

IX. Calculs des déformations :

Les différentes déformations que peut subir une construction en béton sont :

- Les flèches et les rotations qui sont due essentiellement aux charges permanentes et surcharges.
- Les déplacements horizontaux (fluage, retrait et température).

NB : les flèches sont comptées positivement vers le bas et négativement vers le haut (Contre flèche).

Pour le calcul de ces déformations on utilisera la méthode énergétique :

IX.1. Calcul des flèches :

IX.1.1. Flèche due au poids propre :

$$f_g = \frac{5GL^4}{348E_v I_{eq}}$$

$$E_v = 3700^3 \sqrt{f_{c28}} = 12102,94 \text{ MPa.}$$

$$I_{eq} = \frac{\sum l_i \cdot L_i}{\sum L_i} = 0,248774 \text{ m}^4.$$

$$G_{p+d} = 2,618 \text{ t/ml.}$$

$$f_g = \frac{5 \times 0,0261 \times 28,1^4}{348 \times 12102,94 \times 0,248774} = 0,077 \text{ m} = 7,7 \text{ cm.}$$

IX.1.2. Flèche due à la précontrainte :

$$f_p = \frac{2}{E_v \cdot I_{eq}} \int_0^l M_p(x) \cdot \overline{M} \cdot dx$$

Sachant que : $M_p(x) = N \cdot e_p$

$$N = \sum P_i \cdot \cos \alpha \quad , \quad P_i = (\sigma_{p0} - \sigma_{Tot}) \cdot A_p$$

\overline{M} : diagramme du moment sous une charge unitaire appliquée au milieu de la travée.

Sections	$N_i = P_i \cos \alpha_i$		e_p		$M = N_1 e_{p1} + N_2 e_{p2}$
	N1	N2	e_{p1}	e_{p2}	
0	3,92	0	-0,096	0	-0,37
3,51	3,73	1,75	-0,695	0,803	-1,19
7,025	3,69	1,99	-0,8943	-0,6793	-4,65
14,05	3,95	2,11	-0,899	-0,78	-5,20

Tableau : IX.1.

$$f_p = \frac{2}{12102,95 \times 0,248774} [-625,07]$$

$$f_p = -0,4152 \text{ m} = -41,52 \text{ cm.}$$

IX.1.3. Flèche de construction :

Elle est dirigée vers le bas, dont la valeur est : $f_e = \frac{3}{4} |f_p - f_g|$

$$f_e = \frac{3}{4} |41,52 - 7,7| = 25,36 \text{ cm.}$$

IX.1.4. Flèche due à la surcharge D240 :

$$f_{D240} = \frac{2}{E_i \cdot I_{eq}} \cdot \frac{K_\alpha}{n} \cdot \int_0^{L/2} M(x) \cdot \overline{M(x)} \cdot dx$$

$$E_i = 11000 \cdot \sqrt[3]{f_{c28}} = 35981,72 \text{ MPa.}$$

$$K_\alpha = 1,176.$$

$$f_{D240} = 4,03 \text{ cm.}$$

IX.1.5. Flèche en service :**En service à vide :**

$$f_g + f_p + f_e = 15,06 - 28,36 + 9,97 = -8,46 \text{ cm.}$$

En service en charge :

$$f_g + f_p + f_e + f_{D240} = -4,43 \text{ cm.}$$

Conclusion :

La flèche calculée due au poids propre, précontraint et aux surcharges : $f = -4,43 \text{ cm}$.
La flèche admissible : ($L/500 = 5,62 \text{ cm}$) doit être supérieur à la flèche calculée ($-4,43 \text{ cm}$)
Donc : la condition est vérifiée.

IX.2. Calcul des rotations :**IX.2.1. Rotation sous le poids propre :**

$$\theta_g = \frac{G \cdot L^3}{24 \cdot E_v \cdot I_{eq}} \rightarrow \theta_g = 8,01 \cdot 10^{-3} \text{ rad.}$$

IX.2.2. Rotation d'appuis due à la précontrainte :

$$\theta_p = -\frac{56,9044}{2 \times 12102,95 \times 0,248774} = -9,4410^{-3} \text{ rad.}$$

IX.2.3. Rotation de (D240) :

$$\theta_{D240} = \frac{2}{E_i \cdot I_{eq}} \cdot \frac{K_\alpha}{n} \cdot \int_0^{L/2} M(x) \cdot \overline{M(x)} \cdot dx$$

$$\theta_{D240}=2,9310^{-3}\text{rad.}$$

IX.2.4. Rotation en service :

En service à vide :

$$\theta_g+\theta_p=8,01-9,44=-1,43.10^{-3}\text{rad.}$$

En service en charge :

$$\theta_g+\theta_p+\theta_{D240}=1,5.10^{-3}\text{rad.}$$

IX.3. Calcul des déplacements :

IX.3.1. Déplacement dû à la rotation d'appuis :

$$\Delta f_{\text{rot}}=\sin\theta \times \frac{h}{2}=\sin(-0,00143)\times \frac{1,65}{2}=-1,17 \cdot 10^{-3} \text{ m. à vide.}$$

$$\Delta f_{\text{rot}}=\sin\theta \times \frac{h}{2}=\sin(0,0015)\times \frac{1,65}{2}=1,23 \cdot 10^{-3} \text{ m. en charge.}$$

IX.3.2. Déplacement dû au retrait :

$$\varepsilon_r=3.10^{-4}$$

$$\Delta f_{\text{ret}}=\varepsilon_r \times \frac{L}{2}=3.10^{-4} \times 14,05=4,215 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

IX.3.3. Déplacement dû au fluage :

$$E_p=2.10^5 \text{ Mpa.}$$

$$\Delta f_{\text{flua}}=\frac{\Delta\sigma f}{E_p} \times \frac{L}{2}=\frac{117,71}{2.10^5} \times 14,05=8,26 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

IX.3.4. Déplacement dû à la variation de température :

a. Courte durée :

$$\varepsilon_r=3.10^{-4}$$

$$\Delta T=\varepsilon_r \cdot \frac{L}{2}=4,215 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

b. Longue durée :

$$\varepsilon_r=2.10^{-4}$$

$$\Delta T=\varepsilon_r \cdot \frac{L}{2}=2,81 \cdot 10^{-3} \text{ m.}$$

c. Déplacement total :

$$\Delta_{\text{max}}=\frac{2}{3}(\Delta f_{\text{rot}}+\Delta f_{\text{retrait}}+\Delta f_{\text{fluage}})+\Delta T$$

Courte durée : $\Delta_{\max}=13,35 \cdot 10^{-3}$ m.

Longue durée : $\Delta_{\max}=11,94 \cdot 10^{-3}$ m.