

V.1. Introduction :

Le calcul des éléments de réduction consiste à déterminer le moment fléchissant et l'effort tranchant sous l'effet des charges permanentes et des surcharges.

Les surcharges à prendre en compte : A (L), Bc, Bt, Br, Mc120, D240 .

V.2. Calcul des éléments de réductions dus aux charges :

V.2.1. Poutre seule :

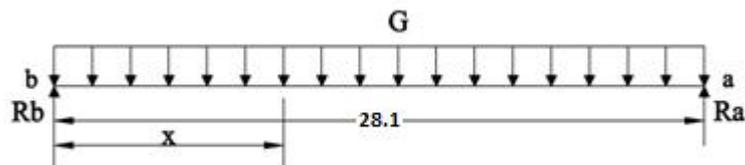


Figure : V.1. Schéma statique d'une poutre.

$$G = 1,677 \text{ t/ml}$$

$$R_a = R_b = 23,56 \text{ t.}$$

$$M_0(x) = R_a x - G x^2/2.$$

$$T(x) = R_a - G x$$

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00 L	0	23,56	0	23,56
0,25 L	7,025		124,12	11,97
0,5 L	14,05		165,49	0

Tableau : V.1. M et T dus au poids propre de la poutre seule.

V.2.2.a. Dalle de poutre intermédiaire :

$$G = G_{\text{dalle}} = 0,941 \text{ t/ml.}$$

$$R_a = R_b = 13,22 \text{ t.}$$

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00 L	0	13,22	0	13,22
0,25 L	7,025		69,65	6,6
0,5 L	14,05		92,86	0

Tableau : V.2. M et T dus au poids propre de Dalle de poutre intermédiaire.

V.2.2.b. Dalle de poutre de rive :

$$G = G_{\text{dalle}} = 0,820 \text{ t/ml.}$$

$$R_a = R_b = 11,52 \text{ t.}$$

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00 L	0	11,52	0	11,52
0,25 L	7,025		60,69	5,75
0,5 L	14,05		80,92	0

Tableau : V.3. M et T dus au poids propre de Dalle de poutre de rive.

V.2.3.a. Superstructure intermédiaire :

$$G = \text{CCP} = 0.406\text{t/ml}$$

$$R_a = R_b = 5,7 \text{ t.}$$

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00 L	0	5,7	0	5,7
0,25 L	7,025		30,02	2,84
0,5 L	14,05		40,01	0

Tableau : V.4. M et T dus au poids propre de la superstructure intermédiaire.

V.1.3.b. Superstructure de rive :

$$G = \text{CCP} = 0,76\text{t/ml}$$

$$R_a = R_b = 10,67 \text{ t.}$$

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t.m)	T (t)
0,00 L	0	10,76	0	10,76
0,25 L	7,025		56,2	5,33
0,5 L	14,05		74,90	0

Tableau : V.5. M et T dus au poids propre de la superstructure de rive.

V.2.4.a. Tableau récapitulatif des M,T, R (intermédiaire) :

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t,m)	T (t)
0,00 L	0	42,48	0	42,48
0,25 L	7,025		223,79	21,41
0,5 L	14,05		298,36	0

Tableau : V.6. Tableau récapitulatif des M,T, R (intermédiaire).

V.2.4.b. Tableau récapitulatif des M,T, R (rive) :

Sections (x)	Longueur (m)	R (t)	M (t,m)	T (t)
0,00 L	0	45,84	0	45,84
0,25 L	7,025		241,01	23,05
0,5 L	14,05		321,31	0

Tableau : V.7. Tableau récapitulatif des M,T, R (rive).

V.3. Calcul des éléments de réductions dus aux surcharges :

V.3.1.Moment fléchissant :

Utilisation des lignes d'influences :

La ligne d'influence du moment fléchissant en un point donné d'une poutre est une courbe donnant la variation du moment fléchissant en ce point quand une force égale à l'unité se déplace sur la poutre (pour une poutre isostatique ; cette courbe est formée de deux droites).

