

RÉPUBLIQUE ALGÉRIENNE DÉMOCRATIQUE ET POPULAIRE

MINISTÈRE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE

UNIVERSITÉ IBN-KHALDOUN DE TIARET

FACULTÉ DES SCIENCES APPLIQUÉES

DÉPARTEMENT DE GENIE MECANIQUE

MEMOIRE DE FIN D'ETUDES

Pour l'obtention du diplôme de Master

Domaine : Sciences et Technologie

Filière : Génie Mécanique

Spécialité: Energétique

THÈME

SIMULATION NUMERIQUE D'UN JET TURBULENT AXISYMETRIQUE

Préparé par: Mr KHALFA LAZREG

Devant le Jury :

Nom et prénoms	Lieu d'exercice	Qualité
CHAIB Khaled	UIK Tiaret	Président
MEKROUSSI Said	UIK Tiaret	Examineur
SAD CHEMLOUL Nord-Eddine	UIK Tiaret	Encadreur

Promotion 2016/2017

REMERCIEMENTS

Ce mémoire a été réalisée grâce à l'aide, au soutien et la présence de nombreuses personnes. Il était pour moi une très bonne période, et je tiens à remercier celles et ceux qui m'ont permis de réaliser ce travail dans les meilleures conditions. Cette page leur est donc dédiée.

Je tiens à remercier Mr Sad Chemloul .N de son soutien le long de la réalisation de ce travail.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance aux personnes qui ont accepté d'évaluer ce travail de thèse et de faire partie de mon jury.

SOMMAIRE

-RMERCIEMENTS

-NOMENCLATURES

I -INTRODUCTION	01
II-CARACTERES DES ECOULEMENTS TURBULENTS	03
II-1 : Caractère aléatoire.....	03
II-2 : Caractère rotationnel aléatoire.....	06
II-3 : Caractère non linéaire	07
II-4 : Caractère diffusif	09
II-5 : Caractère dissipatif.....	09
III- EFFET DE LA TURBULENCE	11
III-1 : Effet sur le transfert de masse	11
III-2 : Effet sur le transfert de chaleur	12
III-3 : Effet sur le transfert de quantité de mouvement	13
III-4 : Autres effets	15
IV-EQUATIONS GENERALES DE LA MÉCANIQUE DES FLUIDES	16
IV-1 : Equations de Navier – Stokes	16
IV-2 : L’approche mathématique dans la résolution	16
IV-3 : L’approche statistique	17
IV-3-1 : Equation de conservation de masse	18
IV-3-2 : Equation du mouvement	18
V- PROBLEME DE FERMETURE	20
V-1 : Hypothèse de la viscosité turbulente (Boussinisq).....	21
V-2 : Hypothèse de la longueur de mélange(Prandtl)	21
V-3 : Equation de l’énergie cinétique turbulente	25

V-4 : Equation de transport aux de dissipation	29
V-5 : Méthode de fermeture	30
VI- LA THEORIE DES MOYENNES STATSTIQUES DE DEUX POINTS.....	34
VI-1 : Notion de corrélation	34
VI-2 : La Turbulence homogène et isotrope	35
VI-3 : Equation des variances covariances spatiales	36
VII-APPLICATION AUX ECOULEMENT LIMES JET	
AXISYMTRIQUE	41
VIII- LA DIFFUSION TURBULENTE	50
VIII.1 : Diffusion moléculaire	50
VIII.2 : Equation de la diffusion turbulente	51
VIII-2-1 : Modèle de fermeture	52
VIII-2-2 : Equation de la diffusivité turbulente :.....	53
-Approche de la théorie de Taylor	53
VIII-3 Diffusion Lagrangienne et simulation numérique	
-Applique au jet Axisymétrique	56
VIII-3-1 Introduction	56
VIII-3-2 Diffusion des particules fluides	68
VIII-3-3 Application	74
VIII-4 Programme de calcul	75
VIII-5 Visualisation du jet et résultats statistiques	79
IV- CONCLUSION	83
- ABSTRACT	85
-ملخص.....	86
-BIBLIOGRAPHIE	88

NOMENCLATURES

D:	Coefficient de diffusion moléculaire.....	m ² /s
U:	Vitesse d'écoulement instantanée.....	m/s
h:	Grandeur quelconque.....	m
ℓ :	Longueur de mélange.....	m
P :	Pression statique.....	N/m ²
σ :	Ecart type ou valeur quadratique moyen.....	μ s.
s_{ij} :	Tenseur symétrique.....	(N/m ²)
W:	Tenseur antisymétrique.....	(N/m ²)
Λ_{μ} :	Viscosité de dilatation	kg/(m·s)
F_i :	Force de volume.....	(N)
\bar{V}_t :	viscosité cinématique de la turbulence.....	(m ² /s)
ε :	Taux de dissipation.....	(m ² /s ²)
μ :	Viscosité dynamique.....	kg/(m·s)
Λ_g :	Micro échelle transversale de Taylor.....	(m)
Λ_f :	Micro-échelle longitudinale de Taylor.....	(m)
R_e :	Nombre de Reynolds.....	()
U' :	vitesse fluctuante de l'écoulement.....	(m/s)
\bar{U} :	vitesse moyenne de l'écoulement.....	(m/s)

ρ = masse volumique du fluide(kg/m³)

C : Gradient de concentration.....()

I-INTRODUCTION

INTRODUCTION

Très couramment, l'occasion nous est offerte d'observer des écoulements : le panache de fumée d'une cheminée d'usine, le jet d'un réacteur d'avion le sillage d'un navire, en aérodynamique, les couches limites se développent sur les ailes ou sur les fuselages d'avions en sont quelques exemples.

A l'évidence, ces écoulements ne possèdent que très rarement les propriétés du régime laminaire, ils sont le siège d'un brassage ou d'instabilités qui conduisent à un autre type de régime plus complexe.

Ce phénomène a été analysé dès 1883 par O. Reynolds qui a étudié l'écoulement dans des conduites rectilignes de section circulaire.

Les observations avaient été réalisées par le procédé de visualisation par filets colorés, l'expérience a souvent été répétée depuis, et elle indique pour un fluide donné dans une conduite donnée à faible vitesse les lignes de courants qui sont parfaitement parallèles à l'axe de la conduite, ou bien on dit il y a apparition d'un caractère ordonné des couches fluides. Dans un tel cas, l'écoulement est stationnaire, on le dit laminaire.

A plus grande vitesse, des instabilités apparaissent sous forme d'ondes, l'écoulement devient instationnaire, mais il reste parfaitement organisé, cependant ce régime n'est pas stable, car un mouvement beaucoup plus irrégulier prend naissance. A grande vitesse, l'écoulement devient turbulent.

La description d'une conduite montre déjà combien il est difficile de faire la distinction entre divers régimes d'écoulement .Il est faux de dire que l'écoulement n'est plus laminaire dès qu'il est instationnaire ; et qu'il est pleinement turbulent dès qu'il n'est plus laminaire, de ce fait, il n'existe pas de définition de la turbulence. Le sujet ne peut-être précis que si l'on convient de définir la turbulence par ces caractéristiques.

L'étude de la turbulence participe dans plusieurs disciplines :

La mécanique des fluides, la thermodynamique, la géophysique, l'astrophysique, la biophysique. Ces applications concernent des domaines variés, comme ceux de l'aéronautique, de l'hydraulique, des industries thermiques, atomiques, chimiques, de l'agriculture, de la médecine etc...

Elles concernent aussi la prévision météorologique, la prévision océanologique et la prévention de la pollution.

Dans notre étude nous avons essayé de simuler la diffusion des particules dans un jet axisymétrique.

II-CARACTERE DES ECOULEMENTS TURBULENTS

II-1 CARACTERE ALEATOIRE:

Les diverses grandeurs scalaires, vectorielles caractérisant l'écoulement en un point donné de l'espace sont des fonctions aléatoires du temps. A titre d'exemple et le plus important, les variations spatiales et temporelles des vitesses sont telles qu'on peut chercher à les représenter par ces variables aléatoires. Ces variations sont caractérisées par : les moyennes et les moments statistiques.

Par définition, le caractère aléatoire impose que des réalisations indépendantes du même phénomène conduisent à l'indépendance statistique des variables considérées. Une autre propriété importante de ces variables et leur indépendance statistique lorsque la distance qui sépare deux points d'observations tend vers l'infini ou lorsque l'intervalle de temps entre les observations au même point tend vers l'infini.

$$\bar{a} = \lim_{t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{t} \right) \int_0^t a(t) dt$$

Ou

$$\bar{a} = \lim_{t \rightarrow \infty} \int_t^{t+T} a(t) dt \quad \text{(II-1)}$$

Avec " a " fonction aléatoire stationnaire.

Puisqu'on est entrain de parler de la moyenne statistique, il est bien de dire que toutes les approches pratiques de calcul font appel à la notion de grandeur moyenne et au lieu de chercher à déterminer l'évolution spatiale et temporelle des grandeurs instantanées, on s'intéresse essentiellement au comportement de ces moyennes, soit à (=1,... ,n) les valeurs prises par une fonction aléatoire " a-" au cours de n réalisations indépendantes du même phénomène, c'est-à-dire n réalisations de l'écoulement dans les mêmes conditions, la moyenne d'ensemble " \bar{a} " ou stochastique (ou espérance mathématique) est

Par :

$$\bar{a} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum a_k \quad \text{(II-2)}$$

Moyenne d'ensemble d'un écoulement instationnaire.

La fluctuation turbulente " a'" est définie par la différence entre la valeur prise à une réalisation donnée et la valeur moyenne :

$$a' = a_k - \bar{a} \quad \text{(II-3)}$$

Les propriétés de l'opérateur sont telles que : $\overline{a'} = 0$

L'écart type δ valeur quadratique moyen n'est pas nul, il est défini

Par :

$$\delta^2 = \overline{a'^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum (a_k - \bar{a})^2}{n} \quad \text{(II-4)}$$

D'une façon générale, on définit la moyenne d'une fonction g(a)

Par :

$$\bar{g} = \lim_{n \rightarrow \infty} \int G(a) \times F(a) da \quad \text{(II-5)}$$

Et la moyenne \overline{ab} d'un produit de deux fonctions aléatoires, définie

Par :

$$\overline{ab} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sum (a_k b_k)}{n} \quad \text{(II-6)}$$

Le moyenne \overline{ab} est appelée covariance ou corrélation.

Les grandeurs a et b ne sont pas forcément prises au même point ni au même instant, il s'agit d'une corrélation spatio-temporelle.

Au même point et au même instant on parle d'auto-corrélation.

Le développement des équations de la mécanique des fluides fait appel à quelques propriétés de l'opérateur ($\bar{\quad}$), si a et b sont des fonctions aléatoires, les moyennes d'ensemble obéissent aux règles suivantes :

$$\overline{a + b} = \bar{a} + \bar{b} \quad \text{(II-7)}$$

$$\overline{a \times b} = \bar{a} \times \bar{b}$$

Si " c " n'est pas aléatoire.

$$\overline{\bar{a} \times \bar{b}} = \bar{a} \times \bar{b}$$

$$\frac{d\bar{a}}{dt} = \frac{d\bar{a}}{dt}$$

$$\frac{d\bar{a}}{dx_i} = \frac{d\bar{a}}{dx_i}$$

(II-8)

$$\overline{a \int dx_i dt} = \int \bar{a} dx_i dt$$

De ces relations, on déduit par exemple :

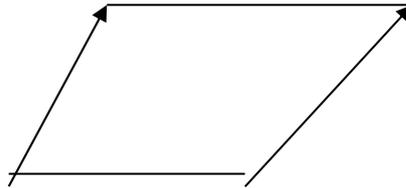
$$\bar{\bar{a}} = \bar{a}, \overline{a \times b'} = \bar{a} \times \bar{b}' = 0$$

II-2 CARACTERE TRIDIMENSIONNEL ET ROTATIONNEL:

Les écoulements sont essentiellement tridimensionnels. Il existe donc des fluctuations de vitesse suivant les trois directions.

Cette propriété influe sur un autre caractère important des écoulements turbulents qui est celui d'être rotationnel. En effet, on sait que la dynamique du tourbillon est fondamentalement différente selon que l'écoulement est bidimensionnel ou tridimensionnel. En écoulement purement bidimensionnel, le tourbillon évolue sous l'influence des phénomènes de convection et de diffusion. Au contraire, en écoulement tridimensionnel, il y a création (destruction) de tourbillon à l'intérieur du fluide par action des champs de vitesse de déformation.

Considérons le vecteur élémentaire (dimensionné en volume fluide ou particule fluide).



En appelant x_i les coordonnées de points on a :

$$x_{ia}' = x_{ia} + U_{ia} dt$$

En appelant \mathbf{dx}_{ia} , \mathbf{dx}_{ia}' les coordonnées de \overrightarrow{AB} , $\overrightarrow{A'B'}$, on obtient :

$$dx_{ia}' = dx_{ia} + \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j}\right) dx_{ja} dt \quad (\text{II-9})$$

Avec : $\frac{\partial U_i}{\partial x_j}$ le tenseur du gradient de vitesse. '

Il est décomposé en une partie symétrique ∂_{ij} et une partie antisymétrique δ_{ij}

Avec :

$$\frac{dU_i}{dx_j} = \partial_{ij} + \delta_{ij}$$

$$\partial_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right), \quad \delta_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Le tenseur symétrique δ_{ij} est appelé tenseur des vitesses de déformation ou tenseur de déformation...

Le tenseur antisymétrique est lié au vecteur tourbillon défini par :

$$\vec{w} = \frac{1}{2} \text{rot} \vec{v}$$

Ou :
$$\vec{w}_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ikl} \frac{\partial U_l}{\partial x_k} \quad \text{(II-10)}$$

ε_{ikl} Est le tenseur alternateur

On a :
$$\delta_{ij} = -\varepsilon_{ikl} w_k \quad \text{(II-11)}$$

$$\vec{w}_i = \frac{1}{2} \varepsilon_{ikl} \delta_{kj}$$

Le gradient de vitesse se met donc sous la forme :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_j} = S_{ij} - \varepsilon_{ikl} w_k \quad \text{(II-12)}$$

Le terme S_{ij} correspond à une déformation d'un élément fluide; alors que le terme $-\varepsilon_{ikl}$ correspond à une simple rotation. D'après l'hypothèse des fluides newtoniens qui exprime que les contraintes liées à la viscosité ne sont dues qu'au terme de déformations; une rotation d'ensemble ne crée pas des contraintes visqueuses.

En définitif on peut dire que la caractéristique importante d'un écoulement turbulent n'est pas tellement d'être rotationnel.

II- 3 CARACTERE NON LINEAIRE :

Les équations régissant les écoulements turbulents sont les équations de Navier - Stokes (pour les fluides newtoniens) et le caractère non linéaire des termes de convection confère tout sa difficulté au problème de la turbulence, Une conséquence: par exemple, la dynamique du tourbillon et notamment en tridimensionnel, interaction entre tourbillon et vitesse de déformation. Prés schématiquement, le mouvement turbulent peut être vu comme un système superposant à l'écoulement moyen et formé par la coexistence d'une grande gamme de mouvement défini par leurs amplitudes et leur vitesse. Les mouvements ou structures peuvent être imaginées comme un enchevêtrement des tubes tourbillons qui ne sont pas rectilignes. Une visualisation d'écoulement de la couche limite turbulent (FIGII-2) montre qu'il existe des mouvements d'ensemble qui occupent un espace compris entre la formation de la couche limite, des visualisations dans différents plans montrent en effet que les mouvements; sont fortement tridimensionnels imaginables comme sorte de pyramides.



Fig(II-1) Visualisation d'une couche limite turbulente de plaque plane.

$R\phi = 4000$ (d'après Falco).

Pour caractériser un mouvement turbulent, on utilise la notion d'échelle de turbulence ; échelle de longueur, de vitesse, de temps.

L'échelle de longueur: c'est ta taille caractéristique du mouvement.

Si on observe la fumée qui laisse échapper une cheminée d'usine, une échelle de longueur assez naturelle est le diamètre de l'orifice de sortie.

Cette taille ou échelle de longueur représente aussi le diamètre de tube tourbillon...

En fait, les écoulements turbulents ne peuvent pas être caractérisés par un seul mouvement : il en existé: toute une gamme couvrant une grande variété d'échelle de longueur et de temps. Ces divers mouvement est le résultat de la non-linéarité des équations qui les régissent et de la dynamique du tourbillon.

II-4 CARACTERE DIFFUSIF:

La diffusivité de la turbulence qui cause un mélange rapide et qui fait augmenter les taux de mouvement de chaleur et de transfert de masse est une autre caractéristique de l'écoulement turbulent qui eut très importante.

Différents mécanismes assurent la diffusion d'une quantité quelconque dans un écoulement fluide:

- La diffusion moléculaire: même en l'absence de tout mouvement d'ensemble du fluide ou de toute agitation locale (pas de turbulence), une certaine diffusion est assurée par l'agitation moléculaire.
- La convection: les différentes particules d'un fluide en mouvement sont, en général, animées de vitesse différentes; les particules situées à l'instant zéro dans un volume "v" sont

situées à l'instant " t " dans un volume " v " de forme différente, Les grandeurs associées aux particules sont ainsi dispersées.

Dans un écoulement turbulent, le mouvement des particules est encore plus désordonné et la dispersion plus importante, la vitesse " U. " en un point peut être décomposée en une vitesse moyenne " \bar{U} " et une vitesse fluctuante " U' " à un instant " t ", deux particules voisines de ce point n'ont. En général, ni la même vitesse moyenne, ni la même vitesse fluctuante. A la Convection liée au mouvement moyen des deux particules s'ajoute un second effet convectif crée par la turbulence ; on donne le nom de diffusion turbulente à ce second effet.

On rapproche ainsi les notions de diffusion moléculaire et diffusion turbulente, toutes deux créées par un mouvement désordonné au niveau de la molécule dans le premier cas et au niveau de la particule fluide (qui contient un grand nombre de molécules) dans le second cas

II-5-CARACTERE DISSIPATIF:

Le travail de déformation des tensions visqueuses, entraîne une dissipation de l'énergie cinétique en chaleur .Or, les vitesses de déformation, liées au rotationnel, sont considérablement augmentées en écoulement turbulent et donc, le taux de dissipation augmente lui aussi L'essentielle la viscosité est associé aux mouvements pour les quels la viscosité est plus efficace (c'est-à-dire le nombre de Reynolds est égale l'unité).

On peut dire que les mouvements dont l'échelle de longueur est la plus petite qui sont en majeure partie responsable de la dissipation.

III- EFFET DE LA TURBUINCE :

III-1-EFFET SUR LE TREANSFERT DE MASSE

Dans un fluide, considéré comme un milieu continu une substance neutre (Et de même masse volumique que le fluide) diffuse selon la loi de Fiek :

$$\vec{j} = \phi = - D \overrightarrow{grad} C \quad \text{(III-1)}$$

$\overrightarrow{grad} C$: Gradient de concentration.

D : coefficient de diffusion moléculaire.

Le flux est la quantité de la substance qui traverse l'unité de surface pendant l'unité de temps et dans la direction du gradient, c'est la concentration de la substance dans le fluide au voisinage de la surface élémentaire considérée, le fluide étant animé d'un mouvement de vitesse U, considérons un volume v limitée par la surface S, l'équation de conservation de la substance, en l'absence de source dans le volume v s'écrit :

$$\int \frac{dc}{dt} dv + \int c \vec{U} \vec{r} ds = \int D \overrightarrow{grad} C \vec{n} ds$$

\vec{r} Étant le vecteur normal à la surface en chacun de ses point comme :

$$\int D \overrightarrow{grad} C \vec{n} ds = \int \text{div} (D \overrightarrow{grad} C) dv$$

$$\int_V C \vec{U} \vec{n} ds = \int \text{div} (\vec{U} C) dv \quad \text{(III-2)}$$

$$\int_V \left(\frac{dC}{dt} + \text{div} C \vec{U} - \text{div} (D \overrightarrow{grad} C) \right) dv = 0$$

On peut donc écrire en chaque point :

$$\frac{dc}{dt} + \text{div} (C \vec{U}) = \text{div} (D \overrightarrow{grad} C) \quad \text{(III-3)}$$

Lorsque l'écoulement est turbulent les grandeurs qui figurent dans les équations (III -2) et (III -3) sont des fonctions aléatoires du temps et de l'espace

$$C = \bar{C} + C' \quad ; \quad \vec{U} = \vec{\bar{U}} + \vec{U}'$$

\bar{C} : Concentration à l'instant t.

$\vec{\bar{U}}$: Valeur moyenne de \vec{U} .

C' : Valeur fluctuante de C

On obtient, en prenant la moyenne de l'équation (III-3)

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + \operatorname{div} \bar{C} \vec{\bar{U}} + \operatorname{div} \overline{C' \vec{U}'} = \operatorname{div} (D \overrightarrow{\operatorname{grad}} \bar{C})$$

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + \operatorname{div} \bar{C} \vec{\bar{U}} = \operatorname{div} (-\overline{C' \vec{U}'} + D \overrightarrow{\operatorname{grad}} \bar{C}) \quad \text{(III-4)}$$

Si on raisonne sur l'équation (III-4) on peut dire que le transfert de \bar{C} a travers un élément de surface considère, du a l'agitation moléculaire et caractérisé par une diffusivité moléculaire D, est augmenté d'un transfert turbulent égal au flux du vecteur $-\overline{C' \vec{U}'}$, la convection due au mouvement moyen est caractérisé par le terme $\operatorname{div} \bar{C} \vec{\bar{U}}$, la diffusion turbulente par le terme $\operatorname{div} \overline{C' \vec{U}'}$ et la diffusion moléculaire par $\operatorname{div} (D \overrightarrow{\operatorname{grad}} \bar{C})$.

III-2- ÉFFET SUR LE TRANSFERT DE CHALEUR :

Précisons la forme de l'équation d'énergie en écoulement turbulent, la température instantanée T est décomposée en température moyenne \bar{T} et fluctuante T'.

Pour un écoulement permanent, sans gradient de pression et dont on néglige la dissipation, l'équation est donc :

$$U_j = \frac{dT}{dx_j} = a \frac{d^2 T}{dx_j^2} \quad \text{(III-5)}$$

Devient :

$$(\bar{U}_j + U'_j) \frac{d(\bar{T} + T')}{dx_j} = a \frac{d^2(\bar{T} + T')}{dx_j^2}$$

Appliquons l'opération moyenne couple tenu l'équation de continuité, on obtient :

$$U_j = \frac{d\bar{T}}{dx_j} = a \left(\frac{d\bar{T}}{dx_j} - \overline{U'_j T'} \right) \quad \text{(III-6)}$$

Donc, il n'est pas possible de déterminer le champ moyen de température sans déterminer le terme $\overline{U'_j T'}$.

Généralement on formule une liaison entre les termes $\overline{U'_j T'}$ du champ fluctuant et les termes $\frac{d\bar{T}}{dx_j}$ du champ moyen.

Pour des mêmes conditions aux limites, le transfert thermique en régime turbulentes le plus grand que le transfert technique en régime laminaire. En effet, le terme $\overline{U'_j T'}$ négatif vient renforcer les termes $\frac{d\bar{T}}{dx_j}$.

