

## **I.1 Introduction :**

La prévision et l'estimation du dommage est un axe du génie parasismique qui nous donne des informations sur les endommagements qui peuvent être subis par une structure, et les éléments qui vont être touchés lors d'un futur séisme.

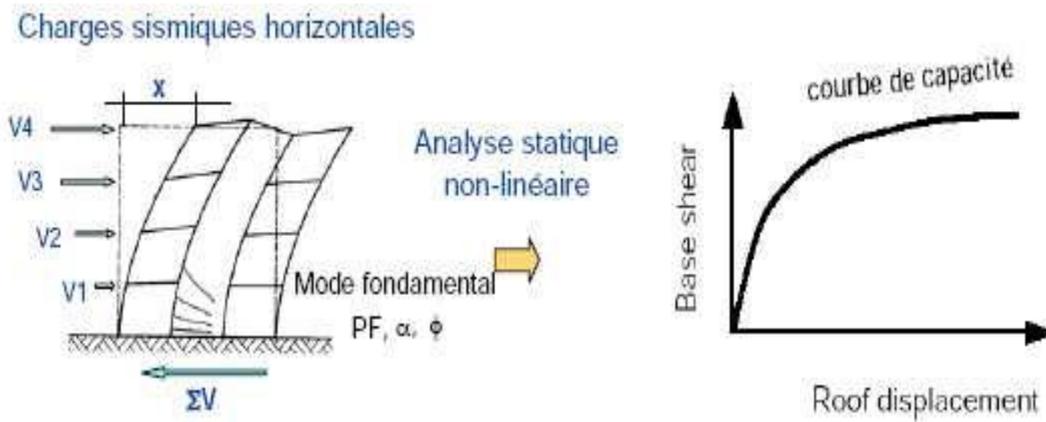
L'évaluation des demandes et des capacités sismiques revêt une importance capitale dans la conception parasismique des structures, et dans l'évaluation de la vulnérabilité des structures existantes, cette nécessité exige l'utilisation des méthodes de calculs prenant en compte le domaine post-élastiques pour une meilleure prévention des demandes sismiques. Pour cela, les méthodes linéaires élastiques classiques s'avèrent insuffisantes, du fait qu'ils n'approchent pas au comportement réel de la structure. Un outil performant souvent utilisé dans ce domaine est fourni par les courbes de capacité (fragilité, Push over), qui décrivent la probabilité d'atteindre ou de dépasser un état de dommage provoqué par un séisme, c'est les procédures d'analyse statiques non linéaires.

## **I.2 Définition de la méthode Push over :**

La méthode d'analyse statique non linéaire Push over est une méthode approximative dont laquelle la structure est soumise à une charge latérale croissante jusqu'à atteindre un déplacement cible.

L'analyse Push over consiste en une série d'analyses élastiques, superposées pour approximer une courbe de capacité ou courbe effort tranchant à la base – déplacement au sommet [1]. (voir figure I.1).

La première étape est d'appliquer la force gravitaire et latérale qui découle d'une loi de comportement du type bilinéaire ou tri-linéaire, la charge latérale est augmentée d'une manière itérative jusqu'à atteindre une première plastification d'un élément (apparition de rotule plastique). En prenant en compte le nouvel état d'équilibre du à la diminution de la raideur, le processus continu jusqu'à avoir un déplacement limite au sommet de la structure ou jusqu'à une instabilité [2].



**Figure I.1** : Signification physique de la courbe de capacité.

L'analyse statique push over est basée sur l'hypothèse que la réponse de la structure qui peut être assimilée à la réponse d'un système à un seul degré de liberté équivalent, ce qui implique que la réponse est fondamentalement contrôlée par un seul mode de vibration et la forme de ce mode demeure constante durant la durée du séisme.

Les chercheurs ont montré que ces hypothèses donnent de bons résultats concernant la réponse sismique (Déplacement maximale) donnée par le premier mode de vibration de la structure simulé à un système Linéaire équivalent [3].

