeur de la semelle,

t_f : épaisseur de la semelle,

b : distance entre les centres de gravité des ailes de la poutre ajourée,

t_w : épaisseur de l'âme,

S_t : hauteur des membrures au droit des ajoures.

La différence entre le moment de flexion M dû aux charges extérieures et le couple de forces N_1 , représentée par la surface (b) de la figure II.1, est reprise par flexion des membrures (moment M).

L'effort tranchant vertical V est quant à lui repris à parts égales par chacune des membrures. L'effort tranchant V_1 dans chacune des membrures est donné par :

$$V = \frac{V_1}{2} \quad (II.5)$$

II.2.3 Montants :

L'effort tranchant horizontal V_2 repris par les montants, correspond à la différence d'effort normal ΔN_1 entre les sections situées au droit de chaque ajoure. On a ainsi:

$$V_2 = \Delta N_1 \quad (II.6)$$

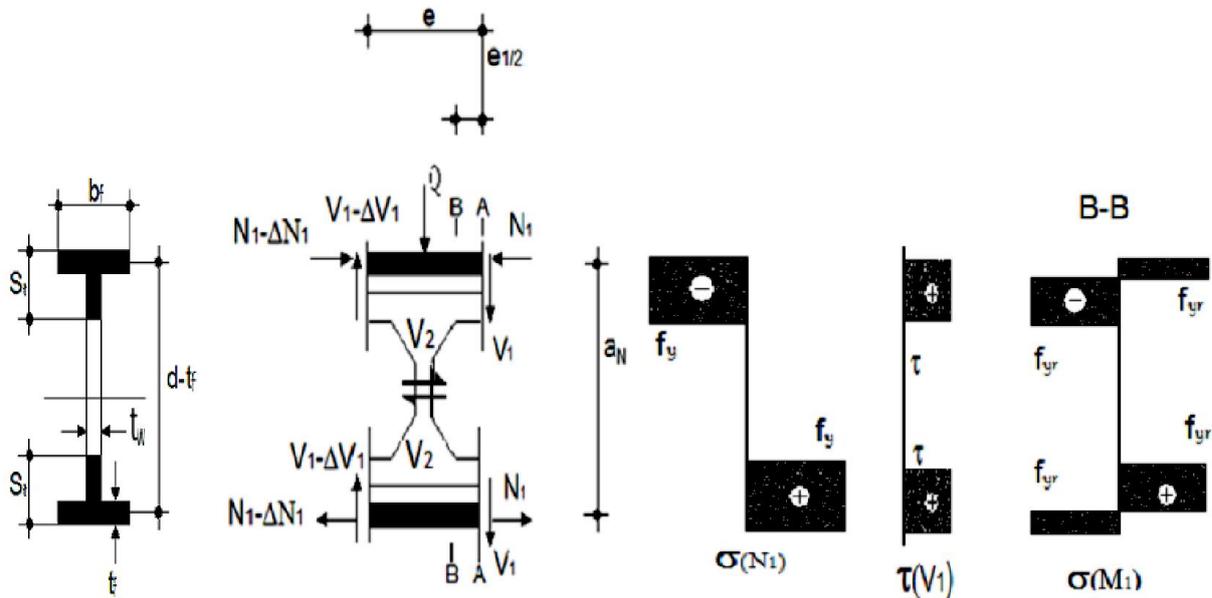


Fig. II.2 : Efforts intérieurs et résistance d'une poutre ajourée

II.3 Dimensionnement d'une poutre ajourée alvéolaire :

La vérification de la sécurité structurale d'une poutre ajourée comprend :

- la vérification de la résistance en section des membrures et des montants (effort normal, effort tranchant, moment de flexion et interaction)
- la vérification de la stabilité locale (voilement) et d'ensemble (déversement)
- la vérification de l'aptitude au service : contrôle des déformations verticales de la poutre.

II.3.1 Résistance en section des membrures :

La répartition des efforts intérieurs permet d'identifier deux zones bien distinctes : la première correspond à la partie centrale de la poutre où les membrures sont sollicitées essentiellement par un effort normal et la seconde correspond la zone des appuis où il s'agit de reprendre essentiellement un effort tranchant. Nous allons examiner ci-après de quelle façon ces deux cas particuliers de sollicitations sont repris par les membrures des poutres ajourées, avant d'en étudier l'interaction.