III-3- EFFET SUR LE TRANSFERT DE QUANTITÉ DE MOUVEMENT:

Nous admettons que les équations d& Navier - Stokes sont application écoulement turbulent :

$$\rho \frac{d\vec{U}}{dt} = -\overrightarrow{grad}P + \vec{F} + \mu \Delta \vec{V} + \frac{1}{3} \mu \overrightarrow{grad} \operatorname{div} \vec{U} \quad \text{(III-7)}$$

Afin de faciliter le calcul, nous placerons en fluide incompressible

($\rho = \text{constante}$, $\operatorname{div} U=0$ n, forces de volume négligeable)

Passons en notations d'Einstein :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = - \frac{dp}{dx_i} - \mu \frac{d^2 U_i}{dx_j^2} \quad \text{(III-8)}$$

Nous noterons :

$$\rho \frac{dU_i}{dt} = \rho \left[\frac{dU_i}{dt} - U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right] \quad \text{(III-9)}$$

Tous les termes de ces équations sont fluctuants posons :

$$U_i = \bar{U}_i + \overline{U'_i} \quad \text{Et} \quad p = \bar{p} + p'$$

Le coté gauche de l'équation (III – 8) se transforme en :

$$\frac{dU_i}{dt} = \rho \frac{d\bar{U}_i}{dt} - \rho \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} - \overline{\rho U'_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j}}$$

En tenant compte que les termes contenant $\overline{U'_i}$ ou $\overline{U'_i} = 0$

Le coté droit de l'équation (III-8) s'écrit :

$$-\frac{d\bar{P}}{dt} - \mu \frac{d^2 U_i}{dx_i^2}$$

L'équation (III-8) écrite en valeurs moyenne est :

$$\rho \frac{d\bar{U}_i}{dt} - \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} = -\frac{d\bar{P}}{dx_i} - \mu \frac{d^2 \bar{U}_i}{dx_j^2} - \rho \frac{d\bar{U}'_i \bar{U}'_j}{dx_j} \quad \text{(III-10)}$$

Le fluide étant incompressible:

$$\overline{U_i \frac{dU_j}{dx_j}} = \bar{U}_i \frac{dU_j}{dx_j} + \overline{U'_i \frac{dU'_j}{dx_j}} = \overline{U'_i \frac{dU'_j}{dx_j}} = 0$$

Ajoutons $(-\bar{U}_i \frac{dU_j}{dx_j}) = 0$ au cote droit de l'équation (III-10) il vient

$$\rho \left(\frac{d\bar{U}_i}{dt} - \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \right) = -\frac{d\bar{P}}{dx_i} + \left(\mu \frac{d}{dx_j} \frac{dU_i}{dx_j} - \rho \overline{U'_i U'_j} \right) \quad \text{(III-11)}$$

Or l'équation aux valeurs instantanées s'écrirait :

$$\rho \left(\frac{d\bar{U}_i}{dt} - \bar{U}_j \frac{dU_i}{dx_j} \right) = -\frac{dP}{dx_i} - \frac{d}{dx_j} \mu \frac{dU_i}{dx_j} \quad \text{(III-12)}$$

Ainsi l'équation écrite en valeurs moyenne diffère d'un seul terme de L'équation aux valeurs instantanées, il s'agit du terme :

$$\frac{d}{dx_j} [-\rho \overline{U'_i U'_j}]$$

Le terme $\rho \overline{U'_i U'_j}$ est appelé tension de Reynolds.

De ce fait il est possible d'interpréter l'existence des termes $(-\overline{U'_i U'_j})$ comme des contraintes supplémentaires agissant sur un élément de fluide en addition aux contraintes provenant de la pression et des forces de viscosité. L'expérience montre qu'en écoulement turbulent les contraintes de Reynolds sont beaucoup plus grandes que les contraintes visqueuses

$$\rho \overline{U'_i U'_j} \gg \mu \frac{d\bar{U}_i}{dx_j}$$

III-4- AUTRES EFFETS :

La turbulence a une conséquence importante qui consiste à retarder la séparation des couches limites. En effet, une couche limite qui subit un gradient de pression positif à tendance à se détacher de la paroi, et ceci se produit plus facilement en écoulement laminaire qu'en écoulement turbulent.

Il s'ensuit que la résistance de forme est parfois réduite sous l'effet de turbulence et aussi seuls les écoulements turbulents permettent d'obtenir des portances élevées, pour les ailes pales, aubages etc...

De même pour les conduites en forme de diffuseur dont l'angle d'ouverture est grand peuvent être utilisées sans entraîner de décollement lorsque l'écoulement, est turbulent.

Par ailleurs, en plus des effets de la turbulence, il convient de mentionner aussi le fait qu'elle est à l'origine du " bruit aérodynamique " engendré par les fluctuations de pression relevant du mode acoustique, liées aux fluctuations turbulentes de vitesses.

IV- EQUATIONS GENERALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

IV-1- EQUATIONS DE NAVIER -STOKES :

Les équations fondamentales de la dynamique d'une fluide (deuxième loi de Newton) sont :

$$\rho \left(\frac{dU_i}{dt} + U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right) = F_i - \frac{d\sigma_{ij}}{dx_j} \quad (\text{IV-1})$$

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + \tau_{ij}$$

Ou :

p : Pression statique

σ_{ij} : Tenseur des contraintes totales

τ_{ij} : Tenseur des contraintes visqueuses.

F_i : Forces de volume.

U_i : vitesse au point considéré.

ρ : masse volumique au point considéré.

Où la répétition de l'indice " j " implique la sommation par rapport à cet indice c'est - à - dire d'une manière générale :

$$U_j \frac{dh}{dx_j} = U_1 \frac{dh}{dx_1} + U_2 \frac{dh}{dx_2} + U_3 \frac{dh}{dx_3}$$

Avec h une grandeur quelconque.

IV-2-L'APPROCHE MATHEMATIQUE DANS LA RÉOLUTION :

Pour un fluide Newtonien non pesant, les équations de quantité de mouvement n'expriment que l'accélération d'une particule fluide et due aux forces de pression et de viscosité :

$$\rho \left(\frac{dU_i}{dt} - U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right) = - \frac{dp}{dx_i} - \left(\lambda \mu \frac{dU_j}{dx_j} + \frac{d}{dx_j} (2\mu \sigma_{ij}) \right) \quad (\text{IV-2})$$

En fluide compressible Newtonien, les contraintes sont données par :

EQUATIONS GENERALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

$$\tau_{ij} = \lambda_{\mu} \frac{dU_j}{dx_j} \sigma_{ij} + 2 \mu \sigma_{ij}$$

Où λ_{μ} et μ sont liées par l'hypothèse de Stokes :

$$3 \lambda_{\mu} + \mu = 0$$

Avec:

λ_{μ} : viscosité de dilatation.

Dans le cas d'un écoulement incompressible, isotherme et à force de volume négligeable ($\rho = \text{constante}$, $T = \text{constante}$, $\text{div } U=0$, $t(T) = \text{constante}$),

On obtient les équations de Navier- Stokes sous forme artésienne où $\delta = \frac{U}{\rho}$

Est la viscosité cinématique :

$$\rho \left(\frac{dU_i}{dt} - U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right) = - \frac{dP}{dx_i} + 2U + \frac{ds_{ij}}{dx_j}$$

avec :

$$\rho s_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{dU_i}{dt} - U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right)$$

d'où :

$$\rho \left(\frac{dU_i}{dt} - U_j \frac{dU_i}{dx_j} \right) = - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x_i} + \gamma \Delta U_i \quad \text{(IV-3)}$$

IV-3-L'APPROCHE STATISTIQUE :

Les équations de Navier- Stokes sont non linéaires. Les méthodes mathématiques dans l'état actuel, ne permettent la résolution d'équation aussi complètes que dans des cas très particuliers. C'est pourquoi on continue à étudier statistiquement la turbulence suivant l'idée d'Osborne Reynolds par le biais de la décomposition d'une grandeur moyenne et une fluctuation.

EQUATIONS GENERALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

Le choix du type de moyenne (d'ensemble, d'espace ou de temps) est délicat et dépend des diverses propriétés de l'écoulement (homogénéité, stationnarité) dans l'hypothèse d'un écoulement permanent on est amené à considérer une moyenne temporelle :

$$\bar{a} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T a \, dt \quad (\text{IV-4})$$

On montre facilement que " $\bar{a}' = 0$ "

IV-31- L'EQUATION DE CONSERVATION DE MASSE :

$$\frac{dU_j}{dx_j} = 0 \quad \text{d'où} \quad \frac{d(\bar{U}_j + U'_j)}{dx_j} \quad (\text{IV-5})$$

En moyennant la relation (IV-5) on a :

$$\frac{d\bar{U}_j}{dx_j} + \frac{dU'_j}{dx_j} = 0$$

Ou \bar{U}_j est a divergence nulle.

$$\text{D'où} \frac{d\bar{U}_j}{dx_j} = 0$$

La divergence du champ fluctuant est nulle.

IV-3-2-L'EQUATION DU MOUVEMENT:

L'équation instantanée en un point M :

$$\frac{dU_i}{dt} + U_j \frac{dU_i}{dx_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx_j} + \nu \frac{d^2 U_i}{dx_j dx_j} \quad (\text{IV-6})$$

Moyennant l'équation (IV-3) on a :

$$\frac{d(\bar{U}_i + U'_i)}{dt} + (\bar{U}_j + U'_j) \frac{d(\bar{U}_i + U'_i)}{dx_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{d(P + p')}{dx_j} + \nu \frac{d^2 (\bar{U}_i + U'_i)}{dx_j dx_j} \quad (\text{IV-7})$$

En prenant la moyenne: de (IV-7) on obtient :

$$\frac{d\bar{U}_i}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \overline{U'_j \frac{dU'_i}{dx_j}} - \frac{d\bar{U}'_i}{dx_j} = - \frac{1}{\rho} \frac{dP'}{dx_j} + \nu \frac{d^2 \bar{U}_i}{dx_j dx_j}$$

EQUATIONS GENERALES DE LA MECANIQUE DES FLUIDES

$$\overline{U'_j \frac{dU'_i}{dx_j}} = \frac{\overline{dU'_i U'_j}}{dx_j} - \frac{\overline{dU'_j}}{dx_j} i \quad (\text{IV-8})$$

Car $\text{div } U'_j = 0$

Enfin on obtient :

$$\frac{d\bar{U}_i}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} - \frac{1}{P} \frac{d\bar{P}}{dx_i} + \frac{U}{P} \frac{d^2 \bar{U}_i}{dx_j dx_j} - \frac{\overline{dU'_i U'_j}}{dx_j}$$

$$\text{Ou } \rho \left[\frac{d\bar{U}_i}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \right] = - \frac{d\bar{P}}{dx_i} + \frac{d}{dx_j} \left[\mu \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} - P \overline{dU'_i U'_j} \right] \quad (\text{IV-9})$$

Les termes $-\rho \overline{dU'_i U'_j}$ forment le tenseur de Reynolds qui traduit l'influence de la turbulence sur le mouvement moyen, ils se combinent aux tensions visqueuses pour former une tension turbulente apparente

Les tensions de Reynolds proviennent de la non linéarité des équations de Navier-Stokes. Dans l'équation (IV-10), elles apparaissent comme une inconnue supplémentaire que le système des équations de Navier-Stokes (IV-10) jointes à l'équation de continuité ne suffisent pas à calculer l'écoulement moyen.

Les techniques qui permettent de résoudre ce problème font appel à des hypothèses de fermeture destinées à obtenir un système comportant autant d'équation que d'inconnues.

V / PROBLEME DE FERMETURE

Le problème reste ouvert en termes d'équation générale, car on ne connaît pas la loi de variation de $\overline{U'_i U'_j}$.

- $\overline{U'_i U'_j}$ n'est autre que la valeur moyenne du tenseur qui résulte du produit tensoriel du vecteur fluctuant avec lui même.

Il est appelé " tenseur de Reynolds " et $\overline{U'_i U'_j}$ correspond t un cisaillement dû à la turbulence et qui s'ajoute au cisaillement moléculaire $\mu \left(\frac{dU_i}{dx_j} + \frac{dU_j}{dx_i} \right)$ on notera que $\frac{d}{dx_j} (\overline{U'_i U'_j})$ provient du terme $\overline{U'_j \frac{dU'_i}{dx_j}}$ même issue du terme non linéaire $U_j \frac{dU_i}{dx_j}$ de l'équation instantanée.

C'est donc la non linéarité de l'équation de Navier cette nouvelle fonction inconnue dans l'équation statistique du mouvement malheureusement ; en l'état actuel des connaissances; il n'existe aucune équation supplémentaire qui permette de résoudre le nouveau système formé par les équations statistiques de conservation de masse et de la quantité de mouvement.

Ce système demeure donc "ouvert "

Le problème de la " fermeture " du système consiste donc à chercher une nouvelle relation.

Il existe un certain nombre de possibilités applicables à des cas particuliers mais aucune méthode basée sur des principes physiques clairs et indiscutables ayant une portée générale n'existe à l'heure actuelle.

On verra cependant, que certains procédés, bien que de portée limitée et souvent " assez empirique ", ont été développés et permettent de calculer certains écoulements turbulents avec précision.

Parmi les procédés plus adoptée, de nos jours, la turbulence homogène et isotrope reste l'un des plus modernes concepts de fermeture, et le plus adapté aux, méthodes de simulations numériques.

V-1- L'HYPOTHESE DE LA VISCOSITE TURBULENTE (Boussiniqu)

Soit l'écoulement turbulent quasi-parallèle. C'est le cas des sillages des jets et des couches limites...)

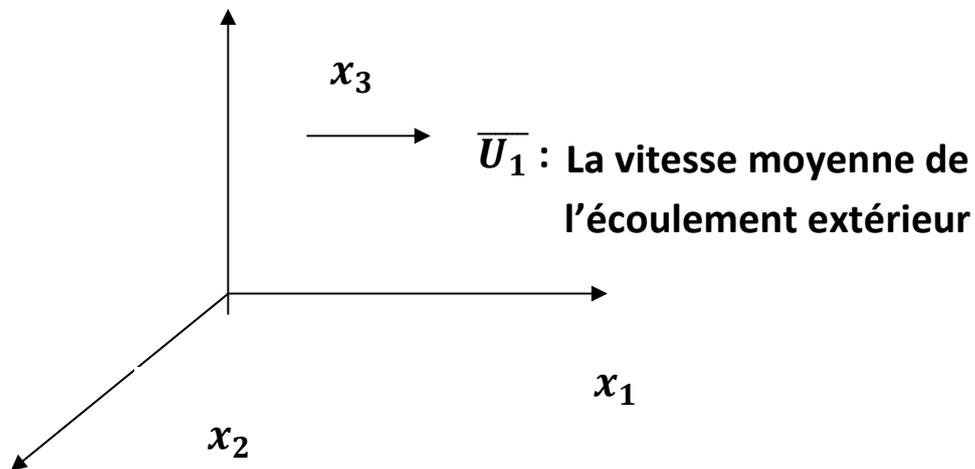


Fig (V-1) : Référentiel de vitesse d'un écoulement extérieur

C'est l'hypothèse la plus simple, elle suppose que :

$$-\overline{U'_1 U'_3} = \gamma_T \frac{d\overline{U}_1}{dx_3} \text{ ou } \overline{\gamma}_T \text{ est la viscosité équivalente constante dans tout l'écoulement.}$$

Si on se soustrit à cette hypothèse, un calcul en tout point similaire à celui fait pour le cas laminaire (où seule la viscosité moléculaire intervient) nous conduit à un profil de vitesse parabolique dont la vitesse au centre serait :

$$\overline{U}_{1m} = \frac{-H^2}{8(\mu + \overline{\mu}_T)} \frac{dP}{dx_1} \text{ ou } \overline{\mu} = P \overline{\gamma}_T^{(v-1)} \tag{V-1}$$

V-2 - L'HYPOTHESE DE LA LONGUEUR DE MELANGE (PRANDTL)

Comme on vient de le voir, l'introduction d'une viscosité additionnelle due à la turbulence ne modifie pas l'allure du profil de vitesse qui demeure parabolique

Or l'expérience montre que ceci est faux ; dans le cas d'écoulement turbulents la distribution des vitesses est beaucoup plus plate dans la partie centrale, ce qui suggère que $\overline{\gamma}_T$ n'est pas constant dans l'écoulement et varie en fonction de la position.

Prandtl, par analogie avec la théorie cinétique des gaz, a fait l'hypothèse que $\bar{\gamma}_T$ était proportionnel à l'écart type de la fluctuation de vitesse et à une longueur dite "longueur de mélange" ℓ on a ainsi :

$$\bar{\gamma}_T \sim \sqrt{U_3'^2} \ell \quad (V-2)$$

Dans ces conditions :

$$-\overline{U_1'U_3'} = \sqrt{U_3'^2} \ell \frac{d\bar{U}_1}{dx_3} \quad (V-3)$$

L'expérience montre qu'au voisinage de la paroi :

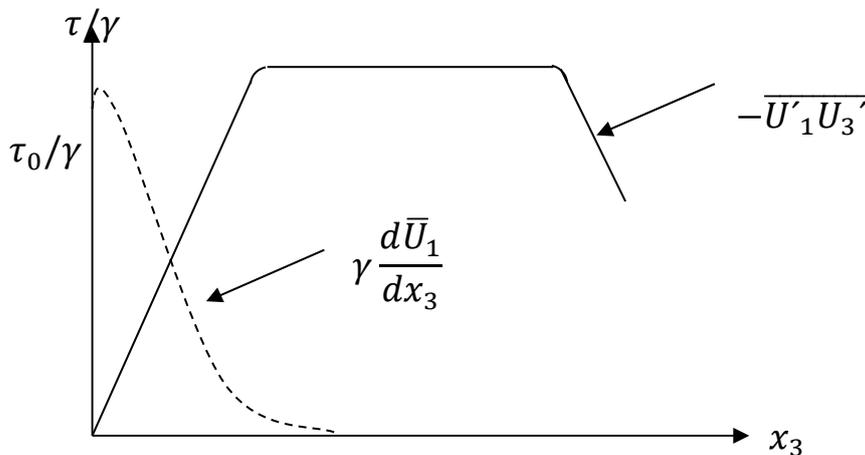


Fig (V-2) : Effet de la viscosité moléculaire

La couche fluide située au voisinage immédiat de la paroi où l'effet de la viscosité moléculaire est prépondérant, est appelée "sous couche". Immédiatement après est située une zone plus étendue où le cisaillement est pratiquement constant et égal au frottement à la paroi, c'est à cette zone $-\overline{U_1'U_3'}$ que l'on appliquera la théorie de la longueur de mélange.

L'expérience montre également que dans cette zone $-\overline{U_1'U_3'}$ est pratiquement proportionnel à $\sqrt{U_3'^2}$.

Ces différentes informations peuvent être résumées de la façon suivante :

$$-\overline{U_1'U_3'} = \bar{\gamma}_T \frac{d\bar{U}_1}{dx_3}$$

$$\overline{\gamma}_T = a \sqrt{U_3'^2} \ell \quad (\text{V-4})$$

$$-\overline{U_1' U_3'} = b U_3'^2 = \frac{\tau_0}{\gamma}$$

- Où a et b sont des constantes.

Un en déduit :

$$-\overline{U_1' U_3'} = a \sqrt{U_3'^2} \ell \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} = b \overline{U_3'^2} \ell \quad (\text{V-5})$$

$$\text{Soit : } \frac{a}{b} \ell \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} = \sqrt{U_3'^2}$$

$$\text{Et : } \frac{\tau_0}{\gamma} = \frac{a^2}{b} \ell^2 \left(\frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \right)^2 \quad (\text{V-6})$$

Cette équation s'écrit généralement :

$$\frac{\tau_0}{\gamma} = \frac{a^2}{b} \ell^2 \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \left| \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \right| \quad (\text{V-7})$$

Ceci afin que le cisaillement ait le même signe que le gradient de vitesse ;

L'hypothèse faite par Prandtl, que " ℓ " est proportionnel à la distance à la paroi, x_3 soit :

$$\ell = c x_3 ; \text{ d'où } \frac{\tau_0}{\gamma} = \frac{a^2 c^2}{b} x_3 \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \left| \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \right| \quad (\text{V-8})$$

Dans le cas de la paroi inférieure τ_0 et $\frac{d\overline{U_1}}{dx_3}$ sont positifs:

$$\frac{1}{a c} \sqrt{\frac{b \tau_0}{\gamma}} x_3 \frac{d\overline{U_1}}{dx_3} \quad (\text{V-9})$$

$$\text{Soit : } d\overline{U_1} = \frac{1}{a c} \sqrt{\frac{b \tau_0}{\gamma}} \frac{dx_3}{x_3} \quad (\text{V-10})$$

$$\text{On pose: } \sqrt{\frac{\tau_0}{\gamma}} = U^* \text{ et } k = \frac{a c}{\sqrt{b}} \quad (\text{V-11})$$

En intégrant par rapport à x_3 , il vient:

$$\frac{\overline{U}_1}{U^*} = \frac{1}{k} \ln x_3 + B \quad (\text{V-12})$$

Où B est une constante d'intégration... On utilise généralement une coordonnée adimensionnelle...

$$Y^+ = \frac{U^* x_3}{\nu} \quad (\text{V-13})$$

De même on rend la vitesse adimensionnelle en posant :

$$U_t = \frac{\overline{U}_1}{U^*} \quad (\text{V-14})$$

$$U_t = \frac{1}{K} \ln x_3 \frac{U^* x_3}{\nu} - \frac{1}{K} \ln \left(\frac{U^*}{\nu} \right) + B$$

$$U_t = \frac{1}{K} \ln Y^+ + C \quad (\text{V-15})$$

Cette loi n'est pas valable pour $Y^+ = 0$ (à la paroi), mais cependant donne des résultats satisfaisants dans la partie intermédiaire entre la sous couche et la partie centrale.

Elle s'applique également aux couches limites turbulentes de parois et aux écoulements turbulents dans les conduites circulaires.

La relation la plus utilisée pratiquement :

$$U_t = 2.5 \ln Y^+ + 5.5 \quad (\text{V-16})$$

V-3- ÉQUATION DE L'ENERGIE CINÉTIQUE TURBULENT :

La détermination des grandeurs turbulentes régissant cette équation va nous permettre l'étude et l'examen des phénomènes fondamentaux tels que la diffusion.

De connaître l'importance relative et l'évolution des différents termes et d'analyser l'écoulement dans son ensemble.

On va limiter cette étude au fluide Newtonien, isovolume et sans force extérieur. L'énergie cinétique par unité de masse est : $\frac{1}{2} U_i U_i$ avec $U_i = \bar{U}_i + U'_i$

On aura :

$$\frac{1}{2} (\bar{U}_i + U'_i)(\bar{U}_i + U'_i) = \frac{1}{2} (\overline{\bar{U}_i + U_i} + U'_i \bar{U}_i + U'_i U'_i)$$

En prenant la moyenne :

$$\frac{1}{2} U_i^2 = \frac{1}{2} \overline{\bar{U}_i + U_i} + \frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i} \quad (\text{V-17})$$

$\frac{1}{2} \overline{\bar{U}_i + U_i}$: Représente l'énergie cinétique du mouvement moyen.