Pour obtenir les moments. On multiplie les ordonnées des lignes d'influences par la force F dans le cas où cette force est concentrée ; si elle est répartie uniformément.

C'est par l'aire de la ligne d'influence se trouvant sous cette charge uniforme.

V.3.1.1.Moment fléchissant à $x=0,5L$:

V.3.1.1.a. Surcharge A (L):

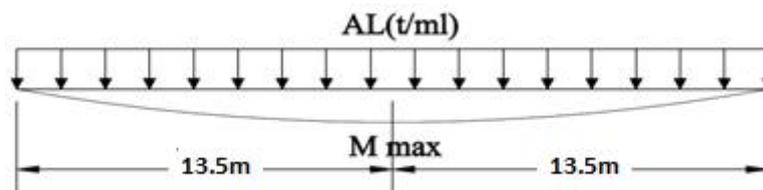


Figure : V.2. Surcharge A (L).

$L=27$ m.

Le moment max se trouve au milieu de la portée.

$$M_{Max} = A (L) \times L^2/8.$$

Les résultants sont inscrits dans le tableau suivant:

Nombre de voie chargée	L (m)	A (L) (t/ml)	M max (t.m)	$M_0(t.m)$
1	27	3,944	359,39	51,34
2	27	7,888	718,79	102,68

Tableau : V.8. Moment fléchissant à $x=0,5L$ dus au surcharge A (L).

V.3.1.1.b. Surcharge sur trottoir :

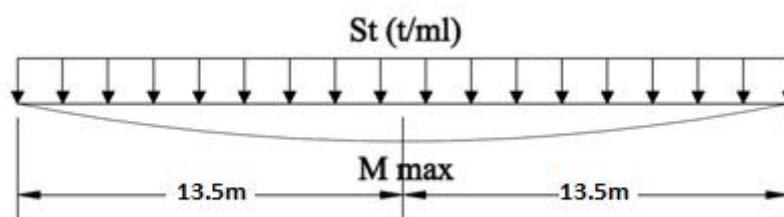


Figure : V.3. Surcharge sur trottoir.

- **Un trottoir chargé :**

$L=27$ m.

$S_{\text{trottoir}} = 0,187$ t/ml.

- **Deux trottoirs chargés :**

$L=27$ m.

$S_{\text{trottoir}} = 0,375$ t/ml.

Le moment max se trouve au milieu de la portée.

$M_{\text{Max}} = S_{\text{trottoir}} \times L^2/8.$

Les résultants sont inscrits dans le tableau suivant:

trottoirs chargés	L (m)	S_{trottoir}	M max (t.m)	M_0 (t.m)
1	27	0,187	17,04	2,43
2	27	0,375	34,08	4,86

Tableau : V.9. Moment fléchissant à $x=0,5L$ dus au surcharge sur trottoir.

V.3.1.1.c. Système B :

Théorème de barrée :

Pour le système b_c nous utilisons le théorème de BARRE pour déterminer la section dangereuse de la poutre.

Le moment fléchissant maximum dans une poutre au passage d'un convoi ce produit au droit d'un essieu.

Telle façon que cet essieu soit symétrique par rapport au milieu de la poutre de la résultante des forces engagées sur la poutre.

y_i : les ordonnées.

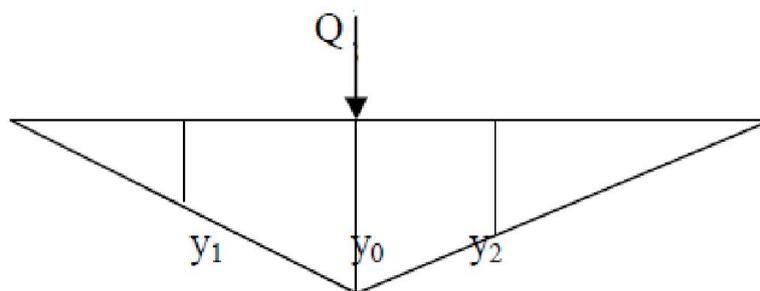


Figure : V.4. Les ordonnées.