- **Effort normal :**

Lorsque la membrure d'une poutre ajourée n'est soumise qu'à un effort normal N_1 , la résistance ultime à l'effort normal (i.e. l'effort normal plastique) N_{1pl} de cette

membrure vaut alors, compte tenu de la répartition uniforme des contraintes $\sigma(N_1)$ admise à la figure II.2 :

$$N_{1pl} = f_y A_1 \quad (II.7)$$

La vérification de la membrure d'une poutre ajourée soumise uniquement à un effort normal peut donc se faire à l'aide de la relation suivante :

$$N_{1d} \leq \frac{N_{1pl}}{\gamma_R} \quad (II.8)$$

N_{1d} : valeur absolue de la valeur de dimensionnement de l'effort normal N_1

γ_R : facteur de résistance (ou facteur partiel de sécurité, il est pris égale à 1,1)

• **Effort tranchant :**

La résistance ultime au cisaillement d'une membrure est donnée par :

$$V_{1d} = \tau_y A_{1\omega} = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_{1\omega} \quad (II.9)$$

$A_{1\omega}$: Aire de cisaillement de la section de l'âme d'une membrure, elle est donnée par :

$$A_{1\omega} = d \left(a - \frac{t}{2} \right) \quad (II.10)$$

La vérification de la membrure d'une poutre ajourée soumise uniquement à un effort tranchant peut donc se faire à l'aide de la relation suivante :

$$V_{1d} \leq \frac{V_{1pl}}{\gamma_R} \quad (II.11)$$

V_{1d} : valeur de dimensionnement de l'effort tranchant V_1 .

• **Interaction :**

L'effort tranchant vertical V_1 agissant au droit de la section A-A indiqué sur la figure II.2, provoque dans les autres sections des membrures un moment de flexion M_1 . Ce moment correspond à la part de la flexion générale qui n'est reprise par le couple d'efforts N_1 . Dans la section B-B, déterminante pour la vérification de l'interaction, ce moment de flexion vaut :

$$M_1 = V_1 \frac{e_1}{2} \quad (II.12)$$

On retrouve donc interaction entre un effort normal, un effort tranchant et un moment de flexion. Étant donnée les contraintes normales dues à l'effort normal et à la flexion des membrures sont limitées par la limite d'élasticité réduite f_{yR} (pour simplifier, on la considérée sur toute la section de la membrure, même si les ailes pourraient en fait être sollicitées jusqu'à la limite d'élasticité f_y).

La condition générale à satisfaire pour la vérification des différentes sections d'une membrure d'une poutre ajourée s'exprime donc ainsi :

$$\sigma_d = \frac{N_{1d}}{A_1} + \frac{M_{1d}}{Z_1} \leq \frac{f_{yr}}{\gamma_R} \quad (\text{II.13})$$

f_{yr} : limite d'élasticité réduite est donnée par l'expression suivante :

$$f_{yr} = \sqrt{(f_y^2 - 3\tau_d^2)} \quad (\text{II.14})$$

τ_d : valeur de dimensionnement de la contrainte tangentielle due à V_{1d} , elle est donnée par :

$$\tau_d = \frac{V_{1d}}{A_{1\omega}} \quad (\text{II.15})$$

Z_1 : module plastique de la membrure.

II.3.2 Résistance en section des montants :

La résistance au cisaillement horizontal d'un montant est donnée par :

$$V_{2pl} = \tau_y A_2 = \frac{f_y}{\sqrt{3}} A_2 \quad (\text{II.16})$$

A_2 : aire de la section horizontale d'un montant, elle est donnée par :

$$A_2 = e_1 \cdot d \quad (\text{II.17})$$

La vérification de la section d'un montant soumis à un effort tranchant horizontal V_2 s'exprime alors de la manière suivante :

$$V_{2d} \leq \frac{V_{2pl}}{\gamma_R} \quad (\text{II.18})$$

V_{2d} : valeur de dimensionnement de l'effort tranchant horizontal V_2 .