$\frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i}$: L'énergie cinétique du mouvement turbulent.

Posons:

$$\bar{\ell} = \frac{1}{2} \overline{\bar{U}_i + U_i} \text{ et } \ell = \frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i} \quad (\text{V-18})$$

Le problème maintenant est de connaître quelle serait la variation de l'énergie cinétique du mouvement " $\bar{\ell}$ ", en suivant la particule dans son mouvement moyen.

En d'autre terme :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} (\overline{\bar{U}_i + U_i}) = f(\dots)?$$

On écrit l'équation instantanée de la quantité de mouvement :

$$\frac{dU_i}{dt} + U_j \frac{dU_i}{dx_j} = -\frac{1}{\rho} \bar{U}_j \frac{dP}{dx_i} + \frac{d^2 U_i}{dx_j dx_j} \quad (\text{V-19})$$

Et l'équation statistique du mouvement :

$$\frac{d\bar{U}_i}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \overline{U'_j \frac{dU_i}{dx_j}} = \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dx_i} + \frac{d^2 U_i}{dx_j dx_j} \quad (\text{V-20})$$

En retranchant (V -19) dans (V -20) on obtient l'équation aux fluctuations

Soit :

$$\frac{dU'_i}{dt} + \bar{U}_0 \frac{dU'_i}{dx_j} + \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + U'_j \frac{dU'_i}{dx_j} - \overline{U'_j \frac{dU'_i}{dx_j}} = \frac{1}{\gamma} \frac{dP'}{dx_i} + \gamma \frac{d^2 U'_i}{dx_j dx_j} \quad (\text{V-21})$$

On multiplie (V-21) par U'_i :

On prend la moyenne de (V-21) $\times U'_i$ soit : $\overline{(V-21) \times U'_i}$

Et sachant que : $\bar{\ell} = \frac{1}{2} \overline{U_i + U_i}$ et $\ell = \frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i}$

On aura :

$$\frac{d\bar{\ell}}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{\ell}}{dx_j} + \overline{U'_i U'_j} \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \overline{U_i U_j} \frac{dU'_i}{dx_j} = -\frac{1}{\gamma} \overline{U'_i} \frac{dP'}{dx_i} + \sigma U'_i \frac{d^2 U'_i}{dx_j dx_j} \quad (\text{V-22})$$

A
B

Le terme A :

$$\overline{U'_i (U'_j \frac{dU'_i}{dx_j})} = \overline{U'_j (U'_i \frac{dU'_i}{dx_j})} = \overline{U'_j \left(\frac{dU'_i U'_i}{2 dx_j} \right)}$$

$$\overline{U'_j \left(\frac{d\ell}{dx_j} \right)} = \overline{U'_j \left(\frac{d\ell}{dx_j} \right)} = \overline{U'_j \left(\frac{d\ell U'_j}{dx_j} - \ell \frac{dU'_j}{dx_j} \right)} = \overline{\left(\frac{d\ell U'_j}{dx_j} \right)}$$

Car :

$$\overline{\left(\frac{dU'_j}{dx_j} \right)} = 0$$

Le terme B :

$$\begin{aligned} \overline{U'_i \frac{d}{dx_j} \left(\frac{dU'_i}{dx_j} \right)} &= \overline{\frac{d}{dx_j} U'_i \left(\frac{dU'_i}{dx_j} \right)} - \overline{\frac{dU'_i}{dx_i} \frac{dU'_i}{dx_j}} \\ &= \frac{d}{dx_j} \frac{d}{dx_j} \left(\frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i} \right) - \overline{\frac{dU'_i}{dx_i} \frac{dU'_i}{dx_j}} \end{aligned}$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{\ell}}{dt} &= \frac{d\bar{\ell}}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{\ell}}{dt} \\ &= \frac{1}{\Lambda} \overline{U'_i \frac{dP'}{dx_i}} - U'_i U'_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \frac{d}{dx_j} \left(\Lambda \frac{d\bar{\ell}}{dx_j} - \bar{\ell} U'_i \right) - \Lambda \left(\frac{dU'_i}{dx_j} \right) \left(\frac{dU'_i}{dx_j} \right) \\ &\quad - \frac{1}{\Lambda} \overline{U'_i \frac{dP'}{dx_i}} \\ &= \frac{1}{\Lambda} \frac{d}{dx_i} (\overline{U'_i P'}) - P' \frac{dU'_i}{dx_i} \end{aligned}$$

Avec :

$$\frac{dU'_i}{dx_i} = 0$$

$$-\frac{1}{\Lambda} \overline{U'_i \frac{dP'}{dx_i}} = -\frac{1}{\Lambda} \frac{d\overline{U'_i P'}}{dx_i} = \frac{1}{\Lambda} \frac{d\overline{U'_i P'}}{dx_i} = \frac{d}{dx_i} \left(\frac{\overline{U'_i P'}}{\Lambda} \right) = \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\overline{U'_j P'}}{\Lambda} \right)$$

D'où l'équation finale

$$\frac{d\bar{\ell}}{dt} = \underbrace{-\overline{U'_i U'_j}}_{(I)} \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \frac{d}{dx_j} \left(\underbrace{\gamma}_{(III)} \frac{d\bar{\ell}}{dx_j} - \underbrace{\overline{U'_j \left(\ell + \frac{P'}{\Lambda} \right)}}_{(IV)} \right) - \underbrace{\delta \left(\frac{d\overline{U'_i}}{dx_j} \frac{d\overline{U'_i}}{dx_j} \right)}_{(V)}$$

(I)

(II)

(III)

(IV)

(V)

Interprétation physiques des différents termes

I : Correspond à la variation de l'énergie cinétique turbulente en suivant la particule dans son mouvement.

II : Terme de production de l'énergie cinétique turbulente par interaction des tensions de Reynolds et du produit principal de vitesse.

III: Terme de diffusion de l'énergie cinétique turbulente par la viscosité moléculaire.

IV : Terme de diffusion de l'énergie cinétique moyenne par la turbulence, ce sont des termes de transports

V : Terme de dissipation par la viscosité moléculaire de l'énergie cinétique sous forme de chaleur, ce terme limite donc l'augmentation de l'énergie cinétique turbulente.

Remarque :

Le bilan de l'énergie cinétique est indispensable pour établir des modèles algébriques physiquement corrects des différents termes des équations statistiques, qui deviennent alors des équations de transport susceptibles d'être résolues par le calcul.

V-4-EQUATION DE TRANSPORT DU TAUX DE DISSIPATION:

Pour obtenir cette équation on procède de la façon suivante:

- On dérive l'équation (V-21) par rapport à x_k
- On multiplie $\frac{d}{dx_k}$ (V-21) par $2\delta \frac{dU'_i}{dx_k}$
- En prend la moyenne de cette dernière équation
- on pose:

$$\varepsilon = \delta \overline{\left(\frac{dU_i}{dx_j}\right) \left(\frac{dU_i}{dx_j}\right)} \quad (\text{V-23})$$

On obtient :

$$\begin{aligned} \frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\varepsilon}{dx_j} = & \\ = -2\delta \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \left(\overline{\frac{dU'_k}{dx_j} \frac{dU'_k}{dx_j}} + \overline{\frac{dU'_i}{dx_k} \frac{dU'_j}{dx_k}} \right) - 2\delta \frac{d^2 \bar{U}_i}{dx_j dx_j} \overline{U'_i \frac{dU'_i}{dx_k}} & \\ - 2\delta \overline{\frac{dU'_i}{dx_k} \frac{dU'_j}{dx_k} \frac{dU'_i}{dx_j}} - 2 \frac{d}{dx_j} \left(\delta \overline{\frac{dU'_i}{dx_k} \frac{dU'_i}{dx_k}} \right) + \frac{2\delta}{\ell} \overline{\frac{dU'_i}{dx_k} \frac{d^2 P'}{dx_k dx_k dx_i}} & \\ + 2\delta \overline{\frac{d^2 U'_i}{dx_j dx_k}} \delta \overline{\frac{d^2 U'_i}{dx_j dx_k}} - \delta \overline{\frac{d^2 \varepsilon}{dx_j dx_k}} & \end{aligned} \quad (\text{V-24})$$

V- 5 /METHODE DE FERMETURE (K -ε):

La viscosité cinématique de la turbulence $\overline{V_T}$ présente un intérêt théorique mais conduit à des résultats erronés, si elle est supposée constante ce d'intérêt limite, Si elle est associée à une hypothèse de mélange.

Si l'on désire conserver ce concept ; il est donc nécessaire de pouvoir la relier à des grandeurs turbulentes locales.

L'hypothèse fondamentale sur laquelle repose la méthode (K -ε) est que $\overline{V_T}$ est liée localement à l'énergie cinétique de la turbulence " $\overline{\varphi}$ " et à son taux

De dissipation "ε" par la relation :

$$\overline{V_T} = c \frac{\overline{\varphi}^2}{\varepsilon} \tag{V-25}$$

Ou' "c" est une constante.

V- 5-1-TENSEUR DE REYNOLDS :

$$-\overline{U'_i U'_i} = -\frac{2}{3} \bar{e} \sigma_{ij} + \overline{V_T} \left(\frac{d\overline{U}_i}{dx_j} + \frac{d\overline{U}_j}{dx_i} \right) \tag{V-26}$$

On note que pour $i = j$, on retrouve $\bar{e} = -\frac{1}{2} \overline{U'_i U'_i}$

V -5-2/ LES TERMES DE DIFFUSION :

Ce sont tous les termes qui présentent la forme générale :

$$\frac{d}{dx_j} (\overline{U'_j \varphi}) \text{ Ou } \varphi \text{ est une fonction scalaire.}$$

Si on intègre ces termes dans un volume V 'limite 'par une surface Σ , on

Obtient :

$$\int_V \frac{d}{dx_j} (\overline{U'_j \varphi}) dv = \int_{\Sigma} \frac{d}{dx_j} (\varepsilon U'_j n_j) d\Sigma \tag{V-27}$$

Ceci montré que $\varepsilon U'_j n_j$ ni est un flux φ du à l'action de la turbulence qui a un effet diffusif.

On modélise ces termes en admettant que le flux diffuse ($\overline{\varepsilon U'_j}$) est proportionnel au gradient de $\bar{\varphi}$ (loi de Fick) et à $\overline{V_T}$ ce qui se traduit par une relation générale du type :

$$-\varepsilon U'_j = \frac{\overline{V_T}}{D} \frac{\bar{\varepsilon}}{dx_j} \quad (\text{V-28})$$

Ceci permet de transformer les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique turbulente.

En effet, il suffit de remplacer -1.4\3à par son expression modélisée.

Elle devient alors :

$$\frac{dU_i}{dt} + \overline{U_j} \frac{d\overline{U}_i}{dx_j} = \frac{1}{\gamma} \frac{d\overline{P}}{dx_i} + \frac{d}{dx_j} \left((\vartheta + \overline{\vartheta_T}) \frac{d\overline{U}_i}{dx_j} \right) - \frac{2}{3} \frac{d\bar{\ell}}{dx_i}$$

Dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente; il suffit de remplacer par son expression, et on utilisera le modèle de diffusion pour écrire le terme:

$$\overline{U_i \left(l + \frac{P'}{\gamma} \right)} = \frac{\overline{\vartheta_T}}{\sigma_\ell} \frac{d\bar{\ell}}{dx_j}$$

Où σ_ℓ est une constante.

On obtient alors une nouvelle équation pour l'énergie cinétique du mouvement moyenne " $\bar{\ell}$ ": $\overline{\vartheta_T}$

$$\frac{d\bar{\varphi}}{dt} + \overline{U_j} \frac{d\bar{\varphi}}{dx_j} = \frac{\overline{\vartheta_T}}{\sigma_\ell} \frac{d\overline{U}_i}{dx_j} \left(\frac{d\overline{U}_i}{dx_j} + \frac{d\overline{U}_j}{dx_i} \right) + \frac{d}{dx_j} \left((\vartheta_T + \overline{\vartheta_T}) \frac{d\bar{\ell}}{dx_j} \right) - \varepsilon$$

La transformation de l'équation de transport de la dissipation est plus délicate, nous en donnons:

$$\begin{aligned}
 \frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\varepsilon}{dx_j} = & -2 \vartheta \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \left(\frac{d\bar{U}'_i}{dx_\ell} + \frac{d\bar{U}'_j}{dx_\ell} + \frac{d\bar{U}'_\ell}{dx_i} + \frac{d\bar{U}'_\ell}{dx_j} \right) - 2\vartheta \frac{d\bar{U}'_i}{dx_\ell} + \frac{d\bar{U}'_i}{dx_j} \frac{d\bar{U}'_j}{dx_j} \\
 & - \frac{d}{dx_j} \left(\vartheta \bar{U}'_j \frac{d\bar{U}'_i}{dx_\ell} + \frac{d\bar{U}'_i}{dx_\ell} + \frac{2\vartheta}{\gamma} \frac{d\bar{P}'}{dx_\ell} + \frac{d\bar{U}'_j}{dx_\ell} \right) - 2 \\
 & - 2 \left(\vartheta \frac{d^2 \bar{U}'_i}{dx_j} \right) \left(\vartheta \frac{d^2 \bar{U}'_i}{dx_j dx_\ell} \right)
 \end{aligned}$$

(V-29)

Modèles des différents termes :

$$(I) \quad C_{\varepsilon_1} \bar{\vartheta}_T \frac{\varepsilon_1}{\bar{\ell}} \frac{\varepsilon_1}{\bar{\ell}} \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \left(\frac{d\bar{U}_i}{dx_j} - \frac{d\bar{U}_j}{dx_i} \right)$$

C_{ε_1} : Une constante

$$(II) \quad \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\bar{\vartheta}_T}{\vartheta_\ell} + \frac{d\varepsilon}{dx_j} \right)$$

$$(III) \quad \text{Et (IV)} C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{2}$$

C_{ε_2} : Une constante

L'équation de transport du taux de dissipation en prenant en considération les différents modèles s'écrit :

$$\frac{d\varepsilon}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\varepsilon}{dx_j} = C_{\varepsilon_1} \bar{V}_T \frac{\varepsilon}{\bar{\ell}} \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} \left(\frac{d\bar{U}_i}{dx_j} + \frac{d\bar{U}_j}{dx_i} \right) + \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\bar{V}_T}{\sigma_\sigma} \frac{d\varepsilon}{dx_j} \right) - C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{\bar{\ell}} \quad (V-30)$$

On dispose donc du système suivant :

$$\frac{d\bar{U}_i}{dx_i} = 0$$

$$\frac{d\bar{U}_i}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{U}_i}{dx_j} = \frac{1}{\bar{\ell}} \frac{d\bar{P}}{dx_i} + \left[(\vartheta + \bar{\vartheta}_T) \frac{dU_i}{dx_j} \right] - \frac{2}{3} \frac{d\bar{\ell}}{dx_i} \frac{d\bar{\ell}}{dt} + \bar{U}_j \frac{d\bar{\ell}}{dx_j}$$

$$\begin{aligned}
 &= \overline{\vartheta}_T \frac{d\overline{U}_l}{dx_j} \left(\frac{d\overline{U}_l}{dx_j} + \frac{d\overline{U}_j}{dx_i} \right) + \frac{d}{dx_j} \left[\left(\vartheta + \frac{\overline{\vartheta}_T}{\sigma_\ell} \right) \frac{d\overline{\ell}}{dx_j} \right] - \varepsilon \frac{d\varepsilon}{dt} + \overline{U}_j \frac{d\varepsilon}{dx_j} \\
 &= C_{\varepsilon_1} \overline{V}_T \frac{\varepsilon}{\overline{\ell}} \frac{d\overline{U}_l}{dx_j} \left(\frac{d\overline{U}_l}{dx_j} + \frac{d\overline{U}_j}{dx_i} \right) + \frac{d}{dx_j} \left(\frac{\overline{V}_T}{\sigma_\sigma} \frac{d\varepsilon}{dx_j} \right) - C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{\overline{\ell}} \\
 \overline{V}_T &= C_{\varepsilon_2} \frac{\varepsilon^2}{\overline{\ell}} \tag{V-31}
 \end{aligned}$$

Pour les cinq inconnues $\overline{U}_l, \overline{P}, \overline{V}_T, \varepsilon, \text{ et } \overline{\ell}$, les valeurs des constantes ont été obtenues à partir de résultats expérimentaux et nécessitent un léger ajustement :

$$\sigma_\varepsilon = 1,3$$

$$\sigma_\ell = 1,0$$

$$C_{\varepsilon_1} = 1,44$$

$$C_{\varepsilon_2} = 1,92$$

$$C = 0,09$$

Cette méthode de fermeture donne d'excellents résultats dans de nombreux cas.

VI- LA THEORIE DES MOYENNES STATISTIQUES EN DEUX POINTS

VI-1-NOTIONS DE CORRELATIONS :

Afin de transformer les équations fondamentales déterministes en équations statistiques, des variables appropriées doivent être proposées.

Pour définir un ensemble de variables statistiques on est amené à, Utiliser des moments de distribution de densité de probabilité composés de covariances ou corrélations...

Pour cela il faut fixer :

A/ quelles sont les variables physiques (vitesse, pression, température...)

B/ le nombre des points dans l'espace.

C/ le nombre des variables du champ dont on prendra la moyenne des produits.

VI-1-1-LES CORRELATIONS SPATIALES ET SPATIO-TEMPORELLES

Soit un repère $0 x_1 x_2 x_3$ un écoulement turbulent et deux points A et B. A chaque instant on mesure $U'_2(A, t)$ et $U'_2(B, t)$ puis on calcule, $U'_2(A); U'_2(B)$ mesurés simultanément.

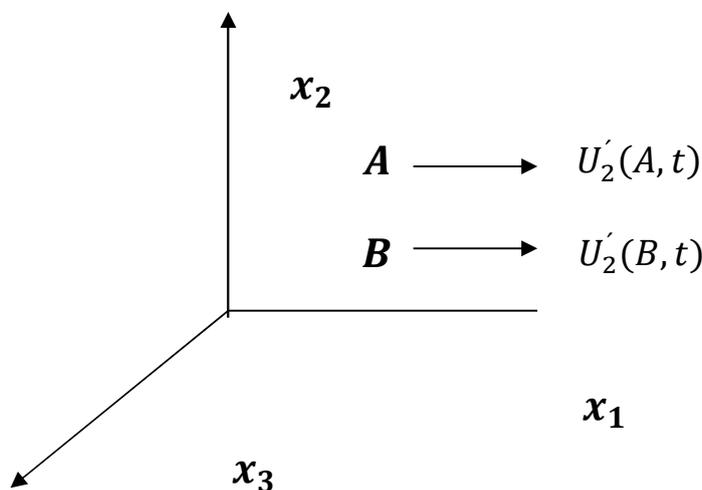


Fig 5 : Repère spatio-temporelle d'un écoulement turbulent

On prend la moyenne de ces quantités pendant une période "T"

En considérant l'écoulement stationnaire on a :

$$\frac{1}{T} \int_t^{t+T} U_2'(B) d\tau = \overline{U_2'(A)U_2'(B)} \quad (\text{VI-1})$$

$U_2'(A)U_2'(B)$ Etant un élément du tenseur des variances - covariances de la corrélation spatiale entre A et B, noté $\overrightarrow{U'(A, t)U'(B, t)}$.

On définit de la même manière la corrélation spatio-temporelle, le tenseur est noté : $\overline{U_i'(A, t)U_i'(B, t + \tau)}$

Ou "T" étant le décalage temporel entre la mesure de la fluctuation de vitesse au point A et celle du point B.

L'instant "t " est arbitraire dans le cas d'un écoulement stationnaire, dans un écoulement où la turbulence est supposée homogène et isotrope, toute particule dans le champ de vitesse fluctuant, doit satisfaire au tenseur de Reynolds locale, et au tenseur des variances - covariances spatio-temporelle.

VI-2/LA TURBULENCE HOMOGENE ET ISOTROPE :

On considère les hypothèses simplificatrices fondamentales suivantes :

- champ infini sans frontière rigide.
- vitesse moyenne d'écoulement nulle, ou vitesse moyenne uniforme.
- comportement global :
 - Production d'énergie nulle.
 - il y a apport d'énergie par les forces extérieures, de telle sorte que la dissipation visqueuse équilibre exactement l'apport d'énergie et que la turbulence soit en équilibre dynamique.
- toutes les moyennes statistiques sont fonction du temps de même qu'elles sont fonctions des coordonnées de séparation des deux points.

VI-3/L'EQUATION DES VARIANCES COVARIANCES SPATIALES :

Vu l'isotropie, l'écoulement moyen est à vitesse constante et les tensions de Reynolds deviennent : $\overline{U_i U_j} = \sigma_{ij} U^2$ (VI-2)

Et $U_1^2 = U_1^2 + U_3^2$ est le carré moyen des vitesses fluctuantes dans toutes les directions.

Le champ de vitesse est la somme de deux vecteurs :

V_k : vitesse moyenne uniforme.

U_k : Champ fluctuant ou : $\overline{U_k} = 0$

Soit le référentiel direct $Ax_1 x_2 x_3$, les équations de mouvements s'écrivent :

$$\frac{dU_i}{dt} + (V_k + U_k) \frac{dU_i}{dx_k} = -\frac{1}{\sigma} \frac{dP}{dx_k} + V_j \frac{dP}{dx_i} + \sigma V_j \frac{d^2 U_i}{dx_\ell dx_\ell} \quad \text{(VI-3)}$$

En multipliant cette équation par V_j et sachant que $\frac{dU_k}{dx_k} = 0$

on obtient

$$V_j \frac{dU_i}{dt} + V_k V_j \frac{dU_i}{dx_k} + V_j \frac{dU_i dU_k}{dx_k} = -\frac{1}{\gamma} V_j \frac{dP}{dx_i} + \vartheta_{vj} \frac{d^2 U_i}{dx_\ell dx_\ell} \quad \text{(VI-4)}$$

Soit maintenant un deuxième référentiel telle que :

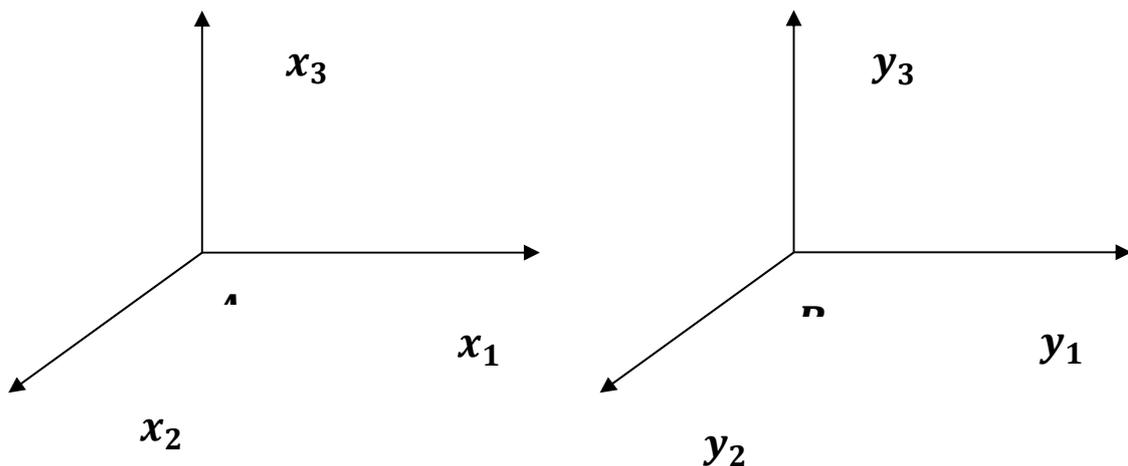


Fig 6 : Référentiel des équations de mouvement.