### I.3 Objectif de la méthode Push over :

L'objectif de la méthode Push over est d'évaluer la performance attendue d'une structure en estimant ses demandes en résistance et en déformation lors d'un séisme par l'intermédiaire d'une analyse statique non linéaire. L'évaluation est basée sur les paramètres de performance les plus importants, y compris les déplacements entre les niveaux, déformations anélastiques dans les éléments, les déformations entre les éléments, et les forces dans les éléments et les assemblages. L'analyse push over est supposée fournir des informations sur plusieurs caractéristiques de la réponse qui ne peuvent être obtenues par une simple analyse élastique [3], on cite :

- L'estimation des déformations dans le cas des éléments qui doivent subir des déformations Inélastiques afin de dissiper de l'énergie communiquée à la structure par le mouvement du sol.

- Les conséquences de la détérioration de la résistance des éléments sur le comportement global de la structure ce qui permet de déterminer les points forts et les points faibles des structures.
- L'identification des zones critiques dans lesquelles les déformations sont supposées être grandes.
- L'identification des discontinuités de résistance en plan et en élévation qui entraînent des variations dans les caractéristiques dynamiques dans le domaine inélastique.
- L'estimation des déplacements inter-étages qui tiennent compte des discontinuités de la rigidité et de la résistance qui peuvent être utilisés dans le contrôle de l'endommagement.

#### I.4 Principes théoriques du calcul Push over :

Le Push over est une méthode de calcul utilisée en particulier pour l'évaluation des structures existantes, qui consiste à appliquer une charge statique sur la structure à analyser. A partir de cette charge, qui est appliquée par étapes, le comportement non linéaire de la structure peut être défini.

La non linéarité est en effet introduite dans la structure au moyen des paramètres des rotules de flexion et de cisaillement [7].

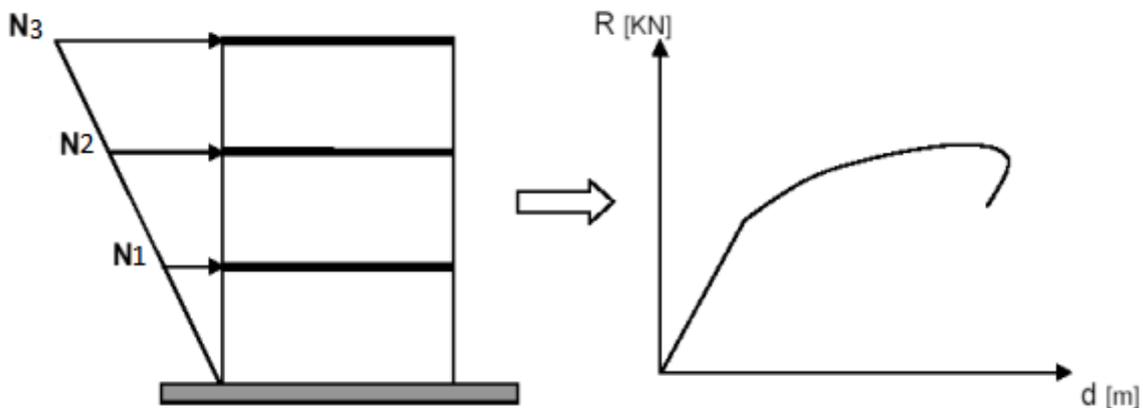


Figure I.2 : Calcul Push over et courbe de capacité.

L'exécution d'un calcul Push over a pour objectif d'éviter de se lancer dans des méthodes plus poussées comme par exemple des calculs non linéaires dynamiques temporels.