Pour $X = L/2$:

Cas statique : $p=6t$:

Position de la résultante (R) du convoi $R= 60t$.

➤ **Détermination de la position de la résultante R du convoi :**

La résultante R peut se trouver à droite ou à gauche de l'axe médiane de la poutre.

1^{er} cas : la résultante R se trouvant à droite de l'axe médiane :

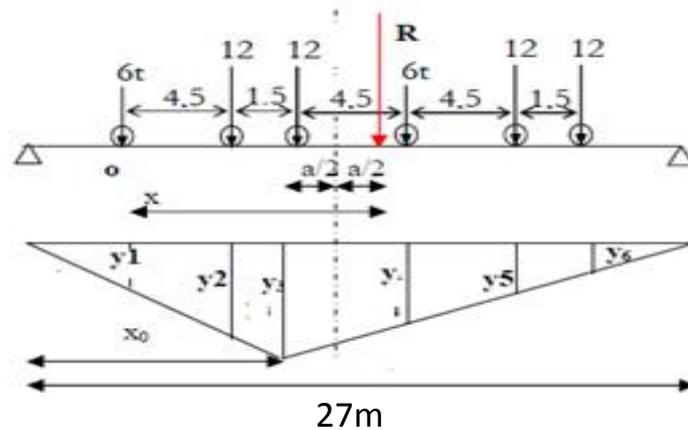


Figure : V.5. La résultante R se trouvant à droite de l'axe médiane

$$\Sigma M/O = 0$$

$$6 \times 0 + 12 \times 4,5 + 12 \times 6 + 6 \times 10,5 + 12 \times 15 + 12 \times 16,5 \pm R \times X = 0$$

$$R \times X = 567 \text{ t.m}$$

$$R = \Sigma P_i = 60t \Rightarrow X = 9,45 \text{ m}$$

$$a = X - 6 = 3,45 \text{ m}$$

$$a/2 = 1,725 \text{ m}$$

On utilise l'équation de la déformée :

$$Y_3 = X_0 \times (L - X_0) / L$$

$$X_0 = 11,775 \text{ m}$$

$$Y_3 = 11,775 \times (27 - 11,775) / 27$$

$$Y_3 = 6,63 \text{ m}$$

Pour déterminer les autres ordonnées (y_i), On applique théorème de t'hales.

y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆	Σy _i
3,251	5,785	6,630	4,670	2,710	2,057	25,103

Tableau : V.10. Calcul des ordonnées.

$$M = P \times \Sigma Y_i$$

Essieux AV :

$$\Sigma Y_{eAV} = Y_1 + Y_4 = 3,251 + 4,67 = 7,921 \text{ m}$$

Essieux AR :

$$\Sigma Y_{eAR} = Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_6 = 5,785 + 6,63 + 2,710 + 2,057 = 17,182 \text{ m}$$

$$M = P_{AV} (Y_1 + Y_4) + P_{AR} (Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_6)$$

$$M = 6 \times 7,921 + 12 \times 17,182 = 253,710 \text{ t.m}$$

2^{ème} cas : la résultante R se trouvant à gauche de l'axe médiane :

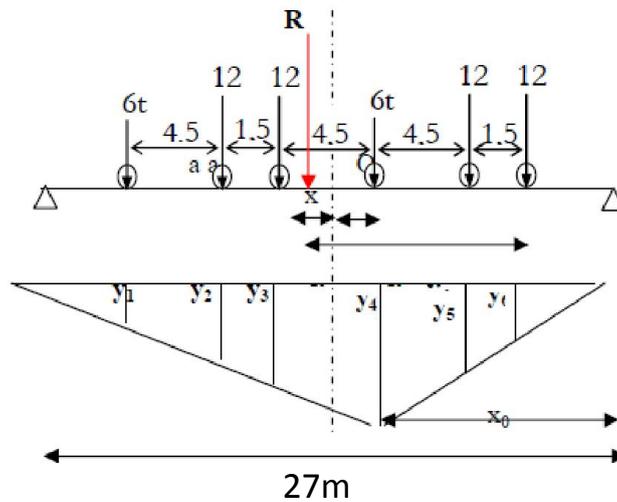


Figure : V.6. La résultante R se trouvant à gauche de l'axe médiane.