U : vitesse de la particule au point " A "

V : vitesse de la particule au point "B"

Pour le deuxième référentiel B Ay₁ y₂ y₃ l'équation (VI-4) s'écrit :

$$\frac{dV_j}{dt} + (V_k + U_k) \frac{dV_j}{dy_k} = -\frac{1}{\sigma} \frac{dP}{dy_i} + \gamma \frac{d^2V_j}{dy_i dy_\ell} \quad (\text{VI-5})$$

On multiplie la relation (VI-4) par U_i :

$$U_i \frac{dV_j}{dy_k} + U_k U_i \frac{dV_j}{dy_k} = \frac{1}{\sigma} U_i \frac{dP}{dy_i} + \gamma U_i \frac{d^2V_j}{dy_i dy_\ell} \quad (\text{VI-6})$$

On prend maintenant la somme des équations (VI - 4) et (VI-5) :

$$\begin{aligned} (V_j \frac{dU_i}{dt} + U_i \frac{dV_j}{dt}) + V_k \left(V_j \frac{dU_i}{dx_k} + U_i \frac{dV_j}{dy_k} \right) &= \left(V_j \frac{dU_i U_k}{dx_k} + U_i \frac{dV_j V_k}{dy_k} \right) \\ &= -\frac{1}{\sigma} \left(V_j \frac{dP}{dx_k} + U_i \frac{dP}{dy_i} \right) + \sigma \left(V \frac{d^2U_i}{dx_\ell dx_\ell} + U_i \frac{d^2V_j}{dy_\ell dy_\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{VI-7})$$

Puisque A et B sont toutes les deux différents dans l'espace :

U_i : Mesurée au point A. ne dépend que de y_i

V_j : mesurée au point B, ne dépend que de x_i

D'où l'équation (VI-7) devient :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} (U_i V_j) + V_k \left(\frac{dU_i V_j}{dx_k} + \frac{dU_i V_j}{dy_k} \right) + \left(\frac{dV_j U_i U_k}{dx_k} + \frac{dV_j U_i U_k}{dy_k} \right) \\ = -\frac{1}{\sigma} \frac{dV_j}{dx_i} - \frac{1}{\sigma} \frac{dP U_i}{dy_i} + \sigma \left(\frac{d^2U_i V_j}{dx_\ell dx_\ell} + \frac{d^2U_i V_j}{dy_\ell dy_\ell} \right) \end{aligned} \quad (\text{VI-8})$$

On pose :

$$\xi_i = y_i - x_i$$

$$\Rightarrow \frac{d}{d\xi_i} = \frac{d}{dy_i}; \quad \frac{d}{d\xi_i} = -\frac{d}{dx_i}; \quad \frac{d^2}{d\xi_i d\xi_i} = \frac{d^2}{dx_\ell dx_\ell} = \frac{d^2}{dy_\ell dy_\ell}$$

Et l'équation (VI - 8) s'écrit :

$$\frac{d}{dt} a_{ij} - T_{ij} = \frac{1}{\gamma} \left(\frac{d}{d\xi_i} P V_j - \frac{d}{d\xi_j} P d U_i \right) + 2\sigma \frac{d^2 a_{ij}}{d\xi_\ell d\xi_\ell} \quad (\text{V-9})$$

Avec :

$$T_{ij} = \frac{d}{d\xi_i} (\overline{V_j U_i U_k} - \overline{U_i V_j U_k})$$

Et $a_{ij} = \overline{U_i V_j}$ tenseur de covariance entre la ième composante de vitesse

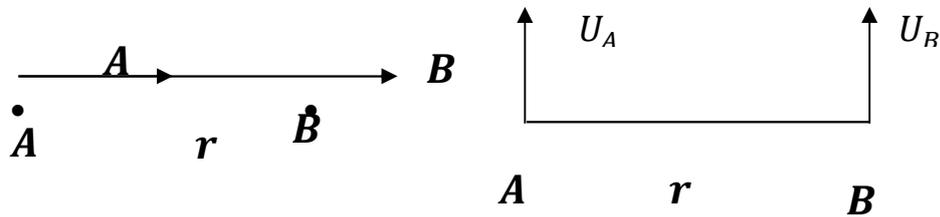
Au point B.

On démontre que a_{ij} est fonction de deux scalaires :

$$F_1(r^2) \text{ et } F_2(r^2) \text{ ou } r^2 = \xi_j \xi_j$$

$$a_{ij} = F_1(r^2) \xi_i \xi_j + F_2(r^2) \sigma_{ij} \tag{VI-10}$$

Considérons les fluctuations de vitesse longitudinale U et transversale V en deux points A et B distincts de "r"



On définit deux fonctions scalaires $f(r)$ et $g(r)$ telle que :

$$f(r) = \frac{\overline{U_A U_B}}{\sigma_2^2} \text{ et } g(r) = \frac{\overline{U_A U_B}}{\sigma_1^2} \tag{V-11}$$

Où σ_1 et σ_2 désignent respectivement les écarts-types des fluctuations de vitesse transversale et longitudinale

Si en plus on prend l'hypothèse de la turbulence isotrope, on a :

$$\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma^2$$

Alors σ_{ij} s'écrit :

$$a_{ij} = \sigma^2 \left(\frac{f-g}{r^2} \xi_i \xi_j + \ell_{ij} g \right) \tag{VI-12}$$

Les fonctions scalaires f et g sont liées par la relation (Voria man1938)

$$f(r) + \frac{r}{2} \frac{dg}{dr} = g(r) \quad \text{(VI-13)}$$

L'homogénéité et l'isotropie donnent certaine propriété aux fonctions

$f(r)$ et $g(r)$ qu'ont pour but de définir certaines échelles de longueur qui facilitent la compréhension de la turbulence, on remarque que :

$$f(0) = g(0) = 1$$

L'homogénéité du phénomène implique que f et g sont des fonctions paires et toutes deux inférieure ou égales à l'unité :

$$g(r) = 1 + \frac{r^2}{2} \left(\frac{d^2g}{dr^2} \right) = 1 - \frac{r^2}{\lambda_g^2} \quad \text{(VI-14)}$$

Avec :

$$\frac{1}{\lambda_g^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2g}{dr^2} \right)_{r=0} \quad \text{(VI-15)}$$

λ_g : est la micro-échelle transversale de Taylor.

On obtient de la même manière la fonction $f(r)$.

$$\frac{1}{\lambda_f^2} = -\frac{1}{2} \left(\frac{d^2f}{dr^2} \right)_{r=0} \quad \text{(VI-16)}$$

λ_f : Est le micro- échelle longitudinale de Taylor.

λ_f et λ_g Correspondent à l'intersection avec l'axe des r des paraboles d'interpolation à l'origine des fonctions f et g .

On définit la micro - échelle de turbulence :

$$\hat{f} = \int_0^\infty f(r) dr \quad \text{et} \quad \hat{g} = \int_0^\infty g(r) dr \quad \text{(VI-17)}$$

Expérimentalement, il est très facile de mesurer les corrélations temporelles que les corrélations spatiales.

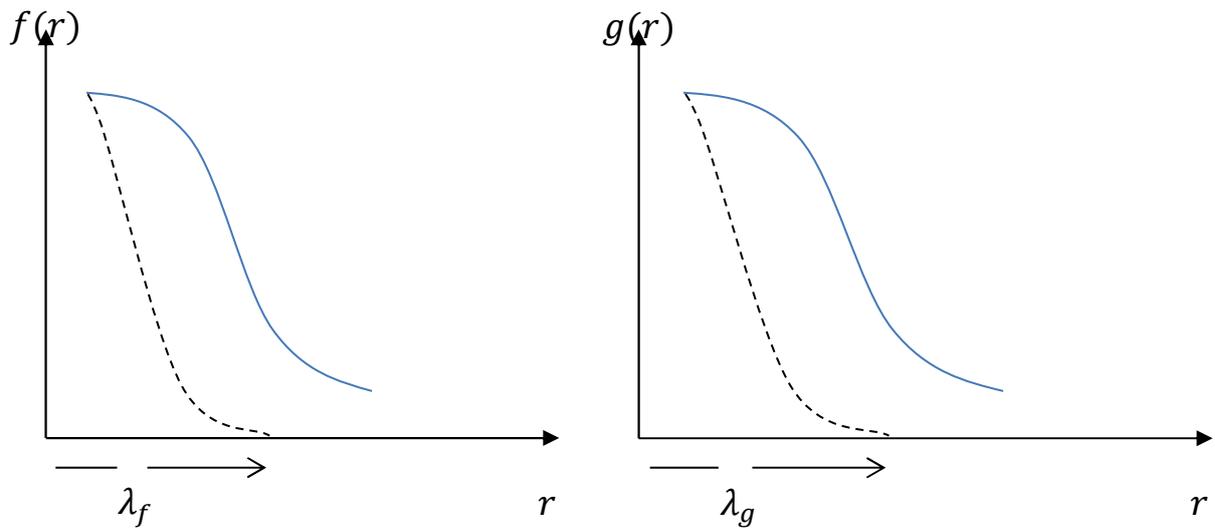


Fig6 : Référentiel des corrélations temporelles et spatiales

VII-APPLICATION AUX COULEMENTS LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

VII-QUELQUES PROPRIETES DU JET AXISYMETRIQUE D'APRES I-WYGNANSKI ET H- FIEDLER

VII-1-INTRODUCTION :

Les études expérimentales ont été faites sur le jet axisymétrique auto-préservatif, ce dernier, entre dans la catégorie des écoulements turbulents cisailés.

Plusieurs mesures de vitesse moyennes, ont été mesurées par des tubes de Pitot dans Henze(1959).

Les mesures existantes pour les distributions de vitesses moyennes, indiquant que le profil devient auto-préservatif à quelques diamètres en aval de l'injecteur, bien que la plupart de ces résultats montrent une dispersion considérable aux bords de l'écoulement.

Cependant, l'intensité de la turbulence montre une déviation de l'auto-préservation même sur l'axe du jet.

Il a été conclu par Townsend(1956) que l'effet de la première condition près de la sortie de l'injecteur diminue plutôt progressivement avec la distance aval, et les mesures rapportées n'ont pas été faites assez loin en aval pour atteindre l'auto-préservation.

Le manque de l'auto-préservation handicape l'étude de l'écoulement, et ne permet pas une comparaison avec d'autre écoulement auto-préservatif.

Les niveaux de la turbulence locale sur les bords du jet sont très élevés, et rendent les mesures extrêmement difficiles.

En effet toutes les anciennes mesures ont été défavorablement affectées par le fait que les capteurs à fil chaud ne répondaient pas linéairement aux vitesses instantanées.

Dans le but d'éviter les difficultés expérimentales ont été suggérées (Townsend 1956) que les mesures faites dans les vitesses élevées du jet, se déchargent dans les basses vitesses.

Cette suggestion a été établie par Bradburg (1965) du jet à deux dimensions.

Cependant puisque le jet dans un écoulement uniforme et fondamentalement non-auto-préservatif on peut remplacer une difficulté par une autre, par conséquent, il a été établi que ces mesures précises dans le jet auto-préservatif peuvent être réalisées en utilisant des anémomètres à fils chauds et des linéariseurs à températures

APPLICATION AUX ECOULEMENT LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

constantes ,et en intégrant sur des périodes assez grandes pour obtenir des bonnes moyennes statistiques mime à l'extérieur de l'écoulement .

L'expérience a été faite dans l'air a faible vitesse, pour que le fluide soit considéré incompressible (la vitesse du jet à la sortie de l'injecteur et égale dans tous les cas à 51 m/s), cependant certaines mesures peuvent s'effectuer jusqu'à 72 m/s.

Le nombre de Reynolds basé sur le diamètre de l'injecteur (1,044%) est de l'ordre de 10^5 .

VII-2- LA VITESSE MOYENNE :

La vitesse moyenne est mesurée avec un simple anémomètre à fil chaud perpendiculaire à l'axe de l'écoulement. Après avoir déterminé cela, le jet se termine d'une façon axisymétrique, la translation se fait le long d'un rayon seulement.

La figure (VII-1), montre la distribution de la vitesse moyenne en travers du jet dans différentes stations en aval, rangées de 40 à 100 diamètres.

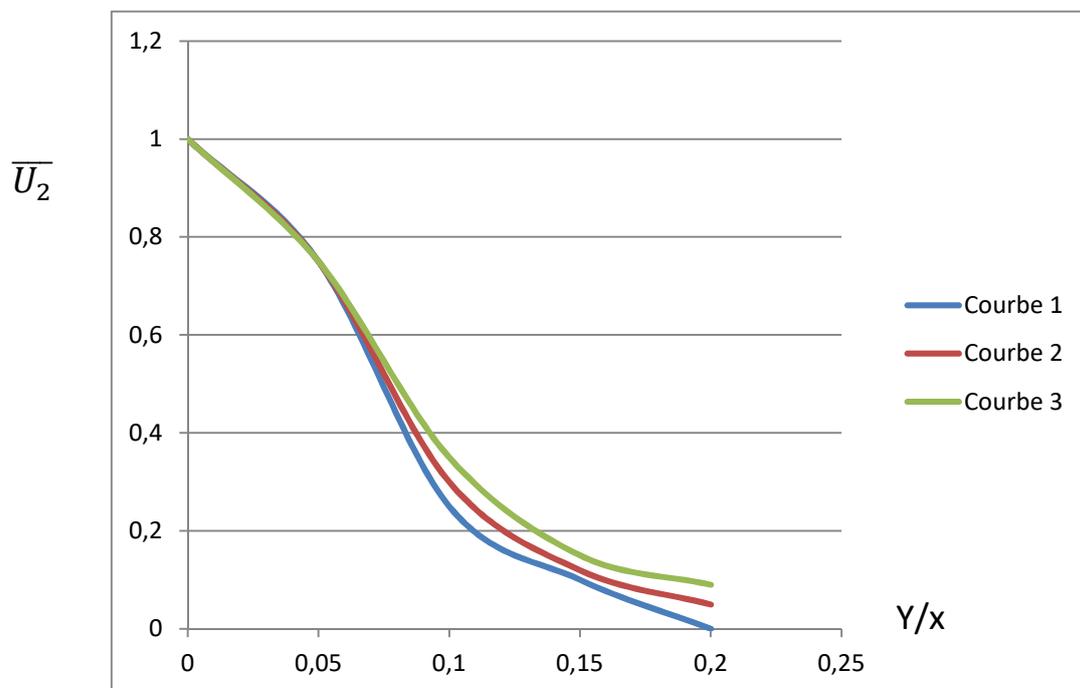


Figure (VII-1)-Profil de la distribution des vitesses-Henze et Ul. (1949)

APPLICATION AUX ECOULEMENT LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

L'échelle de vitesse dans cette figure est même maximale dans chaque section, et la distance de l'axe de symétrie Y est déviée par la distance depuis l'injecteur.

Assez souvent la longueur choisie pour rendre sans dimension est la demi-largeur du profil, à savoir la longueur correspondant au point où la vitesse moyenne est égale à la moitié de sa valeur sur l'axe.

L'adoption de cette définition, ne change rien à la position supposée de l'origine de l'écoulement.

Delà figure (VII-1), il peut être déduit que les profils de vitesses moyennes sont très similaires, et l'origine supposé de l'écoulement ne change pas avec X .

Les valeurs mesurées s'accordent assez bien avec celles rapportées par Hinze et Vender Hegge Zijnen(1949) ; mais la dispersion aux grandes valeurs de Y/X est neutralisée en moyennant les mesures au de la d'une certaine période de temps.

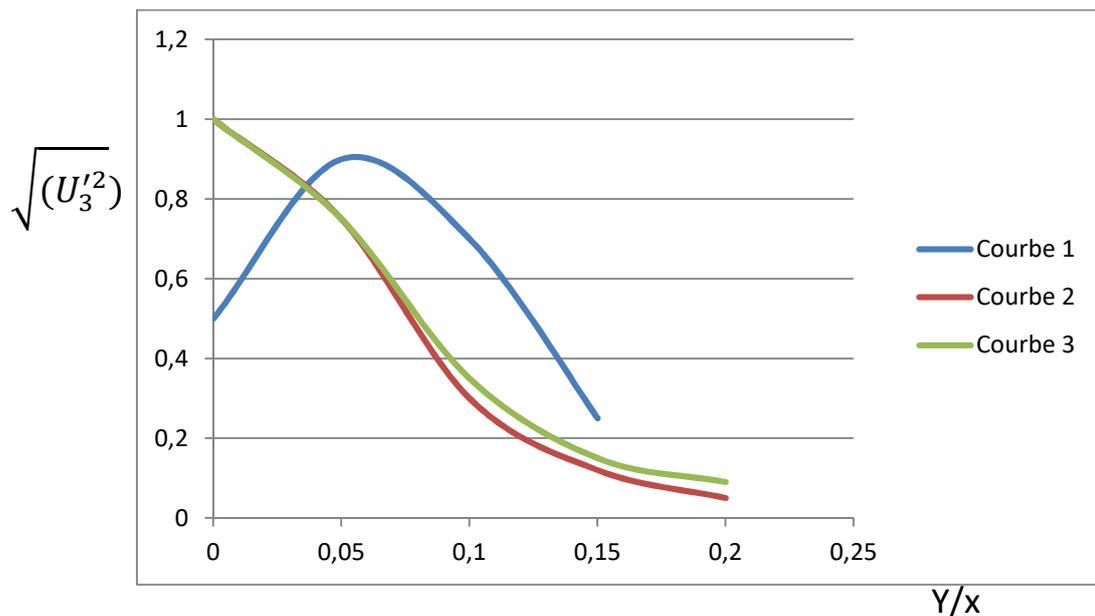
Deux modèles théoriques existent actuellement pour prédire la configuration du profil de vitesse moyenne.

Une basé sur l'hypothèse de la longueur de mélange, établi par Tollmien (1926).

L'autre basé sur l'hypothèse turbulente en travers de l'écoulement établi par Schlichting (1961).

Chacune des deux théories de prédiction de profils s'accorde bien avec les valeurs expérimentales en travers de l'écoulement.

La solution de Tollmien s'accorde assez bien l'expérience dans la partie externe de l'écoulement cependant la solution de Schlichting s'accorde très Bien avec les valeurs mesurées dans la partie interne de l'écoulement.



Fig(VII-2): Comparaison des vitesses par expérience entre Schlichting (1961) et Tollmien(1926) ,théorie .

Le concept de la viscosité turbulente s'applique aux écoulements turbulents(Townsend1949) mais les mesures sont encore plus performantes sur les écoulements libres turbulents cisailés et qui présente un temps moyen de vitesse à l'intérieur et à l'extérieur du front de turbulence.

Pour pouvoir faire une bonne comparaison entre la théorie et l'expérience des mesures séparées devraient s'effectue dans les régions d'écoulement rotationnel et irrotationnel, comme il a été montré récemment par Ibiens et Oxaznay (1967) dans la couche limite turbulente.

En admettant que la vitesse d'entrainement à l'extérieur du front de la turbulence est normale au jet axial (Stewart1956).

Le profil de vitesse moyenne dans la région turbulente ;est obtenue en divisant le temps total moyen par le facteur d'intermittence γ .

Dans ce cas le profil théorique donné par Schlichting sous-estime les valeurs expérimentales de $\frac{\overline{U_1}}{\gamma}$ (voir figure (VII-2)), puisque la vitesse

d'entrainement du fluide irrationnel au voisinage du front de la turbulence, a aussi une composante parallèle à l'axe du jet, la valeur de $\frac{\overline{U_1}}{\gamma} > U_1$ tire turbulent.

Ceci permet d'expliquer le désaccord d'existant entre la théorie et l'expérience.

La vitesse transversale $\overline{U_2}$ (figure (VII-2) a été calculée en utilisant l'équation de continuité.

VII-3- VARIATION DE LA VITESSE MOYENNE LE LONG DU JET :

La variation de la vitesse moyenne le long de l'axe du jet est donnée par la figure (VII-3).

En considérant seulement, la vitesse moyenne, il apparait que le jet est déjà auto-préservatif à quelques 20 diamètres en aval de l'injecteur.

Si les mesures se terminent à $X/D \leq 50$, l'origine supposée de l'écoulement apparait localisé à 3 diamètres en face de l'injecteur.

En tenant compte des mesures pour $X/D > 50$, l'origine supposée se déplace à 7 diamètres en face de l'injecteur.

Une observation similaire a été faite par Townsend(1956) dans un sillage,

Il a été conclu que le taux de croissance du jet est sensible aux conditions d'auto - préservation, bien que la configuration du profil de vitesse ne le soit pas.

VII-4-LES INTENSITES TURBULENTES :

Les intensités turbulentes sont mesurées avec un (X mètre) cependant les valeurs (r,m,s) des fluctuations longitudinales sont aussi obtenues grâce à un simple fil normal, et les résultats furent identiques

La réponse du fil chaud est supposée linéaire, et la direction de l'écoulement moyen est parallèle à l'axe du jet.

Les variations des intensités turbulentes le long de l'axe du jet sont représentées sur la figure (VII-3).

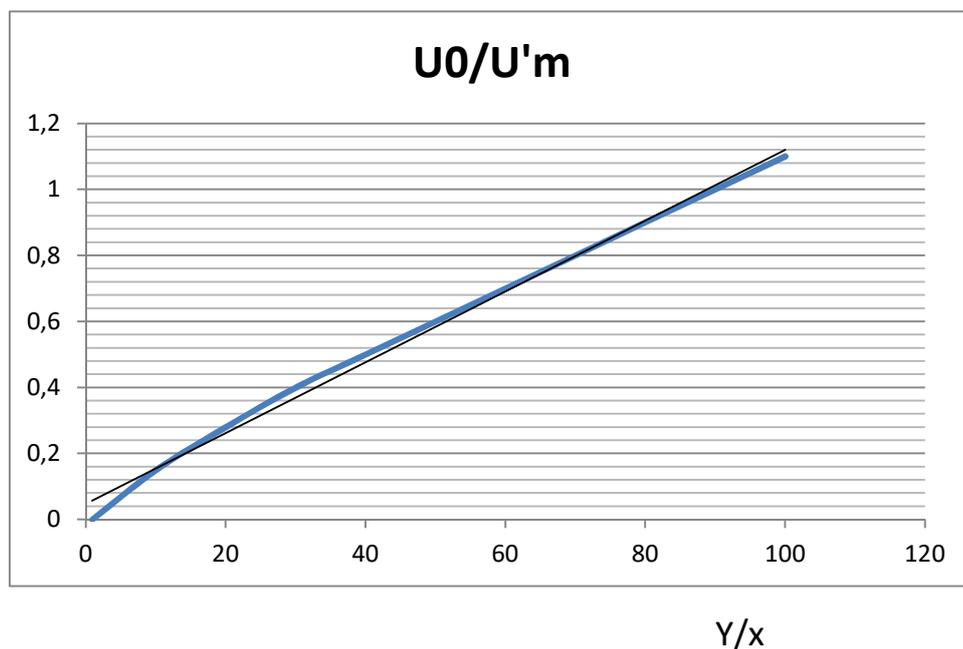


Fig (VII-3) : Variation de la vitesse turbulente et de l'intensité le long d'un jet

$$U_0/\bar{U}; \sqrt{(U_1'^2)/\bar{U}}, \sqrt{(U_2'^2)/\bar{U}}, \sqrt{(U_3'^2)/\bar{U}}$$

Il est intéressant de noter que tandis que les fluctuations longitudinales restent semblables à elles même à quelque 40 diamètres en aval de l'injecteur.