Par analogie aux membrures, les montants sont également soumis à un moment de flexion dû à l'effort tranchant horizontal V_2 . L'interaction entre ces deux efforts est à vérifier de façon similaire aux membrures.

II.3.3 Stabilité locale et d'ensemble :

Les considérations précédentes, basées sur un calcul plastique de la résistance, ne sont valables que si les conditions d'élançement des différentes parties de la section sont respectées. Il faut pour cela distinguer entre les membrures et les montants :

- Pour les membrures, On doit en particulier vérifier l'élançement de l'âme au droit des ajoures, pour laquelle on doit avoir respectivement ($A_{1w} \leq 13$ ou 11) pour des poutres en acier de nuance (Fe E235) ou de nuance (Fe E355, si l'on veut effectuer un calcul EP).
- Pour les montants sollicités à mi-hauteur par un effort tranchant horizontal V_2 , il faut tenir compte du fait que cet effort tranchant va solliciter le montant en flexion ; il est donc soumis à des contraintes de traction et de compression.

Ce sont ces dernières qui peuvent éventuellement créer un voilement de la partie comprimée du montant.

La sécurité au déversement est à vérifier de manière semblable que pour une poutre composée à âme pleine, avec une section transversale correspondant à la section au droit des ajoures.

II.3.4 Aptitude au service :

L'aptitude au service concerne la maîtrise des flèches visibles. Donc, dans le cas de poutres munies d'ouvertures dans les âmes, les principales exigences consistent à calculer :

- la flèche additionnelle due à la perte de rigidité de flexion provoquée par l'ouverture.
- la flèche par cisaillement additionnelle due aux effets de la flexion Vierendeel au niveau des ouvertures.

La formule approchée empirique [7] suivante est établie d'après une analyse de la flèche additionnelle d'une poutre ajourée ; cette formule est basée sur la flèche par flexion pure provoquée par la perte de rigidité au niveau de l'ouverture, mais elle est étendue de façon à intégrer l'influence de la flèche dans les régions de cisaillement élevé au moyen du terme $(1-x/L)$.

La flèche additionnelle résultant d'une seule ouverture située en un point x , est exprimée par rapport à celle de la poutre non ajourée, en flexion pure de la façon suivante :

$$\frac{\delta_{add}}{\delta_b} = K_0 \left(\frac{a_0}{L} \right) \left(\frac{h_0}{L} \right) \left(1 - \frac{x}{L} \right) \quad \text{pour } x \leq 0.5 L \quad (\text{II.19})$$

$$\frac{\delta_{add}}{\delta_b} = 0.5 N_0 K_0 \left(\frac{a_0}{L} \right) \left(\frac{h_0}{L} \right) \quad (\text{II.20})$$

Où le coefficient K_0 est donné par :

$K_0 = 2.0$ (ouverture non raidie).

$K_0 = 1.5$ (ouverture raidie).

a_0 : longueur de l'ouverture ($=0.5d_0$ pour les ouvertures circulaires).

h_0 : hauteur (diamètre) de l'ouverture.

δ_b : flèche par flexion pure de la poutre non ajourée

Pour des ouvertures multiples de dimensions similaires :

$$\frac{\delta_{add}}{\delta_b} = 0.5 N_0 K_0 \left(\frac{a_0}{L} \right) \left(\frac{h_0}{L} \right) \quad (\text{II.21})$$

N_0 : nombre total des ouvertures le long de la poutre.

La flèche totale δ_T est donc, donnée par :

$$\delta_T = \delta_b + \delta_{add} \quad (\text{II.22})$$

II.4. Conclusion :

Nous avons présenté au cours de ce chapitre une méthode succincte et générale de calcul des poutres métalliques comportant des ouvertures d'âmes selon les principes de dimensionnement, cependant, et compte tenu de ce contexte, il nous a paru utile de comparer les résultats obtenus par la méthode classique en se basant sur les règles fondamentales [13] d'une poutre ajourée, pour le calcul des efforts internes d'une solive alvéolaire, en utilisant le code de calcul Castem2000 dans notre étude paramétrique dans le chapitre IV.