$$\sum M/O = 0$$

$$12 \times 1,5 + 6 \times 6 + R \times X + 12 \times 10,5 + 12 \times 12 + 6 \times 16,5 = 0$$

$$R \times X = 423t$$

$$R = \sum P_i = 60t$$

$$X = 423/R = 423/60$$

$$X = 7,05m$$

$$\text{Donc } X = 2 \times a + 6 \Rightarrow a/2 = 0,525m$$

Le moment fléchissant maximum est positionnée dans le coté droit de l'essieu de 6t qui est symétrique par rapport à l'axe de la poutre.

On utilise l'équation de la déformée :

$$Y_4 = X_0 \times (L - X_0) / L$$

$$X_0 = 12,975$$

$$Y_4 = 6,739m$$

Y ₁	Y ₂	Y ₃	Y ₄	Y ₅	Y ₆	∑Y _i
1,693	3,856	4,576	6,739	4,401	3,622	24,887

Tableau : V.11. Calcul des ordonnées.

$$M = P \times \sum Y_i$$

Essieux AV :

$$\sum Y_{eAV} = Y_1 + Y_4 = 1,693 + 6,739 = 8,432m$$

Essieux AR :

$$\sum Y_{eAR} = Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_6 = 3,856 + 4,576 + 4,401 + 3,622 = 16,455m$$

$$M = P_{av}(Y_1 + Y_4) + P_{ar}(Y_2 + Y_3 + Y_5 + Y_6)$$

$$M = 6 \times 8,432 + 12 \times 16,455 = 248,07 \text{ t.m}$$

Conclusion :

$$M_{\max} = \text{MAX}(M_{\text{cas}^1}^{\text{1ere}}, M_{\text{cas}^2}^{\text{2ème}})$$

$$M_{\max} = M_{\text{cas}^1}^{\text{1ere}} = 253,710 \text{ t.m}$$

Le moment est max au niveau de l'essieu plus lourd.

Cas dynamique : $p=6 \times b_c \times \delta$:

Désignation	b_c	δ	essieu	P(t)	M (t.m)	M/7(t.m)
1 file	1,2	1,076	E.AV	7,747	61,363	8.766
			E.AR	15,494	266,217	38,031
2 files	1,1	1,09	E.AV	14,388	113,967	16,281
			E.AR	28,776	494,429	70,632

Tableau : V.12. Moment fléchissant Dus au Surcharge B_c pour $X = L/2$.

V.3.1.1.d. Système de charge Bt :

Dans ce cas la résultante R est positionnée dans un seul coté par rapport l'axe de symétrie de la poutre.

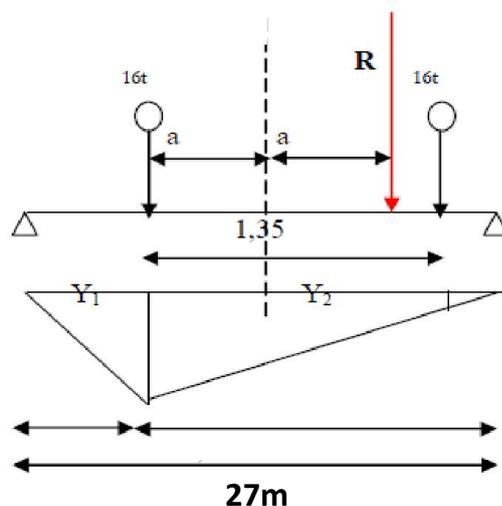


Figure : V.7. Disposition de B_t .