Les intensités turbulentes radiale sont tangentielles restent semblables jusqu'à quelques 70 diamètres en aval de l'injecteur

Ceci est vrai lorsque l'écoulement est vraiment auto - préservatif un fluide est dit en état d'auto préservation lorsque les composantes turbulentes sont en équilibre.

APPLICATION AUX ECOULEMENT LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

L'énergie est transférée du mouvement moyen directement aux fluctuations U_1' et les gradients des corrélations pression-vitesse transfèrent l'énergie en sur plus aux autres composantes du mouvement turbulent.

Au début, la vitesse moyenne reste la même, ce qui conduit à une certaine production de U_1' , et ce n'est qu'après qu'un équilibre soit atteint entre ces deux quantités qu'un équilibre s'établit entre les composantes transversales. Townsend (1956) avait établi que l'auto-préservation d'un écoulement ne peut réaliser qu'à quelques 50 diamètres. En aval de l'injecteur. Les présents résultats vérifient ce rapport.

Les valeurs de $\overline{U_1'^2}$ et $\overline{U_3'^2}$ sont inférieures à $\overline{U_1'^2}$ même assez loin que 100 diamètres en aval.

Ce résultat ne s'accordait pas avec les mesures de Gibson (1963) qui observa peu près une parfaite isotropie au centre du jet à $X/D=50$, ce désaccord aurait été même plus grand si les mesures des fluctuations de vitesses transversales n'étaient, pas corrigées tenant compte du refroidissement tangentiel

Cependant, les valeurs de $\overline{U_1'^2}$ mesurées sur l'axe du jet s'accordent bien avec les données de Gibson,

Les distributions radiales des divers intensités turbulentes de même que la

Contrainte de cisaillement sont illustrées sur la figure (VII-4)

$$\sqrt{(\overline{U_1'^2})/\overline{U}}$$

APPLICATION AUX ECOULEMENT LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

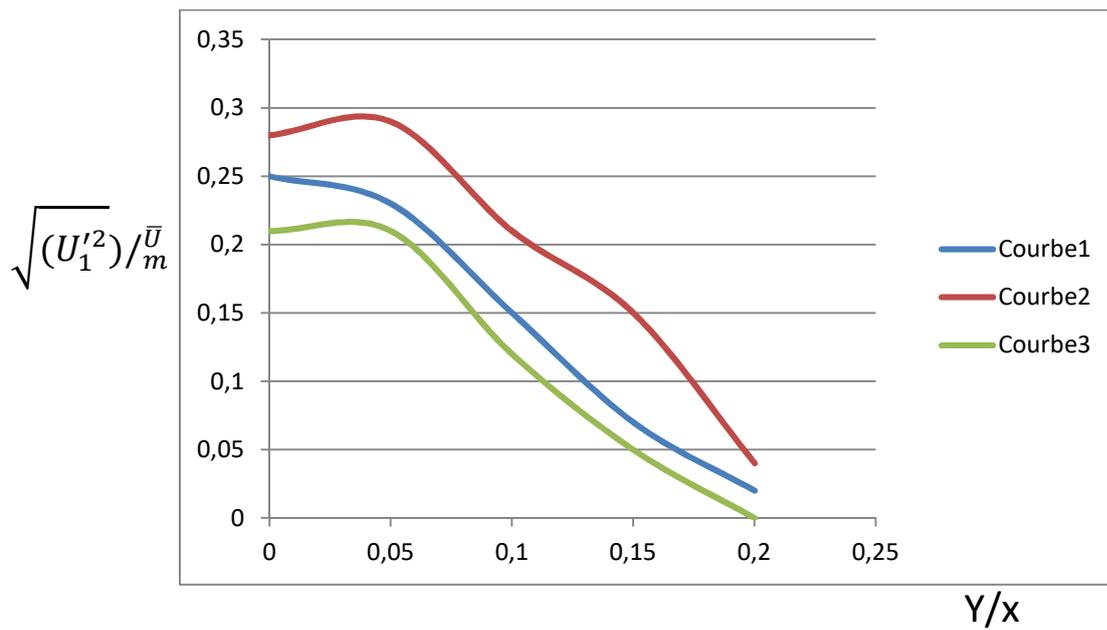


Fig (VII-4): Distribution de la fluctuation de l'intensité le long d'un jet

Corrain (1949), $x/d = 20$ présent investigation, $x/d = 20$;

Présent investigation, $x/d = 60$, en utilisant Disa correcteur (fréquence plate) pour $5H_2$)

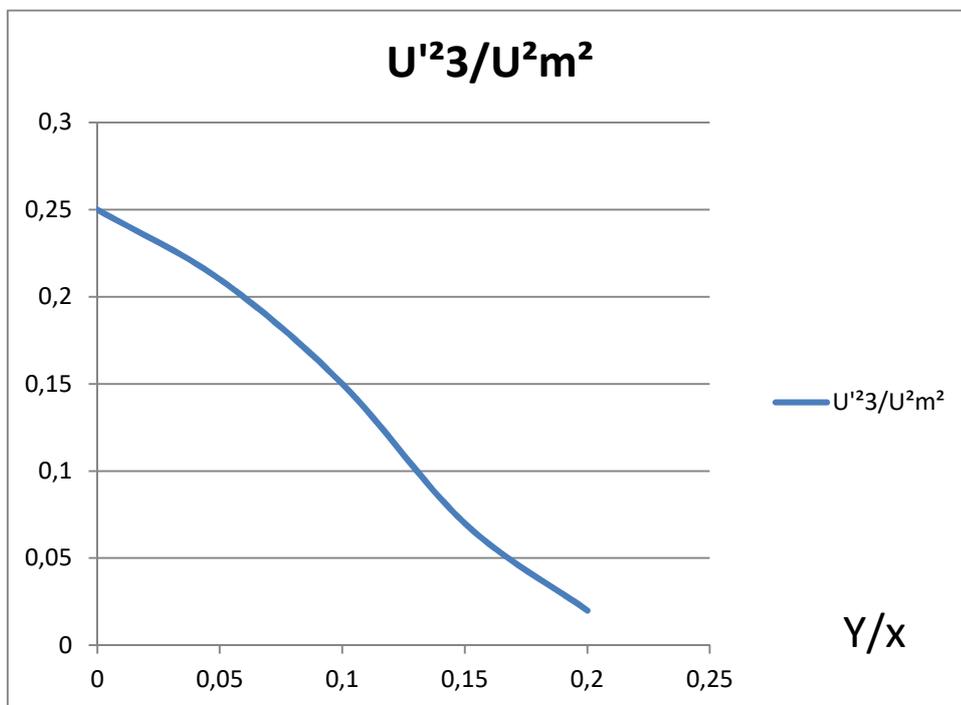


Fig (VII-5): Fluctuation de l'intensité le long d'un jet

APPLICATION AUX ECOULEMENT LIBRES JET AXISYMETRIQUE:

Dans la figure (VII-4) une comparaison est faite entre la présente mesure et ceux de Corsin et Uberoi(1949), et les valeurs diffèrent de quelques 25%

Cette différence est attribuée à deux facteurs:

1/ à $X/D=20$, l'écoulement n'avait pas atteint son état d'auto-préservation et l'intensité turbulente est donc relativement inférieure.

2/ la fréquence de réponse des équipements utilisés par Corsin n'ont cependant, un pourcentage important de l'intensité turbulente est présent dans la plage de fréquence au-dessus de $7H_2$.

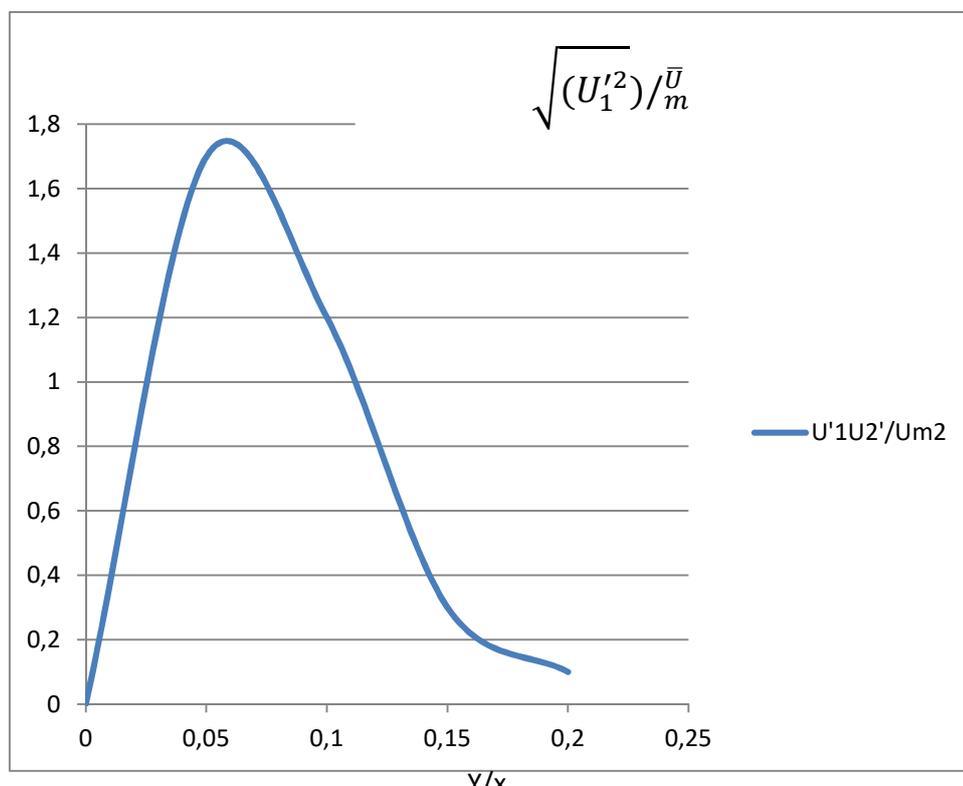


Fig (VII-6): Distribution de la fluctuation de l'intensité le long d'un jet

VIII- LA DIFFUSION TURBULENTE

VIII-1-DIFFUSION MOLECULAIRE

Dans un liquide ou un gaz, les impuretés, dissoute ou en suspension sont soumises à des déplacements aléatoires du à l'agitation thermique des molécules du fluide.

Il en résulte un étalement progressif, au cours du temps et dans tout l'espace occupé par les fluides du nuage particulaire.

Lors que la taille des particules du contaminant est de l'ordre de grandeur de celle des molécules du fluide, se processus est appelé "diffusion moléculaire"

Par contre lorsque leur taille est beaucoup plus grande, on parle du "mouvement brownien".

La différence essentielle entre ces deux processus se situe au niveau des taux de diffusion.

On définit la concentration d'un contaminant comme étant la masse de contaminant par unité de volume.

Cette concentration possède alors les dimensions d'une masse volumique.

On suppose en particulier qu'il existe une valeur locale «ponctuelle » de la concentration (hypothèse classique du milieu continu).

Si on note $C(x,t)$ la concentration d'uni contaminant en un point M à l'instant t, en l'absence de dégradation ou de réaction chimique, la quantité globale de contaminant dit rester invariants.

La variation temporelle de la concentration dans le volume dv doit être égal eau flux du contaminant a travers la surface dS limitant, dv cela se traduit par :

$$\frac{dC(x,t)}{dt} = - \frac{d}{dx_i} (J_i) = \vec{\nabla} \cdot \vec{J} \quad (\text{VII} - 1)$$

Le flux du contaminant \vec{J} est donné par la loi de Fick.

On montre qu'en l'absence du gradient de température, et sous l'hypothèse d'existence d'une longueur moyenne ℓ_m le long de laquelle la vitesse conserve, en moyenne sa direction, on peut définir un coefficient de diffusion moléculaire:

$$D(x,t) \text{ tel que } : \vec{J} = -D \cdot \vec{\nabla} c \quad \text{(VIII-2)}$$

On obtient alors:

$$\frac{dC(x,t)}{dt} = \frac{d}{dx_i} \left(D(x,t) \frac{d}{dx_i} C(x,t) \right) \quad \text{(VIII-3)}$$

Pour obtenir cette dernière équation, nous avons supposé que la turbulence est isotrope quoi nous aurions à considérer un tenseur de diffusivité $D_{ij}(x,t)$

Les solutions de cette équation dans de sources de diffusions instantanées, telle que:

$$C(x, t) = \sigma(x)$$

S'écrivent sous la forme :

$$C(x, t) = (4\pi Dt)^{-\frac{3}{2}} \quad \text{(VIII-4)}$$

La distribution spatiale, à un instant fixé, de la concentration du contaminant est donc gaussienne et la variance s'écrit :

$$\sigma^2 = 2D \cdot t \quad \text{(VIII-5)}$$

VIII-2-EQUATION DE LA DIFFUSION TURBULENTE:

On suppose que l'équation (VIII-3) représente valablement les phénomènes de diffusion turbulente, c'est -à- dire l'équation donnant la concentration du contaminant s'écrit:

$$\frac{dC(x,t)}{dt} + U_i(x,t) \frac{dC(x,t)}{dx_i} = \frac{d}{dx_i} \left(D \frac{dC(x,t)}{dx_i} \right) \quad \text{(VIII-6)}$$

Où U_i est le champ dispersant et D la diffusivité moléculaire.

Dans le cas de la diffusion turbulente, on décompose la concentration et le champ dispersant en-une-partie fluctuante et une partie moyenne :

$$C(x, t) = \bar{C}(x, t) + C'(x, t)$$

$$U_i(x, t) = \bar{U}_i(x, t) + U'_i(x, t)$$

Avec :
$$\overline{C(x, t)} \quad \text{(VIII-7)}$$

En portant ces expressions dans l'équation (VII-6), puisque en prenant le tout sans la moyenne, on obtient :

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + \bar{U}_i \frac{d\bar{C}}{dx_i} = D \frac{d^2\bar{C}}{dx_i^2} - \overline{U'_i \frac{dC'}{dx_i}} \quad \text{(VIII-8)}$$

Sachant que l'écoulement est incompressible :

$$\frac{dU'_i}{dx_i} = 0$$

On obtient finalement :

$$\frac{d\bar{C}}{dt} + \bar{U}_i \frac{d\bar{C}}{dx_i} = D \frac{d^2\bar{C}}{dx_i^2} - \overline{U'_i \frac{dC'}{dx_i}} \quad \text{(VIII-9)}$$

C'est l'équation de la diffusion turbulente.

Le terme $\overline{U'_i \frac{dC'}{dx_i}}$ pose pour cette équation un problème analogue à celui de la fermeture des équations de Navier Stokes traitée antérieurement.

VIII-2-1-MODELE DE FERMETURE:

Pour fermer l'équation (VIII-9) on fait l'hypothèse que :

$$\overline{U'_i \frac{dC'}{dx_i}} = -D_T(x, t) \frac{d\bar{C}}{dx_i}$$

Où $D_T(x, t)$ est appelée diffusivité turbulente, par analogie avec la viscosité turbulente $\bar{\lambda}_T$.

Dans le cas général, cette diffusivité est très supérieure à la diffusivité moléculaire D que l'on peut alors négliger.

On se ramène donc à l'expression suivante:

$$\frac{d\bar{c}}{dt} + \bar{U}_i \frac{d\bar{c}}{dx_i} = \frac{d}{dx_i} [D_T(x, t) \frac{d\bar{c}}{dx_i}] \quad \text{(VIII-10)}$$

Qui est valable dans le cas d'une turbulence homogène et stationnaire. Si de plus la turbulence est isotrope, le tenseur de diffusivité est une matrice sphérique et la diffusivité est définie par un seul scalaire D_T , d'où :

$$\frac{d\bar{c}}{dt} + \bar{U}_i \frac{d\bar{c}}{dx_i} = \lambda_T \frac{d^2\bar{c}}{dx_i^2} \quad \text{(VIII-11)}$$

On peut généraliser ce résultat à une turbulence anisotrope en remplaçant par une matrice $D_{T_{ij}}$.

L'hypothèse de fermeture devient :

$$\overline{U_i' C_j'} = -D_{T_{ij}} \frac{d\bar{c}}{dx_j} \quad \text{(VIII-12)}$$

Et l'équation de la diffusion turbulente devient alors :

$$\frac{d\bar{c}}{dx_i} + \bar{U}_i \frac{d\bar{c}}{dx_i} = D_{T_{ij}} \frac{d^2\bar{c}}{dx_j dx_i} \quad \text{(VIII-13)}$$

VIII-2-2- EQUATION DE LA DIFFUSIVITE TURBULENTE:

‘‘APPROCHE DE LA THEORIE DE TAYLOR’’

L'idée de la diffusion turbulente à partir d'une source a été traitée analytiquement par Taylor (1921) et a été une étape historique dans le développement des idées sur la turbulence.

Supposons qu'il y ait un champ de vitesses turbulentes dans lequel des particules se déplacent aléatoirement.

On ne considèrera ici qu'une composante Y du mouvement fluctuant. La description de l'écoulement est nécessairement Lagrangienne.

La n ème particule qui traverse le $Y=0$ à $t=0$ a une trajectoire $y_n(t)$

Si nous avons considéré un grand nombre de particules $1 \leq n \leq N$ toutes

émises en $Y=0$, la diffusion sera décrite par les statistiques effectuées sur les trajectoires $Y_n(L)$

Chaque particule a une trajectoire continue de telle sorte que $Y_n(t)$ est une fonction, mais aussi différentiable en t .

la vitesse de nième particule est :

$$U_n(t) = \frac{dY_n(t)}{dt} \quad \text{(VIII-14)}$$

Si la vitesse $U_n(t)$ est donnée, le déplacement selon Y devient :

$$Y_n(t) = \int_0^t U_n(t') dt' \quad \text{(VIII-15)}$$

Le taux de variation en fonction du temps de la moyenne d'ensemble du carré déplacement s'écrit simplement :

$$\frac{d\overline{y^2(t)}}{dt} = 2\overline{y(t)} \frac{d}{dt} \overline{y(t)}$$

et ce taux de variation en fonction du temps s'écrit :

$$2\overline{y} \frac{d\overline{y}}{dt} = 2U(t) \int_0^t U(t') dt' \quad \text{(VIII-16)}$$

En introduisant le coefficient de corrélations Lagrangienne pour une particule en deux instants $R(\tau)$ on a :

$$\overline{U(t)U(t+\tau)} = \overline{U^2} R(\tau) \quad \text{(VIII-17)}$$

Pour la turbulence statistiquement stationnaire, $R(\tau)$ est une fonction paire de τ de sorte que les conditions aux limites sont :

$$-1 \leq R(\tau) \leq 1 ; R(0) = 1$$

Le carré moyen de l'excursion des particules est donnée par :

$$\frac{d}{dt} \overline{y^2} = 2U^2 \int_0^t R(\tau) d\tau$$

Puisque, pour un champ de vitesse $U(t) = \frac{d\overline{U^2}}{dt} = 0$ (VIII-18)

L'équation ci-dessus peut être intégrée :

$$\overline{y^2} = 2U^2 \int_0^t \int_0^{t'} R(\tau) dt d(\tau) \quad \text{(VIII-19)}$$

Ou inversement :

$$R(\tau) = \frac{1}{2\overline{U^2}} \left(\frac{d^2 \overline{y^2}}{dt^2} \right)_{t=\tau} \quad (\text{VIII-20})$$

La nature de la fonction de corrélation permet des conclusions simples

L'échelle donc peut être définie par :

$$T = \int_0^\infty R(\tau) d\tau \quad (\text{VIII-21})$$

De sorte que pour $\tau \rightarrow \infty$: $y^2 = 2\overline{U^2}T \cdot t$

$$y'(t) = \sqrt{\overline{y^2}} - U' \sqrt{2Tt} \quad (\text{VIII-22})$$

Pour les petites valeurs du temps : $R(\tau) = 1$; de sorte que :

$$\overline{y^2} = 2\overline{U^2}t^2 ; \quad y' = U't \quad (\text{VIII-23})$$

En d'autres termes pour les temps faibles la croissance de l'écart-type de la diffusion est linéaire en fonction du temps.

Par ailleurs, pour les temps élevés la croissance est proportionnelle à la racine carrée de temps, et le coefficient de diffusion turbulent effectif est :

$$D_t = 2\overline{U^2}T \quad (\text{VIII-22})$$

Bien que l'idée originale de Taylor soit d'une surprenante simplicité, les progrès ont été, depuis, très limité par la prédétermination de la diffusion turbulente à partir des " premiers principes ".

VIII-3-DIFFUSION LAGRANGIENNE ET SIMULATION NUMERIQUE APPLIQUEE AU JET AXISYMETRIQUE :

VIII-3-1-INTRODUCTION :

Vu l'importance du phénomène de la diffusion, notamment dans le domaine des applications industrielles, les méthodes de description de ce phénomène ont évalué d'une façon compétitive, pour l'évolution du progrès technique et des méthodes de calcul.

Pour optimiser les performances des machines thermiques en général, les chercheurs ont taxé leurs investigations sur le rendement global des installations.

On tente actuellement de remplacer les méthodes basées sur des concepts de " boîte noire " par une méthode d'analyse plus fine est plus minutieuse qui aurait pour objectif de

trouver une relation directe existant. Entre une gouttelette de combustible en vol dans un milieu turbulent et son environnement.

Dans notre cas, où il s'agit de diffusion de particules dans un milieu gazeux ou liquide, la situation se présente comme suit :

- Toute particule émise d'un point donné dans le fluide environnant possède des caractéristiques dépendant de son état initial.
- Durant la diffusion chaque particule suit un trajet dépendant de son évolution au cours du temps, et son interaction avec le milieu environnant. Le raisonnement le plus plausible dans cette situation serait de traiter chaque particule séparément et d'en calculer la trajectographie et l'évolution physicochimique sur un nombre limité, mais représentatifs, puis d'effectuer des statistiques sur les résultats obtenus afin de les rendre globalement exploitables. Dans notre cas, il ne s'agit pas d'écoulements réactifs, mais seulement d'un cas d'écoulement turbulent, où l'on suivra la migration des particules.