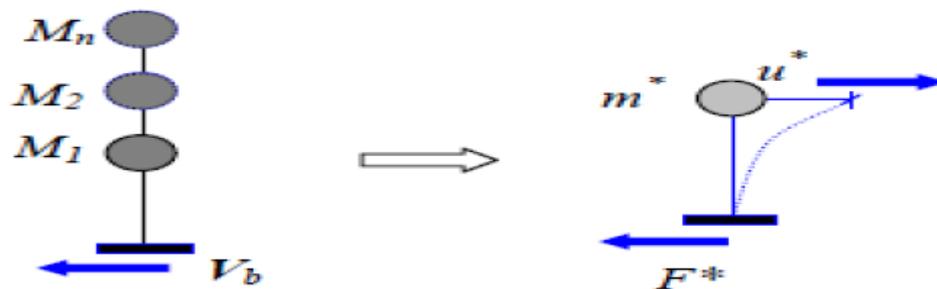
Cette méthode dynamique est plus exacte, car elle permet de définir le comportement réel d'une structure face à un séisme (graphiques déplacement-temps, accélération-temps).

Toutefois, dans ce type de méthode, la difficulté se situe dans le choix du séisme, et plus

particulièrement de son accélérogramme. En effet, l'étude doit être basée soit sur un séisme naturel mesuré, soit sur un accélérogramme artificiel. La définition de cette donnée de base pose des problèmes non négligeables et parfois reste très approximative. Malgré ses limites, comme par exemple le fait de modéliser le séisme comme une action unidirectionnelle, le Push over représente un moyen satisfaisant de calcul qui permet d'acquérir des connaissances utiles sur le comportement de la structure [5].

### I.5 Formulation de l'analyse push over :

L'hypothèse de base de cette méthode et le fait de rapporter les structures 3D ou 2D à un système à un degré de liberté (DDL), basée sur des recherches antérieures (Saiidi et Sozen 1981), qui ont démontrés que le déplacement d'un système à plusieurs degrés de liberté peut être approximativement égal à celui d'un système à un seul degré de liberté quand la réponse dominante est celle du premier mode [6]. (voir figure I.3)



**Figure I.3 :** Caractéristique du système équivalent à un seul degré de liberté

#### I.5.1 Mise en équation :

L'équation différentielle du mouvement du système sera écrite comme suit:

$$[M]\ddot{X}_i + [C]\dot{X}_i + \{f\} = -[M]\{I\}\ddot{X}_g \quad (\text{I.1})$$

Avec :

[M] : matrice de masse.

[C] : matrice d'amortissement.

{f} : vecteur des forces dans les niveaux de la structure.

{1} : Vecteur unité

$\ddot{X}_g$  : L'accélération du sol

Le vecteur de déplacement relatif  $X$  peut se mettre sous la forme :

$$X = \{\Psi\} X_i \quad (\text{I.2})$$

Avec :

$X_i$  : Déplacement au sommet d'un système à plusieurs degrés de liberté.

Par la substitution de l'Eq(1.1) dans l'Eq(1.2) et on multiplier par  $\{\Psi\}^T$  en trouve :

$$\{\Psi\}^T [M] \{\Psi\} \ddot{X}_i + \{\Psi\}^T [C] \{\Psi\} \dot{X}_i + \{\Psi\}^T \{f\} = -\{\Psi\}^T [M] \{I\} \ddot{X}_g \quad (\text{I.3})$$

Donc le déplacement du système à un seul degré de liberté équivalent  $X^*$  donné par l'expression suivante :

$$X^* = \frac{\{\Psi\}^T [M] \{\Psi\}}{\{\Psi\}^T [M] \{I\}} X_i \quad (\text{I.4})$$

Puis en substituant pour  $X_i$  dans l'équation (1.3) en utilisant l'Eq. (1.4), on obtient l'équation différentielle de la réponse du système à un seul degré de liberté équivalent :

$$M^* \ddot{X}^* + C^* \dot{X}^* + f^* = -M^* \ddot{X}_g \quad (\text{I.5})$$

$M^*$ ,  $C^*$  et  $f^*$  représentent les propriétés du système à 1DDL équivalent, elles sont données par :

$$M^* = \{\Psi\}^T [M] \{I\} \quad (\text{I.6})$$

$$C^* = \{\Psi\}^T [C] \{\Psi\} \frac{\{\Psi\}^T [M] \{I\}}{\{\Psi\}^T [M] \{\Psi\}} \quad (\text{I.7})$$