La même procédure de calcul (théorème de barrée).

$$\Sigma M/A=0$$

$$16 \times 1,35 = R \times 2a$$

$$R = 32t$$

$$2a = 21,6/32 = 0,675 \rightarrow a = 0,3375m$$

$$Y_1 = 13,1625 \times 13,8375/27$$

$$Y_1 = 6,645m$$

$$Y_2 = Y_1(L_1/L_0)$$

$$Y_2 = 5,996m$$

$$\Sigma Y_i = Y_1 + Y_2 = 12,641m$$

Désignation	essieu (16t)	M(t.m)	M/7(t.m)
1 Tandem	17,088	216,009	30,858
2 Tandems	34,400	434,850	62,121

Tableau : V.13. Moment fléchissant Dus au Surcharge (Bt) pour $X = L/2$.

V.3.1.1.e. Système militaire Mc120 :

Dans ce cas la charge est considérée comme une charge uniformément répartie

$$p_0 = \frac{110}{6,10} = 18,03 \text{ t/ml}$$

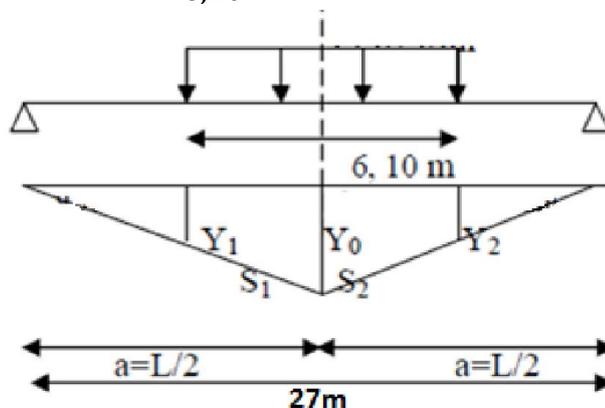


Figure : V.8. Disposition de Mc120.

$$P = P_0 \times \delta = 18,03 \times 1,085$$

$$P = 19,562 \text{ t/ml}$$

$$Y_0 = X_0 \times (L - X_0) / L$$

$$Y_0 = 13,5(27 - 13,5) / 27 = 6,75 \text{ m}$$

$$Y_1 = Y_2 = 5,225 \text{ m}$$

La charge (t/m)	Surface (S)	M (t.m)	M ₀ (t.m)
19,562	18,261 × 2	714,443	102,063

Tableau : V.14. Moment fléchissant Dus au Surcharge Mc120 pour X = L/2.

V.3.1.1.f. Charge exceptionnelle D240 :

Dans ce cas la charge est considérée comme une charge uniformément répartie

$$p = \frac{240}{18,60} \text{ t/ml}$$

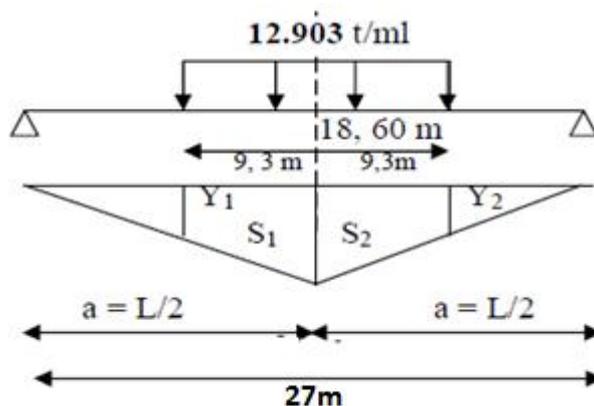


Figure : V.9. Disposition de D240.

$$Y_0 = X_0 \times (L - X_0) / L = 13,5(27-13,5)/27$$

$$Y_0 = 6,75\text{m}$$

$$Y_1 = Y_2 = 2,1\text{m}$$

$$S = S_1 = S_2 = 44,64\text{m}^2$$

La charge (t/m)	Surface (S)	M (t.m)	M ₀ (t.m)
12,903	44,64×2	1151,979	164,568

Tableau : V.15. Moment fléchissant Dus au Surcharge D₂₄₀ pour X= L/2.