VIII-3-1-1-QUELQUES MESURES EFFECTUÉS AU LABORATOIRES D'AEROTHERMODYNAMIQUE DE STRASBOURG ET METHODE EXPERIMENTALES

A /ANEMOMETRE A FIL CHAUD :

En écoulement turbulent, la métrologie utilisée fait généralement appel à deux techniques :

- optique : anémomètre laser et visualisation.
- thermo - électrique : anémomètre à fil chaud.

Ces derniers, quoique plus anciennement utilisés, n'en demeurent pas des outils d'investigation puissants et faibles.

A-1-PRINCIPE:

La résistance d'un fil dépend de la température, de nature du fluide environnant et de la vitesse d'écoulement du fluide autour du fil, une puissance dégagée par le fil peut se mettre sous la forme :

$$p = f(R_f^2) = \phi(U, T, N) \quad (\text{VIII-25})$$

U : vitesse du fluide, T: température , N : nature du fluide.

Si pendant une mesure tous les paramètres sont gardés constants sauf un, la puissance dégagée par le fil dépend du paramètre variable.

- soit l'air (soufflerie, turbines, vent atmosphérique, etc...)
- soit l'eau (écoulement dans les conduites, canaux, etc...)

Les grandeurs que l'on mesure en général sont la vitesse du fluide ou la température du fluide, à U constante $P = \phi(I)$ et $\bar{\alpha} T$ constante $P = \phi(U)$

A-2-TYPES DE MONTAGES :

Dans la pratique il existe deux types de montage d'anémomètre pour mesurer les échanges thermiques du fil avec le fluide environnant :

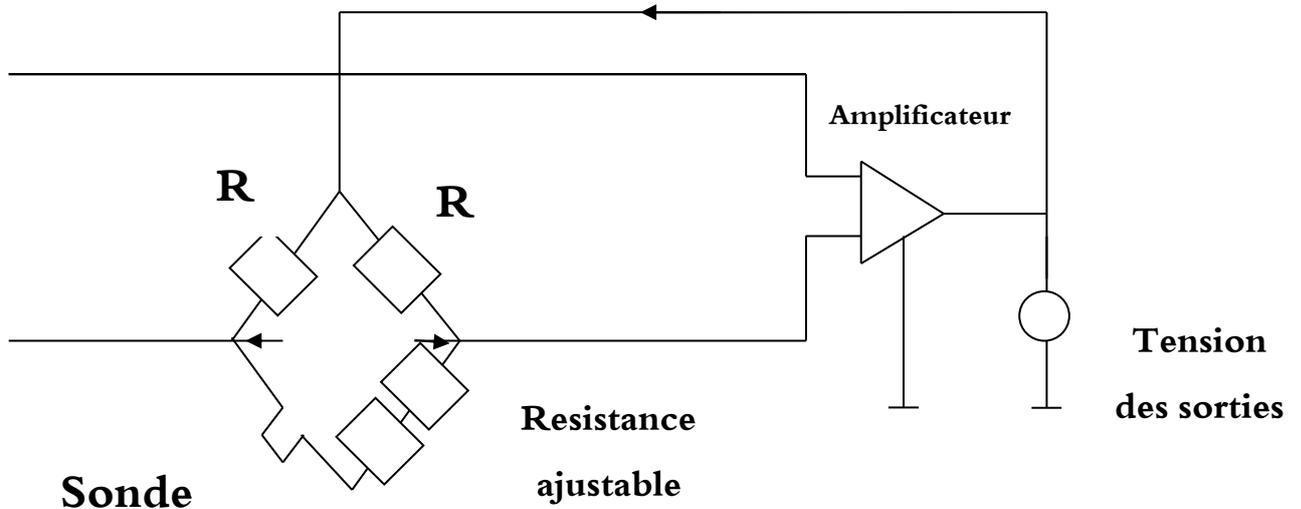
- l'anémomètre température constante.
- l'anémomètre à courant constant.

1/ L'ANEMOMETRE A TEMPERATURE CONSTANTE :

C'est le montage le plus utilisé actuellement car il permet de mesurer les fluctuations à haute fréquence.

A/ PRINCIPE:

Le principe consiste à introduire dans le circuit une boucle de contre réaction dont le rôle est de maintenir constante la résistance de la sonde, donc sa température. La réalisation sera à l'aide d'un pont de Wheatstone et d'un amplificateur de contre réaction. La branche active du pont contient la sonde et une des résistances fixes.



Fig(VIII-1)-Circuit de mesure de la tension à la sortie de l'amplificateur

La branche passive contient l'autre résistance constante ainsi qu'une résistance ajustable permettant de fixer le coefficient de surchauffe du filet un réseau de compensation permettant d'éliminer les influences parasites provenant essentiellement des câbles de raccord lorsque le pont est équilibré il n'y a pas de potentiel aux bornes de la diagonale horizontale.

Toute variation de vitesse de l'écoulement va modifier la température de la sonde et déséquilibre le pont, une différence de potentiel apparait l'entrée de l'amplificateur de contre réaction. Au sommet du pont jusqu'à ce que l'équilibre soit rétabli et la sonde ramenée à sa température originale.

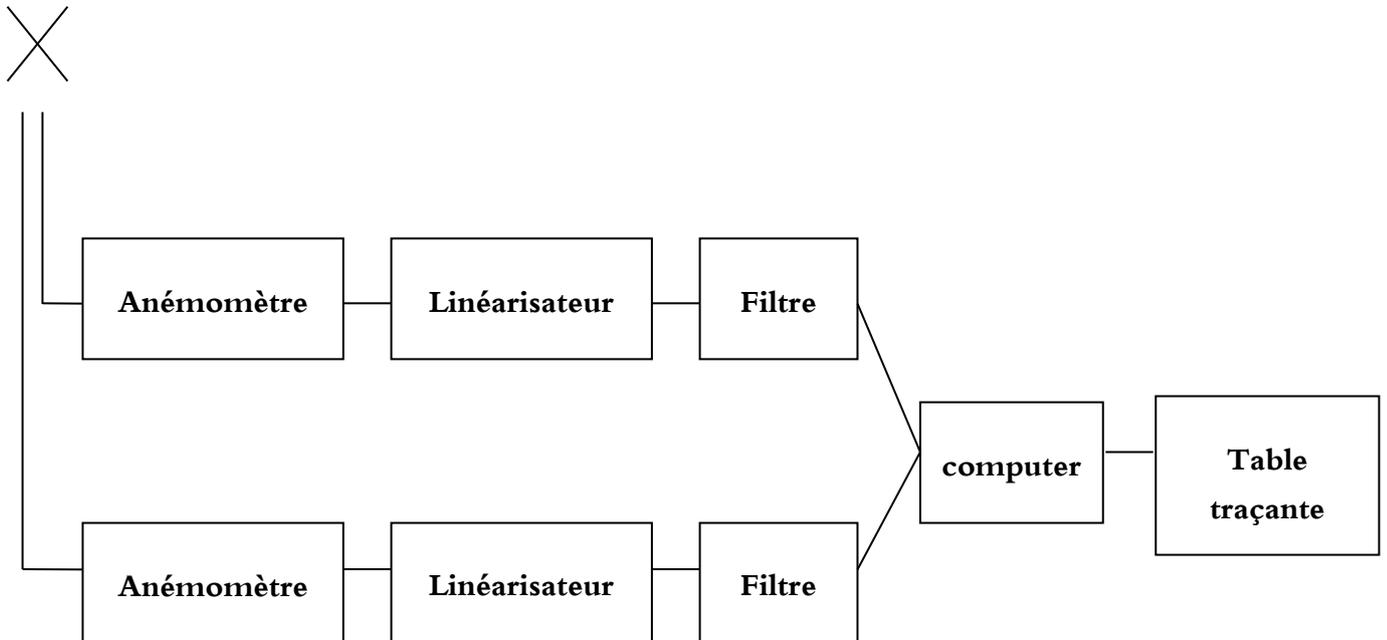
La mesure de la tension de sortie de l'amplificateur de contre réaction qui est proportionnelle au courant injecté au sommet du point est donc une mesure de la vitesse de l'écoulement, une forme approchée de cette fonction étant la loi de King.

A-3-MONTAGE DE LIEUERIENCE

Le montage d'expérience comprend deux anémomètres fils chauds à température constante, deux linéarisateurs analogiques et deux conditionneurs de signaux.

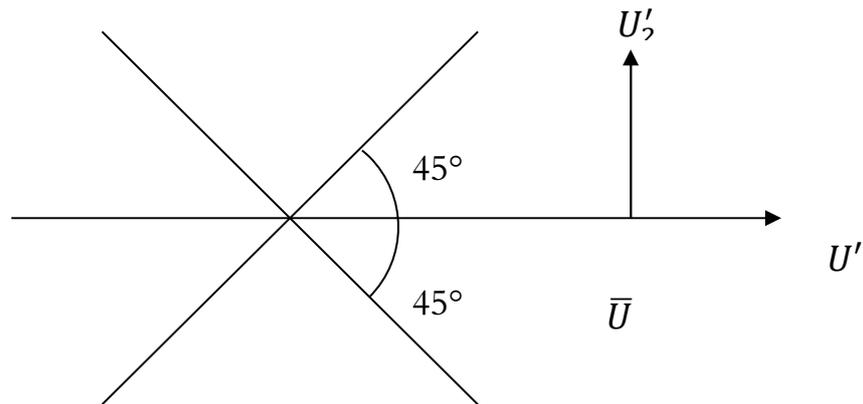
A-4-PRINCIPE GENERAL D'ACCES A LA MESURE DES COMPOSANTES DU TENSEUR DE REYNOLDS:

FILS CHAUDS



Fig(VIII-2)-Schéma de la mesure des composantes du tenseur de Reynolds

Les fils chauds sont disposés en X inclinés à 45° à la direction de l'écoulement :



Fig(VIII-3)- La disposition des fils chauds

$$U_1 = \bar{U}_1 + U'_1 \quad , \quad U_2 = \bar{U}_2 + U'_2 \quad , \quad U_3 = \bar{U}_3 + U'_3$$

$$\bar{U}_2 = 0: \text{pas d'écoulement transversale moyen}$$

$$\bar{U}_3 = 0: \text{plan des sondes} = \text{plan } U_1, U_2$$

Deux fils croisés inclinés sur la vitesse moyenne U , permettant d'accéder à $U_1(t)$ et $U_2(t)$ composante longitudinale et transversale situées dans le plan formé par les deux fils.

Les composantes normales qui seules interviennent dans le refroidissement des fils peuvent s'exprimer par les relations suivantes au premier ordre :

$$U_{m1} = (\bar{U}_1 + U'_1) \sin \alpha_1 + U'_2 \cos \alpha_1$$

$$U_{m2} = (\bar{U}_1 + U'_1) \sin \alpha_2 + U'_2 \cos \alpha_2$$

Les linéariseurs sont réglés de telle façon que dans l'expression donnant la vitesse en fonction de la tension les coefficients de proportionnalité soient les mêmes, si de plus les angles α_1 et α_2 sont égaux à 45° et -45° nous aurons :

$$\begin{aligned}
 U_{m1} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\bar{U}_1 + U'_1 + U'_2) ; E_1 = K(\bar{U}_1 + U'_1 + U'_2) \\
 U_{m2} &= \frac{\sqrt{2}}{2}(\bar{U}_1 + U'_1 - U'_2) ; E_2 = K(\bar{U}_1 + U'_1 + U'_2) \quad \text{(VIII-27)}
 \end{aligned}$$

E : tension de sortie du linéariseur .

K : facteur de proportionnalité du linéariseur. Nous pouvons donc mesurer la vitesse moyenne.

$$E_1 + E_2 = 2K(\bar{U}_1 + U'_2) = 2K(\bar{U}_1) \quad \text{(VIII-28)}$$

Si nous enlevons la composante continue nous aurons les équations aux composantes fluctuantes des tensions de sortie viennent :

$$\left. \begin{aligned}
 e_1 &= K(U'_1 + U'_2) = E_1 - K(\bar{U}_1) \\
 e_2 &= K(U'_1 - U'_2) = E_2 - K(\bar{U}_2)
 \end{aligned} \right\} \quad \text{(VIII-29)}$$

A l'aide d'un "conditionner de signaux" qui permet de réaliser la somme et la différence des deux signaux, nous avons accès aux grandeurs suivantes:

$$\begin{aligned}
 (e_1 + e_2) &= 4KU'_1 d'ou U'^2_1 \text{ et } \frac{\sqrt{U'^2_1}}{U_1} \\
 (e_1 - e_2) &= 4KU'_2 d'ou U'^2_2 \text{ et } \frac{\sqrt{U'^2_2}}{U_1} \quad \text{(VIII-30)}
 \end{aligned}$$

A l'aide d'un voltmètre R. M .S (voltmètre efficace) on la différence des valeurs efficaces qui nous donnent la tension de Reynolds suivant U_1, U_2 :

$$(e_1^2 + e_2^2) = 4K_1^2 U'_1 U'_2 \quad \text{(VIII-31)}$$

Tension de Reynolds dans le plan :

Un fil croisé permet donc d'accéder à la vitesse moyenne \bar{U}_1 , aux fluctuations longitudinale et transversale le U'^2_1, U'^2_2 et à la tension de Reynolds $U'_1 U'_2$.

Si le plan formé par les fils croisés est le même que le plan U_1, U_3 , nous aurons accès à U'^2_1, U'^2_3 , et $U'_1 U'_3$. de même pour le plan U_2, U_3 ; U'^2_2, U'^2_3 ; $U'_2 U'_3$

Ainsi nous aurons accès au tenseur de Reynolds :

$$\begin{vmatrix} U'^2_1 & U'_1 U'_2 & U'_1 U'_3 \\ U'_1 U'_2 & U'^2_2 & U'_2 U'_3 \\ U'_1 U'_3 & U'_2 U'_3 & U'^2_3 \end{vmatrix} \quad \text{(VIII-32)}$$

Remarque :

Les fils croisés par rapport à la direction de l'écoulement sont généralement sensibles aux vitesses parallèles aux fils d'où la nécessité de correction.

Nous aurons pour $U'_1 U'_2$ par exemple :

$$(U'_1 U'_2)_{\text{corrigé}} = (U'_1 U'_2)_{\text{mesurer}} \frac{1+k^2}{1-k^2} \quad \text{(VIII - 33)}$$

Pour les fils utilisés disponibles dans le commerce, la constante K' est voisine de 0,15 et à 0,18.

d'où :

$$(U'_1 U'_2)_{\text{corrigé}} = 1,0678 (U'_1 U'_2)_{\text{mesurer}}; (k' = 0.18) \quad \text{(VIII-34)}$$

A-5-APPROXIMATION DES DONNEES PAR DES FONCTIONS ANALYTIQUES :

Soient les fonctions F_1, F_2, F_3 , et F_4 approximant respectivement $1 - \frac{100\overline{U'_1 U'_2}}{U_0^2}, \frac{\sqrt{\overline{U_1'^2}}}{U_0}, \frac{\sqrt{\overline{U_2'^2}}}{U_0}$ et $RU'_1 U'_2$.

les fonctions F_1, F_2, F_3 , et F_4 seront définies par les relations :

$$\begin{aligned} F_1 &= g_1(x)e^{(-\alpha x^2)} \\ F_2 &= g_2(x)e^{(-\alpha x^2)} \\ F_3 &= g_3(x)e^{(-\alpha x^2)} \\ F_4 &= g_4(x)e^{(-\alpha x^2)} \end{aligned} \tag{VIII-35}$$

Expliciter ces relations, consiste à déterminer les fonctions $g(x)$ et le coefficient α .

A-5-1-DETERMINATION DU COEFFICIENT α :

Sachant que la distribution de vitesse moyenne est une gaussienne :

$$\text{Posons : } \frac{U}{U_0} = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \tag{VIII-36}$$

$$0,5 = e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{1}{2 \ln 2}} = 0.8493218$$

$$\text{D'où : } \alpha = \frac{1}{2\sigma^2} = 0.693147 \tag{VIII-37}$$

Si on fait l'approximation au sens des moindres carrés des données $g(x)$ par des polynômes on obtient les résultats suivants :

$$1 - \frac{100\overline{U'_1 U'_2}}{U_0^2} = g_1(x). e^{(-0.693147 x^2)}$$

Ou: $g_1(x) = 4.573x - 2.692x^3 + 0.960x^5 - 0.159x^7 + 0.009x^9$ (VIII-38)

$$2/ \frac{\sqrt{U_1'^2}}{u_0} = g_2(x). e^{(-0.693147 x^2)} \quad \text{(VIII-39)}$$

Ou: $g_2(x) = 0.258 - 0.21x^2 - 0.029x^4 - 0.028x^6 + 0.002x^8$ (VIII-40)

$$3/ \frac{\sqrt{U_2'^2}}{u_0} = g_2(x). e^{(-0.693147 x^2)}$$

Ou:

$$g_3(x) = 0.227 + 0.116x^2 - 0.033x^4 + 0.017x^6 - 0.002x^8 \quad \text{(VIII-41)}$$

$$4/ RU'_1U'_2 = g_4(x). e^{(-0.693147 x^2)} \quad \text{(VIII-42)}$$

Ou:

$$g_4(x) = 0.599x + 0.757x^3 - 0.718x^5 + 0.718x^7 - 0.030x^9 \quad \text{(VIII-43)}$$

Représentation du tenseur de frottement du jet turbulent axisymétrique en coordonnées cartésiennes :

Dans le repère cylindre-polaire le tenseur s'écrit :

$$\begin{vmatrix} U_1'^2 & U'_1U'_2 & 0 \\ \overline{U'_1U'_2} & U_1'^2 & 0 \\ 0 & 0 & \overline{U_3'^2} \end{vmatrix}$$

Dans les deux repères on a les variables suivantes :

$\overline{U'_1}$: Vecteur fluctuant longitudinal

$\overline{U'_2}$: Vecteur fluctuant radial.

$\overline{U'_3}$: Vecteur fluctuant tangentiel.

Où :

$$\rho = \sqrt{y^2 + z^2} \quad \text{et} \quad \sigma = \arctan\left(\frac{z}{y}\right)$$

Soit P un point de l'écoulement

$$\overrightarrow{OP} = \rho \overrightarrow{U}_p + x_1 \vec{i}$$

$$\frac{d\overrightarrow{OP}}{dt} = \rho \frac{d\overrightarrow{U}_p}{d\theta} - \frac{dU_2}{dt} + \frac{d}{dt} \overrightarrow{U}_p - \frac{dx_1}{dt} \vec{i}$$

$$\vec{U}(P) = \rho \theta U_\theta + \rho \overrightarrow{U}'_p + \dot{x}_1 \vec{i}$$

$$\overrightarrow{U}_\theta = -\sin \theta \vec{j} + \cos \theta \vec{k}$$

$$\overrightarrow{U}_\rho = \cos \theta \vec{j} + \sin \theta \vec{k}$$

$$\vec{U}(P) = \rho \theta (-\sin \theta \vec{j} + \cos \theta \vec{k}) + \dot{\rho} (\cos \theta \vec{j} + \sin \theta \vec{k}) + \dot{x}_1 \vec{i}$$

$$\vec{U}(P) = (-\rho \dot{\theta} \sin \theta + \dot{\rho} \cos \theta) \vec{j} + \dot{x}_1 \vec{i} + (\rho \dot{\theta} \cos \theta + \dot{\rho} \sin \theta) \vec{k}$$

Or: $\vec{U}(P) = U_1 \vec{i} + U_2 \vec{j} + U_3 \vec{k}$

D'où : $U_1 = \dot{x}_1 \quad U_2 = -\rho \dot{\theta} \sin \theta + \dot{\rho} \cos \theta$

$$U_2 = U_\theta \sin \theta + U_\rho \cos \theta$$

$$U_3 = \rho \dot{\theta} \cos \theta + \dot{\rho} \sin \theta = U_\theta \sin \theta + U \sin \theta$$

Ou : $\rho \dot{\theta} = U_\theta$ et $\dot{\rho} = U_\rho$

$$\overline{U}_1^2 = \overline{\dot{x}_1^2} = \overline{U_x^2}$$

$$\overline{U}_2^2 = \overline{U_\theta^2 \sin^2 \theta} + \overline{U_\rho^2 \cos^2 \theta} - 2\overline{U_\theta U_\rho} \sin \theta \cos \theta$$

$$\overline{U}_3^2 = \overline{U_\theta^2 \cos^2 \theta} + \overline{U_\rho^2 \sin^2 \theta} + 2\overline{U_\theta U_\rho} \sin \theta \cos \theta$$

$$\overline{U_2 U_3} = (\overline{U_\rho^2} - \overline{U_\theta^2}) \cos \theta \sin \theta + (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \overline{U_\rho U_\theta}$$

$$\overline{U_1 U_3} = \overline{U_x U_\theta} \cos \theta + \overline{U_x U_\rho} \sin \theta$$

$$\overline{U_1 U_3} = \overline{U_x U_\theta} \cos \theta + \overline{U_x U_\rho} \sin \theta$$

$$\overline{U'_1 U'_3} = \overline{U_x U_\theta} = 0$$

$$\overline{U'_2 U_3} = \overline{U_\rho U_\theta} = 0$$

$$(U'_1 = U_x; U'_2 = U_\rho; U'_3 = U_\theta)$$

$$\text{On a : } \overline{U_1^2} = \overline{U_x^2}$$

$$\overline{U_2^2} = \overline{U_\theta^2} \sin^2 \theta + \overline{U_\rho^2} \cos^2 \theta$$

$$\overline{U_2 U_3} = (\overline{U_\rho^2} - \overline{U_\theta^2}) \cos \theta \sin \theta$$

$$\overline{U_1 U_3} = \overline{U_x U_\rho} \sin \theta$$

Or : $\overline{U_2^2} \cong \overline{U_3^2}$ ce qui simplifier les expressions

$$\overline{U_1 U_1} = \overline{U'_1 U'_2} \cos \theta \tag{VIII - 44}$$

$$\overline{U_2 U_3} = 0 \tag{VIII - 45}$$

$$\overline{U_1 U_3} = \overline{U'_1 U'_2} \sin \theta$$

$$\overline{U_1^2} = \overline{U_1'^2}$$

$$\overline{U_2^2} = \overline{U_2'^2}$$

$$\overline{U_3^2} = \overline{U_3'^2}$$

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \tag{VIII - 46}$$

B-Mesures faites aux laboratoires D'ATD

Aérodynamique de Strasbourg –thèse -1984

$X_N D = 40 \quad b = 7.4 \text{ cm}$ $U = 50 \text{ m/s} \quad x_3 = 0$ $D = 0.02 \text{ m}$					
Position [$X_2 \text{ mm}$]	X_2/b	$-100 \frac{\overline{U'_1 U'_2}}{U'_1}$	$\frac{\sqrt{\overline{U_1'^2}}}{U_0}$	$\frac{\sqrt{\overline{U_2'^2}}}{U_0}$	$R \overline{U'_1 U'_2}$
0	0.000	0.243	0.260	0.231	0.047
1	0.056	0.503	0.259	0.232	0.097
2	0.1127	0.702	0.259	0.230	0.137
3	0.169	0.806	0.259	0.232	0.155
5	0.282	1.217	0.260	0.228	0.237
10	0.563	1.771	0.258	0.208	0.382
15	0.845	1.682	0.243	0.185	0.435
20	1.127	1.186	0.216	0.145	0.438
25	1.409	0.682	0.181	0.105	0.413
30	1.691	0.338	0.138	0.073	0.385
35	1.972	0.153	0.103	0.050	0.341
40	2.254	0.036	0.059	0.029	0.239

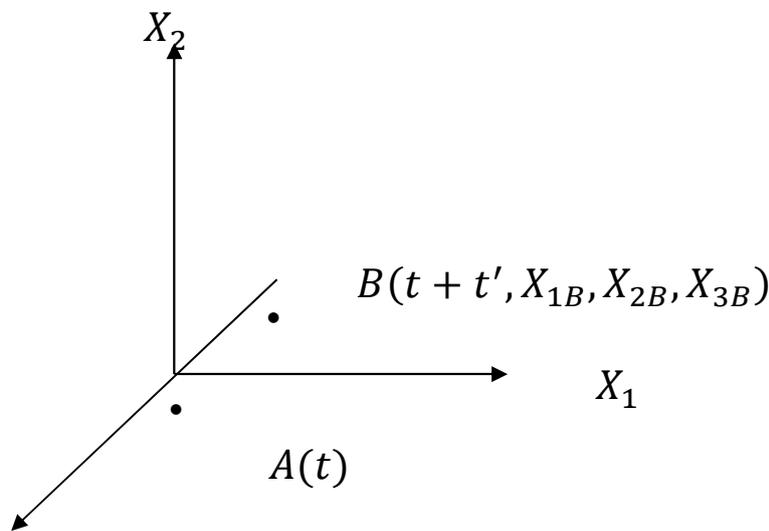
VIII-3-2-DIFFUSION DES PARTICULES FLUIDES :

La théorie de dispersion des particules fluides nécessite la connaissance du tenseur des corrélations Lagrangiennes.