$$f^* = \{\phi\}^T \{f\} \quad (\text{I.8})$$

Le vecteur propre  $\{\Psi\}$  est connu, la relation force-déplacement ( $f^*$  par rapport à  $X^*$ ) du système à un seul degré de liberté équivalent peut être déterminée à partir des résultats d'une analyse non « courbe push-over » du système à plusieurs degrés de liberté, comme le montre la figure I.4. Dans le but d'identifier la résistance nominale globale et les déplacements, la valeur de plastification de l'effort tranchant à la base et le déplacement au sommet sont utilisés avec les équations (1.4) et (1.8) pour calculer la relation force-déplacement pour le système à un seul degré de liberté équivalent comme suit :

$$X_y^* = \frac{\{\Psi\}^T [M] \{\Psi\}}{\{\Psi\}^T [M] \{I\}} X_{i,y} \quad (\text{I.9})$$

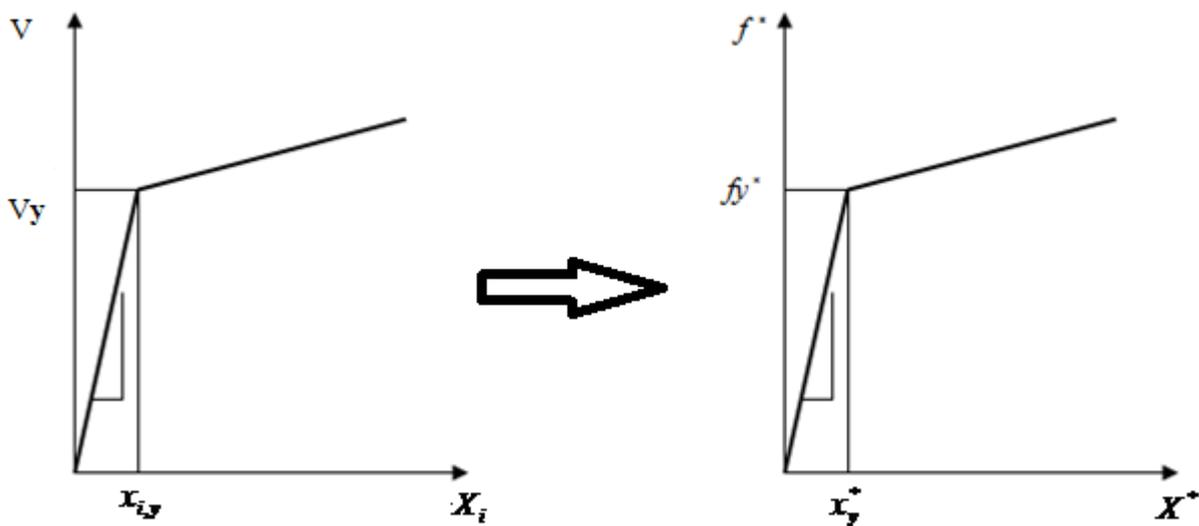
$$f_y^* = \{\Psi\}^T \{f_y\} \quad (\text{I.10})$$

Dans l'Eq (1.10)  $f_y$  est le vecteur des forces de niveau à la plastification.

$$V_y = \{I\}^T f_y \quad (\text{I.11})$$

La période initiale du système à un seul degré de liberté équivalent est donnée par

$$T_{eq} = 2\pi \left[ \frac{X_y^* M^*}{f_y^*} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (\text{I.12})$$



**Figure I.4 :** Caractéristiques force-déplacement de l'oscillateur multiple et de l'oscillateur simple

Pour un système inélastique, le déplacement doit être obtenu à partir d'un spectre inélastique, la détermination de ce spectre, exige la connaissance du rapport entre la force élastique et la force inélastique d'un système à un seul degré de liberté ce rapport est nommé facteur de réduction. [7]

Le spectre inélastique est obtenu en divisant l'équation (I.6) par  $M^*$  ce qui donne l'équation différentielle suivante :

$$\ddot{x}^* + \frac{C^*}{M^*} \dot{x}^* + \frac{f^*}{M^*} = -\ddot{x}_g \quad (\text{I.12})$$