Les charges		Surcharges(t/ml)		Moments (t.m)	M ₀ (t.m)
Surcharge A(L)	1 voie	3,944		359,39	51,34
	2 voies	7,888		718,79	102,68
Surcharge B _c	1 voie	E.AV	7,747	61,363	8,766
		E.AR	15,494	266,217	38,031
	2 voies	E.AV	14,388	113,967	16,281
		E.AR	28,776	494,429	70,632
B _t	1 Tandem	17,088		216,009	30,858
	2 Tandem	34,400		434,850	62,121
Convoi	M _{c120}	19,562		714,434	102,063
	D ₂₄₀	12,903		1151,979	164,568
Trottoir	1 trottoir	0,187		17,040	2,430
	2 trottoir	0,375		34,080	4,860

Tableau : V.16. Récapitulatif des moments dus aux surcharges pour X =L/2.

V.3.2. Calcule des efforts tranchants :

V.3.2.a. Surcharges A(L) :

Pour X=0 :

voies	A(l) t/ml	T (X = 0) (t)	T ₀ =T /7(t)
1	3,944	47,547	6,792
2	7,888	106,488	15,212

Tableau : V.17. Tableau de l'effort tranchant dus au sur charge A(L) pour X=0.

Pour X=0,25L :

$$y = 21/28$$

$$y = 0,75$$

$$S = 0,75 \times 21/2$$

$$S = 7,875 \text{ m}^2$$

$$T = A_2(L) \times S$$

voies	A(l) t/ml	T (X = 0,25L)	T ₀ =T/7(t)
1	3,944	31,059	4,437
2	7,888	62,118	8,874

Tableau : V.18. L'effort tranchant dus au sur charge A(L) pour X=0,25L.

V.3.2.b. Système de charge Bc :

Pour X=0 :

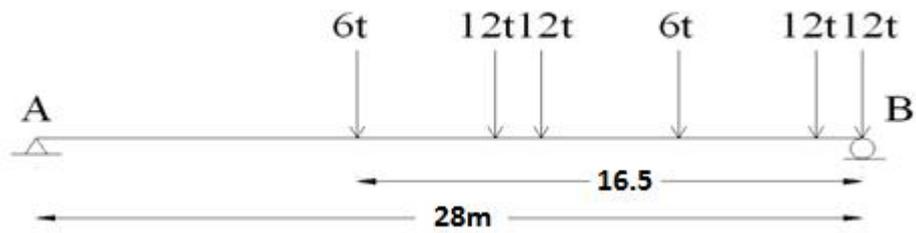


Figure : V.10. Disposition de système Bc pour X=0.

$$\sum M/A=0$$

$$R_B \times 28 - 12 \times 28 - 12 \times 26,5 - 6 \times 22 - 12 \times 17,5 - 12 \times 16 - 6 \times 11,5 = 0$$

$$R_B = 44,89t$$

N ^{bre} de voies chargée	b _c	δ	T (t)	T ₀ (t)=T/7
1 voie	1,2	1,076	57,96	8,28
2 voies	1,1	1,09	107,646	15,378

Tableau : V.19. L'effort tranchant dus au sur charge Bc pour X=0.

Pour x =0,25L :

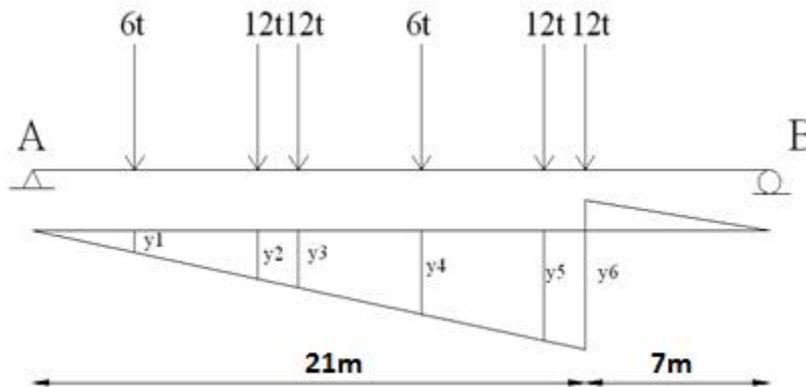


Figure : V.11. Disposition de système Bc pour X=0,25L.