La simulation des trajectoires est basée sur le principe suivant :

Soit un écoulement turbulent repéré par un référentiel orthogonal fixe dans l'espace un point fixé A, et soit " l " une " particule fluide " qui coïncide avec A

au temps t et à l'instant t + t1 la particule sera en B.



Tels que :

$$X_{jB}(t + t') = X_{jA}(t) + \left(\frac{dx_j}{dt}\right)_A t' + \left(\frac{d^2 x_j}{d^2 t}\right) \frac{t'^2}{2} + \dots$$

Où $\frac{dx_j}{dt} = U_j$ étant la j ième composante du vecteur vitesse.

On a :

$$X_{jB}(t + t') = X_{jA}(t) + X_{jA} t' + \left(\frac{dU_j}{dt}\right) \frac{t'^2}{2} + \dots \tag{VIII-46}$$

En se limitant au terme du première ordre en t', on peut avoir une estimation de la trajectoire au voisinage de A, si U_j est donnée.

U_j Est une " fonction aléatoire " dont ne connaît que la valeur moyenne \bar{U}_j et tenseur de Reynolds R_{ij} .

$$U_j = \bar{U}_j + U'_j$$

Or:
$$X_{jB}(t + t') = X_{jA}(t) + \overline{X'_{jA}}(t)$$

$$X_{jB}(t + t') = U'_{jA} t'$$

(VIII-44)

Remarque:

X_{jA} n'est pas une fonction aléatoire c'est la coordonnée au point A.

On peut calculer : X_{jB} lorsqu'on connaît $\overline{U'_{jA}}$.

Cependant: X'_{jB} , nécessite la connaissance de X'_{jA} (aléatoire)

On utilisera un procédé de tirage au hasard :

Soient:

$$\left. \begin{array}{l} X \\ Y \end{array} \right\} \text{Trois variables aléatoires centrées, normées et statistiquement}$$

Indépendantes.

Par définition :

$$\bar{X} = \bar{Y} = \bar{Z} = 0$$

$$\overline{X^2} = \overline{Y^2} = \overline{Z^2} = 1$$

$$\overline{XY} = \overline{XZ} = \overline{YZ} = 0$$

(VIII-45)

$$1/ U'_1 = a_1 x$$

$$2/ U'_2 = a_2 x + b_2 y$$

$$3/ U'_3 = a_3x + b_3 + c_3z$$

La première équation donne, immédiatement :

$$U_1'^2 = a_1a_2\bar{x}^2 + a_1b_2\bar{xy} = a_2\sqrt{V_1'^2} \quad \text{(VIII-46)}$$

(1). (2) donne :

$$\overline{U_1'^2 U_1'^2} = a_1a_2\bar{x}^2 + a_1b_2\bar{xy} = a_2\sqrt{V_1'^2}$$

D'où :

$$a_2 = \frac{\overline{U_1'^2 U_2'^2}}{\sqrt{U_1'^2}} \quad \text{(VIII - 47)}$$

En prenant le carré moyen de la deuxième équation, on obtient :

$$\overline{U_2'^2} = (a_2^2\bar{X}^2 + 2a_2b_2\bar{xy} + b_2^2\bar{Y}^2) = a_2^2b_2^2$$

$$b_2^2 = \overline{U_2'^2} - a_2^2 = U_2'^2 \left(1 - \frac{a_2^2}{U_2'^2}\right)$$

Or:

$$R_{12} = \frac{\overline{U_1' U_2'}}{\sqrt{U_1'^2} \sqrt{U_2'^2}} \quad \text{(VIII - 48)}$$

Soit :

$$b_2 = \sqrt{U_2'^2} \sqrt{R_{12}^2} \quad \text{(VIII - 49)}$$

On déduit a_3, b_3 et C_3 par le même procédé ce qui donne expressions finales pour U_1' et U_2' compatibles avec la valeur locale du tenseur de Reynolds .

$$U_1' = x \sqrt{U_1'^2}$$

$$U'_2 = \sqrt{U_2'^2} \left(xR_{12} + y\sqrt{1 - R_{12}^2} \right) \quad \text{(VIII-50)}$$

$$U'_3 = \sqrt{U_3'^2} \left(xR_{12} + y \frac{R_{12} - R_{12}R_{13}}{\sqrt{1+R_{12}^2}} + Z \frac{\sqrt{1 - (R_{12}^2 + R_{23}^2 + R_{13}^2) - R_{12}R_{23}R_{13}}}{1 - R_{12}^2} \right)$$

Ou :

$$R_{ij} = \frac{\overline{U'_i U'_j}}{\sqrt{U_i'^2} \sqrt{U_j'^2}} \quad \text{(VIII - 51)}$$

On peut alors procéder comme suite :

- on connaît A, U_j et R_{ij}
- On effectue le tirage au sort de X, Y, Z, ce qui permet de calculer U'_{jB} et donc de déterminer X_{jB} .
- On peut déterminer les valeurs de $\overline{U_j}$ et de R_{ij} en B, puis on effectue un nouveau tirage au sort qui donne la nouvelle position de la particule après un nouvel intervalle de temps t' , et sine de suite.
- On peut recommencer plusieurs fois l'expérience et avoir une famille de trajectoires sur lesquelles on connaît la position des particules en fonction du temps.
- Il faut remarquer que le calcul qui précède, aucune hypothèse n'a été faite sur la distribution statistique de X, Y, Z, Si on suppose que la distribution des vitesses est gaussienne, les variables auxiliaires doivent l'être puisque la combinaison linéaire de variables est gaussienne.

Il faut remarquer qu'on obtient une trajectoire plus précise de la particule si on tient compte des termes t'^2 , t'^3 ect...

On peut éventuellement exprimer le coefficient de t'^2 qui est égale a :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dU_j}{dt} \right)_A = \frac{1}{2} \left(- \frac{dP}{dx_i} + \mu \nabla^2 U'_j \right) \quad \text{(VIII - 52)}$$

Dans le cas des fluides Newtoniens incompressibles et isothermes mais ceci n'est pas intéressant du point de vue pratique car il faut introduire d'autres variables aléatoires auxiliaires supplémentaires qui vérifient $\overline{P'^2}$, les corrélations

$\overline{P'U'_j}$ et $\overline{\sigma^2 U'_i U'_j}$ sont des grandeurs non-connues.

Pour ne pas considérer cette difficulté, il faut remarquer que au point B, où un nouveau tirage est effectué, les nouvelles valeurs de la vitesse $U'_j B$, Doivent être non seulement statistiquement compatibles avec le tenseur de Reynolds locale en B, mais encore liées aux vitesses en A, par la covariance spatio-temporelle.

$$\overline{U_{ib}(t+t')U_{jA}(t)} = Re(\overrightarrow{AB}, t, t')$$

Si sa valeur est connue, on peut donc procéder de la manière suivante, en rajoutant les trois variables aléatoires normées, centrées et indépendantes.

$$U'_{1A} = a_1 x$$

$$U'_{2A} = a_2 x + b_2 y$$

$$U'_{3A} = a_3 x + b_3 y + c_3 z$$

$$U'_{1B} = a_4 x + b_5 y + c_5 z + d_5 x' + e_5 y'$$

$$U'_{3B} = a_6 x + b_6 y + c_6 z + d_6 x' + e_6 y' + f_6 z' \quad \text{(VIII-53)}$$

Si A est l'origine de la trajectoire ou $\overline{U'_i U'_j}$ est supposé connue, on tire au hasard d'abord de X, Y, Z, ce qui permet de déterminer le point B.

On possède alors les éléments qui donnent le tenseur de Reynolds B et le

Tenseur $Re(\overrightarrow{AB}, t, t')$.

On tire ensuite X', Y', Z' , d'où on tire U'_{jB}

Dans cette méthode on calcule donc, une trajectoire équivalente qui respecte les valeurs locales du tenseur des covariances spatio-temporelles, elle fait partie des méthodes des Eulériennes- Lagrangiennes de trajectoire, mais la distribution des covariances spatio-temporelles n'est pas connue et en est amené donc à faire des approximations.

L'approximation d'Ormancey (1983) est la suivante :

- Le pas de temps Δt étant fini à l'avance et choisi beaucoup plus petit que le temps d'autocorrélation P .

$$T_L = \int_0^{\infty} R_L(\tau) d\tau \quad \text{(VIII-54)}$$

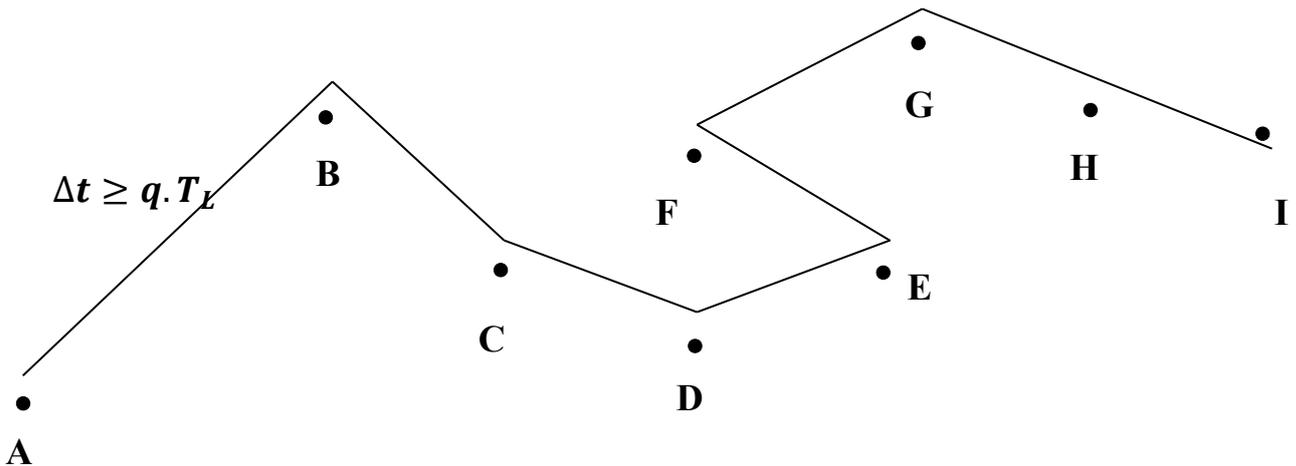
- La fonction $R_L(\tau)$ est approchée par une exponentielle :

$$R_L = e^{-\frac{\tau}{T_L}} \quad \text{(VIII - 55)}$$

- On considère une variable aléatoire q , uniformément répartie dans l'intervalle(0, 1)

Soit q une réalisation de cette variable, au moment où la particule arrive en B, si $\Delta t \leq q \cdot T_L$, la particule conservera la vitesse acquise en A et ira vers le point C., sans modification et donc sans que l'on repasse un nouveau tirage de X, Y, Z.

Dans le cas contraire, on retire Δt pour calculer la modification de la trajectoire.



VIII-3-3- APPLICATION

Pour notre application qui est la simulation numérique de la diffusion lagrangienne dans le jet axisymétrique, on applique la relation de Saffman.

$$T_L = 0,4 \frac{\Lambda_F}{\sqrt{U_1'^2}} \quad \text{(VIII-57)}$$

Pour calculer le temps d'auto-corrélation Lagrangienne où, Λ_F est la macro- échelle de turbulence qui a pour distribution la figure (VIII-7) suivante :

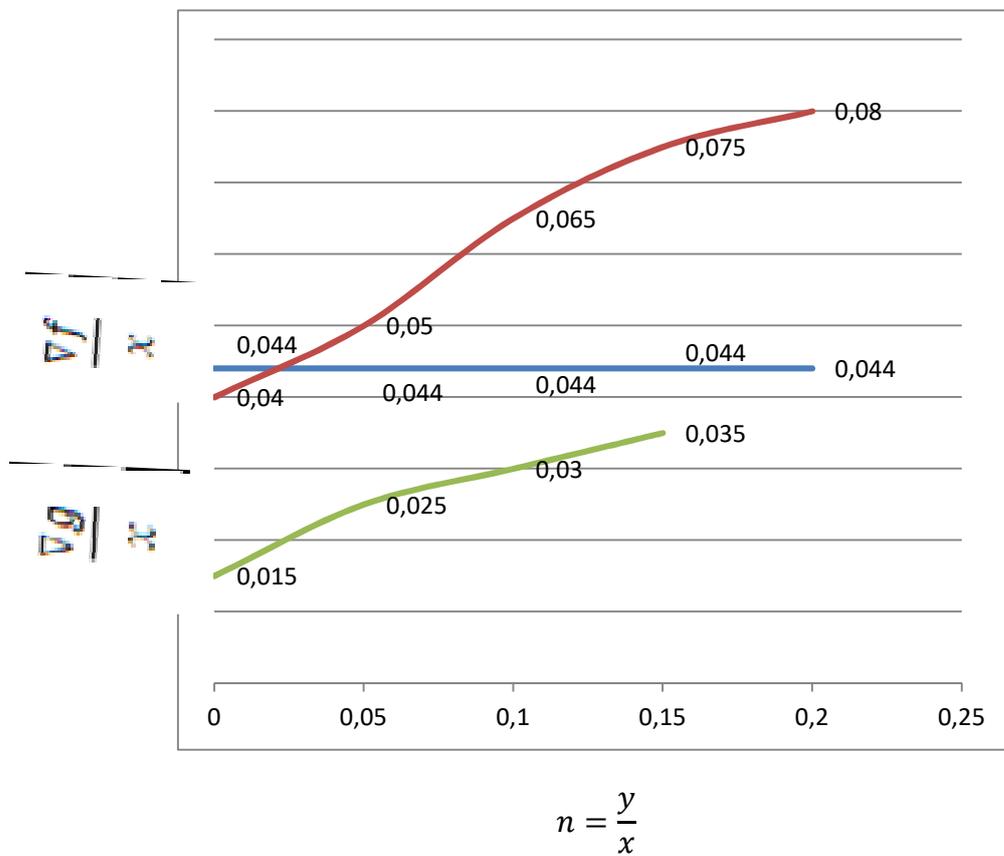
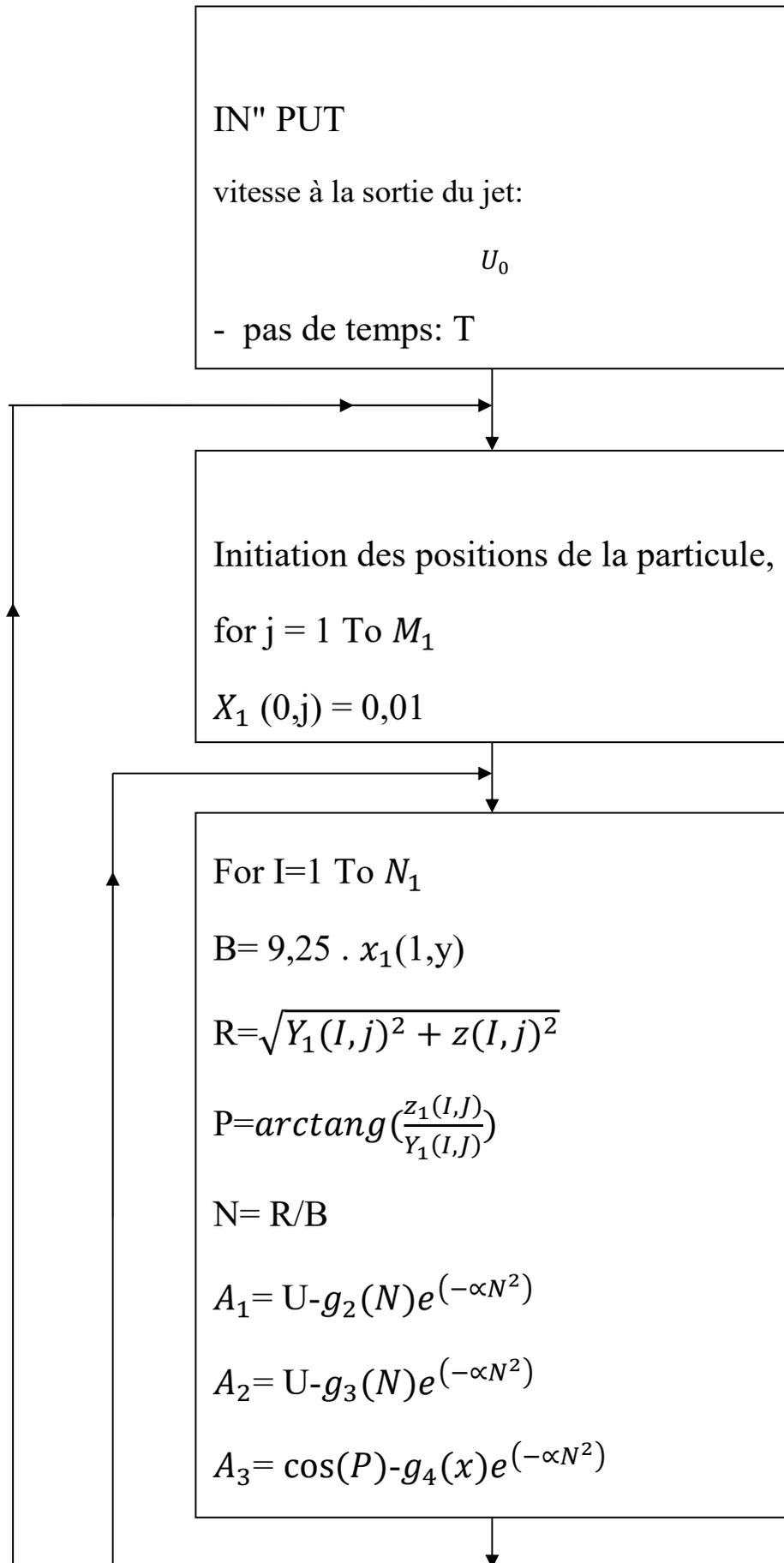
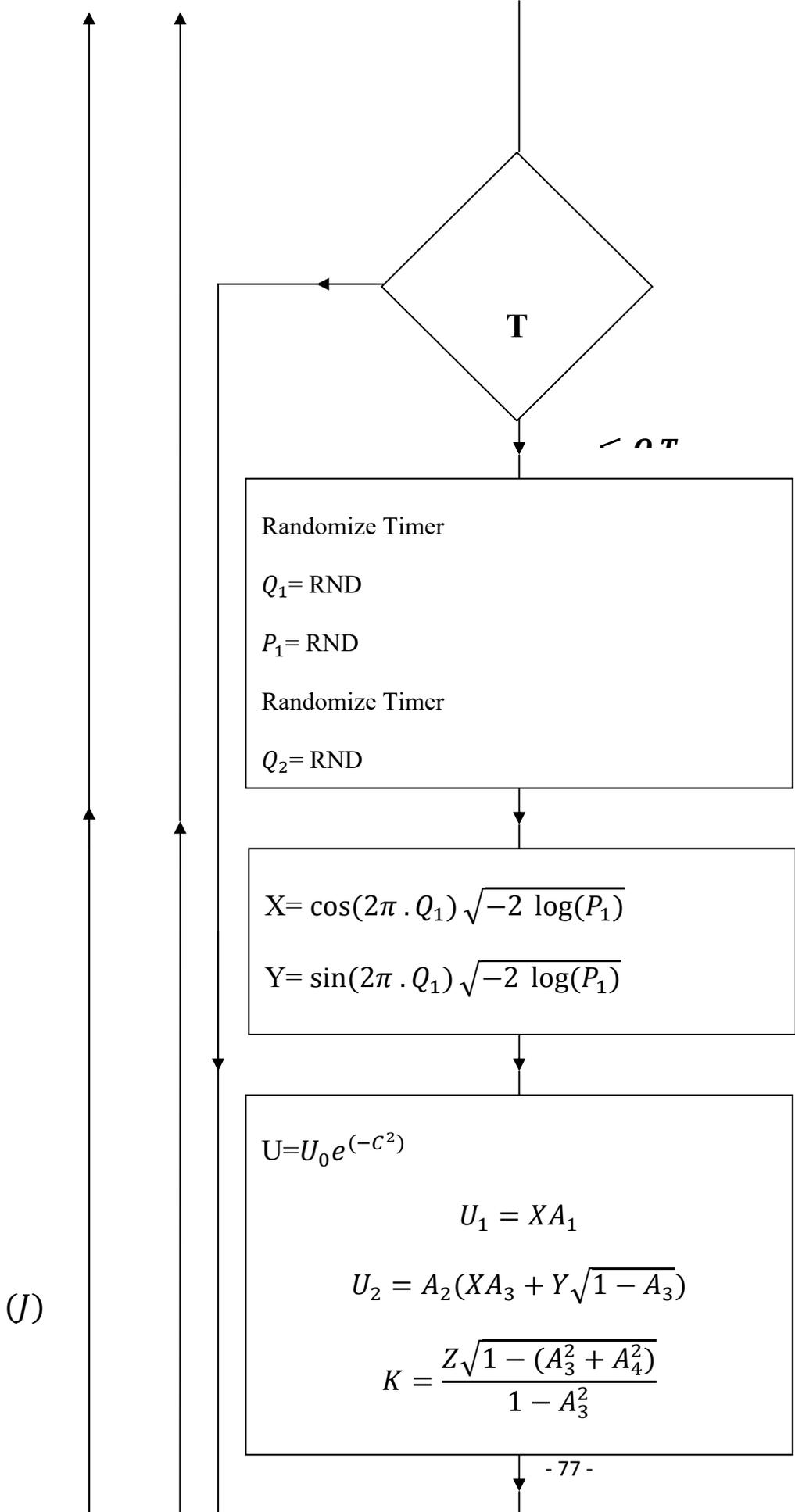