Cette équation décrit la réponse d'un système à un seul degré de liberté avec une période  $T_{eq}$  et une force à la limite élastique telle que :

$$Sa = \frac{f_y^*}{M^*} \quad (\text{I.13})$$

Si le spectre élastique est connu, la force élastique du système équivalent peut être calculée comme suit :

$$Sa = Sae(T_{eq}) \quad (\text{I.14})$$

$Sae(T_{eq})$  : C'est l'ordonnée spectrale du spectre d'accélération correspondant à la période  $T_{eq}$  donnée par l'équation (I.12)

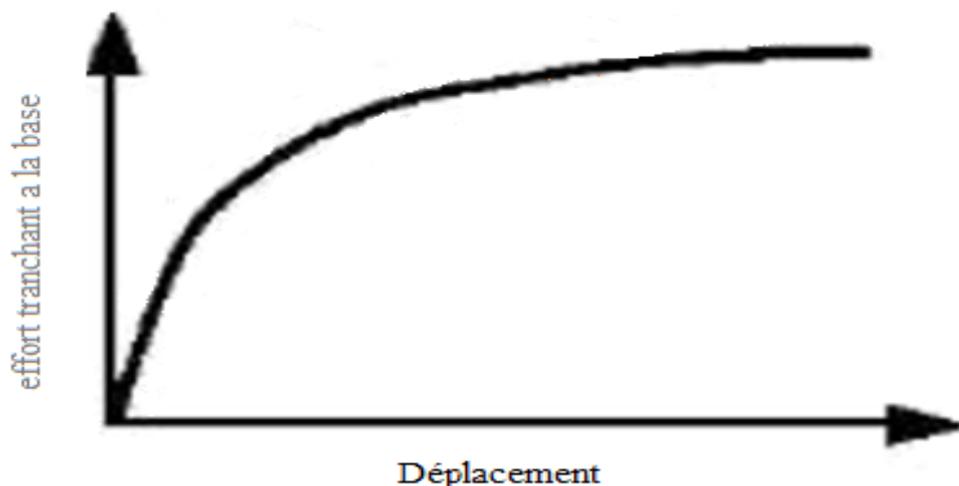
Le facteur de réduction  $R_\mu$  peut s'obtenir par la formule suivante ;

$$R_\mu = \frac{Sae}{Say} = \frac{Sae(T_{eq}) M^*}{Q_y^*} \quad (\text{I.15})$$

### I.6. Courbe de capacité (Push over) :

Le calcul non linéaire permet d'obtenir une courbe de capacité de la structure. Cette courbe représente l'effort tranchant à la base du bâtiment en fonction du déplacement au sommet. La courbe de capacité est en général formée par une phase à caractère élastique linéaire suivie par une phase non linéaire correspondant à la formation des rotules de flexion et de cisaillement, jusqu'au moment de la rupture. La rupture est identifiable par une chute de l'effort à la base suite à un petit déplacement de la structure. Les stades de plastification, ainsi

Les résultats sont donnés sous forme de courbe non linéaire qui relie l'effort tranchant à la base et le déplacement au sommet de la structure (voir la figure I.5)