$$y_6=0,75$$

y ₁	y ₂	y ₃	y ₄	y ₅	y ₆
0,16	0,32	0,37	0,53	0,69	0,75

Tableau : V.20. Calcul des ordonnées.

$$R = 12 \times (0,32 + 0,37 + 0,69 + 0,75) + 6 \times (0,16 + 0,53) = 33,84t$$

N ^{bre} de voies chargée	b _c	δ	T (t)	T ₀ (t)=T/7
1 voie	1,2	1,076	43,694	6,242
2 voies	1,1	1,090	81,148	11,592

Tableau : V.21. L'effort tranchant dû à la surcharge B_c pour x=0,25L.

V.3.2.c. Surcharges B_t :

Pour x=0 :



Figure : V.12. Disposition de système B_t pour X=0.

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow 28 \times R_B - 16 \times 28 - 16 \times 26,65$$

$$R_B = 31,228t$$

N ^{bre} de tandem	b _t	δ	T(t)	T ₀ (t)=T/7
1	1	1,068	33,352	4,764
2	1	1,075	67,140	9,591

Tableau : V.22. L'effort tranchant dû à la surcharge B_t pour X=0.

Pour x =0,25L :

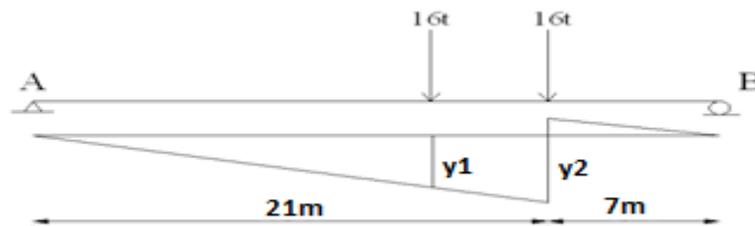


Figure : V.13. Disposition de système B_t pour X=0,25L.

$$Y_1 = 21/28 \quad Y_1 = 0,75m$$

$$Y_2 = (0,75/21) \times 19,65$$

$$Y_2 = 0,7m$$

$$R = 16(0,75 + 0,7) = 23,2t$$

N ^{bre} de tandem	b _t	δ	T(t)	T ₀ (t)=T/7
1	1	1,068	24,777	3,539
2	1	1,075	49,880	7,125

Tableau : V.23. L'effort tranchant dû à la surcharge B_t pour X=0,25L.

V.3.2.d. Surcharges Mc120 :

Pour $x=0$:

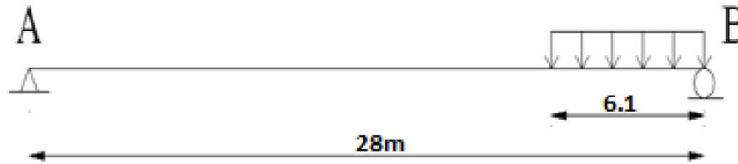


Figure : V.14. Disposition de surcharge M_{c120} pour $X=0$.

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow R_B \times 28 - 110 \times 24,95$$

$$R_B = 98,01t$$

$$\delta_{M_{c120}} = 1,085$$

surcharges M_{c120}	δ	T(t)	$T_0(t)=T/7$
19,562 t/ml	1,085	106,340	15,191

Tableau : V.24. L'effort tranchant dû à la surcharge M_{c120} pour $X=0$.

Pour $X=0,25L$:

$$y_1 = 0,75$$

$$y_2 = 14,9 \times 0,75 / 21 = 0,53$$

$$S = (0,75 + 0,53) \times 6,10 / 2 = 3,90m^2$$

$$T = 3,9 \times 19,562 = 76,291t$$

$$\delta_{M_{c120}} = 1,085$$

surcharges M_{c120}	δ	T (t)	$T_0(t)=T/7$
19,562t/ml	1,086	82,77	11,825

Tableau : V.25. L'effort tranchant dû à la surcharge M_{c120} pour $X=0,25L$.