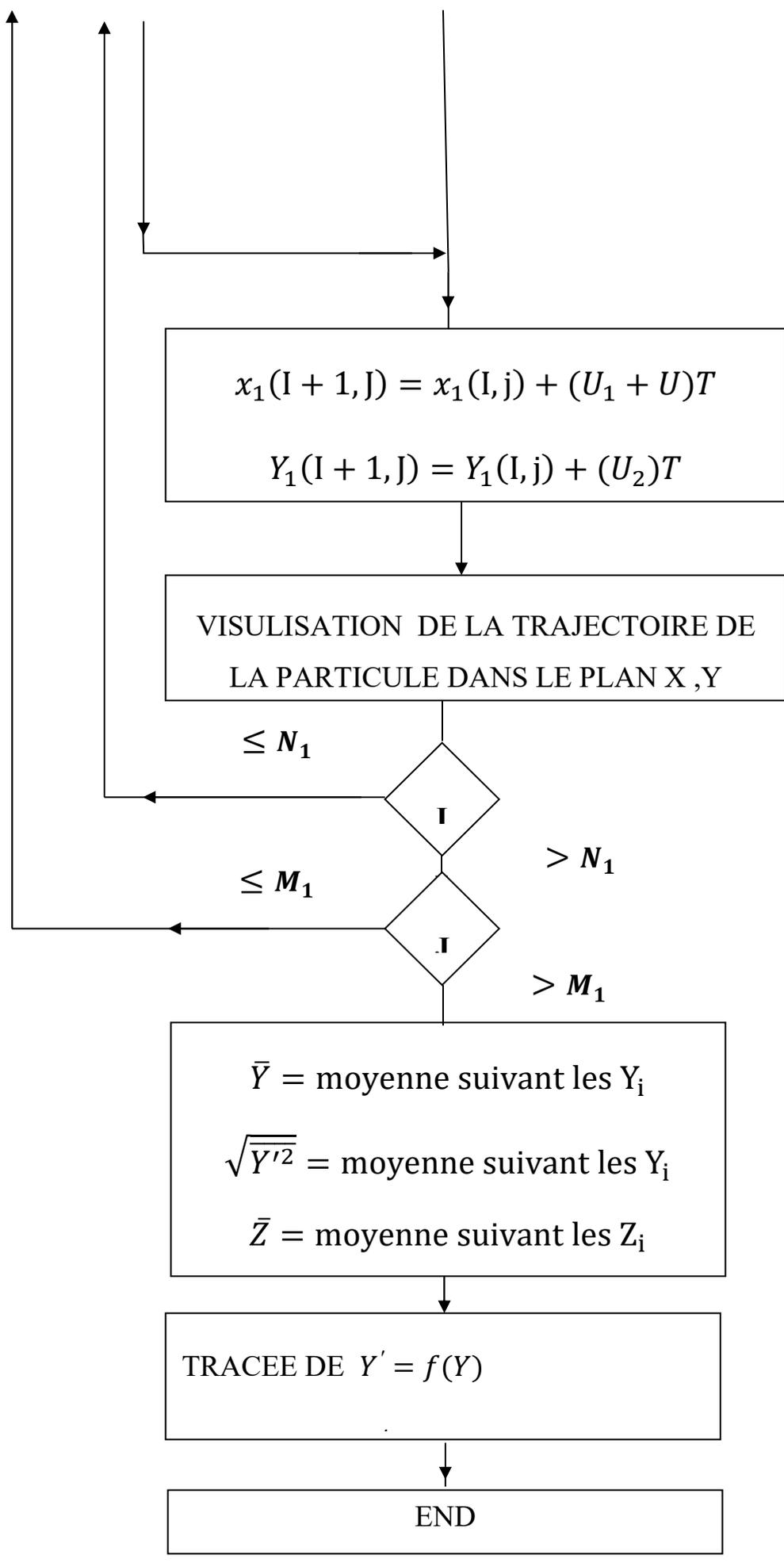
Fig (VIII.4) Répartition des échelles à travers le jet.

VIII-4/PROGRAMME DE CALCUL

ORGANIGRAMME







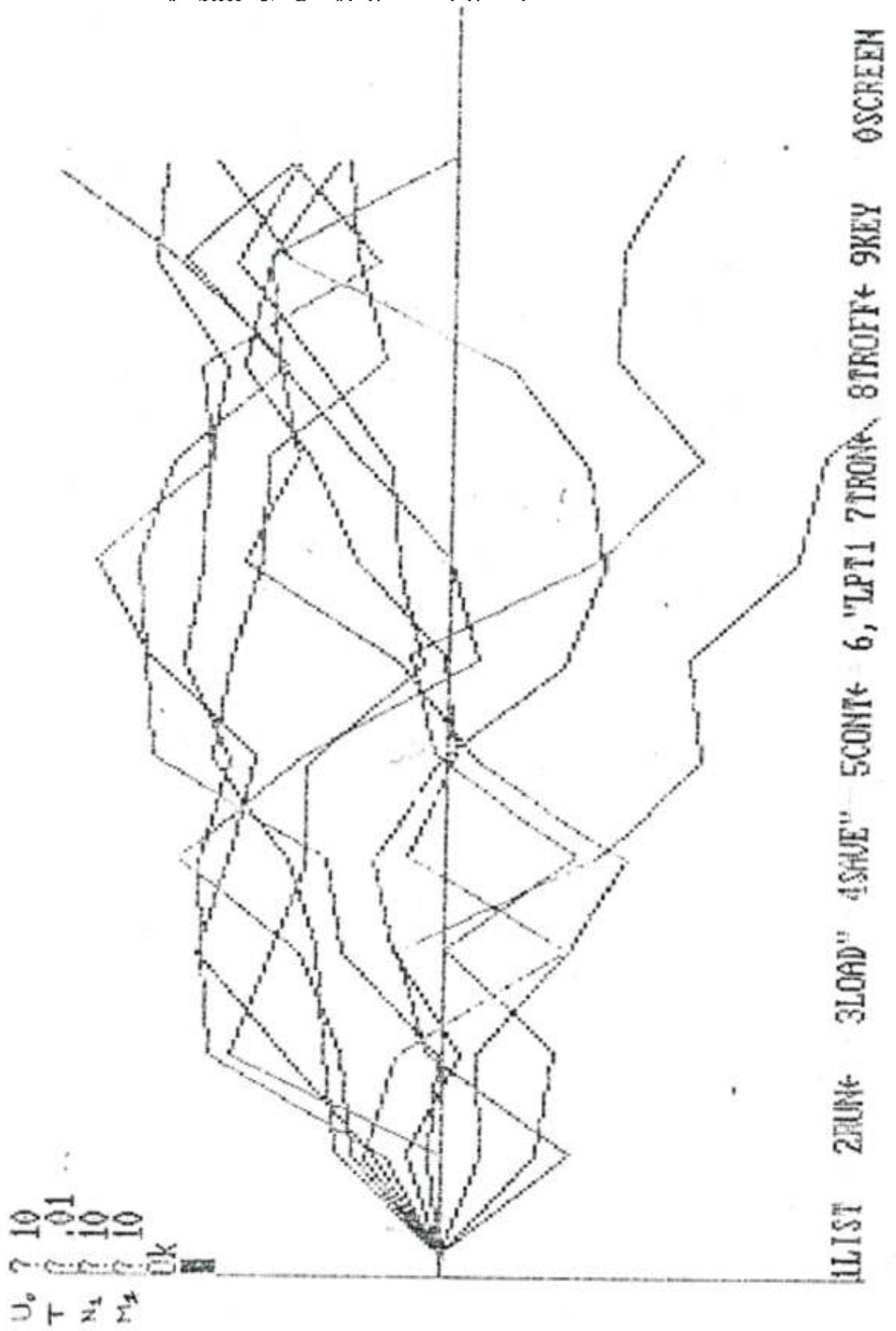
VIII-5 /-VISUALISATION DU JET ET RESULTATS STATISTIQUES :

Les résultats de la simulation et de visualisation sont représentés par :

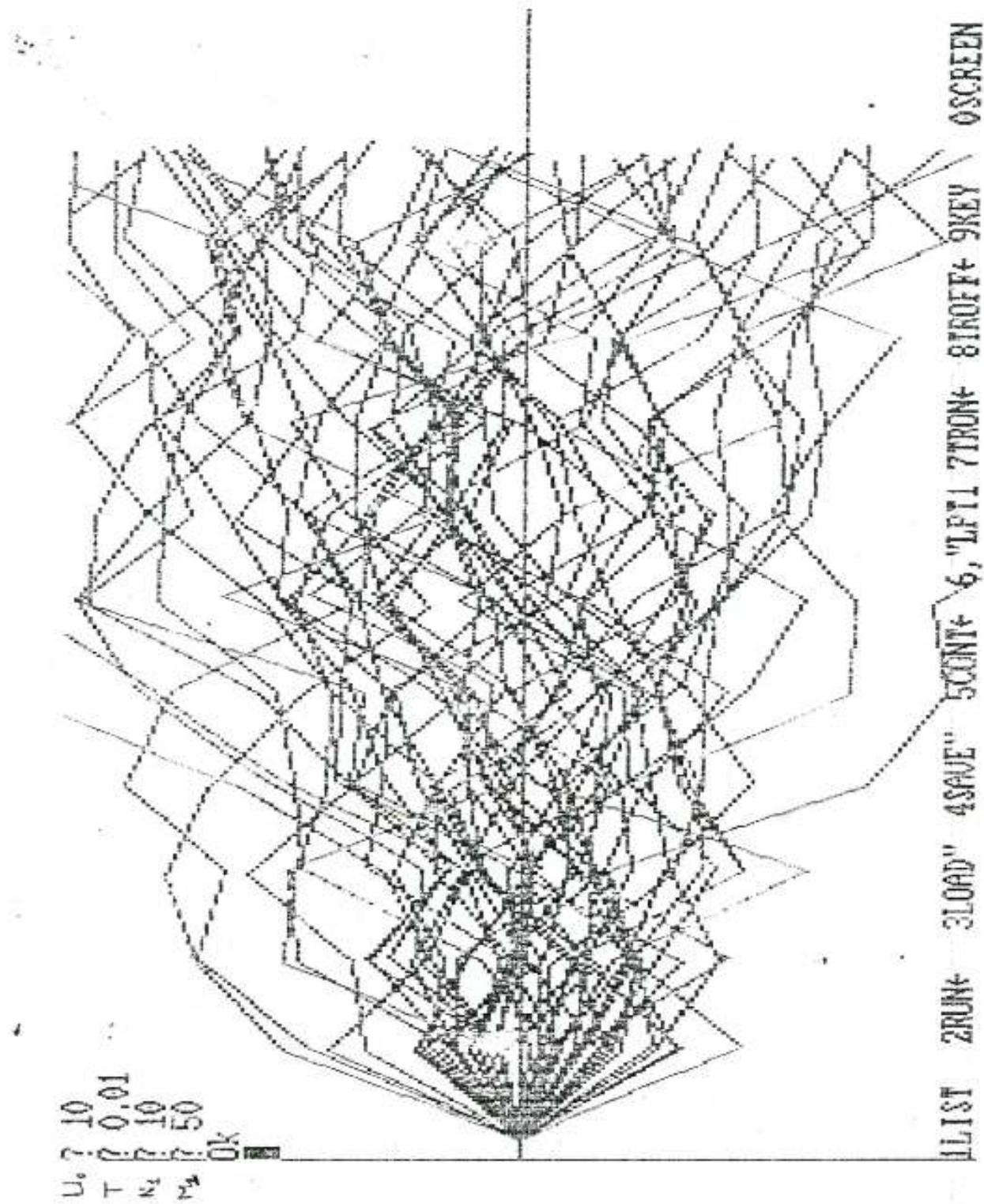
Les figures (VIII -5), (VIII -6) et (VIII -7).

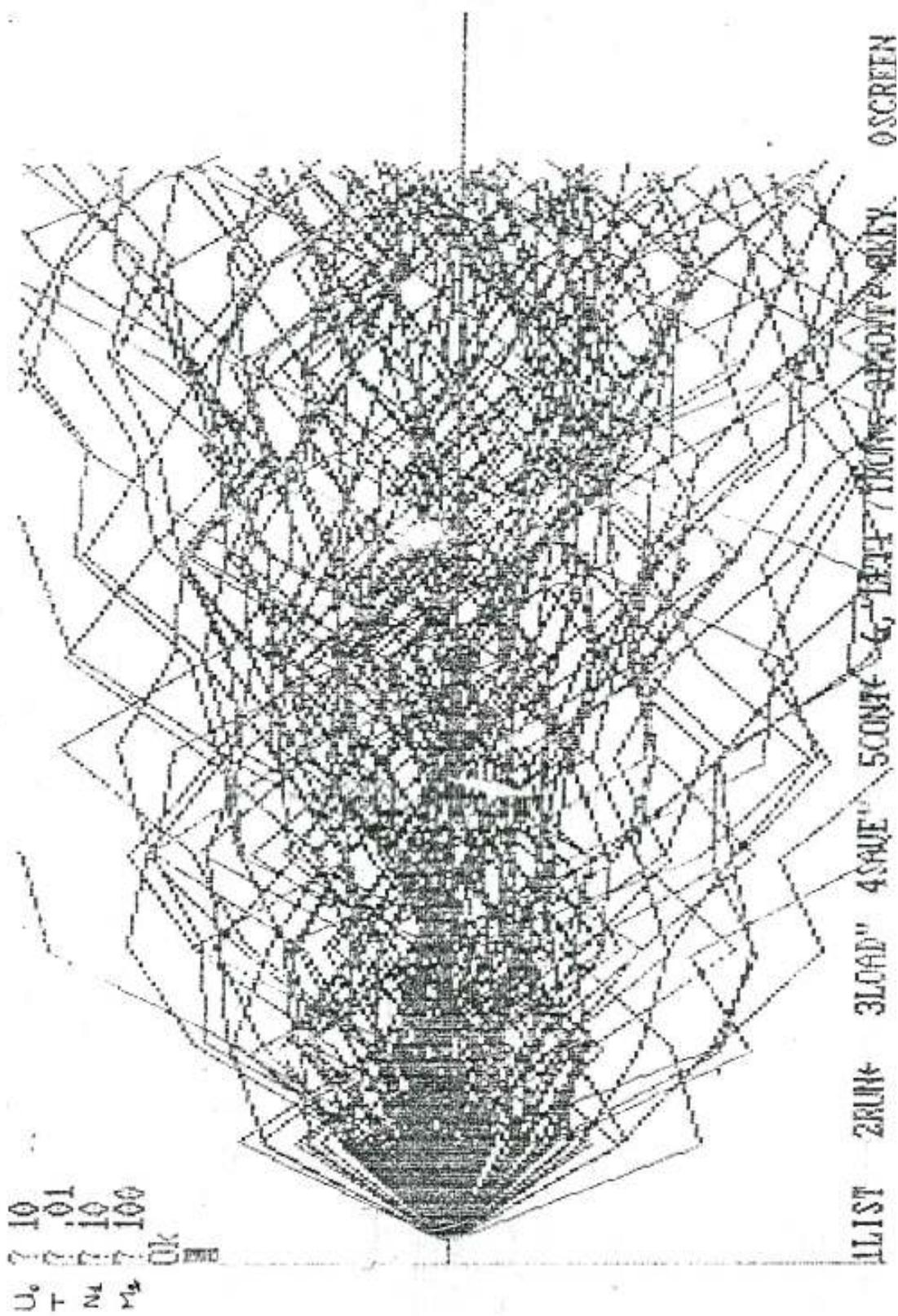
Pour ces résultats nous avons fixé la vitesse de sortie du jet (N_1 . 10), Le Pas de temps ($T = 01$) Le nombre de station le nombre de particule de 10 à 100 (M_1).

On remarque que ces résultats s'approche de près de la réalité.



fig(VIII -6)- Profil d'un jet à l'expérimentation





CONCLUSION

L'évolution des méthodes de calcul des écoulements turbulents oscille entre deux tendances. L'une d'elle est une recherche de techniques permettant de traiter une diversité de configurations aussi étendue que possible.

Dans-cette optique on envisage un traitement unifier de l'ensemble des écoulements depuis l'écoulements " simple " de laboratoire où l'on étudier la décroissance de la turbulence derrière une grille jusqu'aux écoulements atmosphériques les plus complexes .

L'autre voie est la recherche de modèles parfaitement adoptés aux différents types de problèmes rencontrés par exemple sur un avion, on distingue nettement les couches limites les sillages, les jets où notre application a été effectuée pour la simulation numérique de la diffusion Lagrangienne dans le jet axisymétrique, les couches de mélanges, les écoulements tourbillonnaires, etc..

. Prés un à un, chacun de ces types d'écoulement peut être calculer de façon très précises mais la difficulté est d'abord de savoir bien identifier ces différentes unités et en suite de les raccorder proprement.

Cette approche nécessite une connaissance très approfondie des problèmes physiques à traiter et des possibilités des modèles .De toute façon, la turbulence reste une discipline où le recours à l'expérience est indispensable.

Dans notre travail, le programme élaboré nous a permis de simuler la diffusion Lagrangienne d'un jet axisymétrique .Ces résultats nous paraissent très satisfaisantes du fait qu'elle s'approchant de la réalité.

Ce qu'on peut dire enfin ; c'est que les voies de recherche dans le domaine de la turbulence sont très diversifiées on est fort loin de posséder la clé donnant accès à la solution de tous les écoulements turbulents et de toute façon ;suivant le résultats recherché et le but des calculs effectués, il semble nécessaire de disposer de toute une gamme de méthodes allant des techniques pratiques les plus simples aux théories les plus complexes qui cherchent à élucider le problème de la turbulence .

En écoulement laminaire, le transport de quantité de mouvement, de chaleurs fait par convection et par diffusion. La diffusion se propage dans la direction transversale, et elle est définie par rapport à l'écoulement moyen.

En écoulement turbulent l'agitation importante des vitesses de l'écoulement dans les trois directions assure un mélange bien efficace.

ABSTRACT

The evolution of methods for calculating turbulent flows oscillates between two trends. One of them is a search for techniques allowing to treat as wide a diversity of configurations as possible. In this perspective, a unified treatment of all the flows is envisaged from the "simple" laboratory flows where the decay of the turbulence behind a grid is studied to the most complex atmospheric flows. The other way is to find perfectly adopted models for the various types of problems encountered, for example, on an airplane, clearly distinguishing the boundary layers from the wakes, the jets where our application was performed for the numerical simulation of the Lagrangian diffusion in the Jet axisymmetric, mixing layers, vortex flows, etc ... Pres one by one, each of these types of flow can be calculated. In a very precise manner, but the difficulty is first of all to know how to identify these different units and then to connect them properly. This approach requires a very thorough knowledge of the physical problems to be dealt with and the possibilities of the models. In any case, turbulence remains a discipline where the use of experience is indispensable. To illustrate this point, for the experimental studies that have been done on the axisymmetric self-preservative jet the figures (VII-1, 2,3,4,5,6) show the state of the art in the 60 and 70 .The reduction of the dispersion of numerical results is mainly related to the publication of experimental results around which all the "prevision" have finally come together. In our work, the elaborated program allowed us to simulate the Lagrangian diffusion of an axisymmetric jet. These results seem very satisfactory to us because it approaches the reality. What can be said at last; It is that the paths of research in the field of turbulence are very diversified and we are far from possessing the key giving access to the solution of all turbulent flows and anyway, depending on the results sought and the purpose of the calculations performed, It seems necessary to have a range of methods ranging from the simplest practical techniques to the most complex theories that seek to elucidate the problem of turbulence.

ملخص

تطوير أساليب لحساب التدفقات المضطربة ما بين اتجاهين. واحد منهم هو تقنيات البحث لعلاج مجموعة متنوعة من التشكيلات كما انتشارا وقت ممكن.

في هذا السياق، النظر في توحيد المعاملة بين جميع ينبع من تدفق مختبر "مجرد" حيث ندرس تراجع الاضطراب وراء الشبكة لتدفقات الغلاف الجوي المعقدة.

والطريقة الأخرى تبحث عن نماذج اعتمدت تماما على أنواع مختلفة من المشاكل الصورة على سبيل المثال على متن طائرة لي تميزها بوضوح طبقات الحدود و عندما تم تطبيقنا لمحاكاة العددية للنشر في لاغرانج تدفق متطابقة، طبقات من خليط، والتدفقات دوامة، الخ ... القريب واحدا تلو الآخر، ويمكن حساب كل من هذه الأنواع من التدفق. هي دقيقة للغاية ولكن الصعوبة هي تحديد الوحدات المختلفة وبعد ذلك لربطها بشكل صحيح.

ويتطلب هذا النهج على معرفة دقيقة جدا من المشاكل الفيزيائية للتعامل معها وعلى أي حال، لا يزال الاضطراب يبقي تقنية بحيث الرجوع إلى التجربة أمر لا مفر منه.

لتوضيح هذا، للدراسات التجريبية التي أجريت في جولة على من تدفق متطابقا للصورة (VII-1، 2.3، 4، 5.6) يدل على حالة من الفن في 60 و 70 . ويرجع ذلك أساسا إلى نشر النتائج التجريبية حولها مع تجميع كل التوقعات في نهاية المطاف للحد من تشتت النتائج العددية.

في عملنا، وضعت البرنامج يسمح لنا لمحاكاة توزيع لاغرانج للتدفق ذهابا. هذه النتائج تبدو مرضية للغاية لأنها أقرب إلى الواقع.

ما يمكننا القول في نهاية المطاف. غير أن خطوط البحوث في مجال اضطرابات متنوعة جدا ونحن بعيدون جدا عن امتلاك مفتاح مما يتيح الوصول إلى حل جميع التدفقات المضطربة وعلى أي حال، وهذا يتوقف على النتائج المرجوة، والغرض من الحسابات يبدو من الضروري أن يكون مجموعة

متنوعة من الأساليب بدءاً من أبسط أساليب عملية لنظريات علمية معقدة التي تسعى إلى إيجاد حل لمشكلة الاضطراب.

BIBLIOGRAPHIE

(1) - TURBULENCE ET COUCHE LIMITE.

J. COUSTEX (1939)

(2) - A FIRST COURSE IN TURBULENCE.

H. TENNEKES AND J.L LIMLEY (1972)

(3) - MCANTQUES DESFLUDES DES FLUIDES.

MICHEL HUG (1975)

(4) - THEORIES DE LA DYNAMIQUES DES FLUIDES.

J. LUNEAU (1989)

(5) - INITIATION AUX TRANSFERTS THERMIQUES.

J.F. SACADURA (1978)

(6) - RAPPORT DE STAGE.

HUILIER DANIEL (1987)

(7) - MECANIQUE DES FLUIDES TOME (1, 2, 3)

E. A. BRUN ; A .MARTINOT — LAGARDE; J.MATHIEU.

(8) - TURBULENCE.

WINZE JO. (1979)

(9) - Falco, RE :

Néo result, a reviewed and synthesis of the mechanism of turbulence production in bombardy layers and its modification (1983)