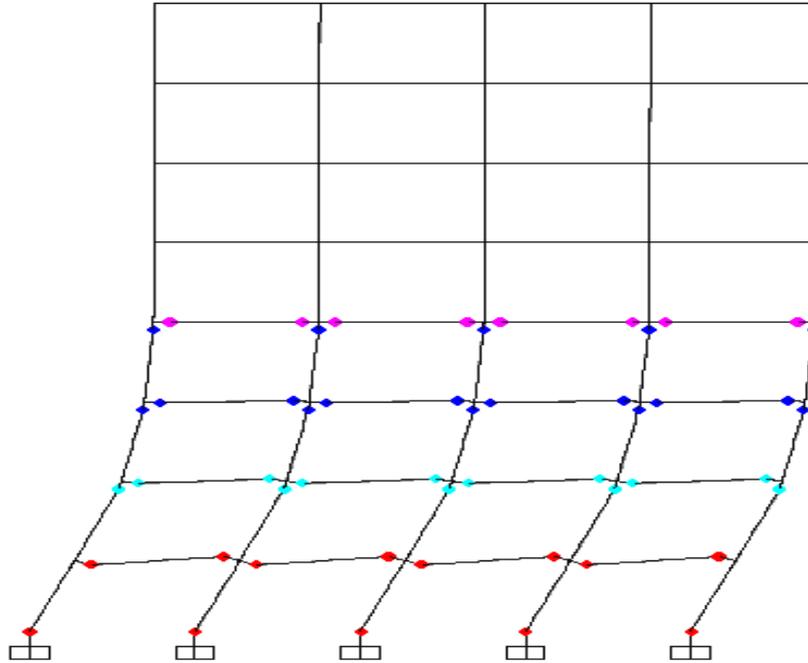
**Figure I.5** : courbe de capacité

Après le début de plastification des barres longitudinales, la déformation se concentre dans une région appelée rotule plastique (voir figure I.6). L'étendue de cette zone contrôle le comportement post élastique des éléments structurels donc de tout le système porteur.

Les règlements américains ATC40 [8] et FEMA356 [9] y définissent plusieurs types de rotules plastiques ainsi leurs propriétés:

- Rotule de cisaillement,

- Rotule de Torsion,
- Rotule de moment,
- Rotule d'effort normal.



**Fig. I.6 :** Exemple de formation des rotules plastiques.

### I.7.1. Longueur de la rotule plastique :

Le déplacement d'un élément structural peut être relié à sa courbure à travers le concept de rotule plastique qui apparaît lors de la déformation inélastique de cet élément. Cette déformation se manifeste sur une longueur plastique notée  $L_p$  à l'approche de la section critique où le moment de flexion dépasse le moment de plastification. Plusieurs auteurs ont donné des expressions pour le calcul de la longueur plastique en se basant sur des recherches expérimentales avec plusieurs paramètres mis en jeu à savoir : la position du point d'inflexion  $Z$ , la hauteur utile de la section transversale  $d$  et le diamètre des armatures longitudinales  $db$ . [10].

La longueur de la rotule plastique se calcul par la formule suivante :

$$L_P = \frac{1}{2} h_0 \left( 1 - \frac{M_Y}{M_U} \right) \quad (\text{I.16})$$

### **I.7.2. Mécanisme de ruine :**

Plusieurs mécanismes de ruine peuvent apparaître lors du déroulement des séquences de rotation de la structure. Ces mécanismes sont en nombre de trois et sont définis comme suit [5]:

#### **Mécanisme 1:**

Caractérisé par l'apparition des rotules plastiques en premier lieu au niveau des poteaux pouvant donner naissance à un niveau soft, ce mécanisme engendre une rupture précoce de la structure.

#### **Mécanisme 2:**

Considéré comme mécanismes généreux, il est caractérisé par l'apparition des rotules plastiques au niveau des poutres et à la base de la structure permettant son mouvement avec le sol lors d'un séisme et une meilleure dissipation d'énergie.

#### **Mécanisme 3:**

C'est le mécanisme mixte caractérisé par l'apparition des rotules plastiques au niveau des poutres et des poteaux en même temps.

#### **Conclusion :**

La méthode Push over est une méthode de calcul, utilisée en particulier pour l'évaluation des structures existantes, qui consiste à appliquer une charge sismique sur la structure à analyser. A partir de cette charge, qui est appliquée par étapes, le comportement non linéaire de la structure peut être défini. La non linéarité est en effet introduite dans la structure au moyen des paramètres des rotules de flexion et de cisaillement.

Push over est un outil puissant et très utile qui peut permettre aux ingénieurs de structures d'évaluer la performance sismique des bâtiments existants et récents et de rechercher plusieurs schémas de confortement de bâtiments existants.