V.3.2.e. Surcharges D240 :

Pour $X=0$:

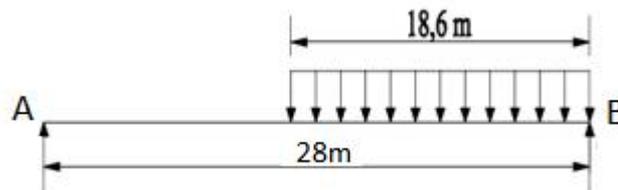


Figure : V.15. Disposition de surcharge D_{240} pour $X=0$.

$$\sum M/A = 0 \Rightarrow R_B \times 28 - 240 \times 18,7$$

$$R_B = 160,285t$$

D_{240}	$T(t)$	$T_0(t)=T/7$
12,903t	160,285	22,897

Tableau : V.26. L'effort tranchant dû à la surcharge D_{240} pour $X=0$.

Pour $X=0,25L$:

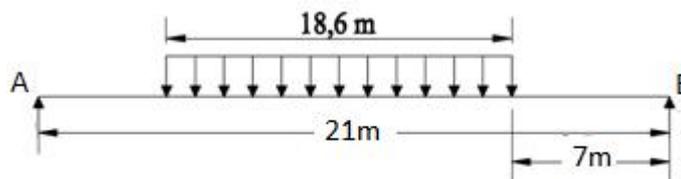


Figure : V.16. Disposition de surcharges D_{240} pour $X=0,25L$.

$$Y_1 = 0,75m$$

$$Y_2 = 0,085m$$

$$S = (0,75 + 0,085) \times 18,6 / 2 = 7,76m^2$$

$$T = 7,76 \times 12,903 = 100,12t$$

D_{240}	$T(t)$	$T_0(t)=T/7$
12,903t	100,12	14,30

Tableau : V.27. L'effort tranchant dû à la surcharge D_{240} pour $X=0,25L$.

V.3.2.f. Surcharges de trottoir :

Pour $X=0$:

$$T = Q L/2$$

$$Q = 0,187t/ml$$

Trottoir chargé	$T(t)$	$T_0(t)=T/7$
1	2,618	0,374
2	5,236	0,748

Tableau : V.28. L'effort tranchant dû à la surcharge trottoir pour $X=0$.

Pour $X=0,25L$:

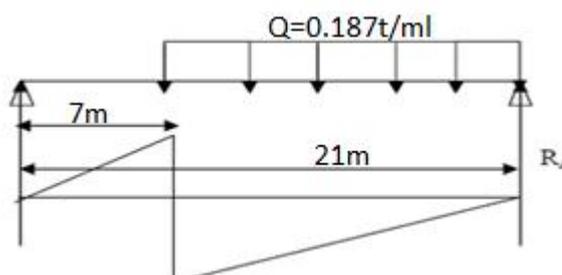


Figure : V.17. Surcharges trottoir pour $X=0,25L$.

$$y = 0,75m$$

$$S = 7,96 m^2$$

$$R_A = 0,187 \times 7,96 = 1,49t$$

Trottoir chargé	T(t)	$T_0(t)=T/7$
1	1,49	0,21
2	2,98	0,42

Tableau : V.29. L'effort tranchant dû à la surcharge de trottoir pour $X=0,25L$.

Les charges		Pour $X=0$		Pour $X=0,25L$	
		T(t)	$T_0(t)$	T(t)	$T_0(t)$
Surcharge A(L)	1 voie	47,547	6,792	31,059	4,437
	2 voies	106,488	15,212	62,118	8,874
Surcharge B_c	1 voie	57,960	8,280	43,694	6,242
	2 voies	107,646	15,378	81,148	11,522
B_t	Tandem ₁	33,352	4,764	24,777	3,539
	Tandem ₂	67,140	9,591	49,880	7,125
convoi	M_{c120}	106,340	15,191	82,770	11,825
	D_{240}	160,285	22,897	100,120	14,300
trottoir	1 _{trottoir}	2,618	0,374	1,490	0,210
	2 _{trottoir}	5,236	0,748	2,980	0,420

Tableau : V.30. Récapitulatif des efforts tranchants dus aux surcharges.